МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра общей физики

Е.В. ШАБУНИО, Н.А. МАНАКОВ

ВВОДНАЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 100 ПО механике

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2007

УДК 531(076.5)
ББК 22.2 я 73
Ш 13

Рецензенты:
Старший преподаватель Михайличенко А.В., старший преподаватель Чакак А.А.

Шабунио Е.В.
Ш 13 Вводная: методические указания к лабораторной работе №100 по механике /Е.В.Шабунио, Н.А.Манаков. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2007. – 18 с.

Методические указания предназначены для студентов дневного, вечернего и заочного факультетов технических специальностей для выполнения лабораторной работы №100 ″Вводная″.

ББК 22.2 я 73

Содержание

1 Лабораторная работа № 100. *В*водная

Цель работы:

1 Познакомить студента с элементами теории ошибок и обработки результатов измерения физических величин на примере экспериментального определения ускорения свободного падения при помощи математического маятника.

1 Элементы теории ошибок и обработки результатов измерений физической величины

Как наука, так и техника немыслимы без измерений. По способу нахождения физической величины измерения делятся на **прямые** и **косвенные**.

Когда измеряемая величина определяется непосредственно с помощью измерительного прибора, то такие измерения называются прямыми. К ним относятся определение массы тела взвешиванием, высоты стола при помощи линейки и т. п. Измерение физической величины сводится к её сравнению опытным путем с другой, подобной ей, принятой за единицу измерения (или эталон). Достигается это с помощью специальных приборов (средств измерений).

Косвенными измерениями называются измерения, когда значение физической величины определяется по формуле, в которую подставляются значения величин, измеренные прямым способом. Например, период колебаний математического маятника T связан с длинной маятника l и ускорением свободного падения g формулой:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} . \qquad (1)$$

Если в эту формулу подставить предварительно измеренные значения l и g**,** выполнить вычисления, то такой способ нахождение T представляет косвенное измерение. Период колебания можно определить и с помощью секундомера. Такое определение T будет уже прямым измерением. Характерной особенностью результата измерения является наличие в нем ошибки, т.е. отличие его от истинного значения измеренной величины. Например, при измерении периода колебания математического маятника T, массы тела m, силы электрического тока I и т. п., мы получим не истинные, а содержащие ошибку значения. Для рассмотрения этого вопроса в общем виде обозначим измеряемую физическую величину буквой X. Через $X_{изм}$, обозначим численное значение результата единичного однократного измерения этой величины, а через $X_{ист}$ ее истинное значение, которое нам неизвестно.

Разница между измеренным (при однократном измерении) и истинным значениями измеряемой величины называется **ошибкой единичного измерения**.

Ошибка единичного измерения равна $X_{ист} – X_{изм}$.

Различают два типа ошибок единичного измерения:

а) **систематические**, остающиеся постоянными или закономерно изменяющиеся при повторении одинаковых измерений;

б) **случайные**, изменяющиеся случайным образом при многократных измерениях в одинаковых условиях. Очевидно, нередки случаи, когда полная ошибка единичного измерения включает в себя одновременно и систематическую и случайную ошибки.

К систематическим ошибкам приводит:

1 Использование в расчетах приближенных (округленных) значений чисел (например, $\boldsymbol{\pi}$, $\boldsymbol{e}$) и физических констант (таких, как скорость света, заряд электрона, масса протона, постоянная Планка, универсальная газовая постоянная и др.).

2 Использование в расчетах приближенных характеристик вещества, например, плотности, удельной проводимости, удельного сопротивления, показателя преломления.

3 Использование не отрегулированных, неисправных приборов. Например, у амперметра не отрегулировано положение стрелки: при отсутствии тока она отклонена от нуля.

4 Неправильное использование исправного прибора. Например, измеряя ток, амперметр поставили горизонтально, а фактически его надо было расположить вертикально. Только в этом положении он показывает правильно.

5 Неудачный метод измерения, приводящий к так называемой ошибке метода измерения.

В общем случае определение систематической ошибки требует проведения специальной работы: тщательное исследование самого метода, проведение измерения более совершенными приборами и т. д. Если же систематическая ошибка установлена, то результат измерения исправляется: к нему прибавляется поправка, равная по модулю и противоположная по знаку систематической ошибке.

Случайные ошибки чаще всего возникают из-за неконтролируемых изменяющихся условий измерения (колебаний температуры, влажности, времени переключения элементов электронной схемы, реле, электромагнитов и пр.), вследствие несовершенства самих измерительных приборов и органов чувств человека. Среди случайных, могут быть **грубые** ошибки или **промахи**, сильно отличающиеся от остальных. Они могут быть связаны с ошибкой экспериментатора или с какими-либо внешними случайными факторами. Результаты таких измерений, как правило, отбрасывают.

Искажения, вносимые в результат измерения исправным и правильно применяемым прибором, принято называть **приборной ошибкой**. Она, в свою очередь, складывается из случайной и систематической. Но часто систематическая ошибка прибора не оговаривается заводом-изготовителем. Задается лишь полная допустимая приборная ошибка. В этом случае принято всю приборную ошибку относить к случайной. Когда полная ошибка единичного измерения относится к случайной, т. е. изменяется случайным образом при повторении однотипных измерений, тогда появляется возможность повысить точность измерений путем проведения серии одинаковых измерений при неизменных условиях. Так, в частности, поступают при выполнении многих лабораторных работ физического практикума.

Поясним, почему при этом может увеличиться точность измерения и как надо в этом случае обработать результаты измерений. Рассмотрение вновь проведем в общем виде. Пусть исправным прибором выполнено ***n*** однотипных измерений величины X и получены такие значения: X_1 в первом, X_2 во втором, …, X_n при n-ом измерении. Каждое измерение дает результат, случайно отклоняющийся от истинного значения в большую или меньшую сторону. Ошибки отдельных единичных измерений симметрично группируются около нуля. Небольшие по модулю ошибки встречаются чаще, большие реже. Очевидно, качество измерения будет тем выше, чем меньше модули ошибок единичных измерений, чем ближе друг к другу расположены значения $X_1, X_2 \ldots, X_n$.

При большом числе измерений отклонения измеренных значений от истинного $X_{ист}$ как в большую сторону так и в меньшую сторону будет происходить примерно одинаково. Поэтому при $n \to \infty$ $X_{ист}$ совпадает со **среднеарифметическим значением** $\bar{X}$, вычисленным по формуле:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i . \qquad (2)$$

Т.е. среднеарифметическое значение является наилучшей оценкой истинного значения измеряемой величины.

Практически неудобно, а порой просто невозможно очень много раз повторить одно и то же измерение при неизменных условиях. Нередко ограничиваются примерно десятью измерениями ($n = 10$). Это приводит к тому, что среднеарифметическое значение само принимает случайное значение. Оно отклоняется случайным образом в большую или меньшую сторону от истинного значения $X_{ист}$. Принципиально важным является то, что в среднем результаты единичных измерений отклоняются от $X_{ист}$ больше, чем от него отклоняется среднеарифметическое значение $\bar{X}$. Сказанное можно пояснить с помощью рисунка 1(а,б).

(а) (б)

Рисунок 1 – Примеры доверительного интервала.

На нем изображена числовая ось, на которой отмечены два равных по длине отрезка. На рисунке 1(а) отрезок начинается в точке $\bar{X} - \Delta X$ и заканчивается в точке $\bar{X} + \Delta X$. На рисунке 1(б) отрезок начинается в точке $X_i - \Delta X$ и заканчивается в точке $X_i + \Delta X$. Центром первого отрезка является точка $\bar{X}$, второго – точка X_i.

Здесь X_i есть один из результатов единичного измерения (i может принимать значение от 1 до n), а ΔX есть некоторое число, смысл и значение которого будут уточнены ниже.

Отрезок от $\bar{X} - \Delta X$ до $\bar{X} + \Delta X$ назовем **доверительным интервалом** и будем его далее обозначать как $\bar{X} \pm \Delta X$, отрезок от $X_i - \Delta X$ до $X_i + \Delta X$ обозначим $X_i \pm \Delta X$. Зададимся вопросом: лежит ли истинное значение $X_{ист}$ в каждом из этих интервалов. Очевидно, если ΔX очень мало, то вероятность попадания $X_{ист}$ в доверительный интервал тоже мала. Вероятность попадания $X_{ист}$ в интервал $\bar{X} \pm \Delta X$ больше, чем в интервал $X_i \pm \Delta X$ потому, что в среднем $\bar{X}$ меньше отклоняется от $X_{ист}$, чем результаты единичных измерений.

Разработана математическая теория, позволяющая вычислить вероятность попадания $X_{ист}$ в доверительный интервал $\bar{X} \pm \Delta X$ для различных значений ΔX. Пока мы ограничимся частным случаем, который принимается в большинстве лабораторных работ. Он состоит в том, что ΔX приравнивается к **стандартной ошибке** σ, которая определяется по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{ïð}}^2 + \frac{(X_1 + \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \ldots + (X_n - \bar{X})^2}{n(n-1)}}, \qquad (3)$$

где через $\sigma_{пр}$ обозначена стандартная приборная ошибка, т. е. ошибка, допускается самим прибором. Если значение $\sigma_{пр}$ специально не оговаривается, то его можно принять равным половине цены деления измерительного прибора. Например, в качестве измерительного прибора взята линейка с миллиметровыми делениями. Для нее $\sigma_{пр} \approx 0{,}5$ мм.

Рассмотрим важные свойства доверительного интервала $\bar{X} \pm \Delta X$ с полушириной ΔX, равной стандартной ошибке σ, т. е. когда $\Delta X = \sigma$. В этом случае при $n \approx 10$ вероятность попадания истинного значения измеряемой величины в доверительный интервал $\bar{X} \pm \sigma$ составляет примерно 67%. Если же увеличить доверительный интервал в 2 раза, т. е. положить $\Delta X = 2\sigma$, то вероятность попадания $X_{ист}$ в этот интервал составит примерно 92,7%, для доверительного интервала $\bar{X} \pm 3\sigma$ эта вероятность возрастает до 98,7%. Выбор величины доверительного интервала ΔX зависит от характера измеряемой величины, требуемой точности и надежности проводимого измерения. При выполнении лабораторного практикума обычно полагают $\Delta X = \sigma$, т.е. вероятность попадания истинного значения измеряемой величины в доверительный интервал составляет примерно 67%.

Величину ΔX равную полуширине доверительного интервала в дальнейшем будем называть **абсолютной ошибкой**. Она не равна разности между измеренным и истинным значением, как это вводилось для единичного измерения. Абсолютная ошибка имеет совсем другой смысл: она определяет полуширину доверительного интервала, в котором может находиться истинное значение измеряемой величины. Наряду с абсолютной ошибкой ΔX результат измерения оценивается относительной ошибкой. **Относительная ошибка** принимается равной отношению абсолютной ошибки к среднему значению измеряемой величины. Она обозначается через ε и часто выражается в %:

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{\overline{X}} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{\Delta X}{\overline{X}} 100\% . \tag{4}$$

Чем меньше ε, тем меньше разбросы результатов измерений. Очевидно, что абсолютная ошибка имеет размерность измеряемой величины, а относительная ошибка не имеет размерности.

В итоге всего выше сказанного сформулируем алгоритм (правило), по которому надо обрабатывать результаты серий прямых однотипных измерений, в которых преобладает случайная ошибка.

1. Вычисляется среднеарифметическое значение измеряемой величины $\overline{X}$:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n}{n} .$$

2. Вычисляется значение стандартной ошибки σ:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2_{ïð} + \frac{(X_1 + \overline{X})^2 + (X_2 - \overline{X})^2 + \ldots + (X_n - \overline{X})^2}{n(n-1)}} .$$

3. Абсолютная ошибка ΔX приравнивается стандартной и вычисляется относительная ошибка ε:

$$\Delta X = \sigma , \quad \varepsilon = \frac{\Delta X}{\overline{X}} \quad èëè \quad \varepsilon = \frac{\Delta X}{\overline{X}} 100\% .$$

4. Ответ записывается в виде: $X = \overline{X} \pm \Delta X = \ldots, \varepsilon = \ldots$.

Эту запись следует понимать так: истинное значение измеряемой величины лежит в интервале $\overline{X} \pm \Delta X$ с вероятностью около 67%, т. е. сохраняется довольно большая вероятность ($\approx 33\%$) того, что $X_{ист}$ не попадет в доверительный интервал $\overline{X} \pm \Delta X$.

Замечание: при проведении математической обработки результаты вычислений надо округлить (смотри Приложение А).

Косвенные измерения обрабатываются по иной схеме. Поясним ее в общем виде. Пусть W выражается через прямо измеряемые величины x, y, z, …, T в виде зависимости $W = W(x, y, z, \ldots, T)$. Тогда схема обработки косвенных измерений сводится к следующему:

1. Определяется $\overline{W}$. Для этого в расчетную формулу подставляются средние значения $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, ..., \overline{T}$:

$$\overline{W} = W(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, ..., \overline{T}).$$

2. Вычисляется абсолютная ошибка ΔW:

$$\Delta W = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\Delta x\right) + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\Delta z\right)^2 + ... + \left(\frac{\partial W}{\partial T}\Delta T\right)^2},$$

где $\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z}, ..., \frac{\partial W}{\partial T}$ - частные производные от W по x y, z, T, соответственно. При вычислении ΔW подставляются средние значения $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \overline{T}$.

Замечание: во многих лабораторных работах результаты измерений надо представить графически. Правила построения графиков смотри в Приложении Б.

Практическая часть

Необходимо опытным путем определить ускорение свободного падения по формуле:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \tag{5}$$

Она получается из выражения для периода колебаний T математического маятника с длиной l:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{6}$$

Для выполнения работы применяется маятник в виде стального шарика, подвешенного на тонкой нити, электрический секундомер, электромагнит и метровая линейка. Электромагнит и цепь электрического секундомера соединены так, что в момент размыкания цепи электромагнита секундомер начинает с нуля отсчитывать время. При этом шарик, ранее удерживаемый магнитным полем, приходит в движение. В тот момент, когда шарик совершит одно полное колебание, цепь электромагнита замыкается, секундомер останавливается, а шарик притягивается к торцу электромагнита. На шкале секундомера высвечивается с точностью до 0,01с длительность одного полного колебания шарика.

Последовательность работы следующая:

1) Десять раз измеряется период одного полного колебания маятника T_i (i = 1, 2, 3, … , 10). Результаты измерения заносятся в таблицу. Затем проводится обработка полученных результатов измерения по алгоритму обработки результатов серии прямых измерений, содержащих преимущественно только случайную ошибку.

2) Вычисляется среднеарифметическое значение периода $\overline{T}$:

$$\overline{T} = \frac{(T_1 + T_2 + \ldots + T_n)}{10}. \tag{7}$$

Таблица 1.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{i,\,c}$										
$T_i - \overline{T}, c$										
$(T_i - \overline{T})^2, c^2$										
$n = 10,\ \overline{T} = \ldots c,\ T = \overline{T} \pm \Delta T = \ldots c,\ l = \bar{l} \pm \Delta l = \ldots м$ $\sigma_{пр} = 0{,}01c,\ \sigma = \ldots c,\ \Delta T = \sigma = \ldots c$										

3) Вычисляются отклонения измеренных значений T_i от среднеарифметического $\overline{T}$ и квадрат такого отклонения, т. е. $(T_i - \overline{T})$ и $(T_i - \overline{T})^2$. Результаты вносятся в таблицу.

4) Вычисляется стандартная ошибка измерения периода колебания математического маятника σ, как

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{пр}^2 + \frac{(T_1 - \overline{T})^2 + (T_2 - \overline{T})^2 + \ldots + (T_{10} - \overline{T})^2}{10 \times 9}}, \tag{8}$$

где $\sigma_{пр}$ – приборная ошибка, которая может быть допущена секундомером при этих измерениях. Можно положить $\sigma_{пр} = 0{,}01$.

5) Приравнивают абсолютную ошибку измерения периода ΔT к стандартной ошибке ($\Delta T = \sigma$) и записывают результат в виде

$$T = \overline{T} \pm \Delta T = \ldots c. \tag{9}$$

6) Метровой линейкой измеряют длину математического маятника. Полученное значение сразу берут за среднюю длину $\bar{l}$ математического маятника, а абсолют-

ную ошибку Δl приравнивают половине цены деления линейки, т. е. Δl = 0,5 см = 0,005 м. Результат измерения записывают в виде $l = \bar{l} \pm \Delta l$ и заносят в таблицу.

По алгоритму обработки косвенных измерений вычисляют значение $\bar{g}$:

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{\bar{T}^2}$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l}\Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\Delta T\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2 \Delta l}{\bar{T}^2}\right)^2 + \left(\frac{2\cdot 4\pi^2 \bar{l}}{(\bar{T})^2}\right)^2 \Delta T^2} = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{(\bar{T})^2}\sqrt{\left(\frac{\Delta l}{\bar{l}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta T}{\bar{T}}\right)^2} =$$

$$= \bar{g}\sqrt{\left(\frac{\Delta l}{\bar{l}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta T}{\bar{T}}\right)^2}\,; \tag{10}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{\bar{g}}100\% = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{\bar{l}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta T}{\bar{T}}\right)^2}\ 100\%\,.$$

Результат запишите в виде:

$$g = \bar{g} \pm \Delta g = \ldots \text{м/с}^2; \quad \varepsilon = \ldots.\% \tag{11}$$

Сравните полученный Вами результат со справочным значением $g = (9{,}81 \pm 0{,}01)$ м/с^2. Сделайте вывод.

Замечание: Если два сравнимых результата относятся к одной и той же величине, но лежат в разных доверительных интервалах, то при перекрытии этих интервалов можно сказать, что в пределах ошибки измерения результаты согласуются друг с другом. Когда же доверительные интервалы не перекрываются, то допустимо заключение, что результаты расходятся, не согласуются.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Поясните, что понимается под ошибкой единичного измерения.
2. Случайные и систематические ошибки. Причины их возникновения.
3. Прямые и косвенные измерения.
4. Какой смысл вкладывается в понятие приборная ошибка?
5. Что понимается под абсолютной ошибкой? Можно ли ее определить, как разность между измеренным и истинным значением измеряемой величины? Почему?
6. Что характеризует и как вычисляется стандартная ошибка?
7. Поясните порядок математической обработки результатов косвенных измерений.
8. Поясните порядок математической обработки результатов серии прямых измерений, содержащих преимущественно случайную ошибку.
9. Какой смысл имеет запись $X = \overline{X} \pm \Delta X$?
10. Что такое доверительный интервал?

Приложение А

(*обязательное*)

Правила округления погрешности и результата измерения

После вычисления погрешности ее округляют - обычно до одной значащей цифры (т.е. первой ненулевой). Если первая значащая цифра в погрешности меньше 3, то оставляют две значащие цифры.

Округление погрешности производят потому, что неопределенность ее оценки весьма велика (при $n \le 10$ погрешность погрешности может быть более 30 %) поэтому цифры, следующие за первой, недостоверны. Часто, проводя расчеты с помощью микрокалькуляторов, студенты записывают и используют промежуточные и окончательные результаты и погрешности с тем количеством цифр, которое видят на табло (8 – 10 цифр). Это совершенно нецелесообразно, так как погрешность результата измерения $\bar{x}$ не может быть меньше единицы низшего разряда в значении результата наблюдения x_i. Поэтому все вычисления следует производить не более чем с одной дополнительной цифрой, которая в дальнейшем, после анализа величины погрешности, может пригодиться для округления.

В конечном итоге, последняя значащая цифра результата измерения, до которой его и следует округлять, находится в том же десятичном разряде, что и первая значащая цифра погрешности. Нужно приучить себя к мысли, что экспериментатор несет ответственность за достоверность каждой значащей цифры, которую он приводит в результате измерений. Записать лишнюю цифру в результате – значит завысить точность использованного метода и экспериментальной установки, т.е. приписать себе незаслуженные достоинства.

Абсолютная погрешность определяется числом верных десятичных знаков в его записи. Например, для числа 28,70 абсолютная погрешность равна 0,005. При этом значащими считаются все цифры числа, кроме нулей, до первой цифры отличной от нуля. Пользуясь термином ″значащая цифра″ можно сформулировать следующее правило записи приближенных чисел: приближенные числа следует записывать так, чтобы все цифры числа кроме нулей слева, если они есть, были верными.

Используют две формы записи чисел – с фиксированной и с плавающей запятой. Форма с фиксированной запятой предполагает обычную запись чисел: 52,16; 0,0813; 2,623 и тому подобное. Для записи числа в форме с плавающей запятой его необходимо представить в виде:

$$Q = M \cdot 10^n , \tag{1}$$

где $|M| < 1$ – мантисса числа, n – порядок числа.

Правило представления числа в форме с плавающей запятой реализуется, например, так: $152,8 = 0,1528 \cdot 10^3$, то есть M = 0,1528, а $n = 3$. Если число отрицательно, то отрицательна и его мантисса. Обычно в процессе вычислений стремятся все числа записывать с одинаковой точностью. Одинаковую абсолютную погрешность можно обеспечить, записывая все числа в фиксированной форме с одинаковым количеством десятичных знаков. Одинаковая относительная погрешность обеспечивается записью с плавающей запятой с одинаковым числом знаков в мантиссе.

При округлении приближенных чисел руководствуются следующим правилом Гаусса: если первая отбрасываемая цифра меньше или равна 4, то последняя сохраняемая цифра остается без изменений; если же первая отбрасываемая цифра больше 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу. Если первая отбрасываемая цифра равна 5, то последняя сохраняемая цифра остается без изменений, если она четная, и последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу, если она – нечетная.

Окончательная запись результата эксперимента приводится в виде:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x, \tag{2}$$

при этом одинаковый множитель, указывающий порядок величины, выносится за скобки. Обязательно следует указывать единицы измерения физических величин.

Примеры:

$\overline{\mathrm{U}}$ =8,252 В,	ΔU=0,032 В,	U=(8,25±0,03) В
$\overline{\mathrm{R}}$ =0,0364 Ом,	ΔR=0,00021 Ом,	R=(3,64±0,02)·10^{-2} Ом
$\overline{\mathrm{R}}$ =7875000 Ом,	ΔR=7500 Ом,	R=(7,88±0,08)·10^{6} Ом

$\bar{f}$ = 125,3 кГц, Δf = 0,06 кГц – вычисления произведены некорректно, следовало вычислять $\bar{f}$ с точностью до сотых долей кГц. Необходимо пересчитать и $\bar{f}$ и Δf.

$\overline{\mathrm{T}}$ = 8,7253638 мс, ΔT = 0,63456327 мс – вычисления произведены нерационально, впечатление высокой точности является ложным. Результат следует записывать в виде:

$$\mathrm{T} = (8{,}7 \pm 0{,}6)\ \text{мс}. \tag{3}$$

Среднее арифметическое значение измеряемой величины округляется до десятичного разряда, которым оканчивается округленное значение абсолютной ошибки.

Приложение Б

Построение графиков

Более наглядными, чем таблицы, при обработке результатов измерений являются графики зависимостей физических величин. Графики позволяют визуально представить изучаемые зависимости; графическая информация вызывает больше доверия, обладает значительной емкостью и легко воспринимается. На основе графика легко сделать вывод о соответствии теоретических представлений реальному эксперименту. Ниже даются рекомендации по построению и использованию графиков.

Выбор бумаги. Графики строятся на бумаге, имеющей координатную сетку. Это может быть обычная миллиметровка с линейным масштабом по осям, или логарифмическая бумага.

Логарифмическая бумага бывает двух типов. Первый тип - полулогарифмическая, у которой по одной оси масштаб - линейный, по другой - логарифмический. Второй тип - двойная логарифмическая, когда логарифмический масштаб используется для обеих осей. Логарифмические или полулогарифмические масштабы используют в тех случаях, когда изменения величин, откладываемых по осям, составляют несколько порядков.

Распределение координатных осей. Графики принято строить в декартовой (прямоугольной) системе координат, в которой, как правило, по оси абсцисс (ось x) откладывается *аргумент*, т.е. независимая физическая величина, а по оси ординат (ось y) - *функция*, т.е. зависимая физическая величина.

Выбор масштабов. Как правило, график строится на основании таблицы экспериментальных данных, откуда легко определить интервалы, в которых изменяются аргумент и функция. Их наименьшее и наибольшее значения задают наименьшее и наибольшее значения масштабных шкал, наносимых на оси. Не следует стремиться, чтобы начало координат (точка 0, 0) обязательно поместилось на графике. Масштабы по обеим осям выбираются независимо друг от друга и соотносятся с погрешностью измерения аргумента и функции. Желательно, чтобы цена наименьшего деления каждой шкалы была примерно равна соответствующей погрешности.

Масштабные шкалы должны легко читаться, а для этого необходимо выбирать удобную цену деления шкалы: одной клетке должно соответствовать $1\cdot10^{\pm n}$, $2\cdot10^{\pm n}$ или $5\cdot10^{\pm n}$ единиц откладываемой физической величины (n- любое целое число). Так, в качестве цены деления шкалы числа 2; 0,5; 100; 0,02 - подходят, а числа 3; 7; 0,15 - не подходят. Обычно множитель $10^{\pm n}$ указывается на конце оси и понимается как общий множитель к каждому делению.

При необходимости масштаб по одной и той же оси для положительных и отрицательных значений откладываемой величины может быть выбран разным, но только в том случае, если эти значения отличаются на порядок (в 10 раз) и более. Примером может служить вольтамперная характеристика диода, у которой прямой и обратный токи отличаются не менее чем в 10^3 раз (прямой ток составляет миллиамперы, обратный - микроамперы).

Нанесение шкал. Стрелки, задающие положительное направление, на координатных осях не указываются. Против каждой оси записываются название или символ соответствующей величины и через запятую - его размерность (все размерности указываются в русском написании и только в системе СИ). Масштаб наносится на оси в виде равноотстоящих круглых чисел, например: 2 4 6 8 ... или 1,82 1,84 1,86 ... Как и для таблиц, десятичный множитель масштаба удобно отнести к единице измерения и, например, вместо 1000 3000 5000 ... писать 1 3 5 ... (общий множитель 10^3 указывается вместе с единицей измерения).

Масштабные риски аккуратно проставляются по осям и выходят на поле графика. По оси *x* - цифры пишутся под рисками, обозначение откладываемой величины и ее единица измерения указываются справа под осью. По оси *y* цифры пишутся слева от рисок, а обозначение соответствующей величины и единица измерения указываются вверху слева от оси. Например, по оси абсцисс отложен промежуток времени от 0 до $10 \cdot 10^{-4}$ с:

Здесь одно деление (цена деления) составляет $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ с.

Нанесение точек на график. Экспериментальные точки аккуратно наносятся карандашом. Они проставляются так, чтобы в дальнейшем их можно было отчетливо различать на графике. Если в одних координатных осях строятся различные экспериментальные зависимости (полученные, например, при измененных условиях эксперимента или на разных этапах работы), то точки таких зависимостей необходимо отметить разными значками (квадраты, треугольники, кружочки, крестики и т.п.) или разными цветами. Причем, если какое-либо наносимое на координатной сетке значение экспериментальной величины не совпадает с узловой точкой шкалы, то значение этой величины на координатной оси не указывается; при необходимости на координатной оси значение экспериментальной величины можно отметить риской.

Выносные линии при нанесении точек ни в коем случае не используются. Для этих целей существует координатная сетка.

Проведение кривой по точкам. Экспериментальные точки соединяются карандашом плавной кривой так, чтобы они в среднем одинаково располагались по обе стороны от кривой. Если известно математическое описание наблюдаемой зависимости, то кривая (в частном случае - прямая) проводится точно так же. Не следует стремиться провести кривую линию через каждую экспериментальную точку - ведь кривая является только нашей интерпретацией результатов измерений, известных из эксперимента с некоторой погрешностью. По сути, есть только экспериментальные точки, а кривая - наше (не обязательно верное) "домысливание" эксперимента.

Если же все точки последовательно соединить, то получится ломаная линия, которая не имеет ничего общего с истинной физической зависимостью. Это следует хотя бы из того, что форма полученной ломаной линии не будет воспроизводиться при повторных сериях измерений.

Законченный график нумеруется, ему дается название, кратко отражающее содержание построенной зависимости. Все графические символы, использованные при построении, поясняются в подписи к графику, располагаемой под графиком или на незанятой части координатной сетки.

Считывание точек с графика. Часто возникает необходимость найти из графика значение функции y по произвольному заданному значению аргумента x. Такое считывание точек с графика требуется, например, при использовании градуировочных графиков термопар, расходомеров и т.п., которые, в свою очередь, строятся на основании предварительных измерений или берутся из справочников. При этом график даёт возможность определить промежуточное значение функции для тех значений аргумента, при которых измерения не проводились.

Погрешность координаты точки, определяемой из графика, задается ценой наименьшего масштабного деления или усредненным размером точки на графике, если он не превышает деление.

Список использованных источников

1 **Савельев, И.В.** Курс физики: учебник / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1992. – 304 с.
2 **Трофимова, Т.И.** Курс физики: учебник / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.
3 **Яворский, Б.М.** Справочное руководство по физике / Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев.– М.: Наука, 1989. – 576 с.