

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра сопротивления материалов

С.Н. ГОРЕЛОВ, П.Н. ЕЛЬЧАНИНОВ

## **СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА МАШИН**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ ЗАДАНИЯМ ДЛЯ  
МЕХАНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом  
государственного образовательного учреждения высшего профессионального  
образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2007

УДК 624.04 (076.5)

ББК 38.112я73

Г 68

Рецензент

кандидат технических наук, доцент М.И. Климов

Г 68

**Горелов, С.Н.**

**Строительная механика машин: методические указания к контрольным заданиям для механических специальностей/**

**С.Н. Горелов, П.Н. Ельчанинов. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2007.**

**- 30 с.**

Методические указания предназначены в помощь студентам механических специальностей при выполнении ими расчетно-проектировочных заданий.

ББК 38.112я73

© Горелов С.Н., Ельчанинов П.Н., 2007

© ГОУ ОГУ, 2007

## Содержание

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1   | Расчетно - проектировочная работа 1.....                          | 4  |
| 1.1 | Задача № 1 Расчет статически неопределимой балки методом сил..... | 4  |
| 1.2 | Задача № 2 Расчет многоопорного вала методом сил.....             | 8  |
| 2   | Расчетно - проектировочная работа 2.....                          | 13 |
| 2.1 | Расчет прямоугольной пластины методом конечных элементов.....     | 13 |
| 3   | Расчетно - проектировочная работа 3.....                          | 18 |
| 3.1 | Расчет круглой пластины.....                                      | 18 |
|     | Список использованных источников.....                             | 30 |

# 1 Расчетно - проектировочная работа 1

## 1.1 Задача № 1 Расчет статически неопределимой балки методом сил.

*Задание.* Для балки (рисунок 1) в соответствии с исходными данными (таблица 1) требуется:

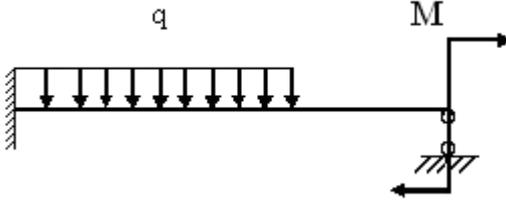
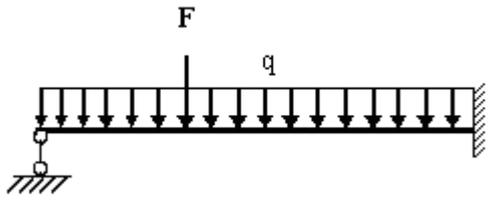
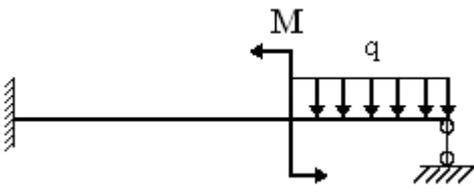
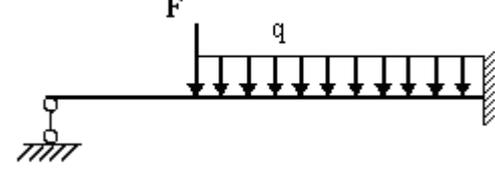
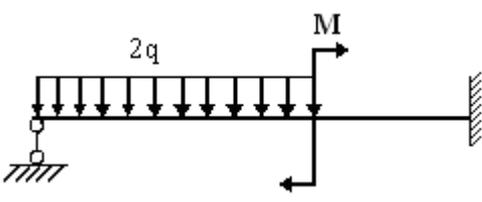
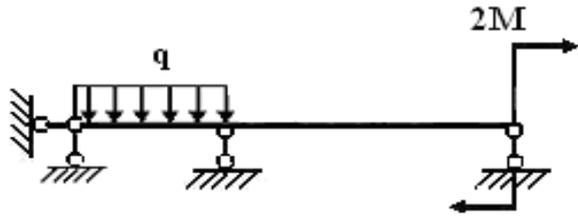
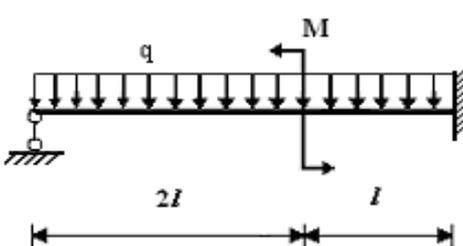
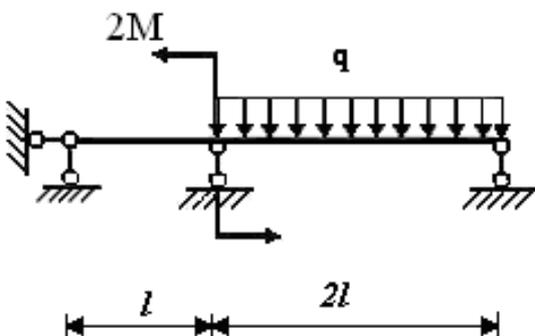
- а) раскрыть статическую неопределимость;
- б) построить эпюры изгибающих моментов  $M_x$  поперечных сил  $Q_y$ ;
- в) подобрать размеры балки трубчатого сечения при  $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$  и  $d/D=0,8$ .

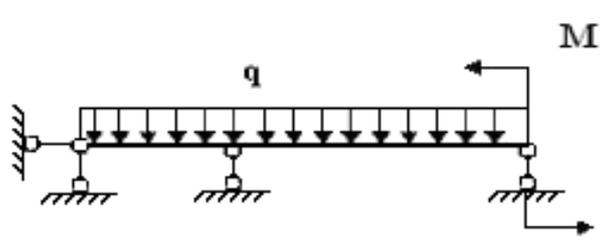
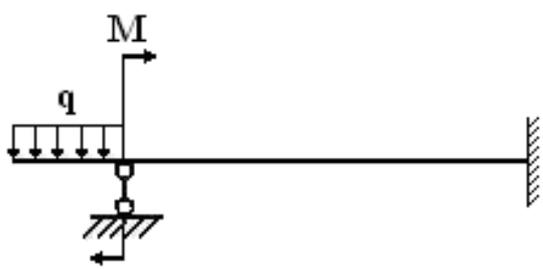
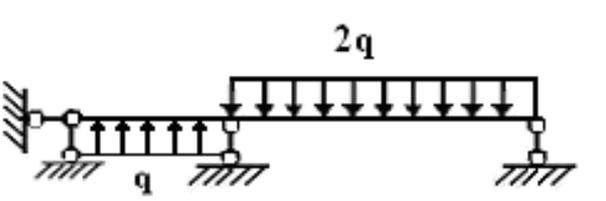
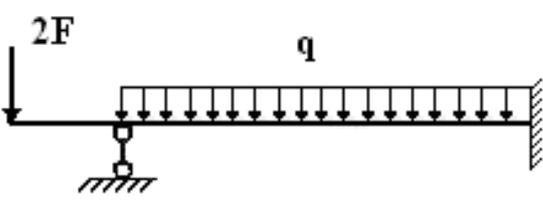
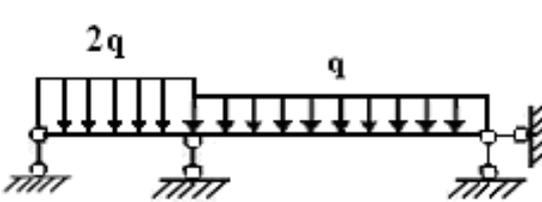
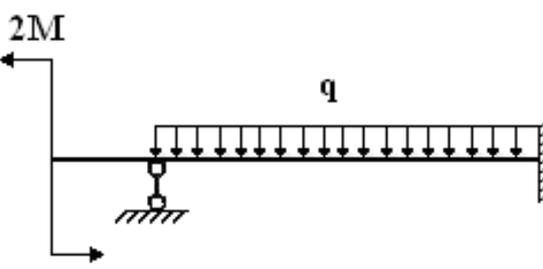
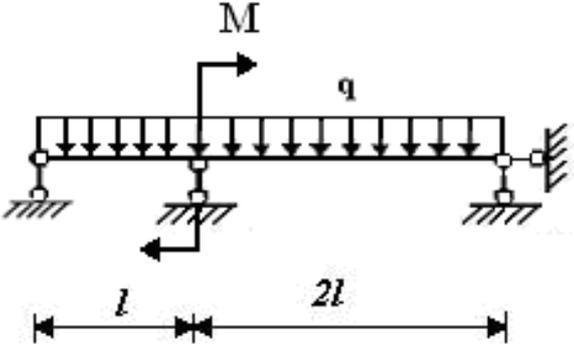
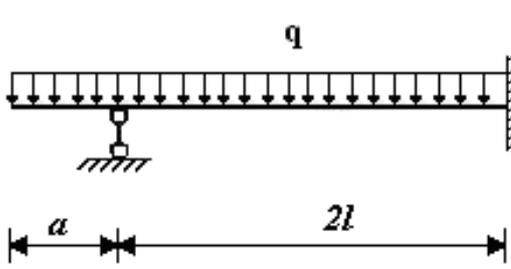
### Порядок выполнения расчета

- 1 Определить степень статической неопределимости балки.
- 2 Выбрать основную систему.
- 3 Составить эквивалентную систему.
- 4 Записать каноническое уравнение метода сил.
- 5 Построить эпюры изгибающих моментов  $M_F$  от заданной и от единичной  $\bar{M}_i$  нагрузки.
- 6 Вычислить коэффициент  $\delta_{11}$  и свободный член  $\Delta_{iF}$  уравнения.
- 7 Построить окончательные эпюры изгибающих моментов  $M_{окон}$  и поперечных сил  $Q_{окон}$ .
- 8 Выполнить кинематическую (деформационную) проверку решения задачи.

Таблица 1 – Исходные данные

| № группы | F, кН | q, кН/м | M, кН·м | l, м | a, м |
|----------|-------|---------|---------|------|------|
| 1        | 4     | 2       | 4       | 4    | 1    |
| 2        | 5     | 1,5     | 8       | 2    | 1    |
| 3        | 6     | 2       | 6       | 2    | 1    |

| РПР  | Задача №1   |
|--|---|
| <p>1</p>    | <p>5</p>    |
| <p>2</p>    | <p>6</p>    |
| <p>3</p>  | <p>7</p>  |
| <p>4</p>  | <p>8</p>  |

| РПР   | Задача №1  |
|---|--|
| <p>9</p>     | <p>13</p>    |
| <p>10</p>    | <p>14</p>    |
| <p>11</p>  | <p>15</p>  |
| <p>12</p>  | <p>16</p>  |

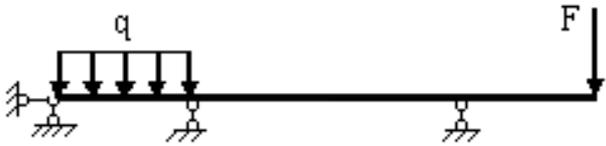
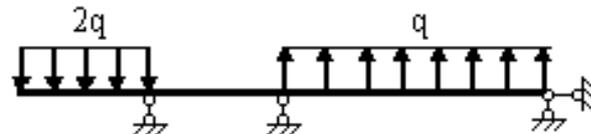
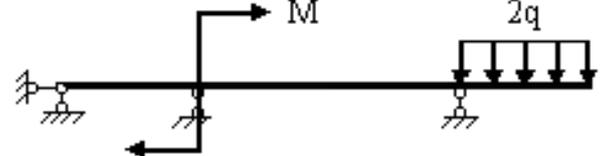
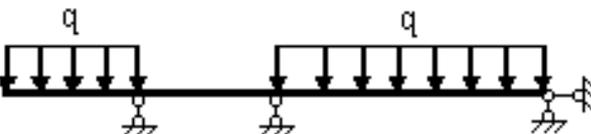
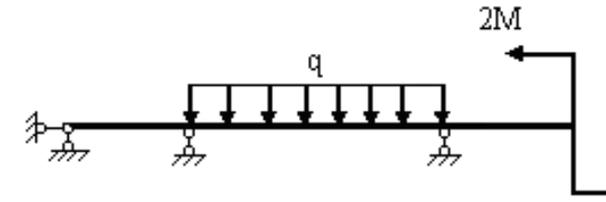
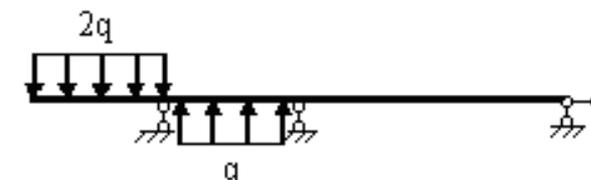
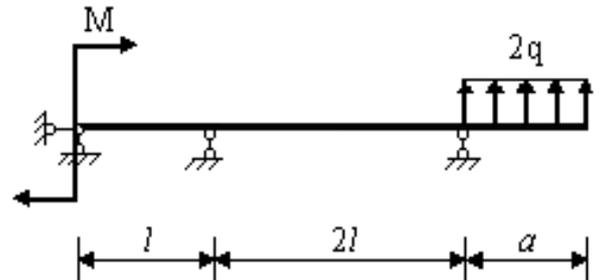
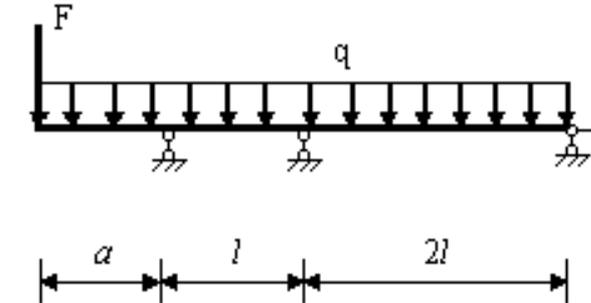
| РПР   | Задача №1  |
|---|--|
| <p>17</p>    | <p>21</p>    |
| <p>18</p>    | <p>22</p>    |
| <p>19</p>  | <p>23</p>  |
| <p>20</p>  | <p>24</p>  |

Рисунок 1 - Схемы вариантов

## 1.2 Задача № 2 Расчет многоопорного вала методом сил.

*Задание.* Для вала (рисунок 2) в соответствии с исходными данными (таблица 2) требуется:

- а) раскрыть статическую неопределимость системы;
- б) построить окончательные эпюры изгибающих моментов  $M_{окон}$  поперечных сил  $Q_{окон}$ ;
- в) подобрать размеры вала круглого сечения при  $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$ :
  - 1) гладкий вал;
  - 2) ступенчатый вал.

### Порядок выполнения расчета

- 1 Определить степень статической неопределимости вала.
- 2 Выбрать основную систему.
- 3 Составить эквивалентную систему.
- 4 Составить систему канонических уравнений.
- 5 Построить грузовую эпюру изгибающих моментов  $M_F$  и единичные эпюры изгибающих моментов  $\bar{M}_i$ .
- 6 Вычислить коэффициенты  $\delta_{ij}$  и свободные члены  $\Delta_{iF}$ .
- 7 Проверить вычисление  $\delta_{ij}$  и  $\Delta_{iF}$ .
- 8 Решить систему канонических уравнений
- 9 Построить окончательные эпюры изгибающих моментов  $M_{окон}$  и поперечных сил  $Q_{окон}$ .
- 10 Выполнить кинематическую (деформационную) проверку решения задачи.

Таблица 2 - Исходные данные

| Номер группы | $q$ ,<br>кН/м | $F_1$ ,<br>кН | $F_2$ ,<br>кН | $F_3$ ,<br>кН | $\ell_1$ ,<br>м | $\ell_2$ ,<br>м | $\ell_3$ ,<br>м |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1            | 0,10          | 1,20          | 0             | 0,80          | 0,16            | 0,30            | 0,36            |
| 2            | 0,12          | 0             | 1,20          | 1,00          | 0,20            | 0,50            | 0,40            |
| 3            | 0,15          | 1,00          | 0             | 1,60          | 0,28            | 0,40            | 0,28            |
| 4            | 0,16          | 0             | 1,00          | 0,60          | 0,30            | 0,20            | 0,16            |
| 5            | 0,18          | 1,60          | 0             | 1,40          | 0,40            | 0,60            | 0,16            |
| 6            | 0,20          | 0             | 1,60          | 1,20          | 0,48            | 0,60            | 0,28            |

## Выполнение расчета с применением APM WinMachine.

Задача решается в подсистеме **APM WinBeam**.

С помощью **APM WinBeam** можно рассчитать следующие параметры:

- реакции в опорах и заделках;
- распределение моментов изгиба и углов изгиба;
- распределение моментов кручения и углов кручения;
- распределение деформаций;
- распределение напряжений;
- распределение коэффициента запаса усталостной прочности;
- распределение поперечных и продольных сил;
- собственные частоты изгибных и крутильных колебаний.

Рекомендуется следующий порядок выполнения операций:

- задать сегмент с указанием полной длины вала;
- задать сечение;
- расставить опоры в соответствии со схемой;
- приложить заданные нагрузки;
- выбрать материал;
- задать параметры расчета.

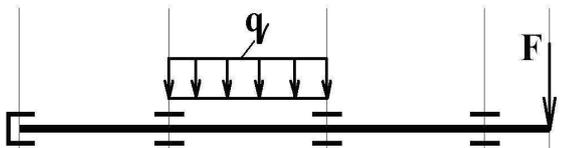
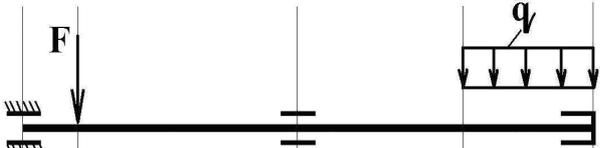
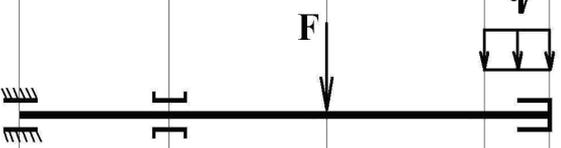
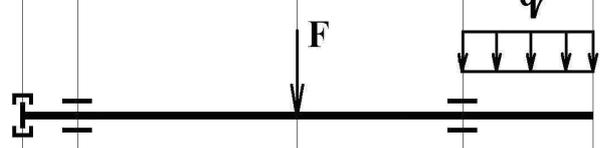
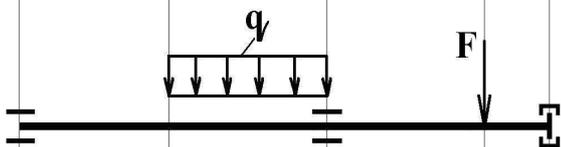
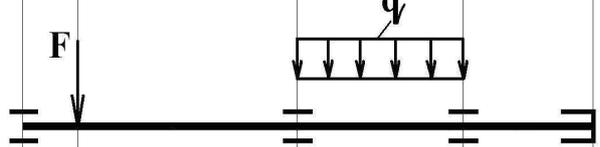
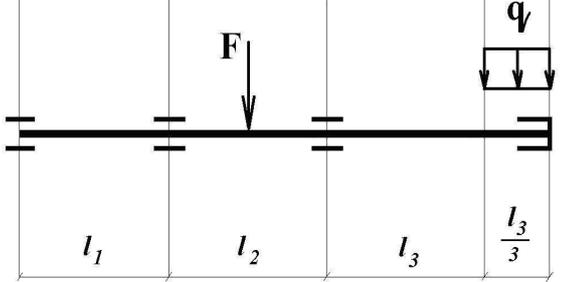
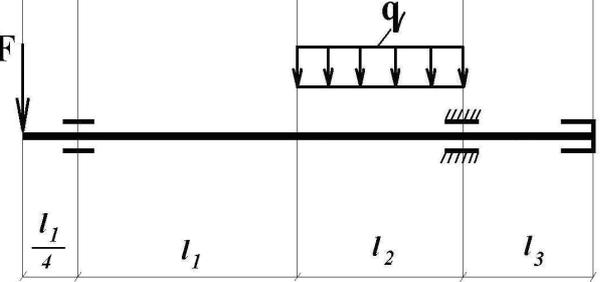
Всплывающее меню **Результаты** содержит команды, необходимые для просмотра результатов расчета.

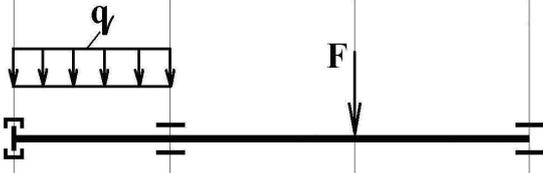
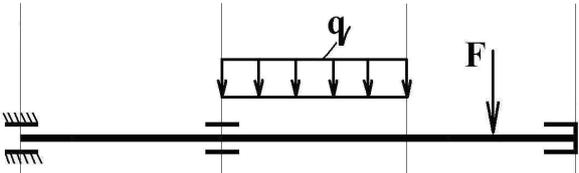
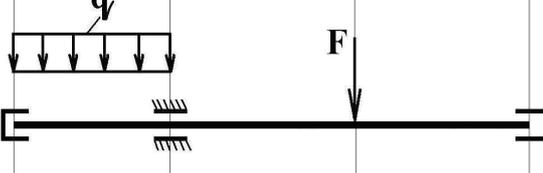
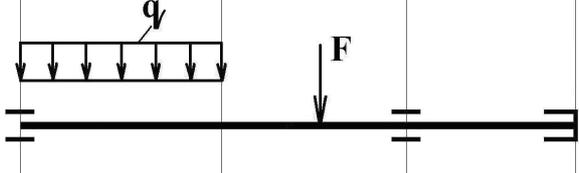
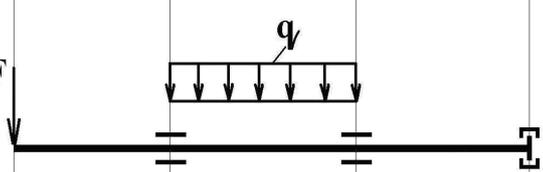
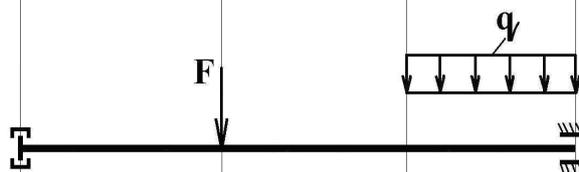
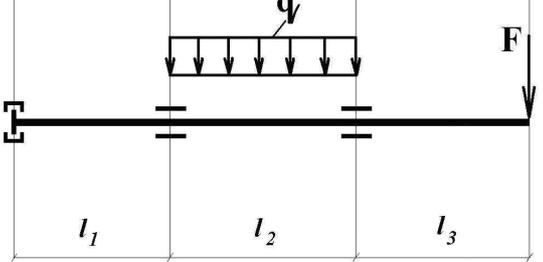
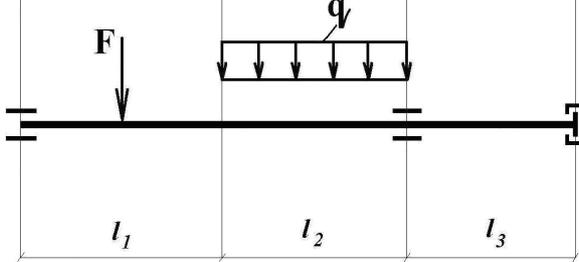
После уточнения действующих в сечениях вала В.С.Ф. и напряжений, следует отредактировать соответствующие размеры в редакторе сечений и при необходимости повторить расчет.

Команда **Файл | Сохранить в RTF файл...** позволяет сгенерировать и сохранить текстовый файл отчета в формате RTF. Для этого в появившемся диалоговом окне нужно выбрать необходимые исходные данные модели балки и результаты и нажать кнопку «*OK*». Далее необходимо указать папку для сохранения и ввести имя файла.

Условные обозначения опор в схемах вариантов:

-  жироно – подвижная опора;
-  - скользящая заделка;
-  - шарнирно – неподвижная опора;
-  - заделка (защемление)

| РПР   | Задача 2   |
|---|--|
| <p>1</p>   | <p>2</p>   |
| <p>3</p>   | <p>4</p>   |
| <p>5</p>   | <p>6</p>   |
| <p>7</p>  <p><math>l_1</math>   <math>l_2</math>   <math>l_3</math>   <math>\frac{l_3}{3}</math></p> | <p>8</p>  <p><math>\frac{l_1}{4}</math>   <math>l_1</math>   <math>l_2</math>   <math>l_3</math></p> |

| РПР   | Задача 2   |
|---|--|
| <p>9</p>     | <p>10</p>    |
| <p>11</p>   | <p>12</p>   |
| <p>13</p>  | <p>14</p>  |
| <p>15</p>  | <p>16</p>  |

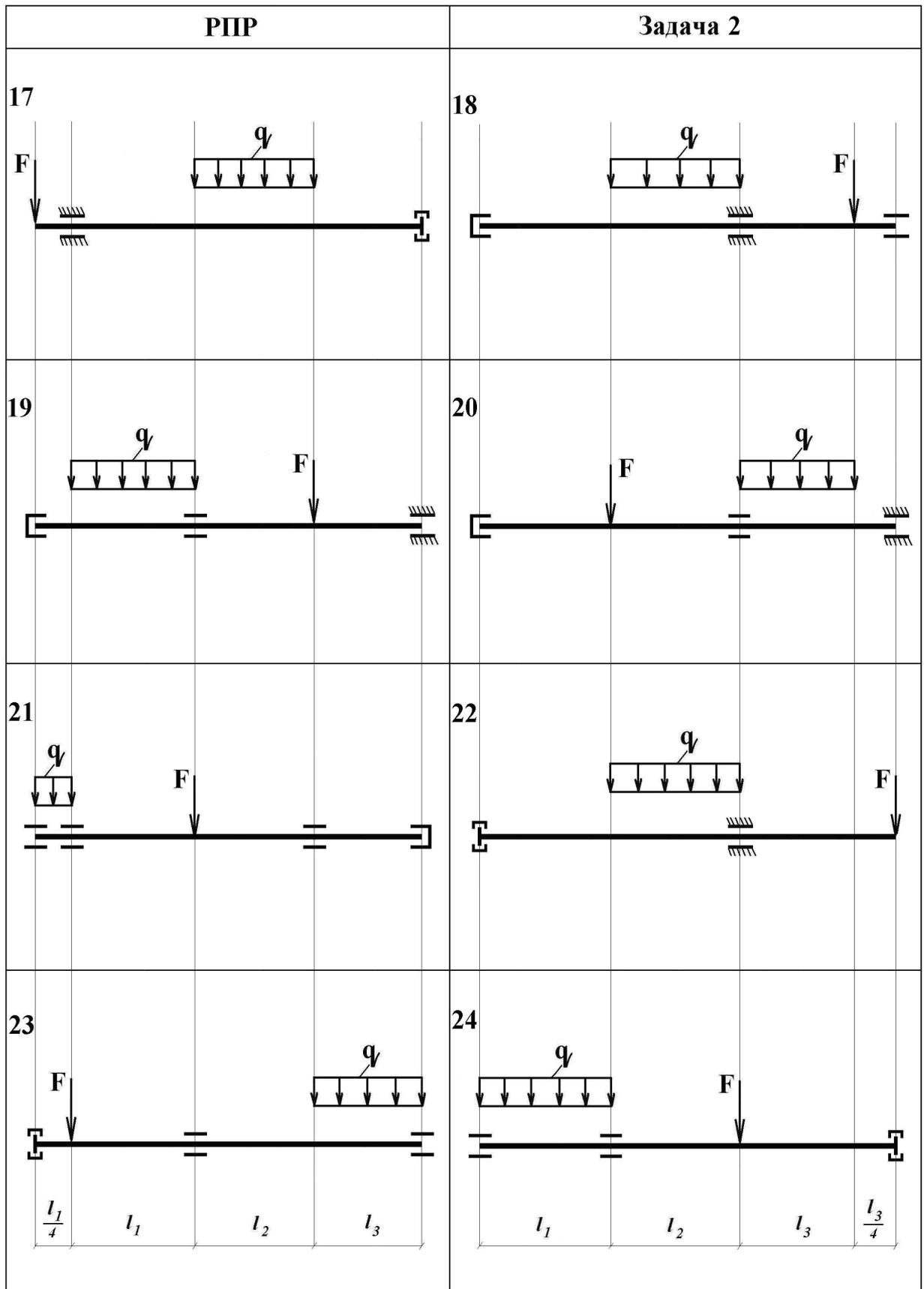


Рисунок 2 - Схемы вариантов

## 2 Расчетно - проектировочная работа 2

### 2.1 Расчет прямоугольной пластины методом конечных элементов

*Задание.* Для прямоугольной пластины (рисунок 3) в соответствии с исходными данными (таблицы 3а, 3б) требуется:

- 1) построить эпюры интенсивности изгибающих моментов  $M_x$  и  $M_y$ ;
- 2) подобрать толщину пластины.

#### Порядок выполнения расчета

1 Составить математическую модель пластины. Составить граничные условия задачи.

2 Разбить пластину на элементы. (Подготовить сетку элементов). Произвести нумерацию элементов и узлов сетки.

3 Подготовить данные для программы компьютера.

4 Произвести компьютерный расчет пластин.

5 Записать таблицу результатов. Построить на основании таблицы эпюры интенсивных изгибающих моментов  $M_x$  (кНЧм) и  $M_y$  (кНЧм) для опасных сечений.

6 Подобрать толщину пластины методом последовательных решений, используя условие прочности:

$$\sigma_x^{max} = \frac{M_x^{max} \cdot \gamma_6}{\delta^2} \leq \sigma_{adm}; \quad \sigma_y^{max} = \frac{M_y^{max} \cdot \gamma_6}{\delta^2} \leq \sigma_{adm}$$

$$\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа} .$$

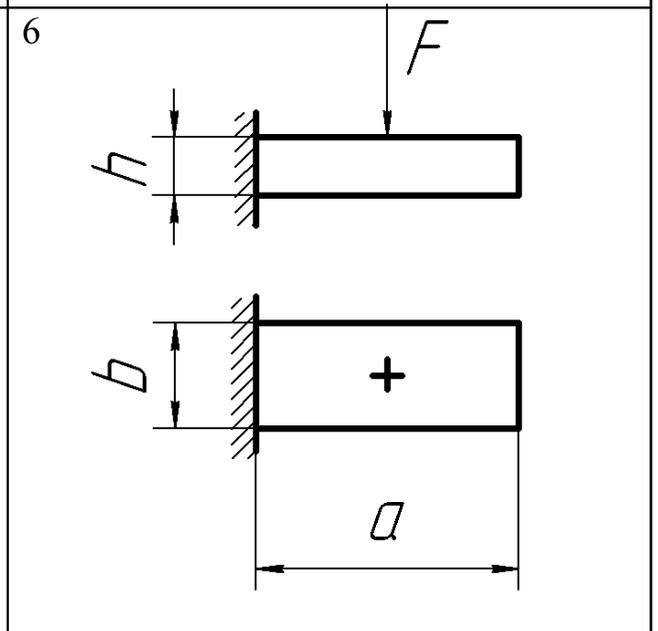
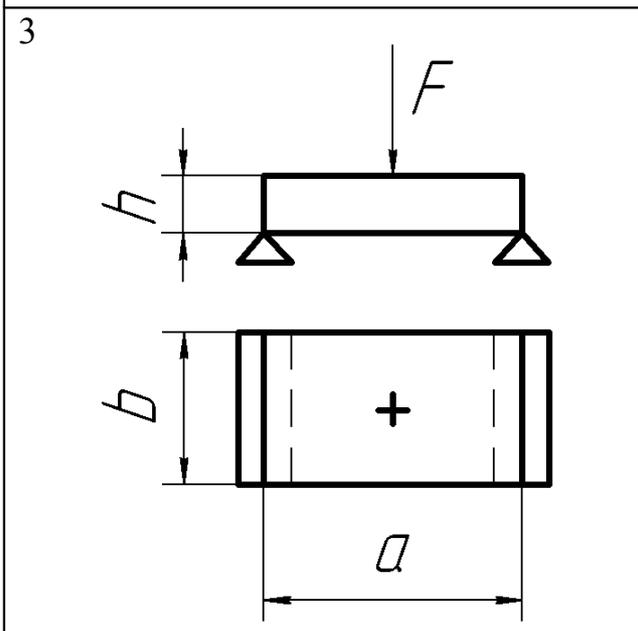
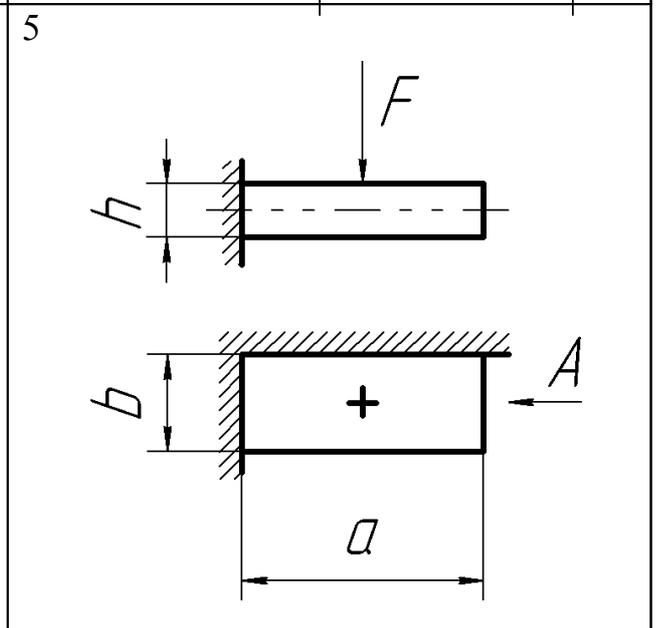
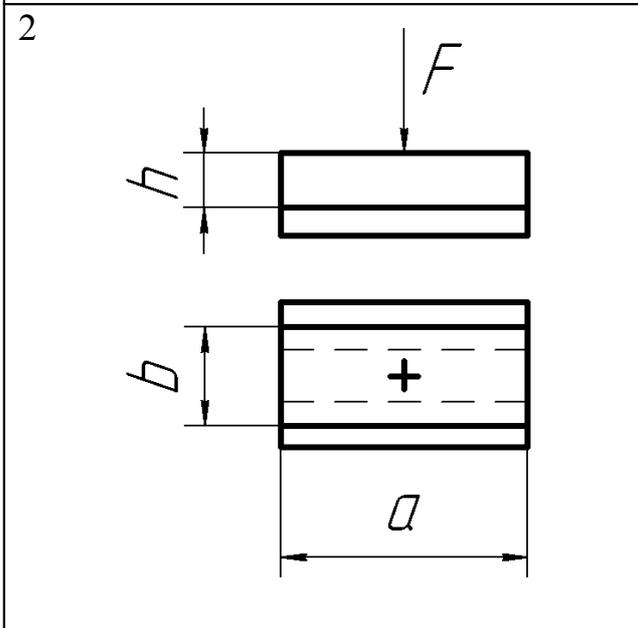
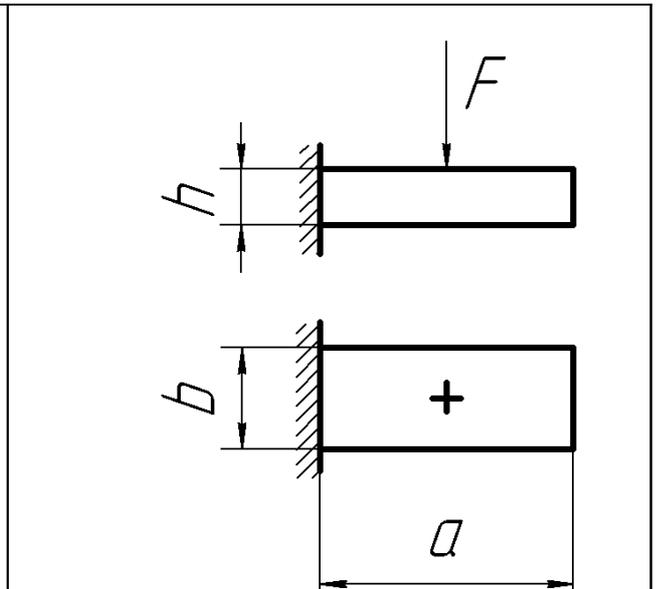
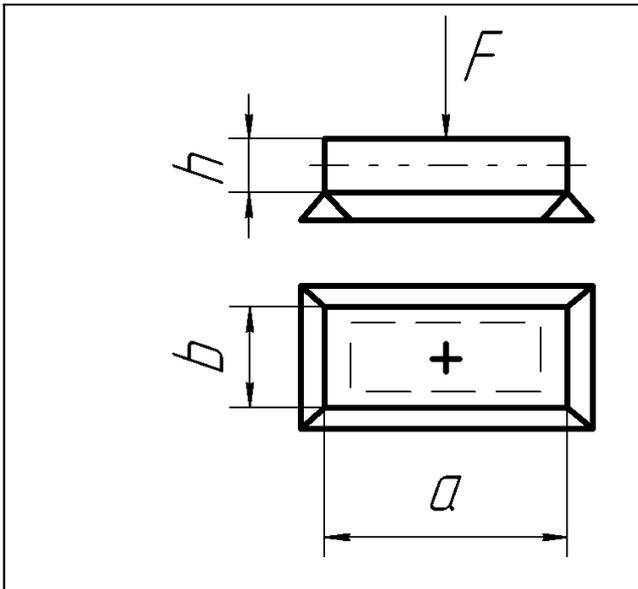
Таблица 3а

| $a, \text{ м}$ | $b, \text{ м}$ | $h, \text{ м}$ | $F, \text{ кН}$    | $p, \text{ кН/м}$  | $q, \text{ кН/м}^2$ | $E, \text{ МПа}$ | $\mu$ |
|----------------|----------------|----------------|--------------------|--------------------|---------------------|------------------|-------|
| $0,8\eta$      | $0,6\eta$      | $0,7\eta$      | $\frac{100}{\eta}$ | $\frac{120}{\eta}$ | $\frac{160}{\eta}$  | $(2 \cdot 10^5)$ | 0,3   |

Таблица 3б

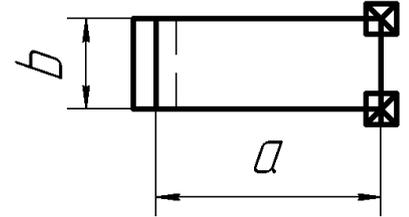
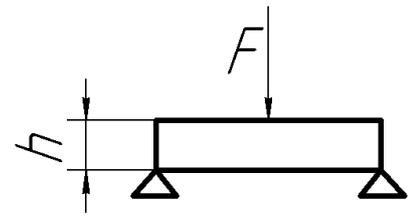
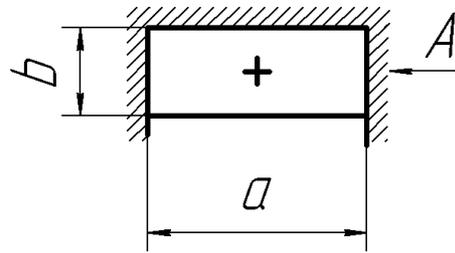
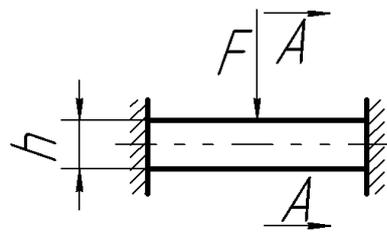
| № группы | 1   | 2   | 3   | 4 |
|----------|-----|-----|-----|---|
| $\eta$   | 1,1 | 1,5 | 1,3 | 2 |

|   |   |
|---|---|
| 1 | 4 |
|---|---|

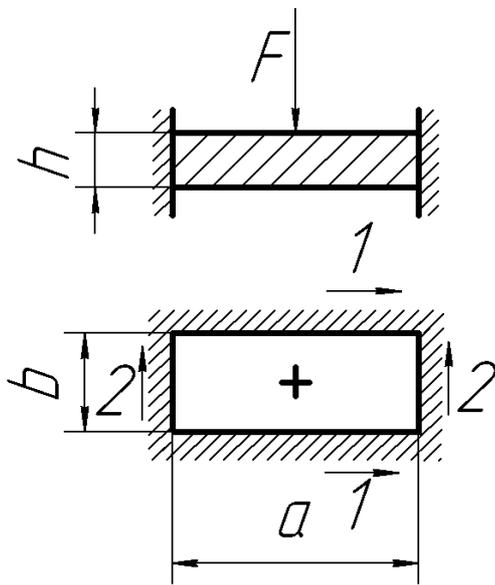


7

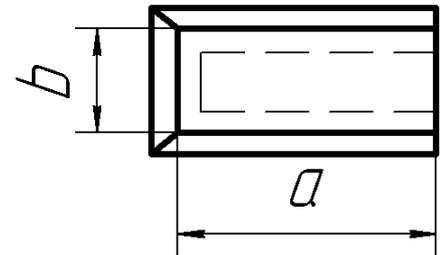
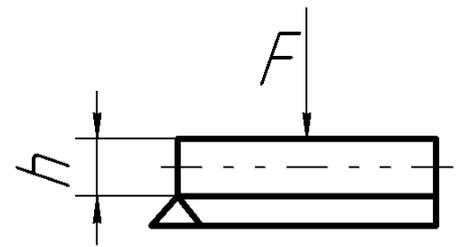
10



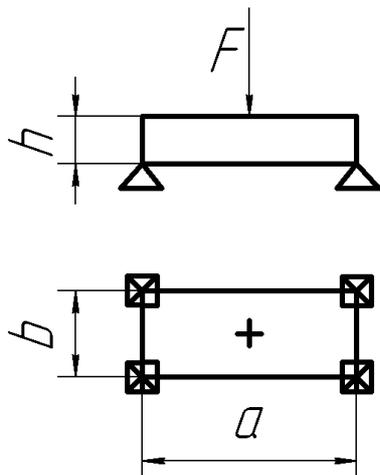
8



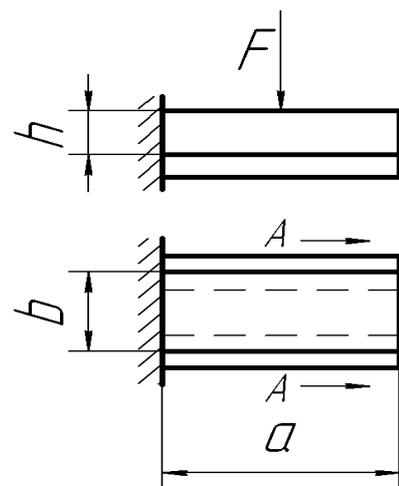
11



9

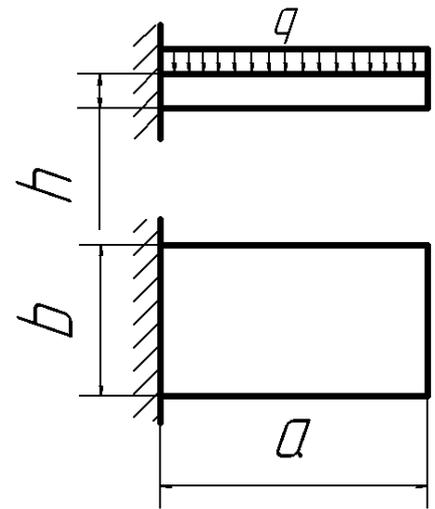
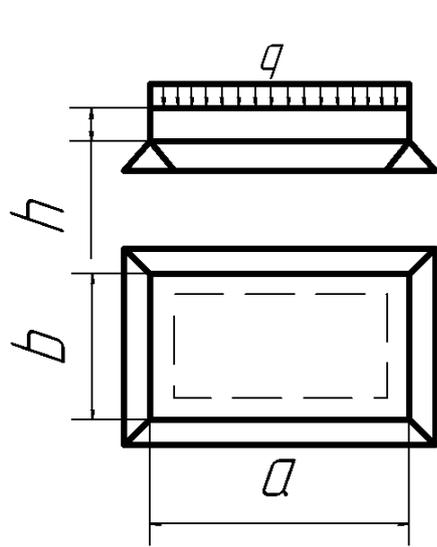


12



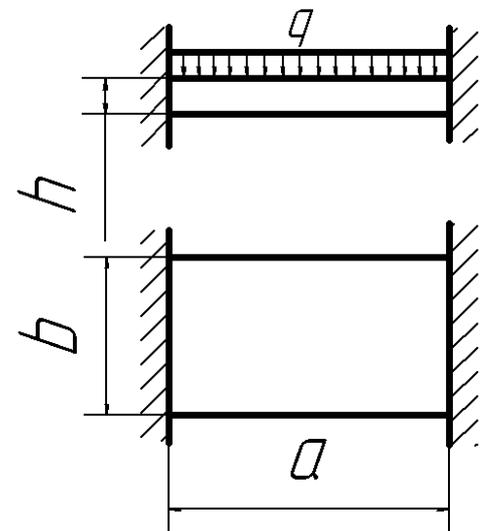
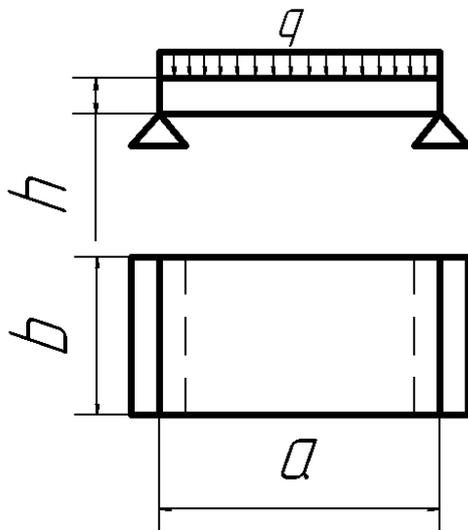
13

16



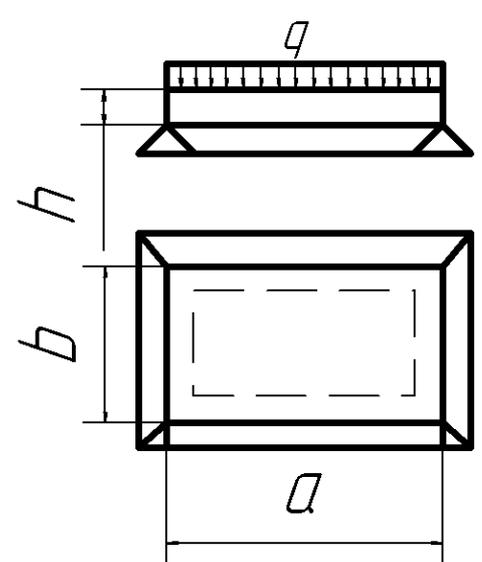
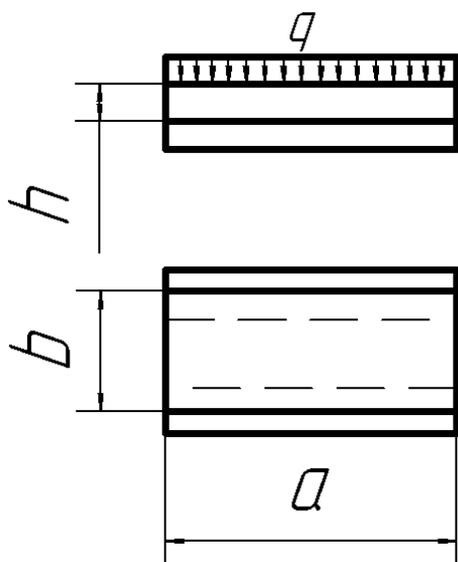
14

17



15

18



19

22

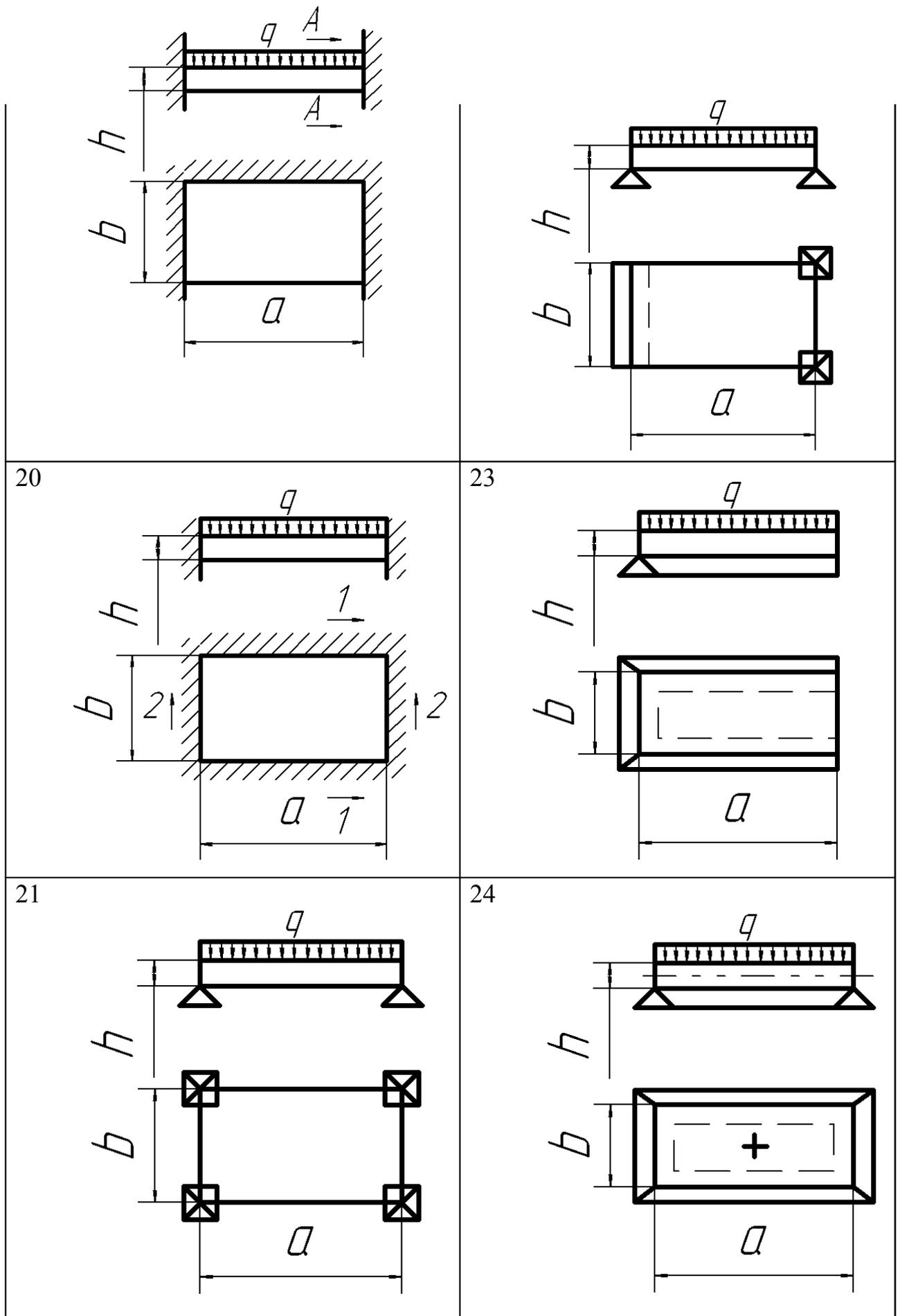


Рисунок 3 - Схемы вариантов прямоугольных пластин

## 3 Расчетно - проектировочная работа 3

### 3.1 Расчет круглой пластины

*Задание.* Для круглой пластины в соответствии с исходными данными (таблицы 4а, 4б) требуется:

- 1) построить эпюры изгибающих моментов  $M_r$  и  $M_t$ ;
- 2) подобрать толщину пластины.

#### Порядок выполнения расчета

1. Составить (записать) математическую модель круглой пластины. Составить граничные условия задачи.
2. Подготовить данные для компьютера или выписать из таблицы аналитические зависимости изгибающих моментов  $M_r$  и  $M_t$ .
3. Построить эпюры интенсивности радиальных изгибающих моментов  $M_r$  и потенциальных изгибающих моментов  $M_t$ .
4. Подобрать толщину пластин, используя условие прочности:

$$\sigma_r^{max} = \frac{M_r^{max} \cdot \psi_6}{\delta^2} \leq \sigma_{adm}; \quad \sigma_t^{max} = \frac{M_t^{max} \cdot \psi_6}{\delta^2} \leq \sigma_{adm}$$
$$\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$$

#### Выполнение расчета с применением APM WinMachine.

Задача решается в подсистеме **APM WinStructure3D**.

С помощью **APM WinStructure3D** можно рассчитать следующие параметры:

- нагрузки на концах элементов конструкции;
- напряжения по поверхности пластины;
- перемещения произвольной точки пластины.

Рекомендуется следующий порядок выполнения операций:

- задать окружность по радиусу пластины;
- разбить окружность на 30 частей (вспомогательных стержней);
- соединить узловые точки пластиной с разбиением на конечные элементы;
- расставить опоры в узловых точках в соответствии со схемой;
- удалить вспомогательные стержни;
- приложить заданные нагрузки;
- выбрать материал;
- задать параметры расчета.

Всплывающее меню **Результаты** содержит команды, необходимые для просмотра результатов расчета.

Команда **Файл | Сохранить в RTF файл...** позволяет сгенерировать и сохранить текстовый файл отчета в формате RTF. Для этого в появившемся диалоговом окне нужно выбрать необходимые исходные данные модели пластины и результаты и нажать кнопку «*OK*». Далее необходимо указать папку для сохранения и ввести имя файла.

Таблица 4а – Исходные данные

| $r_1, м$             | $r_2, м$           | $h, м$              | $q, кН/м^2$           | $m, кН·м/м$        | $F, кН$           | $E, МПа$       | $\mu$ |
|----------------------|--------------------|---------------------|-----------------------|--------------------|-------------------|----------------|-------|
| $\frac{0,075}{\eta}$ | $\frac{0,3}{\eta}$ | $\frac{0,03}{\eta}$ | $\frac{1200}{\eta^2}$ | $\frac{1,5}{\eta}$ | $\frac{40}{\eta}$ | $2 \cdot 10^5$ | 0,3   |

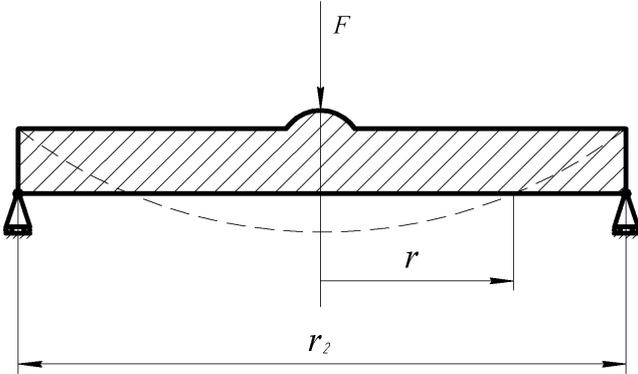
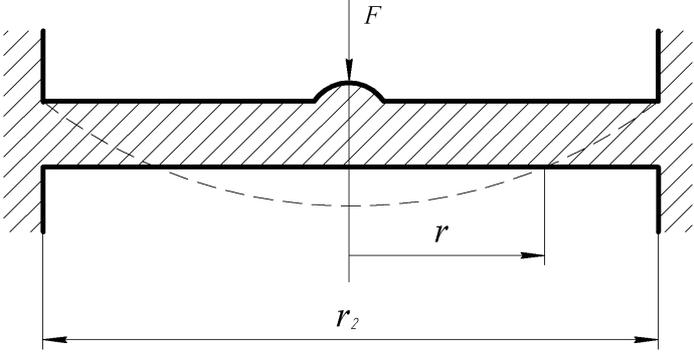
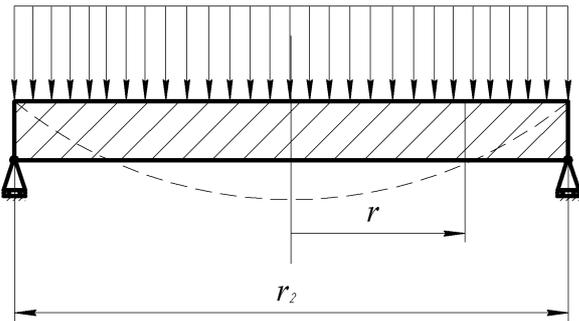
Таблица 4б – Исходные данные

| Номер группы | 1   | 2   | 3   | 4 |
|--------------|-----|-----|-----|---|
| $\eta$       | 1,1 | 1,5 | 1,3 | 2 |

$$\alpha = \frac{r_2}{r_1}; \quad x = \frac{r}{r_1}.$$

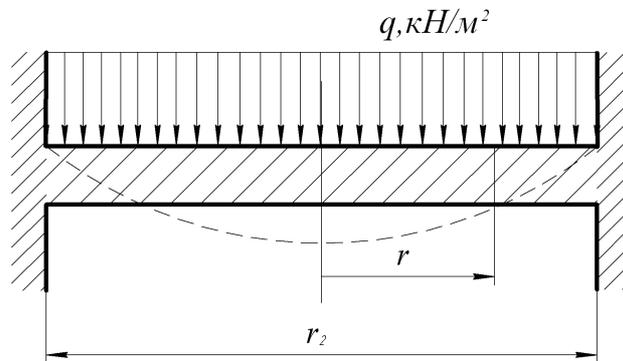
Аналитические зависимости для изгибающих моментов и соответствующие схемы вариантов приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Схемы вариантов для расчета круглой пластины

|   |   |
|---|---|
| 1 | $M_r = \frac{F}{4\pi} (1 + \nu) \ln \frac{r_2}{r}; \quad M_t = \frac{F}{4\pi} \frac{\nu}{1-\nu} (1 + \nu) \ln \frac{r_2}{r} + (1 - \nu) \frac{\nu}{1-\nu};$ <p>Уравнения справедливы при <math>r &gt; 0</math></p>                                      |
| 2 | $M_r = \frac{F}{4\pi} \frac{\nu}{1-\nu} (1 + \nu) \ln \frac{r_2}{r} - 1 \frac{\nu}{1-\nu}; \quad M_t = \frac{F}{4\pi} \frac{\nu}{1-\nu} (1 + \nu) \ln \frac{r_2}{r} - \nu \frac{\nu}{1-\nu};$ <p>Уравнения справедливы при <math>r &gt; 0</math></p>  |
| 3 | $M_r = \frac{q}{16} (3 + \nu) (r_2^2 - r^2); \quad M_t = \frac{q}{16} \frac{\nu}{1-\nu} r_2^2 (3 + \nu) - r^2 (1 + 3\nu) \frac{\nu}{1-\nu};$ <p style="text-align: center;"><math>q, \text{кН/м}^2</math></p>   |

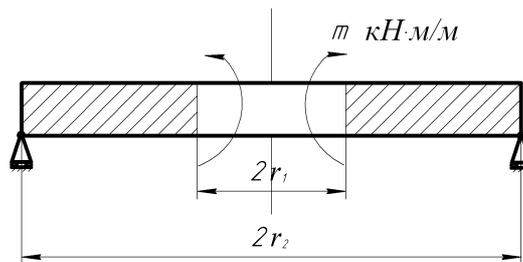
4

$$M_r = \frac{q}{16} \left( r_2^2 (1 + \nu) - r^2 (3 + \nu) \right); \quad M_t = \frac{q}{16} \left( r_2^2 (1 + \nu) - r^2 (1 + 3\nu) \right);$$



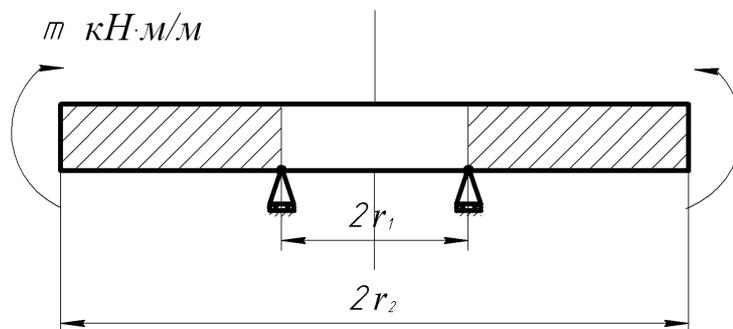
5

$$M_r = \frac{m}{\alpha^2 - 1} \left( \frac{\alpha^2}{3} \frac{1}{x^2} - 1 \right); \quad M_t = \frac{m}{\alpha^2 - 1} \left( \frac{\alpha^2}{3} \frac{1}{x^2} + 1 \right);$$



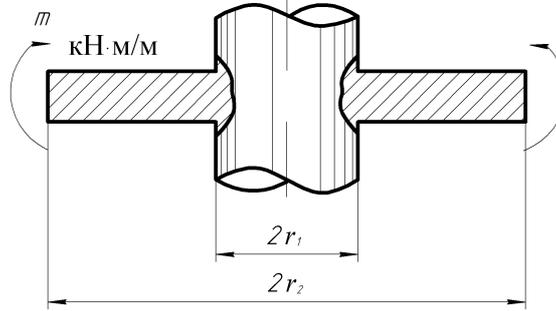
6

$$M_r = \frac{m(x^2 - 1)}{(\alpha^2 - 1)} \frac{\alpha}{x}; \quad M_t = \frac{m(x^2 + 1)}{(\alpha^2 - 1)} \frac{\alpha}{x};$$



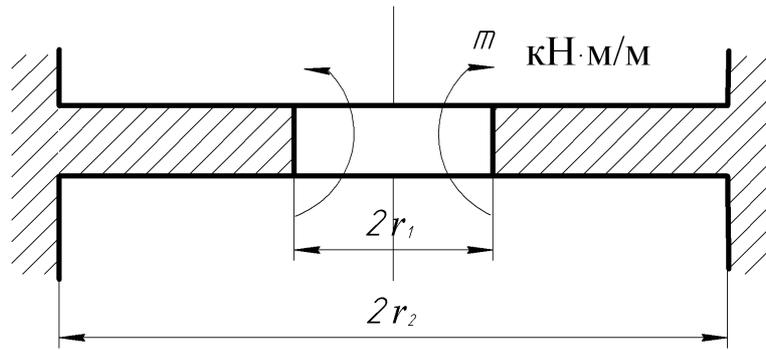
7

$$M_r = m \frac{(1+\nu)x^2 + (1-\nu)}{(1+\nu)\alpha^2 + (1-\nu)} \frac{\kappa \alpha^2}{\beta x^3}; \quad M_t = m \frac{(1+\nu)x^2 - (1-\nu)}{(1+\nu)\alpha^2 + (1-\nu)} \frac{\kappa \alpha^2}{\beta x^3};$$



8

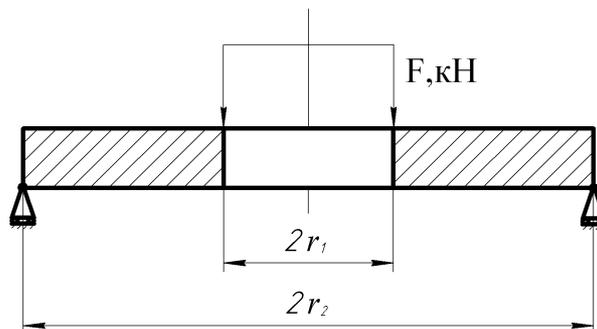
$$M_r = \frac{m}{x^2} \frac{(1+\nu)x^2 + (1-\nu)\alpha^2}{(1+\nu) + (1-\nu)\alpha^2}; \quad M_t = \frac{m}{x^2} \frac{(1+\nu)x^2 - (1-\nu)\alpha^2}{(1+\nu) + (1-\nu)\alpha^2};$$



9

$$M_r = \frac{F}{4\pi} \frac{\kappa \alpha^2 (1+\nu) (x^2 - 1) \ln \alpha}{\beta x^2 (\alpha^2 - 1)} - (1+\nu) \ln x \frac{\kappa}{\beta};$$

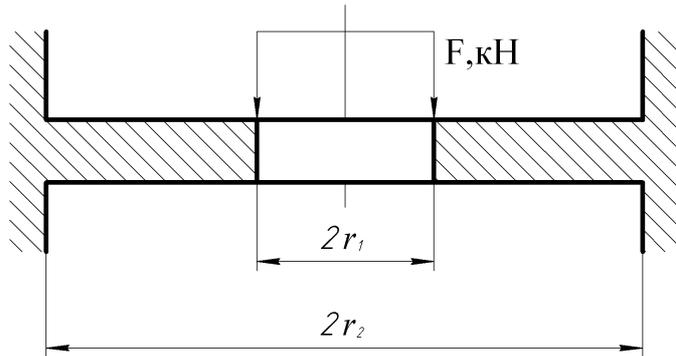
$$M_t = \frac{F}{4\pi} \frac{\kappa (1-\nu) + \alpha^2 (1+\nu) (x^2 + 1) \ln \alpha}{\beta x^2 (\alpha^2 - 1)} - (1+\nu) \ln x \frac{\kappa}{\beta};$$



10

$$M_r = \frac{F}{4\pi} \frac{\alpha^2 \ln \alpha (1+\nu) - 1}{\alpha^2(1-\nu) + (1+\nu)} \left( 1 - \frac{1}{x^2} - (1+\nu) \ln x \right);$$

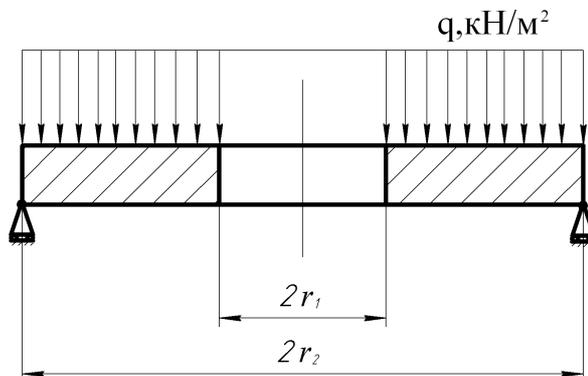
$$M_t = \frac{F}{4\pi} \frac{\alpha^2 \ln \alpha (1+\nu) - 1}{\alpha^2(1-\nu) + (1+\nu)} \left( 1 + \frac{1}{x^2} - (1+\nu) \ln x + (1-\nu) \right);$$



11

$$M_r = qr_2^2 \left[ \frac{1+\nu}{4\alpha^2} \ln x - \frac{(1+\nu) \ln \alpha}{4(\alpha^2-1)x^2} (x^2-1) - \frac{3+\nu}{16} (x^2-1) \right] \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{x^2};$$

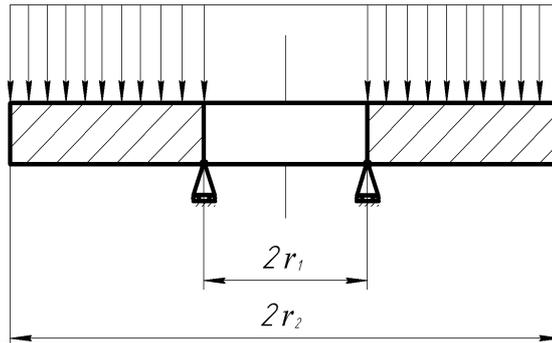
$$M_t = qr_2^2 \left[ \frac{1+\nu}{4\alpha^2} \ln x - \frac{(1+\nu) \ln \alpha}{4(\alpha^2-1)x^2} (x^2+1) + \frac{1}{16\alpha^2} (3+\nu) (x^2+1) \frac{\alpha^2}{x^2} + (5\nu-1) - (1+3\nu)x^2 \right];$$



12

$$M_r = qr_2^2 \left[ \frac{3+\nu}{16} \ln x + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{x^2} - \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{1+\nu}{4} \ln x - \frac{\alpha^2 \ln \alpha (x^2 - 1)}{x^2 (\alpha^2 - 1)} \right];$$

$$M_t = qr_2^2 \left[ \frac{1+\nu}{4} \ln x - \frac{3}{16} \frac{\alpha^2 \ln \alpha (x^2 + 1)}{x^2 (\alpha^2 - 1)} + \frac{5\nu - 1}{16} + \frac{3+\nu}{16} \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{x^2} - \frac{(1+3\nu)x^2}{16\alpha^2} \right];$$

 $P \text{ кЗлсм}^2$ 

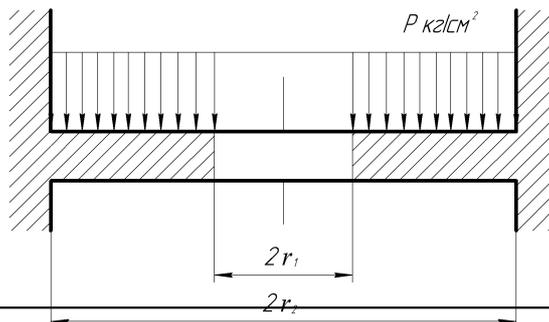
13

$$M_r = \frac{qr_2^2}{16} \left[ \frac{1}{\alpha^2} \left( 2(1-\nu) + 4(1+\nu) \ln x - (3+\nu)x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{(1-\nu)^2 (\alpha^2 - 4 \ln \alpha + 2) + \frac{1+4\nu+3\nu^2}{\alpha^2} - \frac{1}{x^2}}{\alpha^2 (1-\nu) + (1+\nu)} \right];$$

$$M_t = \frac{qr_2^2}{16} \left[ \frac{1}{\alpha^2} \left( (1+3\alpha)x^2 + 4(1+\nu) \ln x - 2(1-\nu) - \frac{1}{x^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{(1-\nu^2) (\alpha^2 - 4 \ln \alpha + 2) + \frac{1+4\nu+3\nu^2}{\alpha^2} + \frac{1}{x^2}}{\alpha^2 (1-\nu) + (1+\nu)} \right].$$

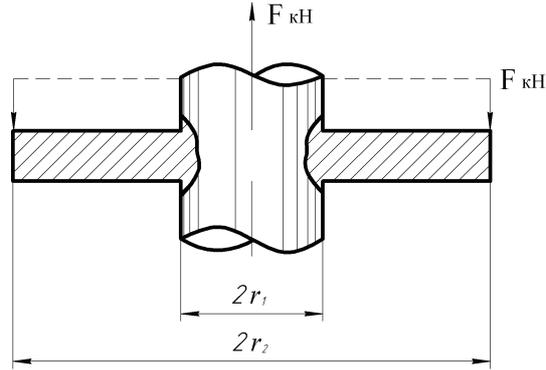


24

14

$$M_r = \frac{F}{4\pi} \kappa (1+\nu) \ln x - \frac{(1+\nu)^2 \ln \alpha + (1+\nu)}{1+\nu + \frac{1-\nu}{\alpha^2}} - \frac{(1-\nu^2) \ln \alpha + (1-\nu)}{\frac{3}{\nu} 1+\nu + \frac{1-\nu}{\alpha^2} \frac{1}{x^2}} + 1 \nu ;$$

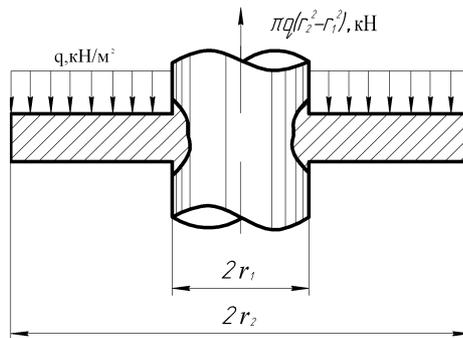
$$M_t = \frac{F}{4\pi} \kappa (1+\nu) \ln x - \frac{(1+\nu)^2 \ln \alpha + (1+\nu)}{1+\nu + \frac{1-\nu}{\alpha^2}} + \frac{(1-\nu)^2 \ln \alpha + (1-\nu)}{\frac{3}{\nu} 1+\nu + \frac{1-\nu}{\alpha^2} \frac{1}{x^2}} + \nu$$



15

$$M_r = q r_2^2 \frac{\nu}{8} \frac{1+(1+\nu) \ln x}{4} - \frac{(3+\nu) x^2 - (1+\nu)}{16 \alpha^2} - \frac{1}{16} \frac{\frac{1-\nu}{x^2} + 1+\nu}{1-\nu + (1+\nu) \alpha^2} \left[ \alpha^2 (1-\nu) + 4(1+\nu) \alpha^2 \ln \alpha + (1+\nu) \right] ;$$

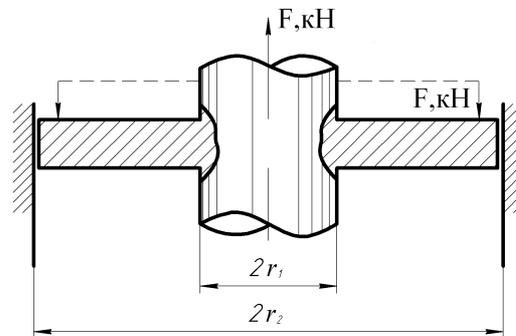
$$M_t = q r_2^2 \frac{\nu}{8} \frac{\nu + (1+\nu) \ln x}{4} - \frac{(3\nu + 1) x^2 - (1+\nu)}{16 \alpha^2} + \frac{1}{16} \frac{\frac{1-\nu}{x^2} - (1+\nu)}{1-\nu + (1+\nu) \alpha^2} \left[ \alpha^2 (1-\nu) + 4(1+\nu) \alpha^2 \ln x + (1+\nu) \right] .$$



16

$$M_r = \frac{F}{4\pi} \frac{\nu}{\kappa} (1+\nu) \ln x - \frac{\alpha \ln \alpha}{\alpha^2 - 1} \frac{\nu}{\beta} 1+\nu + \frac{1-\nu}{x^2} \frac{\nu}{\beta} + 1 \frac{\nu}{\beta};$$

$$M_t = \frac{F}{4\pi} \frac{\nu}{\kappa} (1+\nu) \ln x - \frac{\alpha^2 \ln \alpha}{\alpha^2 - 1} \frac{\nu}{\beta} 1+\nu - \frac{1-\nu}{x^2} \frac{\nu}{\beta} + \nu \frac{\nu}{\beta}$$



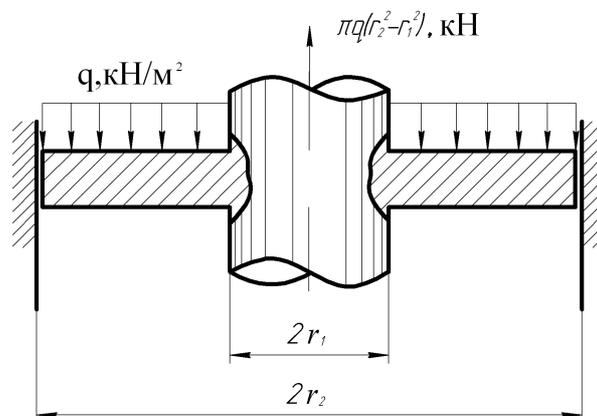
17

$$M_r = q r_2^2 \frac{\nu}{\kappa} \frac{5+\nu}{16} + \frac{1+\nu}{4} \ln x - \frac{3+\nu}{16} r_1^2 \frac{x^2}{\alpha^2} +$$

$$+ \frac{1+\nu}{8} \frac{\nu}{\beta} \frac{1}{2\alpha^2} - \frac{2\alpha^2 \ln \alpha}{\alpha^2 - 1} \frac{\nu}{\beta} - \frac{1-\nu}{16x^2} \frac{\nu}{\beta} \frac{4\alpha^2 \ln \alpha}{\alpha^2 - 1} - 1 \frac{\nu}{\beta};$$

$$M_t = q r_2^2 \frac{\nu}{\kappa} \frac{(1+\nu) \ln x + \nu}{4} - \frac{1+3\nu}{16} r_1^2 \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{(1+\nu)}{16} \frac{\nu}{\beta} 1 + \frac{1}{\alpha^2} \frac{\nu}{\beta} -$$

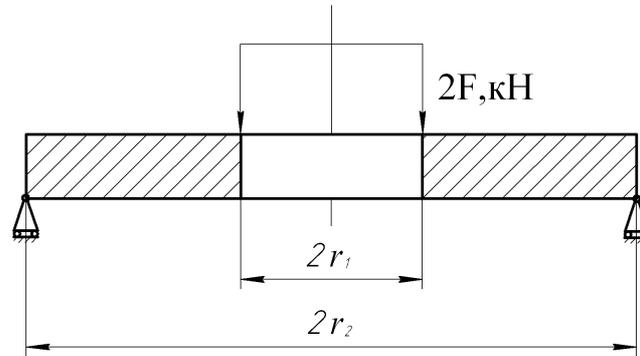
$$- \frac{\alpha^2 \ln \alpha}{4(\alpha^2 - 1)} \frac{\nu}{\beta} 1+\nu - \frac{1-\nu}{x^2} \frac{\nu}{\beta} - \frac{1-\nu}{16x^2} \frac{\nu}{\beta}$$



18

$$M_r = \frac{2F}{4\pi} \frac{\alpha^2(1+\nu)(x^2-1)\ln\alpha}{x^2(\alpha^2-1)} - (1+\nu)\ln x \frac{b}{h};$$

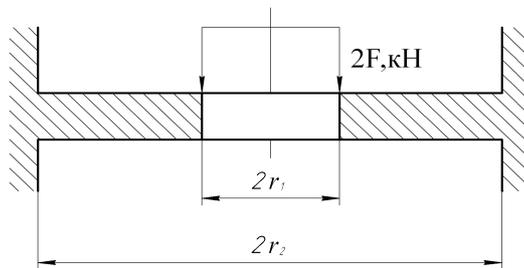
$$M_t = \frac{2F}{4\pi} \frac{\alpha^2(1+\nu)(x^2+1)\ln\alpha}{x^2(\alpha^2-1)} - (1+\nu)\ln x \frac{b}{h};$$



19

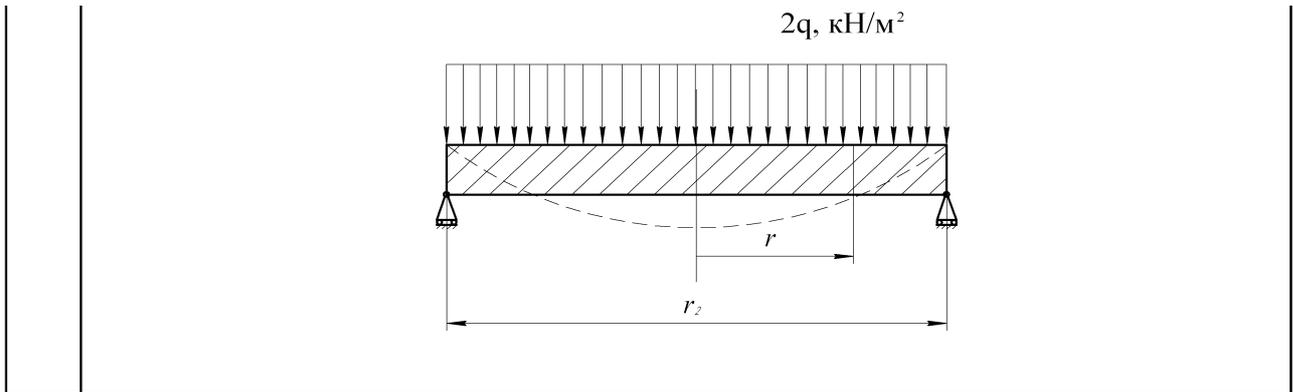
$$M_r = \frac{2F}{4\pi} \frac{\alpha^2 \ln\alpha (1+\nu) - 1}{\alpha^2(1-\nu) + (1+\nu)} \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right) - (1+\nu) \ln x \frac{b}{h};$$

$$M_t = \frac{2F}{4\pi} \frac{\alpha^2 \ln\alpha (1+\nu) - 1}{\alpha^2(1-\nu) + (1+\nu)} \left( 1 + \frac{1}{x^2} \right) - (1+\nu) \ln x + (1-\nu) \frac{b}{h};$$



20

$$M_r = \frac{2q}{16} (3+\nu)(r_2^2 - r^2); \quad M_t = \frac{2q}{16} \left( r_2^2 (3+\nu) - r^2 (1+3\nu) \right);$$



21

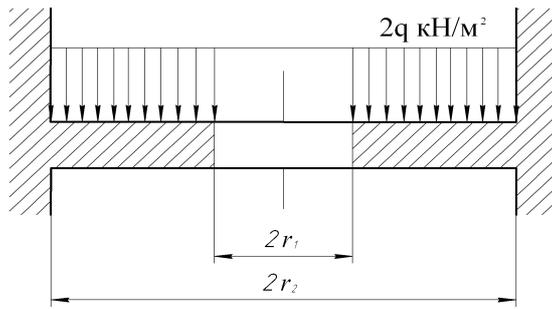
$$M_r = 2qr_2^2 \left[ \frac{3+\nu}{16} \left( 1 + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{x^2} - \frac{x^2}{\alpha^2} \right) + \frac{1+\nu}{4} \ln x - \frac{\alpha^2 \ln \alpha (x^2 - 1)}{x^2 (\alpha^2 - 1)} \right];$$

$$M_t = 2qr_2^2 \left[ \frac{1+\nu}{4} \ln x - \frac{3}{16} \frac{\alpha^2 \ln \alpha (x^2 + 1)}{x^2 (\alpha^2 - 1)} + \frac{5\nu - 1}{16} + \frac{3+\nu}{16} \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{x^2} - \frac{(1+3\nu)x^2}{16\alpha^2} \right];$$

22

$$M_r = \frac{2qr_2^2}{16} \left[ \frac{1}{\alpha^2} \left( 2(1-\nu) + 4(1+\nu) \ln x - (3+\nu)x^2 + \frac{3\nu}{x^2} \right) + \frac{(1-\nu)^2 (\alpha^2 - 4 \ln \alpha + 2)}{\alpha^2 (1-\nu) + (1+\nu)} + \frac{1+4\nu+3\nu^2}{\alpha^2} - \frac{1}{x^2} \right];$$

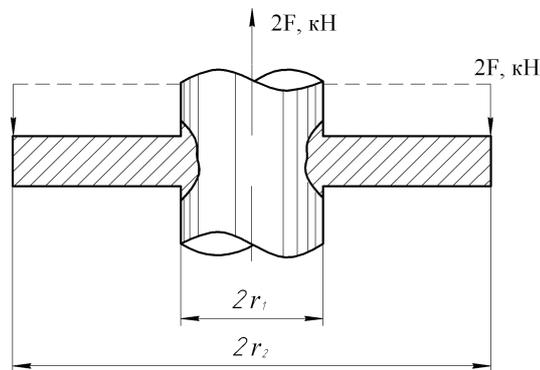
$$M_t = \frac{2qr_2^2}{16} \left[ \frac{1}{\alpha^2} \left( (1+3\nu)x^2 + 4(1+\nu) \ln x - 2(1-\nu) - \frac{3\nu}{x^2} \right) + \frac{(1-\nu^2) (\alpha^2 - 4 \ln \alpha + 2)}{\alpha^2 (1-\nu) + (1+\nu)} + \frac{1+4\nu+3\nu^2}{\alpha^2} + \frac{1}{x^2} \right];$$



23

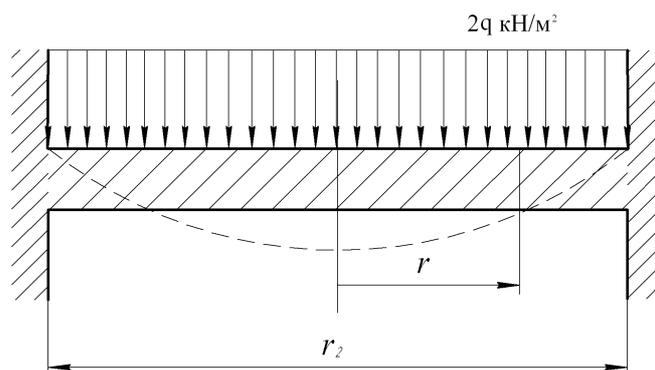
$$M_r = \frac{2F}{4\pi} \kappa (1+\nu) \ln x - \frac{(1+\nu)^2 \ln \alpha + (1+\nu)}{1+\nu + \frac{1-\nu}{\alpha^2}} - \frac{(1-\nu^2) \ln \alpha + (1-\nu)}{\frac{3}{\nu} 1+\nu + \frac{1-\nu}{\alpha^2} x^2} + 1 \quad \text{Щ};$$

$$M_t = \frac{2F}{4\pi} \kappa (1+\nu) \ln x - \frac{(1+\nu)^2 \ln \alpha + (1+\nu)}{1+\nu + \frac{1-\nu}{\alpha^2}} + \frac{(1-\nu)^2 \ln \alpha + (1-\nu)}{\frac{3}{\nu} 1+\nu + \frac{1-\nu}{\alpha^2} x^2} + \nu \quad \text{Щ};$$



24

$$M_r = \frac{2q}{16} \kappa r_2^2 (1+\nu) - r^2 (3+\nu) \quad \text{Щ}; \quad M_t = \frac{2q}{16} \kappa r_2^2 (1+\nu) - r^2 (1+3\nu) \quad \text{Щ};$$



## Список использованных источников

- 1 **Бояршинов, С.В.** Основы строительной механики машин/ С.В.Бояршинов, -М.: Машиностроение, 1973.- 456 с.
- 2 **Александров, А.В.** Основы теории упругости и пластичности/ А.В.Александров. - М.: Высшая школа, 1990.- 521 с.
- 3 **Писаренко, Г.С.** Сопротивление материалов/ Г.С. Писаренко,- Киев: Высшая школа, 1986. - 576 с.
- 4 **Биргер И.А.** Расчёт на прочность деталей машин/ И.А.Биргер, -М.: Машиностроение, 1966.- 616 с.
- 5 Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики/ под ред. Г.К. Клейна (Статически определимые и статически неопределимые системы). - М.: Высшая школа, 1973.- 358с.
- 6 Сборник задач по сопротивлению материалов/ под ред. В.К. Качурина, М.: Наука, 1972. - 432 с.
- 7 Расчёты на прочность в машиностроении: в 3 т. /под ред. С.Д. Пономарёва, -М.: Машгиз, 1958. - Т.2.- 974 с.
- 8 **Зенкевич, О.** Метод конечных элементов в технике.-М.: Мир, 1975.– 542 с.
- 9 Термопрочность деталей машин / И.А. Биргер и [др.]. -М.: Машиностроение, 1975.- 455с.
- 10 **Шелофаст В.В.,** Основы проектирования машин: примеры решения задач:- М.: Изд-во АПМ. 2004.-240 с.
- 11 **Замрий А.А.** Проектирование и расчет методом конечных элементов трехмерных конструкций в среде APM Structure3D/А.А. Замрий, - М.: Изд-во АПМ. 2006.-288 с.

