

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Индустиально-педагогический колледж

Отделение Автоматизации информационных и технологических
процессов

О.В.ЕРМОЛОВА, Т.С. БЕЛОВА

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Часть I

РЕШЕНИЕ ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2007

УДК 744 (076.5)

ББК 30.11я73

Е 74

Рецензент

кандидат технических наук, доцент Ю.В. Семагина

Ермолова О.В.

Е 74 **Инженерная графика. В 2 ч. Ч.1. Решение позиционных задач: методические указания к контрольным работам / Ермолова О.В., Белова Т.С. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2007. - 37 с.**

Методические указания предназначены для выполнения контрольных работ по курсу «Инженерная графика». Данные методические указания содержат теоретическое изложение материала и задания для самостоятельной работы в объеме 28 задач.

Методические указания предназначены для студентов всех форм обучения по направлению подготовки дипломированных специалистов 230103 - Автоматизированные системы обработки информации и управления, 220301 «Автоматизация технологических процессов и производств», 151001 «Технология машиностроения», 160203 «Производство летательных аппаратов»

ББК 30.11я73

© Ермолова О.В., Белова Т.С., 2007

© ГОУ ОГУ, 2007

Содержание

Введение.....	6
1 Методы проецирования.....	7
2 Точка.....	9
3 Прямая линия.....	11
4 Плоскость.....	16
5 Пересечение прямой с плоскостью. Пересечение плоскостей.....	23
6 Примеры решения задач.....	27
Список использованных источников.....	35
Обозначения и символы.....	36
Приложение А.....	38
Задачи по курсу «Начертательная геометрия» для самостоятельной работы.....	38

Введение

Назначение курса инженерной графики.

Инженерная графика – одна из дисциплин составляющих общеинженерную подготовку инженерно - технических специалистов. Инженерная графика представляет собой учебную дисциплину, включающую в себя как элементы *Начертательной геометрии*, так и *Технического черчения*.

В результате изучения начертательной геометрии студент должен:

1) ознакомиться с теоретическими основами построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей;

2) ознакомиться с решениями задач на взаимную принадлежность и взаимное пересечение геометрических фигур, а также на определение натуральной величины отдельных геометрических фигур;

3) изучить способы построения изображений (включая прямоугольные изометрическую и диметрическую проекции) простых предметов и относящиеся к ним условности стандартов ЕСКД.

Выполнение контрольных работ, входящих в раздел «Техническое черчение» предусматривает наличие некоторых навыков в работе с графической информацией. Именно такие навыки и дает решение формализованных геометрических задач на чертеже.

Задачи решаются студентом самостоятельно под руководством преподавателя в процессе практических занятий, а после защищаются.

Оформление решений должно соответствовать требованиям предъявляемым к оформлению контрольных работ (на листах формата А3, в карандаше, линии по ГОСТ 2.303-84).

Допускается решение задач на тетрадных листах в клетку.

Проекция точек обозначаются цифрами или прописными буквами латинского алфавита (ГОСТ 2.304-84) с подстрочными индексами (номер шрифта индексов на две единицы меньше основного шрифта). Для горизонтальной плоскости проекции (π_1) принимается индекс 1, а для фронтальной (π_2) индекс 2.

Вспомогательные построения (оси, линии связи и т.п.) выполняются тонкой сплошной линией, проекции отрезков прямых и дуг кривых сплошной основной.

1 Методы проецирования

- 1 Центральное проецирование
- 2 Параллельное проецирование

Построение изображений при центральном проецировании

При этом методе изображение предмета на плоскости получается путем прохождения лучей, исходящих из определенного центра S , через каждую характерную точку предмета до пересечения с плоскостью.

Изображение при центральном проецировании получается подобным, но не равное по величине (см. рисунок 1).

Основные свойства центрального проецирования

- 1 Проекцией точки является точка.
- 2 Прямая проецируется в прямую.
- 3 Сохраняется принадлежность – если точка принадлежит прямой или плоскости, то проекция точки принадлежит соответственно проекции прямой или проекции плоскости.
- 4 Каждая точка на плоскости проекции может быть проекцией множества точек, если через них проходит общая для них проецирующая прямая (рисунок 2).

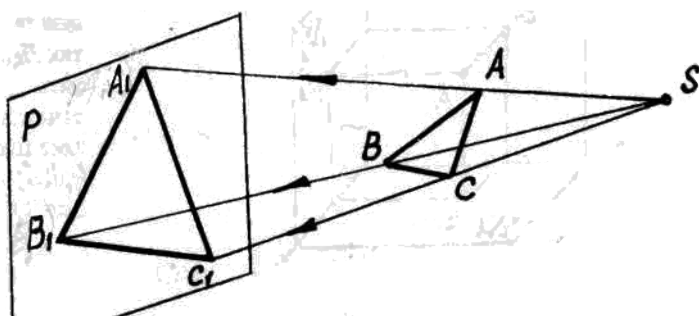


Рисунок 1

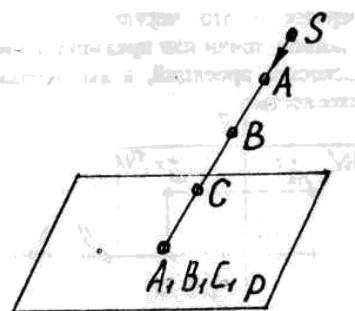


Рисунок 2

5 Каждая линия на плоскости может быть проекцией множества линий, если они расположены в общей для них проецирующей плоскости (рисунок 3).

6 Для построения проекции прямой достаточно спроецировать две её точки и через полученные проекции провести прямую линию (рисунок 4).

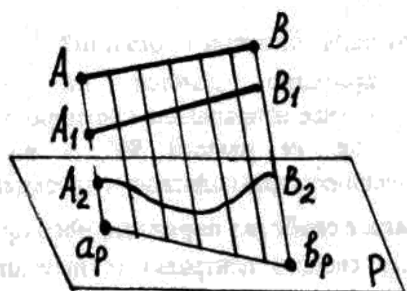


Рисунок 3

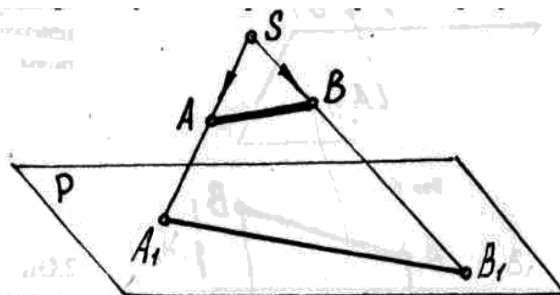


Рисунок 4

Построение изображений при параллельном проецировании

При этом методе изображение предмета на плоскость получается путем прохождения лучей, параллельных друг другу, через каждую характерную точку предмета до пересечения с плоскостью (рисунок 5).

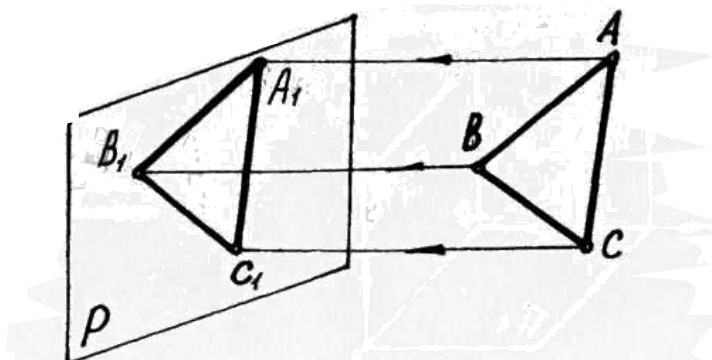


Рисунок 5

Параллельные проекции делятся на косоугольные и прямоугольные. В первом случае направление проецирования составляет с плоскостью проекций угол, не равный 90° , а во втором случае проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций.

Основные свойства параллельного проецирования

Кроме указанных свойств центральных проекций (см. пункт 4), существуют следующие:

1) если прямая параллельна направлению проецирования, то проекцией прямой является точка;

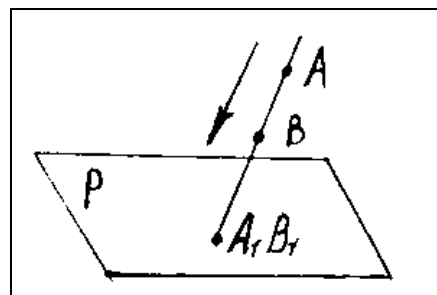


Рисунок 6

2) отрезок прямой линии, параллельный плоскости проекции, проецируется на эту плоскость в натуральную свою величину.

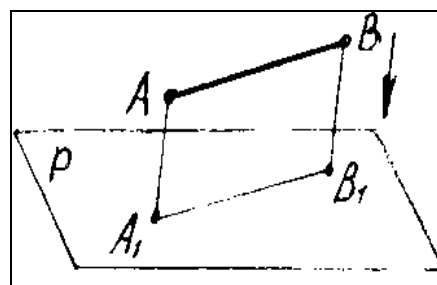
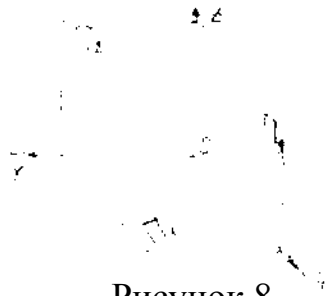


Рисунок 7

2 Точка

Основные плоскости проекций



Π_1 – горизонтальная плоскость проекции;
 Π_2 – фронтальная плоскость проекции;
 Π_3 – профильная плоскость проекции.

Рисунок 8

Линии пересечения плоскостей называется *осями координат*.

Расстояние от точки в пространстве до соответствующих плоскостей проекций называется *координатами точки*.

Построение проекции точки на основные плоскости проекций

Чтобы построить проекции точки A на плоскостях H, W, V , нужно опустить перпендикуляры из точки A на соответствующие плоскости проекции. A_1, A_2, A_3 - искомые проекции.

Эпюр Монжа, или комплексный чертеж

Комплексный чертеж - это чертеж (рисунок 9), полученный прямоугольным проецированием точки или предмета на несколько взаимно перпендикулярных плоскостей проекций, а затем совмещением плоскостей проекций с одной плоскостью.

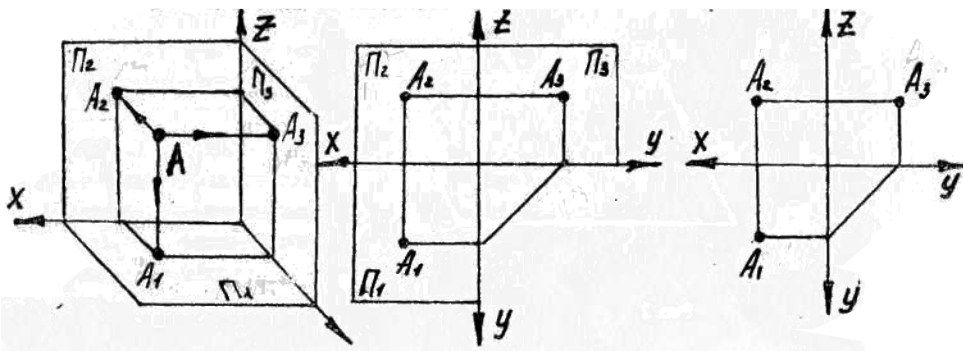


Рисунок 9

Построение трёх проекций точки A по координатам ($X_A=20, Y_A=30, Z_A=10$)

1 Строим горизонтальную проекцию точки A . Для этого на осях x и y откладываем соответствующие координаты по условию задачи. Проводим из этих точек линии связи, перпендикулярные осям, до взаимного пересечения.

2 Строим фронтальную проекцию точки A . Для этого на осях x и z откладываем соответствующие координаты по условию задачи. Остальное построение выполняется аналогично предыдущему.

3 Строим профильную проекцию точки А. Построение выполняется в проекционной связи по стрелкам.

Точки A_1, A_2, A_3 – горизонтальная, фронтальная и профильная проекции точки А (рисунок 10).

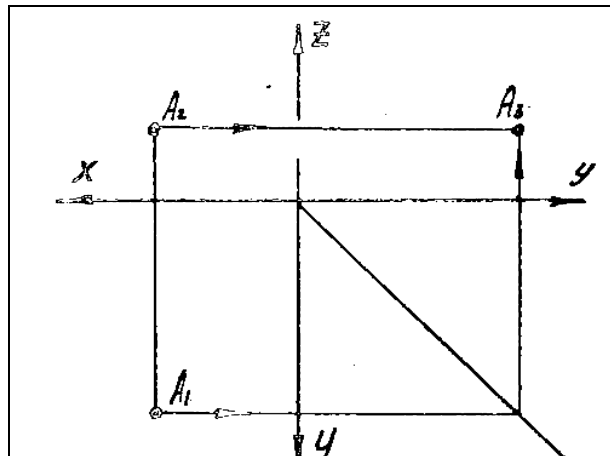


Рисунок 10

Основные свойства трехпроекционного комплексного чертежа

- 1 Две проекции точки принадлежат одной линии связи.
- 2 Линии связи перпендикулярны соответствующей оси проекции.
- 3 Две проекции точки определяют положение ее третьей проекции.

Положения точки относительно плоскостей проекций

1 Точка может не принадлежать ни одной из плоскостей проекций, в этом случае проекции точки будут располагаться на соответствующих полях плоскостей проекций, а ее координаты $x, y, z \neq 0$ (рисунок 11).

2 Точка может принадлежать одной из плоскостей проекций, в этом случае одна из проекций точек будет на оси, а вторая на соответствующем поле проекций и будет совпадать с самой точкой, а одна из координат точки равна 0 (рисунок 12).

3 Точка может принадлежать одновременно двум плоскостям проекций, т.е. линии их пересечения - оси проекций. В этом случае на чертеже обе проекции будут совпадать и принадлежать оси (рисунок 13).

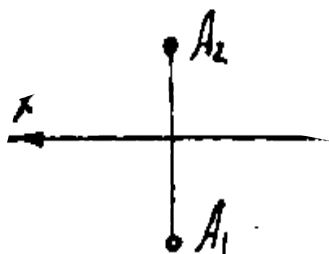


Рисунок 11

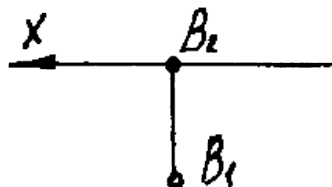


Рисунок 12

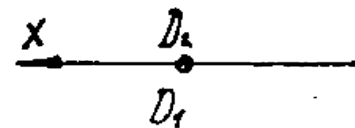


Рисунок 13

3 Прямая линия

Построение проекции отрезка прямой линии

Чтобы построить проекцию отрезка, нужно построить проекцию двух точек, ему принадлежащих (рисунок 14).

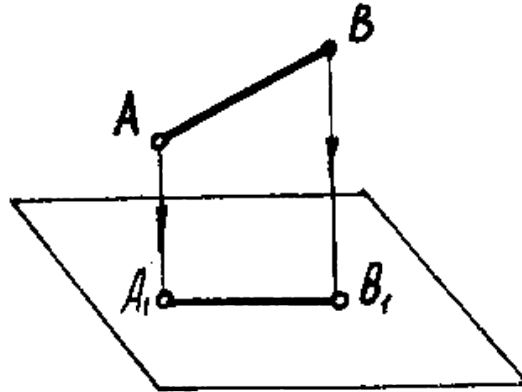


Рисунок 14

Положения прямой в пространстве

1 Прямые, не параллельные и не перпендикулярные ни одной из плоскостей проекций называют **прямыми общего положения**.

На комплексном чертеже (рисунок 15) проекции прямой общего положения не параллельны линиям связи и не перпендикулярны им.

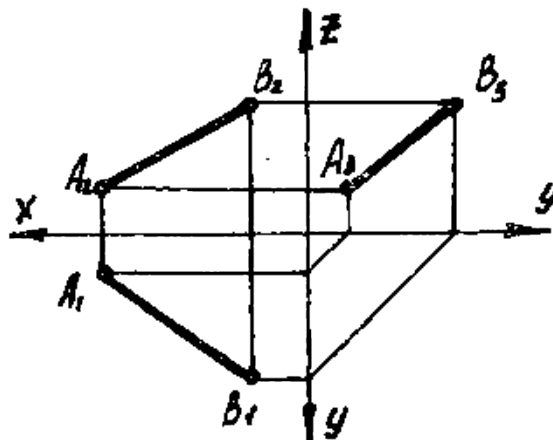


Рисунок 15

2 **Прямыми уровня** называют прямые, параллельные одной из плоскостей проекций.

Прямые уровня носят различные названия в зависимости от того, какой плоскости проекции они параллельны.

Горизонталь - прямая, параллельная горизонтальной плоскости.

На комплексном чертеже (рисунок 16) фронтальная проекция горизонтали параллельна оси x , а горизонтальная направлена под углом к оси x и является натуральной величиной отрезка.

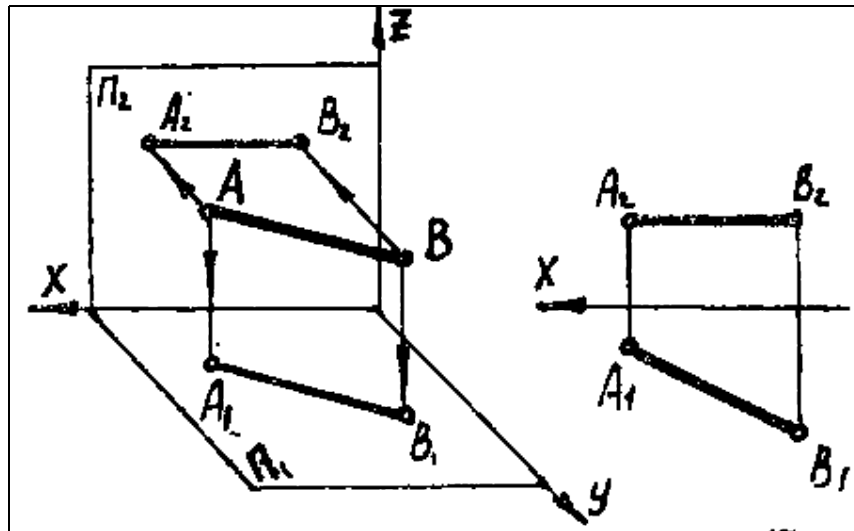


Рисунок 16

Фронталь - прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций.

На комплексном чертеже (рисунок 17) горизонтальная проекция фронтали параллельна оси x , а фронтальная направлена под углом к оси x и является натуральной величиной отрезка.

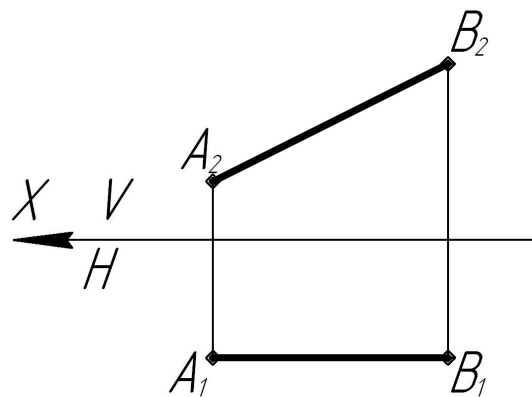


Рисунок 17

Профильная прямая – прямая, параллельная профильной плоскости проекций.

При задании профильной прямой на двухпроекционном чертеже должны быть заданы проекции как минимум двух ее точек.

На комплексном чертеже горизонтальная и фронтальная проекции прямой параллельны соответственно осям Z и Y , а профильная проекция направлена под углом к ним и является натуральной величиной отрезка (см.рисунок 18).

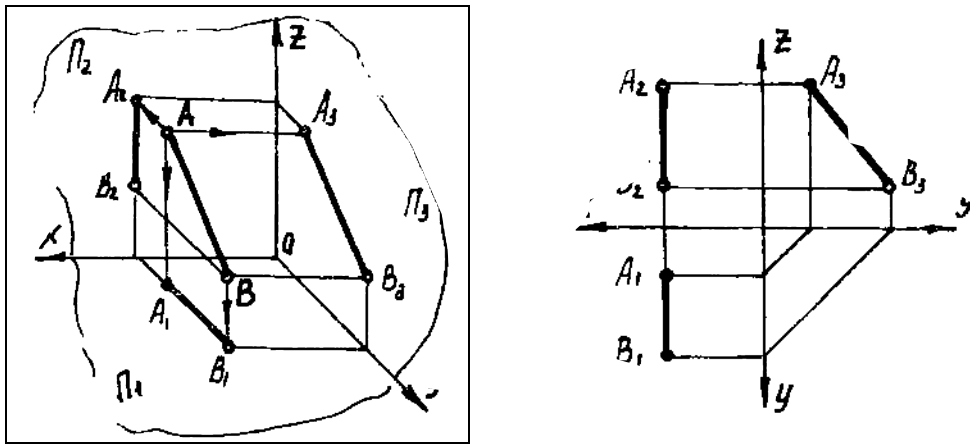


Рисунок 18

3 **Проецирующие прямые** – прямые, перпендикулярные одной из плоскостей проекций (рисунок 19).

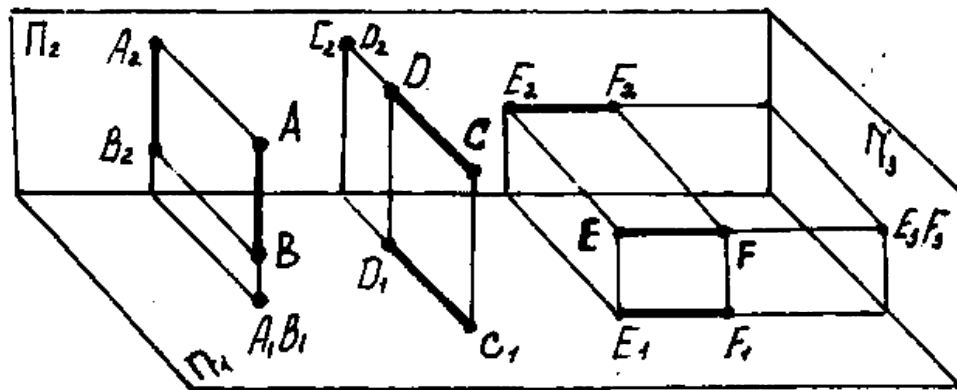


Рисунок 19

На комплексном чертеже (рисунок 20) одна из проекций проецирующей прямой превращается в точку, а другие параллельны осям и являются натуральной величиной отрезка. Точки в скобках - невидимые.

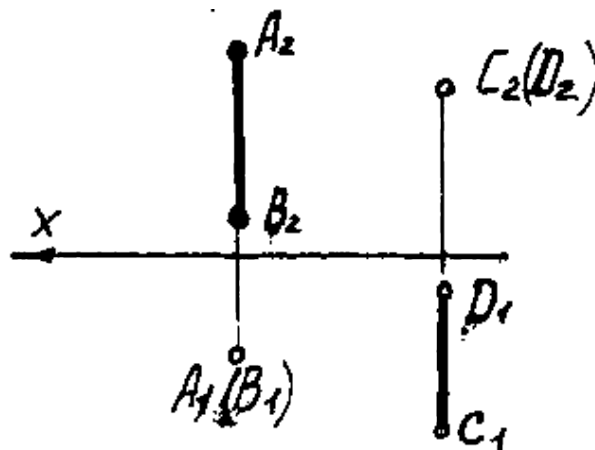


Рисунок 20

Построение на чертеже натуральной величины отрезка прямой общего положения, используя метод прямоугольного треугольника и углы наклона прямой к плоскостям проекций H и V

Для построения натуральной величины отрезка и угла наклона его к плоскости Π_1 на горизонтальной проекции строят прямоугольный треугольник, одним из катетов которого является горизонтальная проекция A_1B_1 , вторым катетом – разность координат концов отрезка по оси Z . Гипотенуза этого треугольника – натуральная величина отрезка AB . А угол (α) между гипотенузой и горизонтальной проекцией A_1B_1 и есть угол наклона прямой к плоскости Π_1 (рисунок 21).

Для построения угла наклона прямой к плоскости Π_2 аналогичные построения выполняют на фронтальной проекции (рисунок 22).

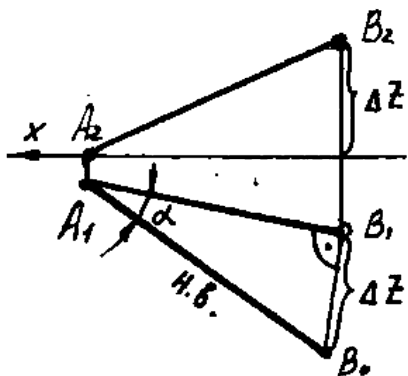


Рисунок 21

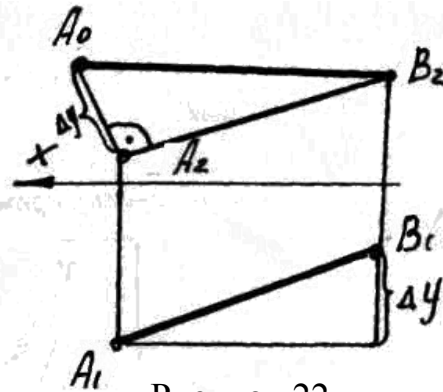


Рисунок 22

Параллельные, пересекающиеся и скрещивающиеся прямые на комплексном чертеже (эюре)

Проекции двух параллельных прямых параллельны между собой (рисунок 23).

Если прямые линии пересекаются, то их одноименные проекции пересекаются между собой, а проекции точек пересечения лежат на одной линии связи (рисунок 24).

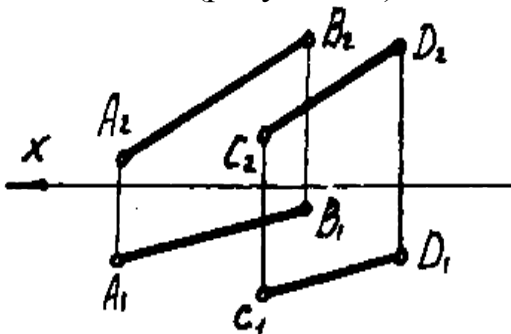


Рисунок 23

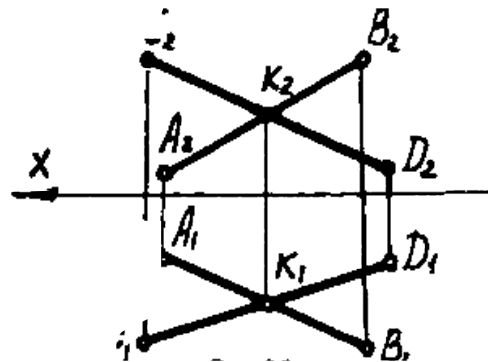


Рисунок 24

Если прямые линии скрещиваются, то их одноименные проекции пересекаются между собой, но проекции точек пересечения не лежат на одной линии связи. Точки 1,2 и 3,4 – конкурирующие (рисунок 25).

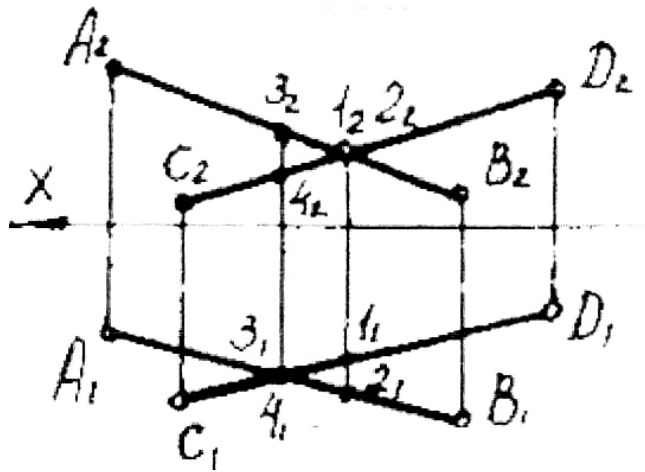
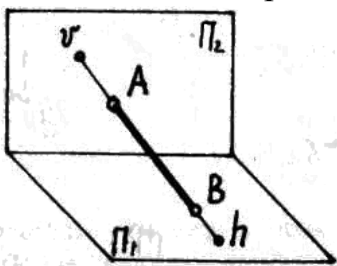


Рисунок 25

Следы прямой на плоскости проекций

Следом прямой на плоскости проекций называется точка пересечения прямой с плоскостью проекций.



h – горизонтальный след прямой АВ;
 v – фронтальный след прямой АВ.

Рисунок 26

Построение горизонтального и фронтального следов прямой:

а) чтобы построить горизонтальный след прямой, надо продлить фронтальную проекцию A_2B_2 до пересечения с осью x и через точку h' (фронтальную проекцию горизонтального следа) провести перпендикуляр к оси x до пересечения с продолжением горизонтальной проекции A_1B_1 .

Точка h – горизонтальная проекция горизонтального следа, она совпадает с самим следом (рисунок 27);

б) чтобы построить фронтальный след прямой, надо продолжить горизонтальную проекцию A_1B_1 до пересечения с осью x и через точку V (горизонтальную проекцию фронтального следа) провести перпендикуляр к оси x до пересечения с продолжением фронтальной проекции A_2B_2 . Точка V – фронтальная проекция фронтального следа, она совпадает с самим следом (рисунок 27).

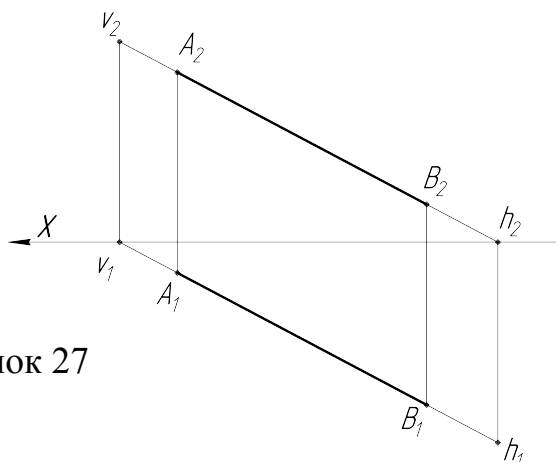


Рисунок 27

4 Плоскость

Плоскость на комплексном чертеже

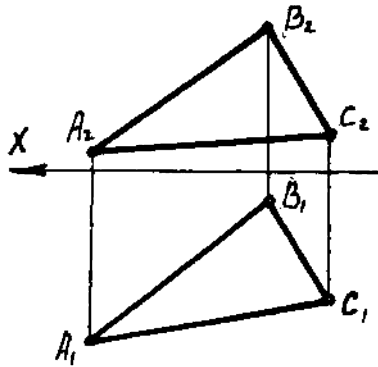


Рисунок 28

Плоскость можно задать:

- 1) тремя точками, не лежащими на одной прямой;
- 2) прямой и точкой вне ее;
- 3) двумя параллельными прямыми;
- 4) двумя пересекающимися прямыми;
- 5) плоской фигурой (треугольник, прямоугольник, круг и т.д. рисунок 28);
- 6) следами.

Следы плоскости

Следом плоскости называется линия пересечения данной плоскости с плоскостью проекций.

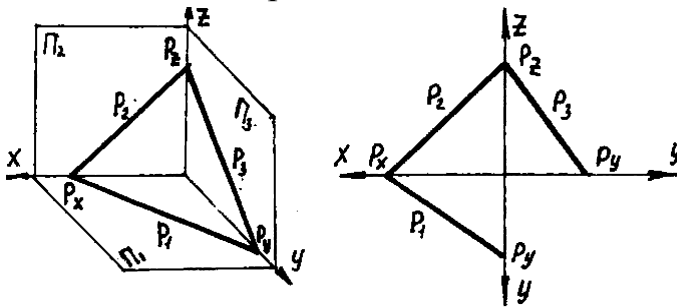


Рисунок 29

- P_1 - горизонтальный след плоскости P ;
 P_2 - фронтальный след плоскости P ;
 P_3 - профильный след плоскости P .
 P_x, P_y, P_z - точки схода следов.

Построение проекций плоских фигур

Построение проекций плоских фигур (т.е. фигур, все точки которых лежат в одной плоскости, например квадрата, круга, эллипса и т.а) сводится к построению ряда точек, отрезков прямых и кривых линий, образующих контуры проекций фигур. Зная координаты вершин, например треугольника, можно построить проекции этих точек, затем проекции сторон и получить таким образом проекции фигур.

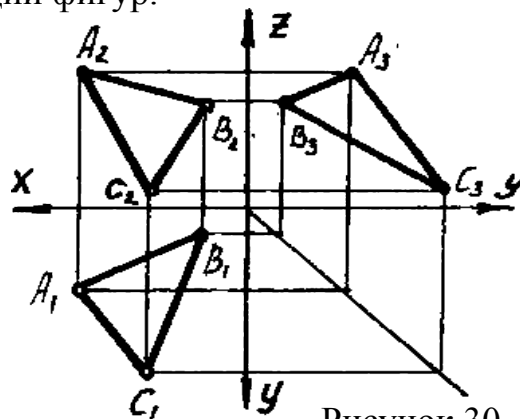
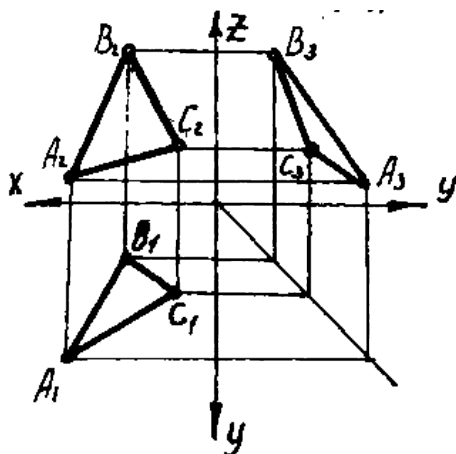


Рисунок 30

Положения плоскостей относительно плоскостей проекций

1 *Плоскость общего положения* - плоскость, не перпендикулярная и не параллельная ни одной из плоскостей проекций. На комплексном чертеже проекции геометрических фигур, задающих эту плоскость, ни на одной из плоскостей проекций не будет выглядеть как прямая линия (рисунок 31).

Плоскость задана плоской фигурой



Плоскость задана следами

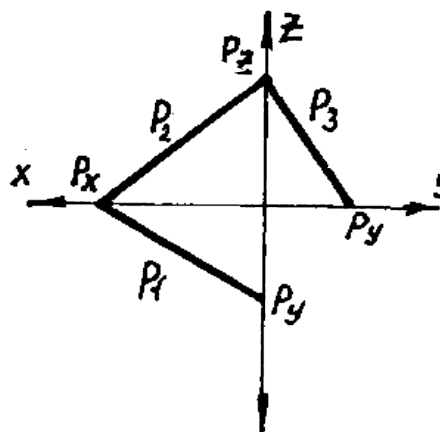


Рисунок 31

2 *Проецирующая плоскость* - плоскость, перпендикулярная одной из плоскостей проекций:

а) плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости (Π_1) называется горизонтально проецирующей;

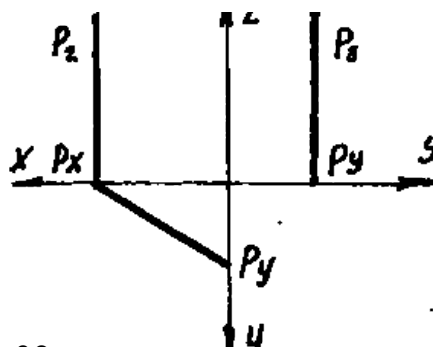
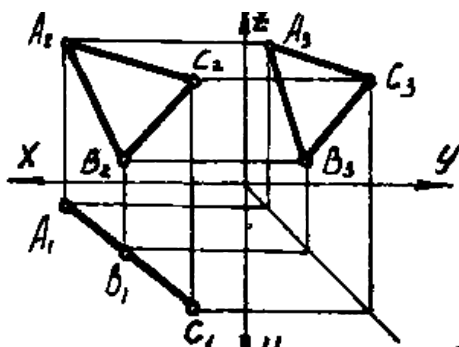


Рисунок 32

б) плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости (Π_2) называется фронтально проецирующей;

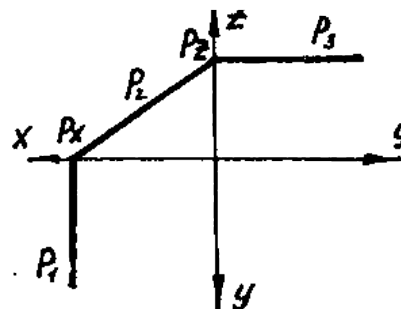
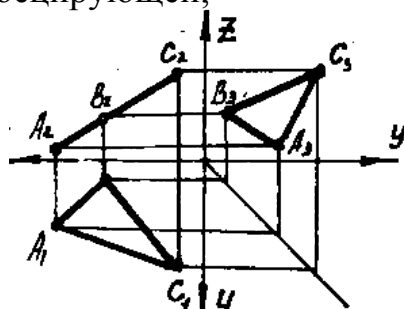


Рисунок 33

в) плоскость, перпендикулярная профильной плоскости (Π_3), называется профильно-проецирующей.

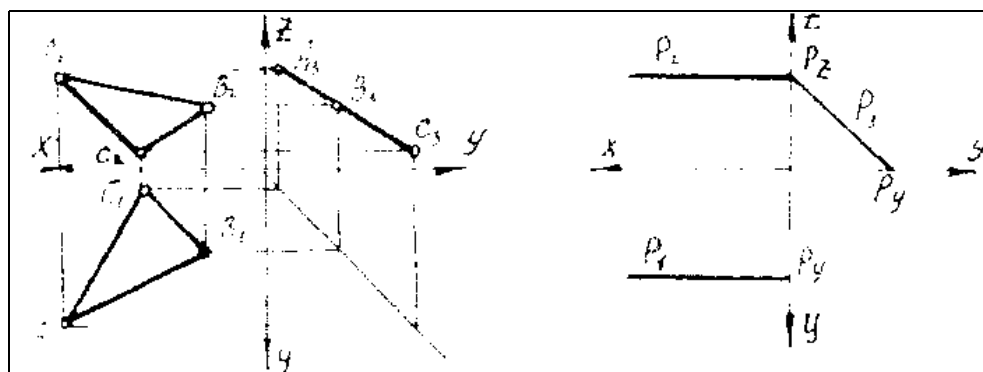


Рисунок 34

3 Плоскость, параллельная одной из плоскостей проекций, называется *плоскостью уровня*:

а) плоскость, параллельная горизонтальной плоскости (Π_1), называется горизонтальной плоскостью уровня;

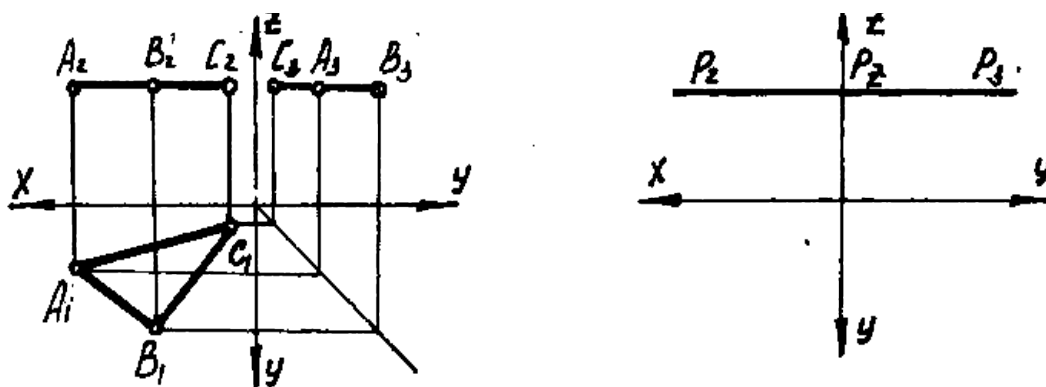


Рисунок 35

б) плоскость, параллельная фронтальной плоскости (Π_2), называется фронтальной плоскостью уровня;

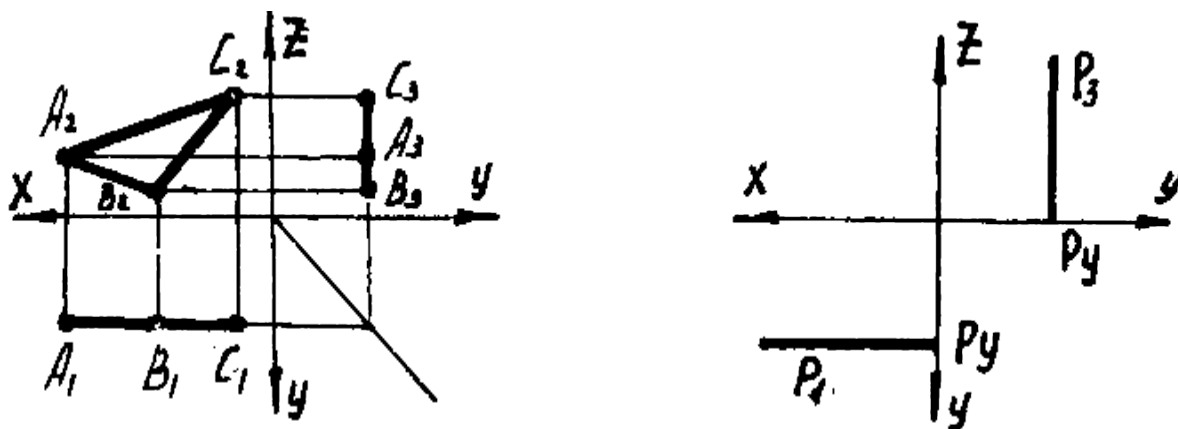


Рисунок 36

в) плоскость, параллельная профильной плоскости (Π_3), называется профильной плоскостью уровня.

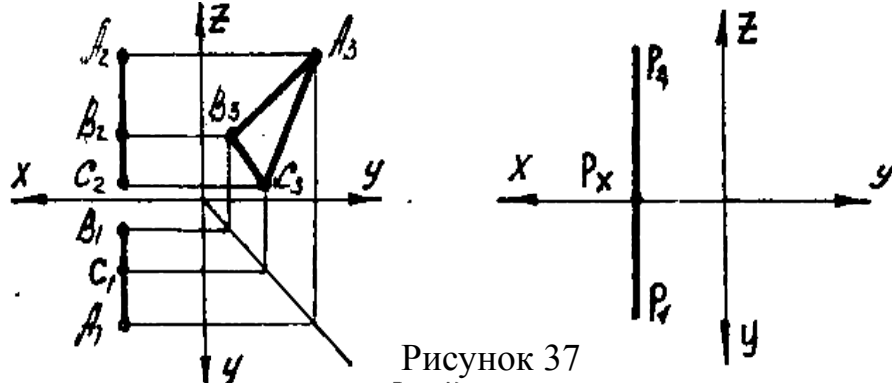


Рисунок 37

Построение прямой и точки в плоскости

Правило построения основано на трех положениях, известных из геометрии.

1 Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие данной плоскости.

2 Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, принадлежащую данной плоскости, и параллельна прямой, находящейся в этой плоскости или параллельной ей.

3 Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

Если плоскость задана следами, то:

1) прямая принадлежит плоскости, если следы прямой находятся на одноименных с ними следах плоскости;

2) прямая принадлежит плоскости, если она параллельна одному из следов этой плоскости и имеет с другим следом общую точку.

Примеры решения

Задача №1

Построить точку и прямую, принадлежащую плоскости, заданной треугольником.

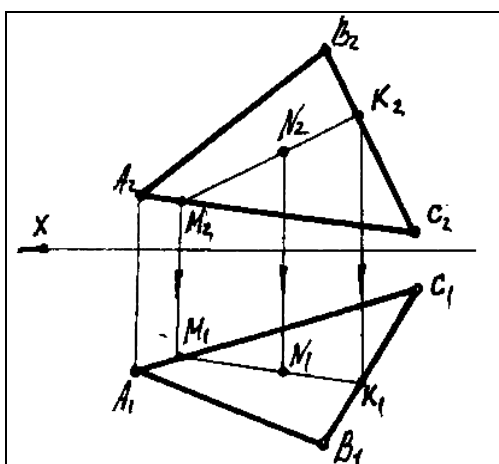


Рисунок 38

Выбираем произвольную точку N , расположенную на плоскости треугольника ABC (например её фронтальную проекцию N_2). Проводим одноименную проекцию вспомогательной прямой любого направления, например M_2K_2 , проходящую через точку N_2 . Строим горизонтальную проекцию прямой M_1K_1 , отмечаем горизонтальную проекцию N_1 .

Прямая MK принадлежит плоскости ΔABC , т.к. проходит через две точки M и K , лежащие на сторонах этого треугольника.

Задача № 2

Построить произвольную прямую, принадлежащую плоскости общего вида, заданной следами.

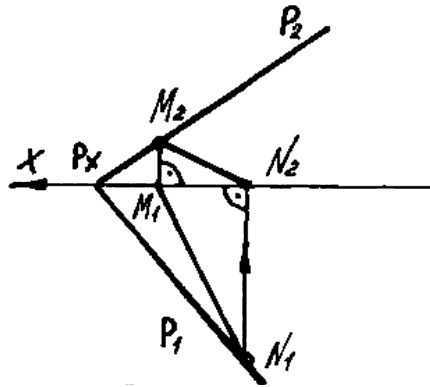


Рисунок 39

Чтобы сделать это, на фронтальном P_2 и горизонтальном P_1 следах плоскости P выбирают произвольные точки M и N , которые являются следами произвольной прямой MN . Находят их горизонтальную и фронтальную проекции.

Соединяя одноименные проекции M_2N_2 и M_1N_1 , получаем фронтальную и горизонтальную проекции произвольной прямой MN .

Задача № 3

Построить горизонталь и фронталь, принадлежащие плоскости общего вида, заданной следами.

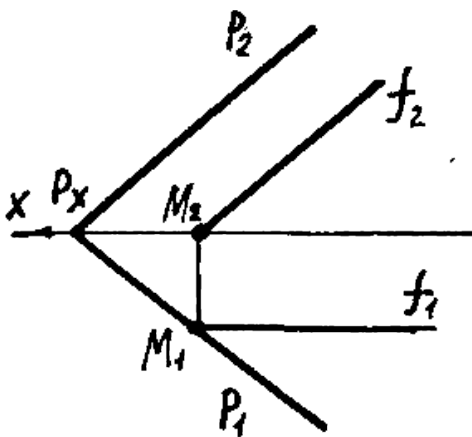


Рисунок 40

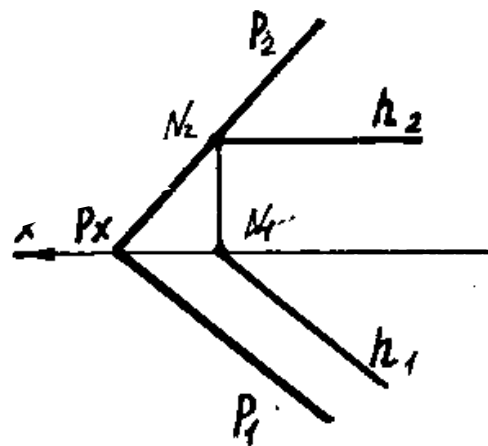


Рисунок 41

Горизонтальная проекция фронтали располагается параллельно оси x и проходит через точку M_1 (горизонтальный след фронтали), лежащую на следе P_1 . Фронтальная проекция фронтали располагается параллельно фронтальному следу плоскости и проходит через точку M_2 (фронтальную проекцию горизонтального следа, рисунок 40).

Фронтальная проекция горизонтали располагается параллельно оси x и

проходит через точку N_2 (фронтальный след горизонтали), лежащую на следе P_2 . Горизонтальная проекция горизонтали располагается параллельно горизонтальному следу плоскости P_1 и проходит через точку N_1 (горизонтальную проекцию фронтального следа, рисунок 41).

Характерные линии плоскости

К характерным линиям плоскости относятся горизонтالي, фронтали и линии наибольшего наклона к плоскостям проекций.

Линию наибольшего наклона к плоскости Π_1 называют линией наибольшего ската:

а) горизонталями плоскости называются прямые, лежащие в ней и параллельные горизонтальной плоскости проекций;

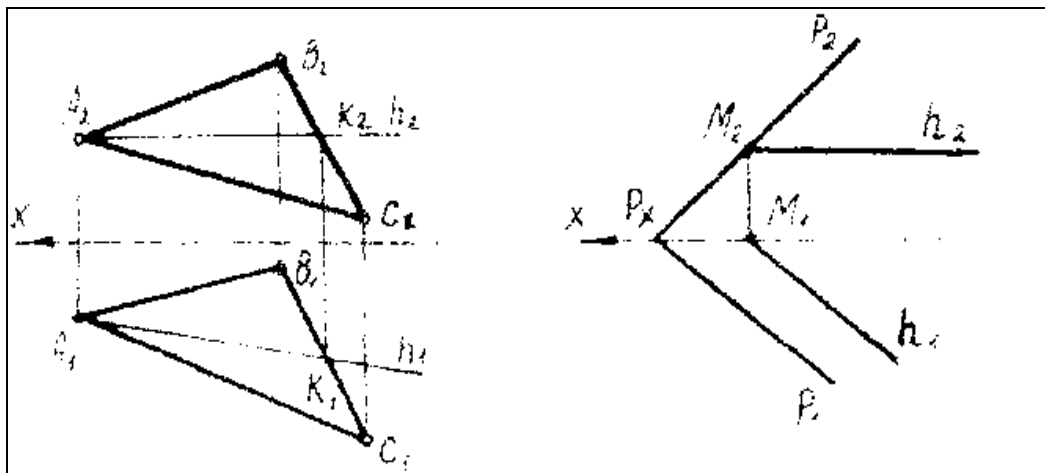


Рисунок 42

б) фронталями плоскости называются прямые, лежащие в ней и параллельные фронтальной плоскости проекций;

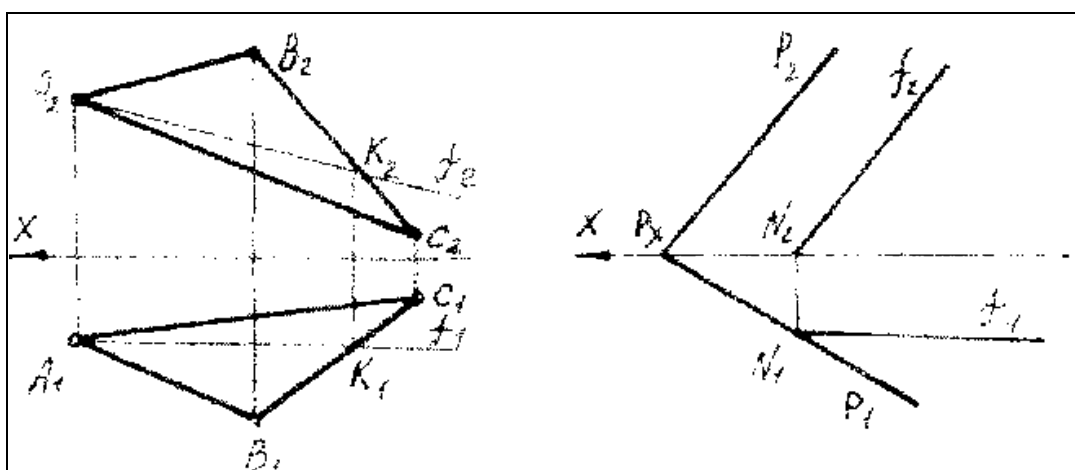


Рисунок 43

в) наряду с горизонталями и фронталями плоскости можно рассматривать также её профильные прямые – прямые, лежащие в данной плоскости и параллельные профильной плоскости проекций.

Для горизонталей, фронталей и профильных прямых встречается общее название – **линия уровня**.

Однако такое название отвечает обычному представлению только о горизонтальности;

г) линиями наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций называются прямые, лежащие в ней и перпендикулярные или горизонталям плоскости, или её фронталям, или её профильным прямым.

В первом случае определяется наклон к плоскости Π_1 , во втором – к плоскости Π_2 , в третьем – к плоскости Π_3 . Для проведения линий наибольшего наклона к плоскости можно соответственно брать её следы.

Метод построения линии ската (т.е. линии наибольшего наклона к плоскости Π_1)

1 В плоскости треугольника строим горизонталь h .

2 К горизонтальной проекции горизонтали из любой точки плоскости, например из точки B_1 , опускаем перпендикуляр до пересечения со стороной треугольника в точке K_1 . Находим точку K_2 в проекционной связи.

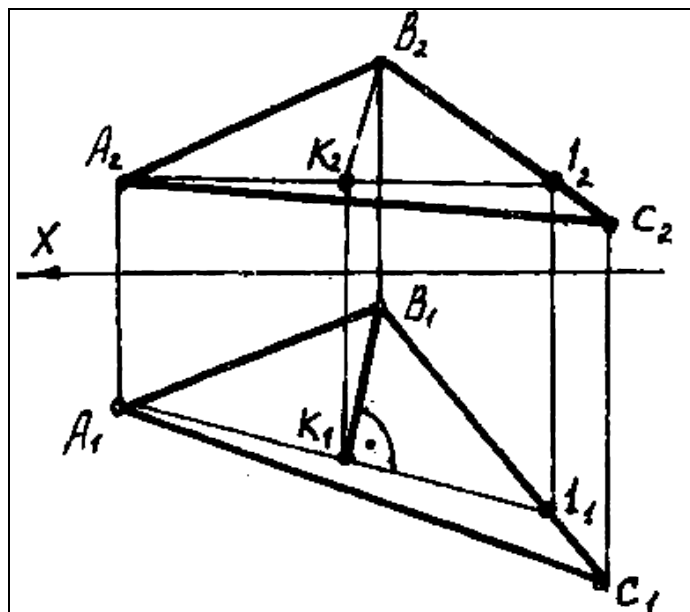


Рисунок 44

K_2B_2 – фронтальная проекция линии ската;
 K_1B_1 – горизонтальная проекция линии ската.

5 Пересечение прямой с плоскостью. Пересечение плоскостей

Построение точки пересечения прямой с плоскостью общего положения, заданной плоской фигурой

Для построения точки пересечения прямой MN с плоскостью общего положения, заданной плоской фигурой ABC , выполним следующее:

1) проводим вспомогательную фронтально проецирующую плоскость через прямую MN ;

2) находим прямую 1_1-2_1 пересечения вспомогательной плоскости P с заданной, зная, что стороны треугольника ABC пересекаются с плоскостью P в точках 1_1 и 2_1 ;

3) в пересечении прямой 1_1-2_1 с заданной N_1M_1 получим искомую точку пересечения K_1 прямой M_1N_1 с плоскостью ABC ;

4) для определения видимости прямой и плоскости относительно плоскости проекций используем две пары конкурирующих точек - 1 и 3, 4 и 5.

Рассматривая пару точек 1 и 3, конкурирующих относительно фронтальной плоскости проекции Π_2 видим, что точка 1 ближе к нам, точка $1 \in AC$. Следовательно, прямая AC закрывает прямую MN относительно плоскости Π_2 , и её часть K_13_1 будет невидима, а часть K_22_2 – видима. Аналогично, используя конкурирующие точки 4 и 5, определяем видимость прямой и плоскости относительно горизонтальной плоскости проекции Π_1 .

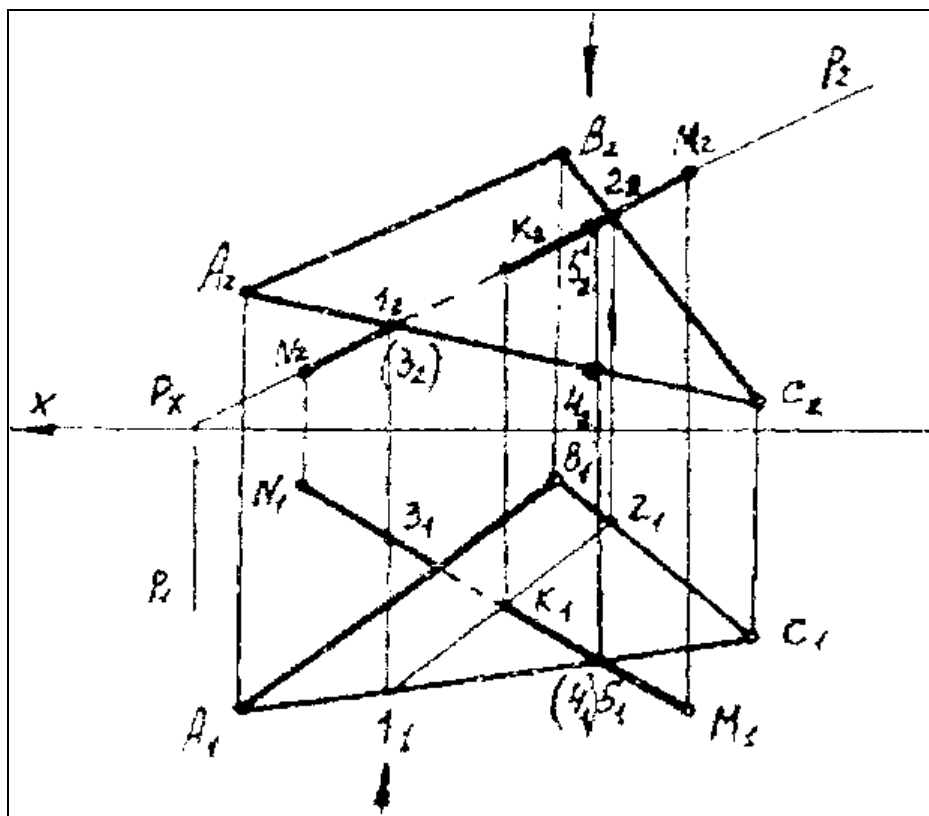


Рисунок 45

Построение линии пересечения плоскостей, заданных следами

Если плоскости заданы их следами на плоскости проекций, то необходимо искать точки, определяющие прямую пересечения плоскостей в точках пересечения одноименных следов плоскостей (см. рисунок 46): прямая, проходящая через эти точки, является общей для обеих плоскостей, т.е. является их линией пересечения.

Поэтому для построения линии пересечения плоскостей P и Q надо:

1) найти точку M_1 в пересечении следов P_1 и Q_1 и точку N_2 в пересечении следов P_2 и Q_2 , а по ним проекции M_2 и N_1 ;

2) провести прямые линии M_1N_1 , M_2N_2 , как показано на рисунке 46, а.

На рисунке 46, б и 46, в показаны случаи, когда известно направление линии пересечения. Поэтому достаточно иметь лишь одну точку от пересечения следов и далее провести через эту точку прямую, исходя из положения плоскостей и их следов.

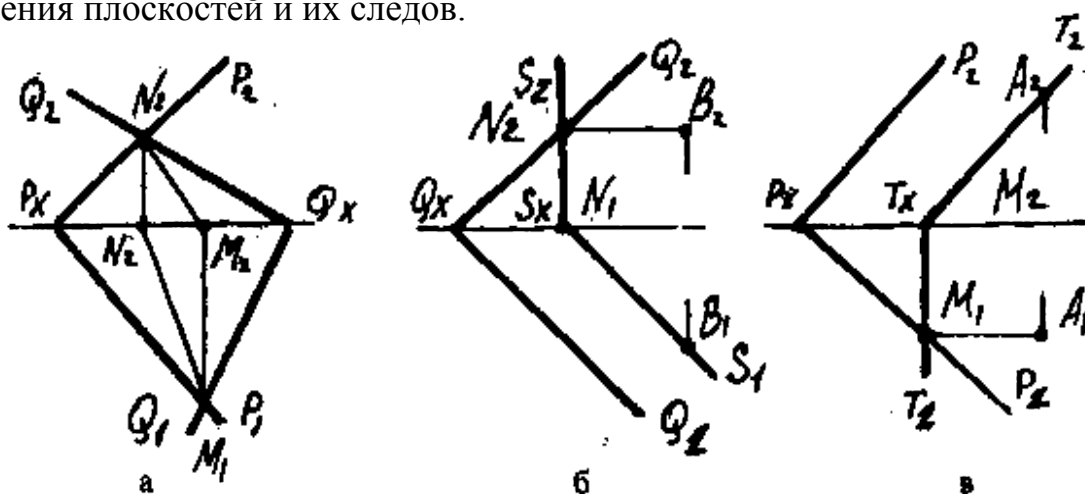


Рисунок 46 (а, б, в)

Точка пересечения прямой с плоскостью общего положения, заданной следами

Для построения точки пересечения прямой AB с плоскостью общего положения P , заданной следами, рассмотрим три примера (рисунок 47).

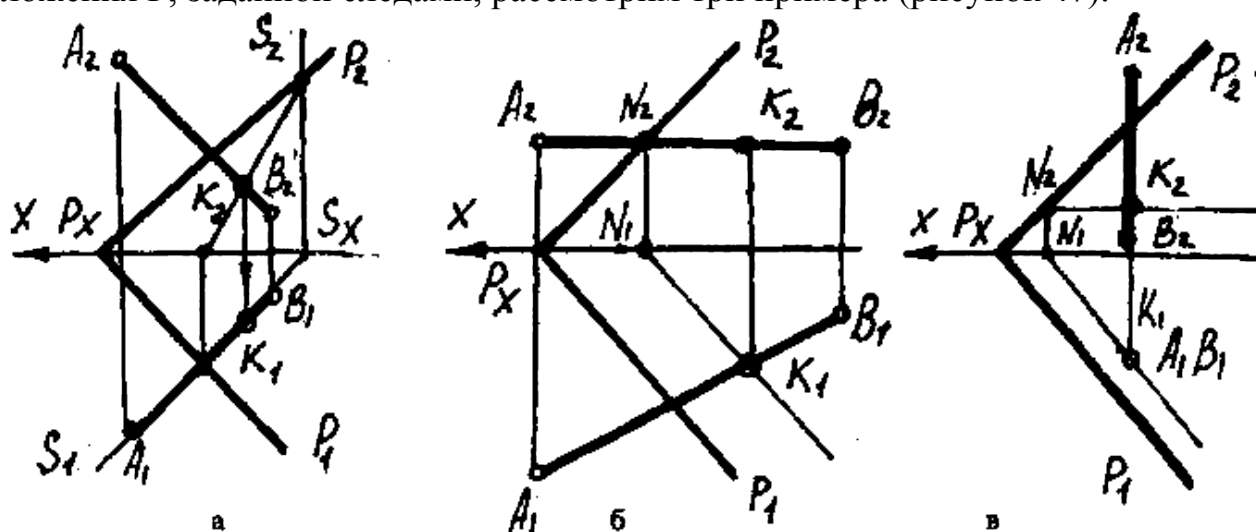


Рисунок 47(а, б, в)

В первом примере (рисунок 47, а) через прямую АВ проведена горизонтально проецирующая плоскость S, во втором случае (рисунок 47, б) – горизонтальная плоскость, что возможно сделать, т.к. в этом примере прямая АВ – горизонталь.

Изображенная на (рисунок 47, в) прямая АВ перпендикулярна плоскости Π_1 . Горизонтальные проекции всех точек этой прямой сливаются в одну точку. Следовательно, положение проекции K_1 искомой точки пересечения прямой АВ с плоскостью P, известно. Положение проекции K_2 определено при помощи горизонтали.

Линия пересечения плоскостей заданных треугольниками

Для построения линии пересечения плоскостей, заданных треугольниками ABC и DEF, рассмотрим рисунок 48.

Прямую линию пересечения двух плоскостей можно определить по двум их общим точкам. Для этого определяют точки пересечения двух любых прямых одной плоскости с другой.

1 Находим точку пересечения прямой АВ с плоскостью DEF, т.е. первую точку M($m'm'$) искомой линии пересечения плоскостей. Для этого через прямую АВ проводим вспомогательную фронтально проецирующую плоскость. Плоскость Ф пересекает плоскость DEF по прямой 1-2 (1,2; 1'2'). Прямая 1-2 пересекает АВ в точке M(mm').

2 Аналогично находим вторую точку N (nn') линии пересечения в пересечении прямой EF с плоскостью ABC.

3 Соединив точки M и N прямой, получаем искомую линию пересечения MN ($mn; m'n'$) заданных плоскостей.

4 Для определения видимости пересекающихся плоскостей относительно фронтальной плоскости проекции используем конкурирующие точки 1 и 5 (1 ∈ DF; 5 ∈ AB). Конкурирующие точки 6 и 7 (6 ∈ AC; 7 ∈ EF) позволяют определить видимость плоскостей относительно горизонтальной плоскости проекции.

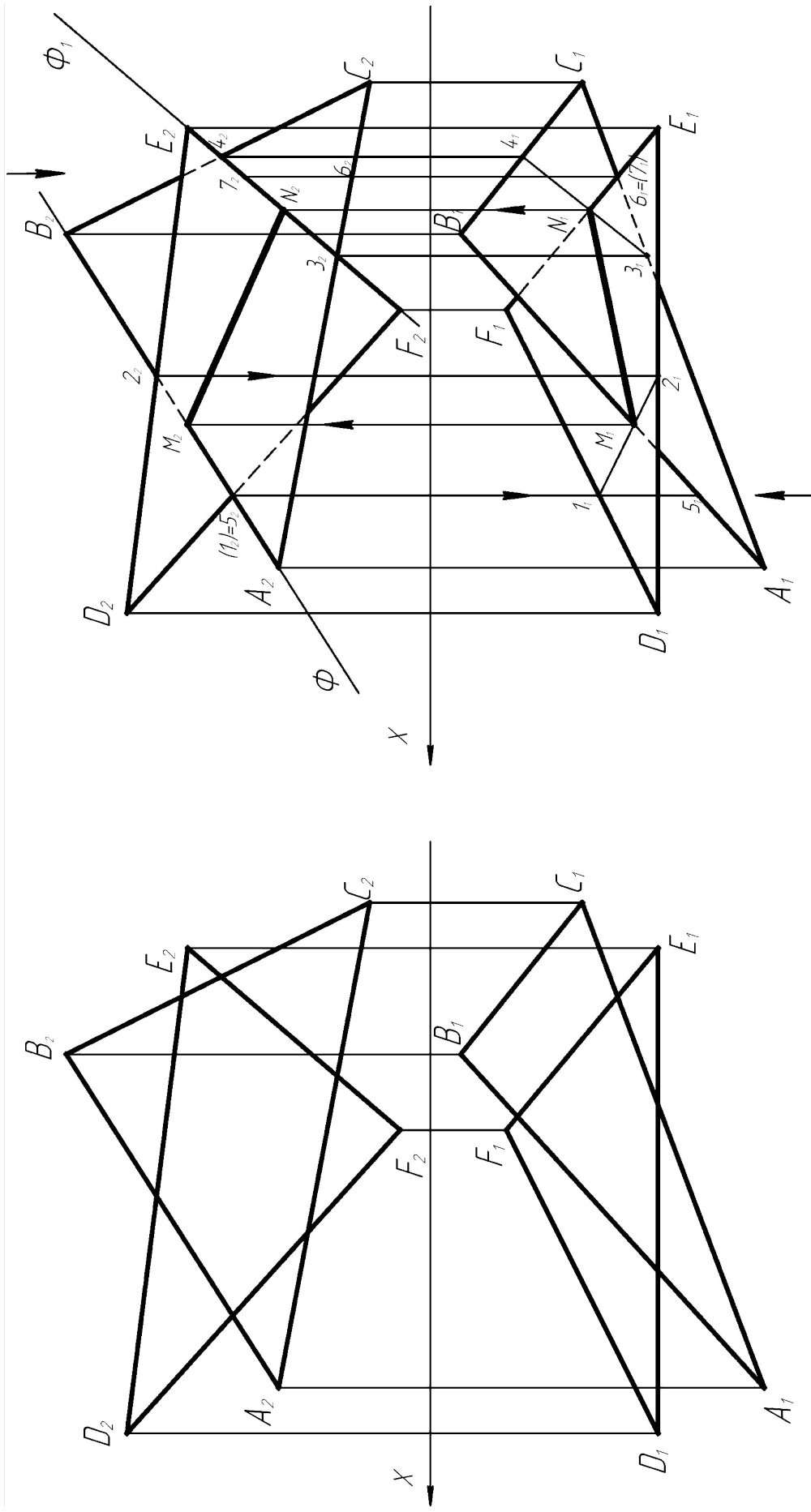


Рисунок 48

6 Примеры решения задач

Следы прямой

Задача №1

Построить следы прямой, проходящей через точки A и B (рисунок 49, а), и указать, через какие четверти пространства она проходит.

Решение:

Проводим проекции $a'b'$ и ab прямой AB .

Для построения ее горизонт, следа продолжаем (рисунок 49, б) фронт, проекцию $a'b'$ до пересечения с осью x в точке (m'), которая является фронт, проекцией горизонт, следа прямой. Затем из точки m' проводим перпендикуляр к оси x (линию связи) до пересечения с продолженной горизонт, проекцией прямой в точке (m), которая является горизонт, проекцией горизонт, следа прямой. Точка m совпадает с самим горизонт, следом — точкой M .

Для построения фронт, следа прямой продолжаем ее горизонт, проекцию ab до пересечения с осью x в точке (n), которая является горизонт, проекцией фронт, следа прямой. Из точки n проводим перпендикуляр к оси x до пересечения с продолженной проекцией $a'b'$ в точке (n'), которая является фронт, проекцией фронт, следа прямой. Точка n' совпадаете самим фронт, следом прямой — точкой N . Из расположения проекций m' и m , n' и n следует, что точка M (горизонт, след прямой) лежит на передней поле пл. H , а точка N (фронт, след прямой) — на верхней поле пл. V . Следовательно, прямая проходит через вторую, первую и четвертую четверти пространства.

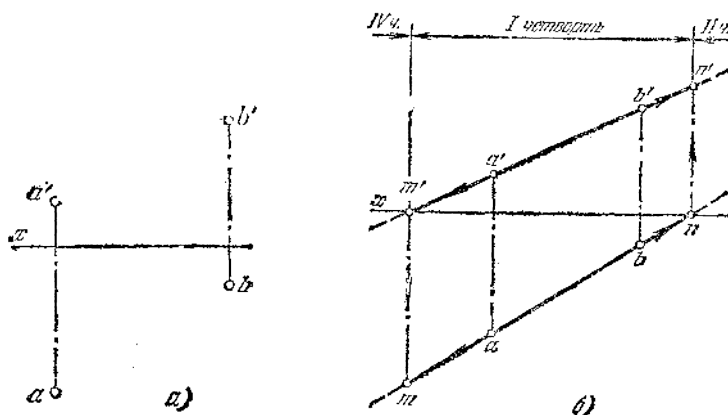


Рисунок 49 (а, б)

Задача №2

Построить следы профильной прямой AB (рисунок 50, а) и указать, через какие четверти пространства она проходит.

Решение:

Из построения (рисунок 50, б) следует, что горизонт, проекция n фронт, следа прямой и фронт, проекция m' горизонт, следа совпадают в точке пересечения проекций прямой с осью x . Для построения точек m и n' находим сначала профильные проекции m'' и n'' . Для этого продолжаем профильную проекцию $a''b''$ до пересечения с осями z и y . Получив проекции m'' и n'' , находим m и n .

Из расположения проекций m и m' , n и n' следует, что точка M (горизонт, след прямой) лежит на передней поле пл. H , а точка N (фронт, след прямой) — на верхней поле пл. V . Прямая проходит через вторую, первую и четвертую четверти.

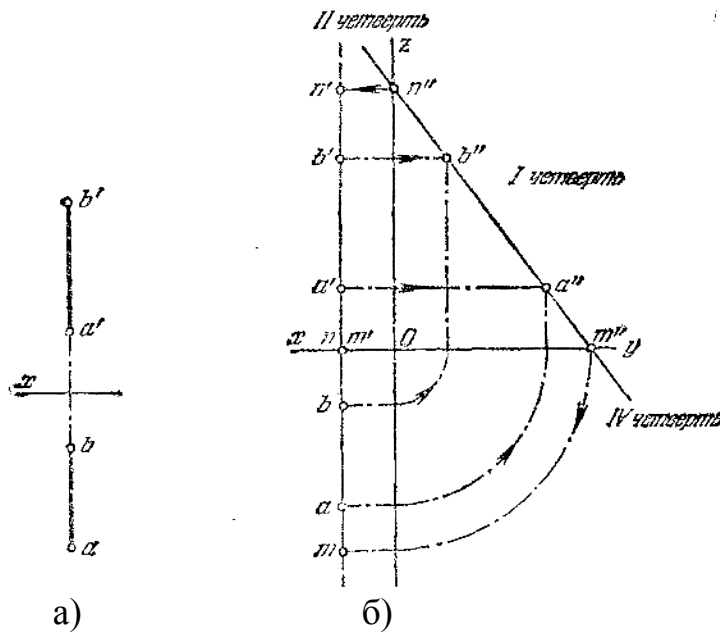


Рисунок 50 (а, б)

Задача №3

Через точку E (рисунок 51, а) провести прямую, пересекающую заданные прямые AB и CD .

Решение:

Искомая прямая должна удовлетворять трем условиям:

- 1) проходить через точку E ;
- 2) пересекать прямую AB ;
- 3) пересекать прямую CD .

Поэтому на чертеже (рисунок 51, б):

- 1) проекции прямой должны пройти через соответствующие проекции точки E ;
- 2) горизонтальная проекция искомой прямой должна пройти через точку, являющуюся горизонтальной проекцией прямой AB ;
- 3) точки пересечения проекций искомой прямой с одноименными проекциями прямой CD должны лежать на одном перпендикуляре к оси

проекций.

Построение искомой прямой начинаем с проведения ее горизонтальной проекции через точки e и a (б).

Отмечаем точку пересечения с cd – точку g , находим g' на $c'd'$ и через g' и e' проводим прямую фронтальную проекции искомой прямой.

Точки k' и k являются проекциями точки пересечения искомой прямой с прямой AB .

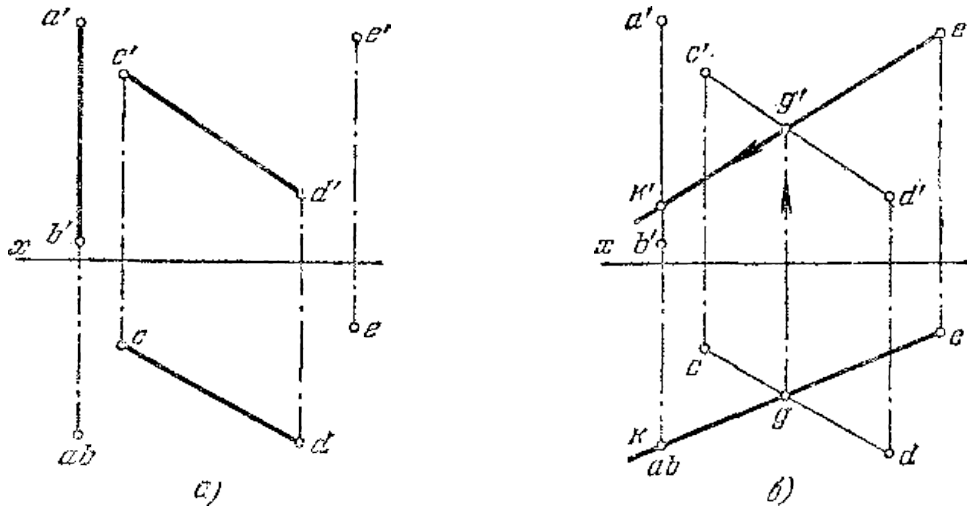


Рисунок 51 (а, б)

Задача №4

Построить равнобедренный треугольник с основанием BC на прямой MN ($MN \parallel \text{пл. Н}$) и вершиной A на прямой EF (рисунок 52). Основание BC должно равняться высоте треугольника AK , причем для точки K дана ее горизонтальная проекция.

Решение:

Для построения треугольника надо найти его высоту AK и отложить половину ее величины на прямой MN по обе стороны от точки K . На рисунке 52 по точке k строим точку k' . Из точки k проводим перпендикуляр к прямой mn (прямой угол между высотой AK и основанием BC , лежащим на MN , изображается на пл. проекций H в виде прямого же угла, так как прямая MN параллельна пл. H). Продолжаем этот перпендикуляр до пересечения с ef . По точке a строим a' на $e'f'$ получаем фронт, проекцию высоты AK .

Теперь можно найти натуральную величину высоты AK . Для этого строим прямоугольный треугольник akK , у которого катет kK равен разности расстояний точек A и K от пл. H . Гипотенуза aK выражает высоту AK . Откладывая на прямой mn отрезки kb и kc , равные половине высоты AK (т. е. половине отрезка aK), получаем точки b и c , а по ним проекции b' и c' . Дальнейшее ясно из чертежа.

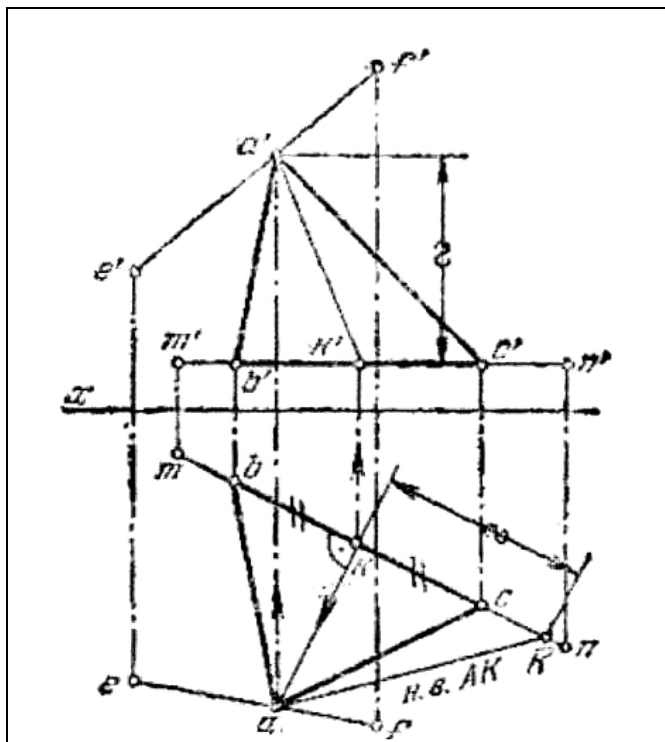


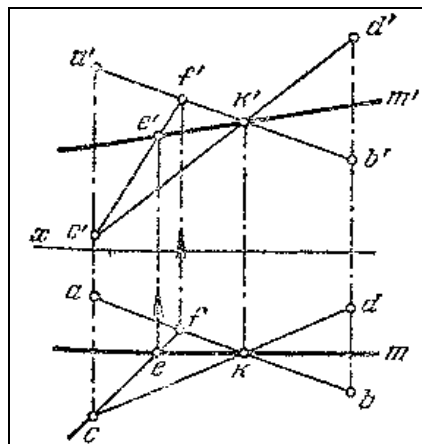
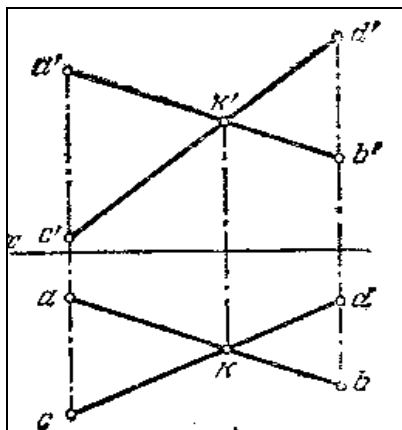
Рисунок 52

Задача №5

В плоскости, заданной пересекающимися прямыми АВ и CD, провести через точку К фронталь (рисунок 53, а).

Решение:

Так как направление горизонт, проекции фронтали известно, то начинаем построение с проведения этой проекции через точку к: прямая km должна быть параллельна оси x (рис. 53, б). Чтобы построить фронт, проекцию искомой фронтали, надо построить фронт, проекцию какой-либо точки, принадлежащей фронтали. Выбираем на проекции фронтали произвольную точку е, проводим через нее горизонт, проекцию cf некоторой прямой, лежащей в заданной плоскости. Строим далее точку f на прямой a'b', проводим c'f и находим на ней точку e'. Фронт, проекция искомой фронтали проходит через точки k' и e'.



а)

б)

Рисунок 53 (а, б)

Задача №6

В плоскости, заданной прямой АВ и точкой С, провести через точку Л линию ската плоскости (рисунок 54, а).

Решение:

Как известно, линия ската перпендикулярна к любой горизонтали плоскости. Горизонт, проекции, линии ската и горизонталь взаимно перпендикулярны. На рисунке 54,б проведена горизонталь через точку С, сначала получена точка d' , а по ней точка d на продолженной проекции ab . Таким образом, получена проекция cd горизонтали CD. Через точку a проводим горизонт, проекцию линии ската до пересечения с прямой cd в точке e , находим e' на $c'a'$ и проекцию $a'e'$ искомой линии ската.

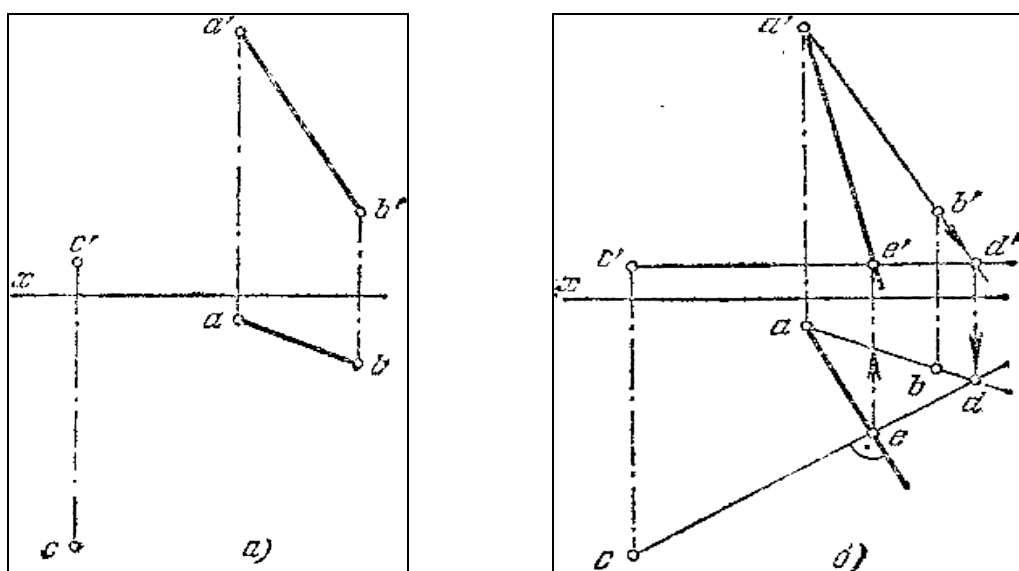


Рисунок 54 (а, б)

Задача №7

Построить следы плоскости, заданной двумя пересекающимися прямыми АВ ($AB \parallel \text{пл. Н}$) и CD (рисунок 55, а).

Решение:

Так как следы плоскости должны проходить через одноименные с ними следы прямых, лежащих в этой плоскости (рисунок 55, б), то надо построить фронт, следы обеих прямых — точки N_2 и N_1 , и провести через них фронт, след плоскости (P_v). Направление горизонт, следа плоскости известно: след P_h должен быть параллелен горизонтали АВ (рисунок 55, б). Поэтому след P_h пройдет через точку пересечения следов (P_x) параллельно горизонтали АВ. На рисунке 55, в - показано, что проекции ab и cd продолжены до пересечения их с осью x в точках n_2 и n_1 и по ним построены точки n_2' и n_1' на проекциях $a'b'$ и cd' . Через n_2' и n_1'

проведен след P_v до пересечения с осью x в точке P_x . Через точку P_x проведен след P_h параллельно прямой ab .

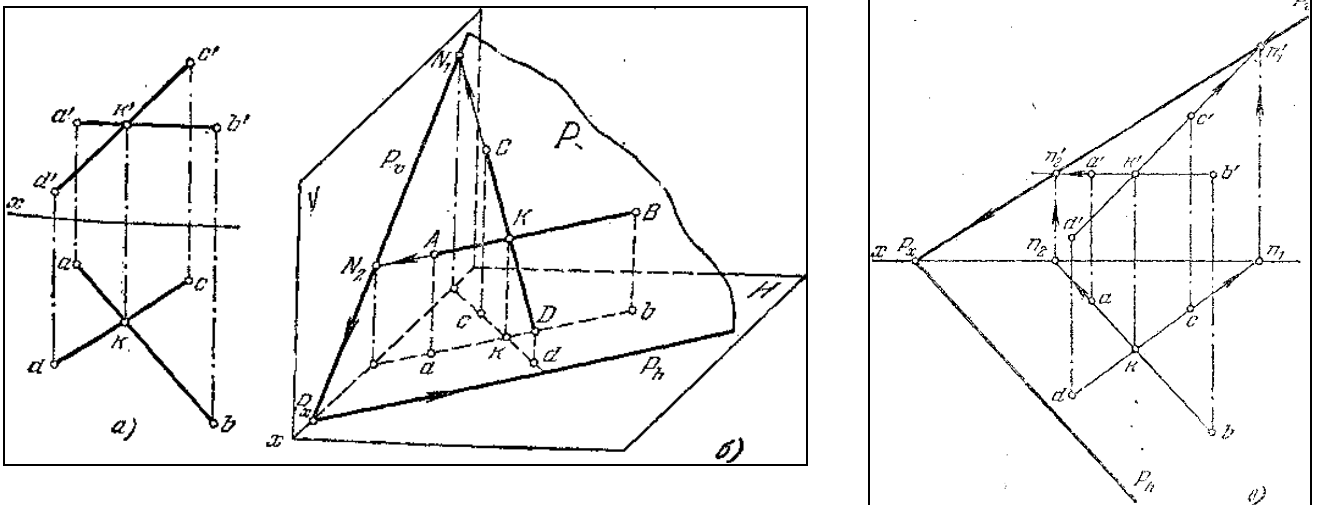


Рисунок 55 (а, б, в)

Задача №8

Найти точку пересечения прямой AB с пл. R (рисунок 56, а).

Решение:

Пл. R является горизонтально-проецирующей. Очевидно, горизонтальная проекция искомой точки пересечения должна находиться как на следе R_h , так и на ab (рисунок 56, б). Поэтому точку k (рисунок 56, в) получаем как точку пересечения следа R_h с ab . По точке k находим проекцию k' на $a'b'$.

Прямая AB в направлении от K к B находится за плоскостью R ; на чертеже соответствующая часть фронт. проекции изображена штриховой линией.

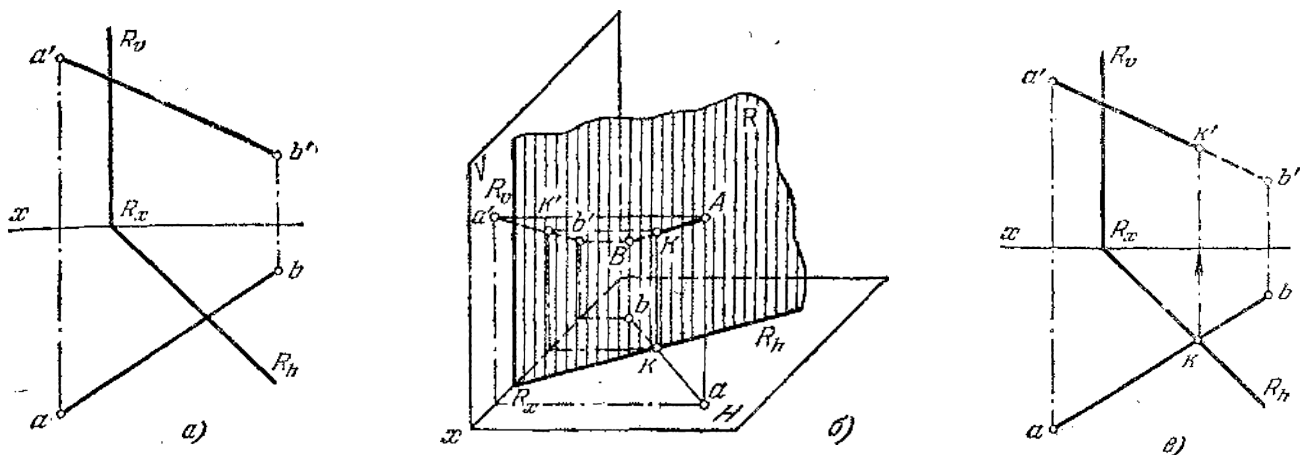


Рисунок 56 (а, б, в)

Задача №9

Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью, заданной треугольником CDE (рисунок 57, а).

Решение:

Замечаем, что плоскость треугольника перпендикулярна к пл. Н. Проекция k точки пересечения должна лежать как на прямой cd , так и ab (рисунок 57, б и 57, в). По точке k находим k' на $a'b'$.

Так как прямая АВ в направлении от К к А находится за треугольником CDE (рисунок 57, в), то на чертеже соответствующая часть фронт, проекции прямой изображена штриховой линией.

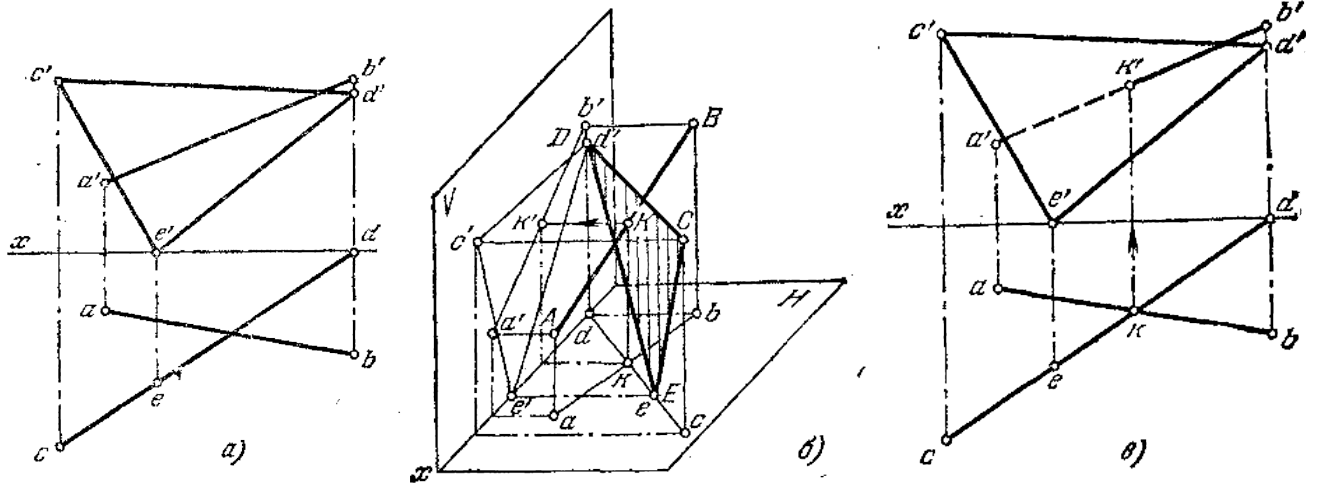


Рисунок 57 (а, б, в)

Задача №10

Построить линию пересечения плоскостей P и Q , у которых $P_h \parallel Q_h$ (рисунок 58, а).

Решение:

В данном случае горизонт, следы плоскостей параллельны. Это значит, что искомая прямая параллельна пл. Н и для плоскостей P и Q является горизонталью (рисунок 58, б). Чтобы провести эту горизонталь, достаточно построить одну принадлежащую ей точку. Используем точку N пересечения следов P_v и Q_v . Построив проекции (рисунок 58, в) n' и n , проводим $n'a'$ параллельно оси x , а na — параллельно следам P_h и Q_h .

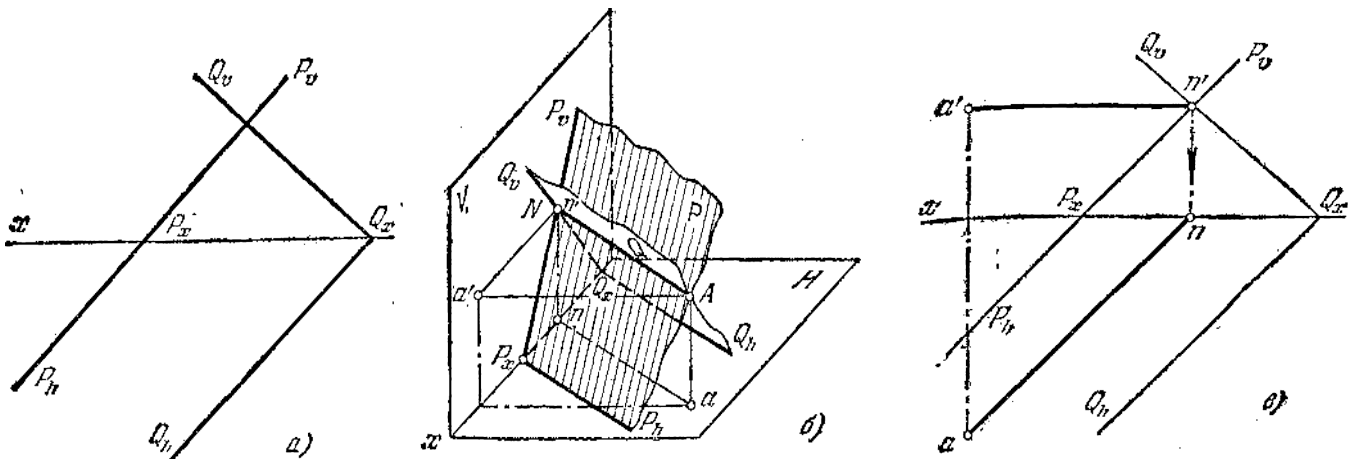


Рисунок 58 (а, б, в)

Задача №11

Найти линию пересечения плоскостей, заданных треугольником ABC и параллельными прямыми ED и FG (рисунок 59,а).

Решение:

В данном случае общие точки для обеих плоскостей можно найти как точки пересечения (М и N) сторон треугольника АЗ и АС с плоскостью, заданной прямыми ED и FQ (рисунок 59, б).

Через прямую АВ проводим фронтально-проецирующую плоскость S, задав ее следом S_v (рисунок 59, в). Она пересекает плоскость параллельных прямых по прямой 1-2(1'2', 1-2), которая пересекается со стороной АВ в точке М (mm'). Фронтально-проецирующая плоскость Т, проведенная через прямую АС, задана следом T_h эта плоскость пересекает плоскость параллельных прямых по линии 3-4 (3'4', 3-4), которая в пересечении со стороной АС дает точку N (n,n'). Искомая линия пересечения плоскостей проходит через точки М и N. Для определения видимости плоскостей при взаимном их пересечении рассмотрим точки 2 (лежит на прямой FG) и 5 (лежит на прямой АВ).

Анализ положения этих точек показывает, что на пл. V точка 5 закрывает точку 2, а это значит, что прямая АВ в этом месте проходит перед FG, т. е. треугольник ABC виден до прямой KM. Остальное ясно из чертежа.

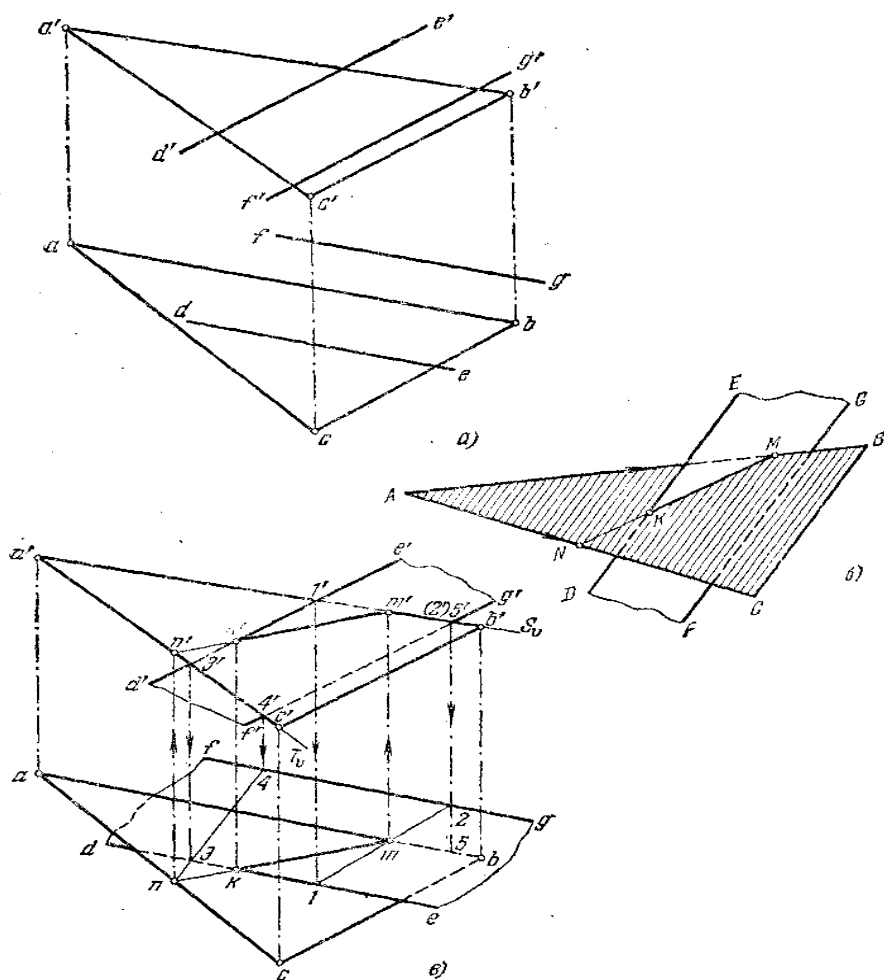


Рисунок 59 (а, б, в)

Список использованных источников

- 1 Гордон, В. О. Курс начертательной геометрии /В. О. Гордон, М. А. Семенцов – Огиевский. – М.: Наука, 1988. – 346 с.
- 2 Власов, М. П. Инженерная графика /М. П. Власов. – М.: Машиностроение, 1979. – 261 с.
- 3 Бубенников, А. В. Начертательная геометрия /А. В. Бубенников. – М.: Высшая школа, 1985. – 186 с.
- 4 Артустамов, Х. А. Сборник задач по начертательной геометрии /Х. А. Артустамов. – М.: Машиностроение, 1978. – 218 с.
- 5 Гордон, В. О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии /В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева. – М.: Наука, 2003. – 351 с.

Обозначения и символы

Обозначение геометрических фигур и их проекций

1 Плоскости проекций обозначаются $\Pi_1(H)$, $\Pi_2(V)$, $\Pi_3(W)$, где

$\Pi_1(H)$ - горизонтальная;

$\Pi_2(V)$ - фронтальная;

$\Pi_3(W)$ - профильная плоскость проекции.

2 Оси проекций обозначаются буквами x , y , z .

3 Точки обозначаются прописными буквами латинского алфавита или арабскими цифрами:

$A, B, C, D, \dots, L, M, N, \dots$

$1, 2, 3, 4, \dots, 12, 13, 14, \dots$

4 Проекция точек, линий, поверхностей любой геометрической фигуры обозначаются соответственно строчными буквами:

- на горизонтальной плоскости – $A_1, B_1, C_1, D_1, (a, b, c, d)$ и т.д.;

- на фронтальной – $A_2, B_2, C_2, D_2 (a', b', c', d')$ и т.д.;

- на профильной – $A_3, B_3, C_3, D_3 (a'', b'', c'', d'')$ и т.д.

5 Линии уровня обозначаются:

h - горизонтальная;

v - фронтальная;

ω - профильная прямая.

6 Углы обозначаются:

$\angle ABC$ - угол с вершиной в точке B или $\sphericalangle \alpha^\circ, \sphericalangle \beta^\circ, \sphericalangle \gamma^\circ, \dots, \sphericalangle \varphi^\circ$.

Угловая величина (градусная мера) обозначается знаком \wedge , который ставится над углом:

$\wedge ABC$ - величина $\sphericalangle ABC$.

Прямой угол отмечается дугой с точкой внутри сектора.

7 Вспомогательные проекции точек, линий, поверхности любой фигуры, полученные в результате преобразования для определения действительной величины геометрической фигуры, обозначаются той же буквой (цифрой) с подстрочным индексом "о":

$A_o, 1_o, \beta_o, \varphi_o$, и т.д.

Символы, обозначающие отношение между геометрическими фигурами

- = совпадают, равны, результат действия
- \cong конгруэнтны
- \sim подобны
- \parallel параллельны
- \perp перпендикулярны
- \bullet скрещиваются
- $\overset{P}{\rightarrow}$ параллельное проецирование
- \neg отрицание
- \in принадлежит ($A \in L$ - точка принадлежит линии L)
- \subset включает
- \cup объединение множеств
- \cap пересечение множеств

Приложение А (обязательное)

Задачи по курсу «Начертательная геометрия» для самостоятельной работы

А. 1 «Точка»

1 Построить комплектный чертеж точек /A/, /B/, /C/, /D/ и дать наглядное изображение (изометрию).

2 Построить эпюры точек, равноудаленных от двух плоскостей проекций; от трех плоскостей проекций. Записать координаты точек.

3 Выполнить комплексный чертеж точки, удаленной от фронтальной плоскости проекций на расстояние вдвое большее, чем от горизонтальной. Записать координаты точек.

4 Построить эпюры точек, лежащих на осях OX, OY, OZ. Записать их координаты.

5 Через точку В провести фронтально - проецирующую прямую, а через точку /A/ горизонтально - проецирующую.

А. 2 «Прямая»

6 Точки лежат на прямой /AB/. Определить координаты точек: /F/, /L/, /Г/ при условии что координата X точки /F/ равна 30 мм., Y точки L равна 30мм., Z точки /Г/ равна 10 мм.

7 Определить, лежат ли точки /P/, /S/, /Q/ на прямой /CD/. Известно, что их фронтальные проекции принадлежат фронтальной проекции прямой, а горизонтальные определяются координатами (30, 40), (10, 50), (20, 35).

8 Отрезок прямой /AB/ разделить в отношении 1:2:3. Записать координаты точек, делящих отрезок.

9 Прямую /AD/ пересечь горизонтальной линией уровня в точке /L/, Z=40.

10 Прямую /BC/ пересечь фронтальной линией уровня в точке /Q/, Y=30.

11 Через точку /D/ провести прямую /k/, параллельную отрезку /AK/ .

12 Через точку /E/ провести прямую, которая бы скрещивалась с прямой /AB/ и пересекала прямую /CD/. Определить видимость конкурирующих точек.

13 Через точку /A/, провести две горизонтальные линии уровня с углами наклона к фронтальной плоскости проекций в 30 и 60 градусов. Отложить на них отрезки по 60 мм.

14 Через точку /К/ провести горизонтальную линию уровня, пересекающую ось OZ.

15 Через точку /В/ провести две фронтальные линии уровня. Отложить на них отрезки, отношение длин которых равно 3:2.

16 Через точку /А/ провести фронтальную линию уровня с углом наклона к горизонтальной плоскости проекций в 60 градусов. Отложить на ней отрезок в 50 мм.

17 Прямые /AD/ и /CB/ пересечь прямой, отстоящей от горизонтальной плоскости проекции на расстояние в 40 мм.

А. 3 «Прямая, плоскость»

18 Построить точку /М/, которая лежит в плоскости треугольника /ABC/. Горизонтальная проекция точки /М/ определяется координатами (30,40).

19 В плоскости прямых /AB/, /AC/ выделить треугольник так, чтобы одна из его сторон оказалась линией уровня.

20 Через точку /К/ провести плоскость общего положения (плоскость задать следами) и в ней выделить четырехугольник.

21 Как расположены точки /А/, /Е/, /К/ по отношению к плоскости треугольника /BCD/?

22 Построить чертеж точки /М/, лежащей в плоскости, заданной параллельными прямыми, если фронтальная проекция точки /М/ определяется координатами (30, 40).

23 Построить чертеж точки /Т/, лежащей в плоскости пересекающихся прямых /AB/, /BC/. Известно, что горизонтальная проекция точки /Т/ определяется координатами (20, 50)

24 Провести плоскости через точки:

/В/ - горизонтальную уровня (пересекающиеся прямые);

/А/ - фронтальную уровня (параллельные прямые);

/С/ - горизонтально - проецирующую (треугольник);

/D/ - фронтально - проецирующую (точка и прямая);

/Е/ - общего положения (задать следами).

25 Прямая /LT/ лежит в плоскости СИГМА (плоскость общего положения задана следами. Найти ее горизонтальную проекцию, если известно, что фронтальные проекции точек /L/, /Т/ определяются, соответственно, координатами (30,20), (60,20)

26 Через точку /А/ провести прямую параллельную плоскости общего положения, проходящую через прямую /BK/ и содержащую точку /D/. Плоскость задать следами.

А. 4 « Плоскости»

27 Построить линию пересечения плоскостей общего

положения $/P/$, $/Q/$, заданных следами. Следы задать произвольно, считая, что точка $/A/$ лежит в плоскости $/P/$, а точка $/D/$ в плоскости.

28 Построить линию пересечения плоскостей $/ABC/$ и $/DEK/$ (Задачу решить на комплексном и аксонометрическом чертежах, $M 1:1$).