

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графики

Л.М.ВИНОКУРОВА, Г.П.ЛЕТНИЦКАЯ

ПОВЕРХНОСТИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к расчетно-графическим работам «Пересечение поверхности многогранника с
плоскостью» по курсу «Начертательная геометрия»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2007

УДК 514.18(076.5)

ББК 22.151.3я7

В49

Рецензент

Доктор педагогических наук А.В.Кострюков

В49 Винокурова Л.М.

Поверхности: Методические указания к расчетно-графической работе «Пересечение поверхности вращения плоскостью» по курсу «Начертательная геометрия». – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007.-15 с. Л.М.Винокурова, Г.П.Летницкая

Методические указания предназначены студентам инженерных специальностей для самостоятельного выполнения задания по курсу «Начертательная геометрия»

ББК22.151.3я7

@Л.М. Винокурова,
Г.П. Летницкая,
© ИПК ГОУ ОГУ, 2008.

Содержание

Введение.....	4
1 Пересечение многогранников с плоскостью.....	5
1.1 Пересечение пирамиды с плоскостью.....	5
1.2 Пересечение призмы с плоскостью.....	9
Список использованных источников.....	23
Приложение А.....	24
Приложение Б.....	26
Приложение В.....	27

Введение

Задачи, в результате решения которых можно получить ответ о взаимной принадлежности заданных геометрических фигур, называются позиционными. Результатом пересечения поверхности и плоскости является линия, точки которой принадлежат и плоскости, и поверхности.

Для решения этих задач используют способ вспомогательных секущих плоскостей, заключающийся в следующем:

1 Заданную поверхность и плоскость пересекают вспомогательной плоскостью (проецирующая или плоскость уровня).

2 Определяют линии пересечения вспомогательной плоскости с заданными поверхностью и плоскостью.

3 Отмечают точки, в которых пересекаются полученные линии пересечения.

4 Повторив указанные операции «n» раз, получим множество точек, принадлежащих искомой линии пересечения плоскости и поверхности.

5 Соединив эти точки ломанной линией, получают искомую линию пересечения

В случае пересечения многогранника с плоскостью линией пересечения является многоугольник, вершины которого принадлежат ребрам многогранника. Поэтому задачу по определению линии пересечения можно свести к многократному решению задач по нахождению точки встречи прямой (ребра многогранника) с данной плоскостью. Если же рассматривать грани многогранника как плоскости, то задачу по определению линии пересечения многогранника и плоскости можно свести к многократному решению задач по построению линии пересечения плоскостей (граней многогранника и данной плоскости). Какому из способов следует отдать предпочтение, решается в каждом конкретном случае.

1 Пересечение многогранника с плоскостью

При пересечении многогранника с плоскостью получается плоская фигура, которая называется сечением. Для получения общих точек многогранника и плоскости необходимо найти точки, в которых ребра многогранника пересекают данную плоскость или найти отрезки прямых, по которым грани многогранника пересекаются с плоскостью.

В тех случаях, когда секущая плоскость является проецирующей или плоскостью общего положения, фигура сечения проецируется на плоскости проекций с искажением. Если же секущая плоскость является плоскостью уровня, то фигура сечения проецируется в натуральную величину на ту плоскость проекций, параллельно которой расположена секущая плоскость.

1.1 Пересечение пирамиды с плоскостью

Пересечение трехгранной пирамиды $SABC$ с плоскостью $P(P_2)$ выполнено на рисунке 1. Плоскость P параллельна горизонтальной плоскости проекций (Π_1). Полученное сечение MNL - треугольник, параллельный горизонтальной плоскости проекций, проецируется на неё в натуральную величину. Фронтальная проекция сечения $M_2 N_2 L_2$ определяется пересечением ребер A_2S_2, B_2S_2, C_2S_2 с фронтальным следом плоскости P_2 , а горизонтальная проекция сечения $M_1N_1L_1$, определяется с помощью линий связи согласно признаку принадлежности точки прямой.

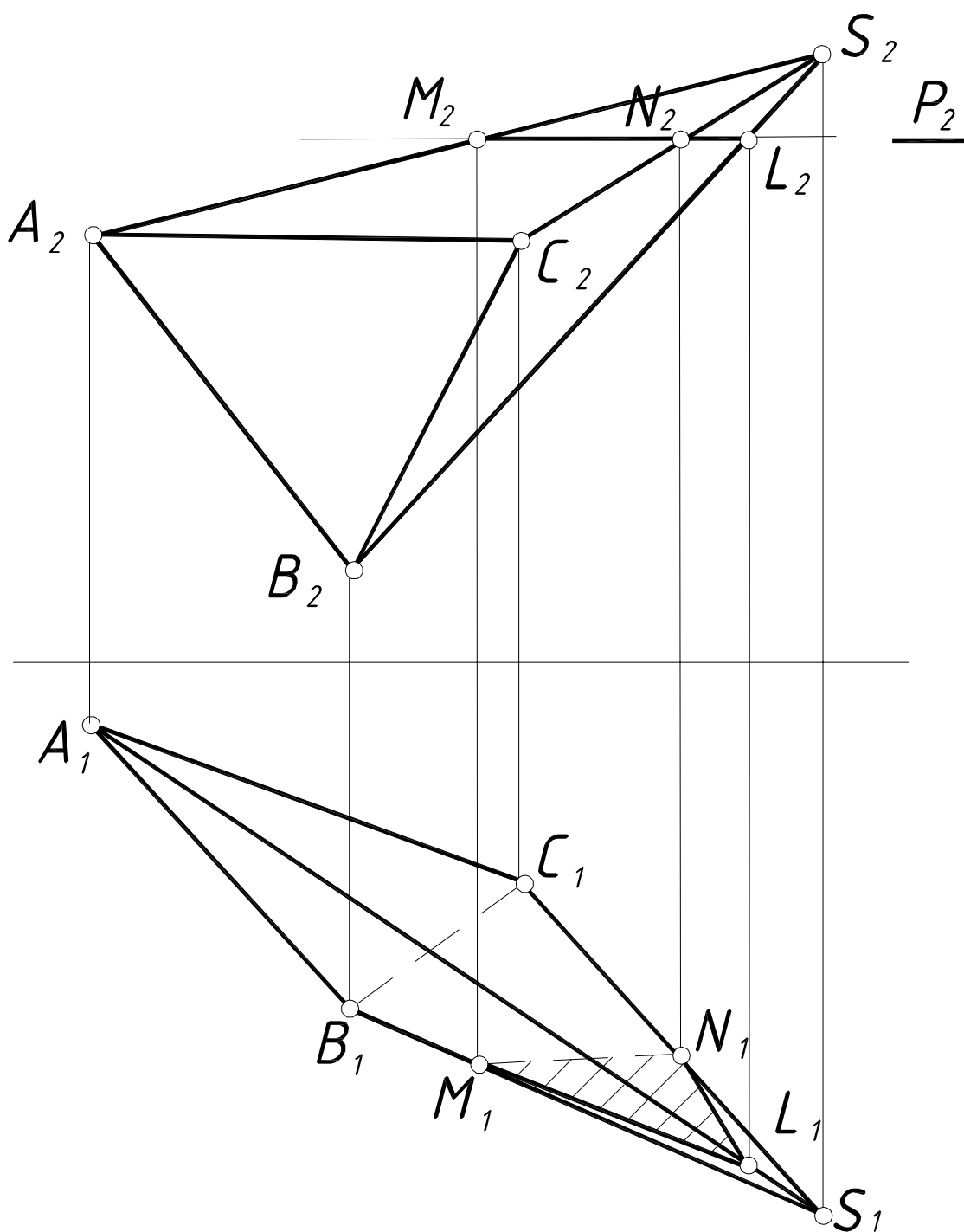


Рисунок 1

Для построения проекций сечения четырехгранной пирамиды $SABCD$ плоскостью общего положения Q , заданной параллельными прямыми a и b , на плоскости Q проводим четыре прямые $S'11_1$, $S'12_1$, $S'13_1$, $S'14_1$ фронтально конкурирующие с боковыми ребрами SA , SB ,

SC, SD пирамиды. В пересечении вспомогательных прямых с соответствующими ребрами пирамиды находим вершины A', B', C', D'

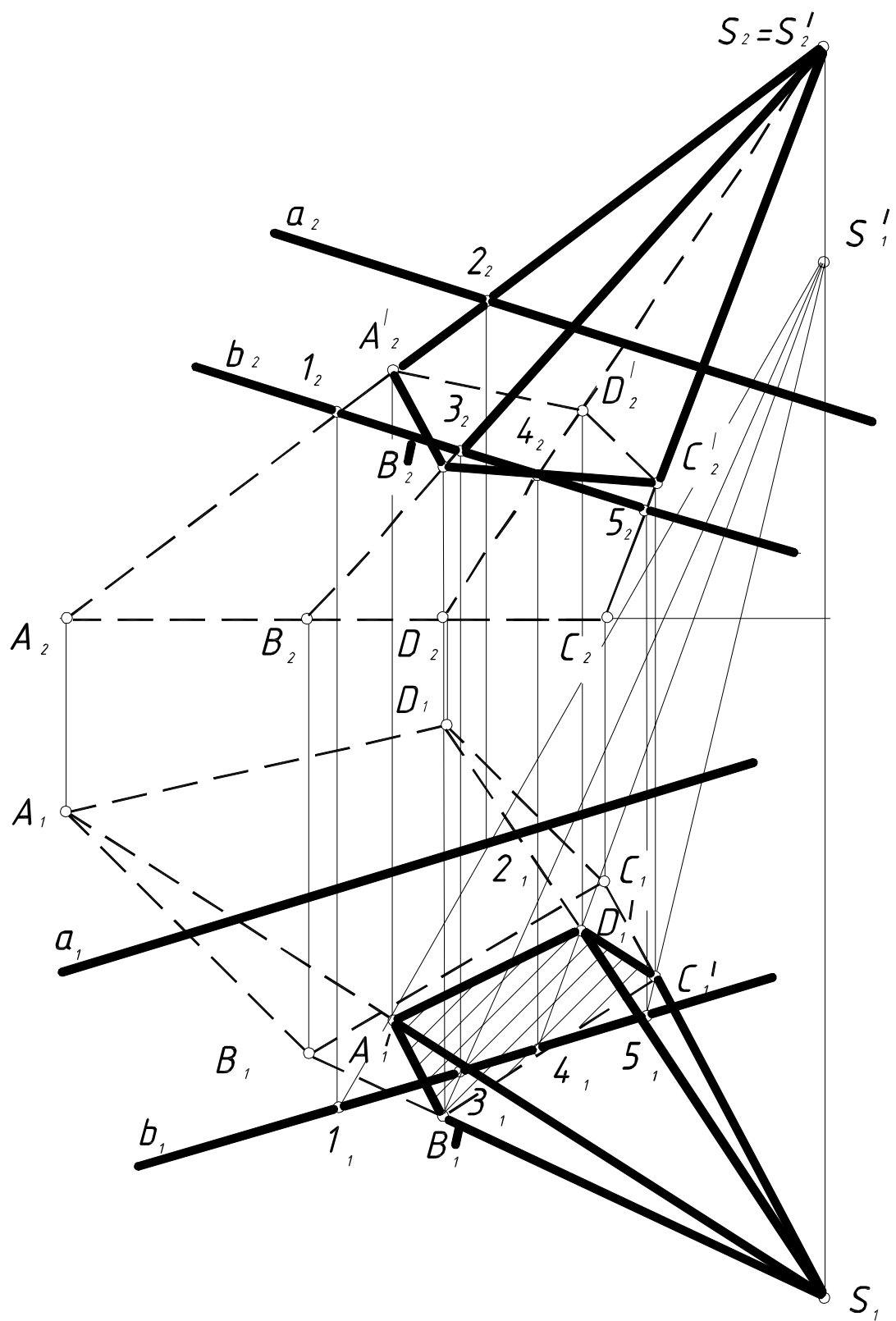


Рисунок 2

Для построения проекций сечения четырехгранной пирамиды SABCD плоскостью общего положения Q, заданной параллельными прямыми a и b, на плоскости Q проводим четыре прямые S'_{11_1} , S'_{12_1} , S'_{13_1} , S'_{14_1} фронтально конкурирующие с боковыми ребрами SA, SB, SC, SD пирамиды. В пересечении вспомогательных прямых с соответствующими ребрами пирамиды находим вершины A' , B' , C' , D'

Так как боковые ребра пересекаются в одной точке S, то конкурирующие с ними вспомогательные прямые S'_{11_1} , S'_{12_1} , S'_{13_1} , S'_{14_1} будут также пересекаться в одной точке, обозначенной на чертеже буквой S' (S'_2 , S'_1). Причем эта точка будет фронтально конкурирующей с точкой S (S_2 , S_1). Отсюда следует, что если первую вспомогательную прямую определяем точками 1 и 2, то остальные можно определить точками 2 и S, 3 и S, 4 и S. Соединив в последовательном порядке отрезками прямых вершины сечения с учетом видимости получим сечение

$A'B'C'D'$ (A'_1 , B'_1 , C'_1 , D'_1 ; A'_2 , B'_2 , C'_2 , D'_2)

1.2 Пересечение призмы с плоскостью

Построение сечения трехгранной призмы, основанием которой является треугольник ABC а ребра перпендикулярны горизонтальной плоскости про Сечением данной призмы является треугольник 1,2,3, вершины которого есть точки пересечения ребер призмы с плоскостью P. Так как ребра призмы перпендикулярны горизонтальной плоскости проекций, то горизонтальные проекции их точек пересечения с плоскостью $1_1, 2_1, 3_1$ совпадают с горизонтальными проекциями вершин основания призмы $A_1=1_1$, $C_1=2_1$, $B_1=3_1$. Для нахождения фронтальных проекций точек $1_2, 2_2, 3_2$

воспользуемся признаком принадлежности точки плоскости. Для этого проведем в плоскости фронтальные линии уровня так, чтобы точка 1 принадлежала f'_1 , точка 2 принадлежала f''_1 , а точка 3 принадлежала f_1 . Проекций П1, с плоскостью общего положения P выполнено на рисунке 3.

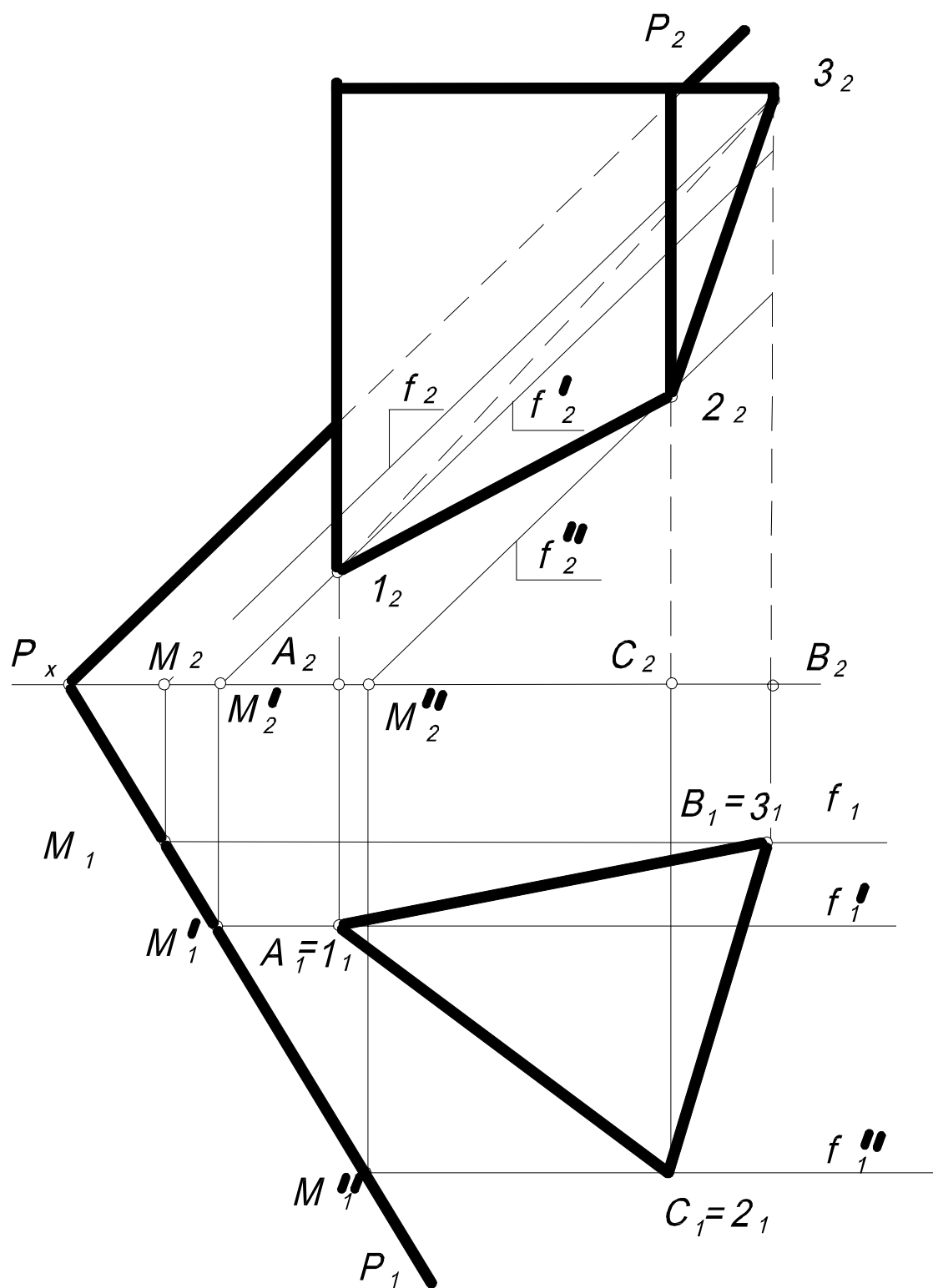


Рисунок 3

На рисунке 4 дано построение сечения призмы $ABCA'B'C'$, основания и грани которой являются плоскостями общего положения, с плоскостью общего положения P .

Чтобы найти вершины искомого сечения, строим точки пересечения боковых ребер призмы AA' , BB' , CC' с данной плоскостью P . Для этого на плоскости P проводим три вспомогательные прямые 1-2, 3-4, 5-6, фронтально конкурирующие с ребрами AA' , BB' , CC' . Далее строим точки пересечения вспомогательных прямых с соответствующими ребрами призмы. На ребре AA' получаем точку E и на продолжении ребра BB' – вспомогательную точку 7. Если бы требовалось найти сечение призматической поверхности, не принимая во внимание оснований призмы, то в сечении был бы получен треугольник $D-7-E$. Если же учитывать основания призмы, то в сечении получим четырехугольник $DEFG$, у которого вершины F и G являются точками пересечения сторон BC и AB основания ABC призмы с данной плоскостью P . Точки F и G определяют в пересечении сторон основания призмы BC и AB со сторонами сечения $E-7$ и $D-7$.

Так как боковые ребра призмы параллельны друг другу, то конкурирующие с ними вспомогательные прямые 1-2, 3-4, и 5-6 будут параллельны между собой. Поэтому, построив первую из них прямую 1-2 при помощи двух точек 1 и 2, можно каждую из остальных вспомогательных прямых строить при помощи одной точки. Так прямую 3-4 можно построить при помощи точки 3, а прямую 5-6 – при помощи точки 5, проведя их параллельно прямой 1-2.

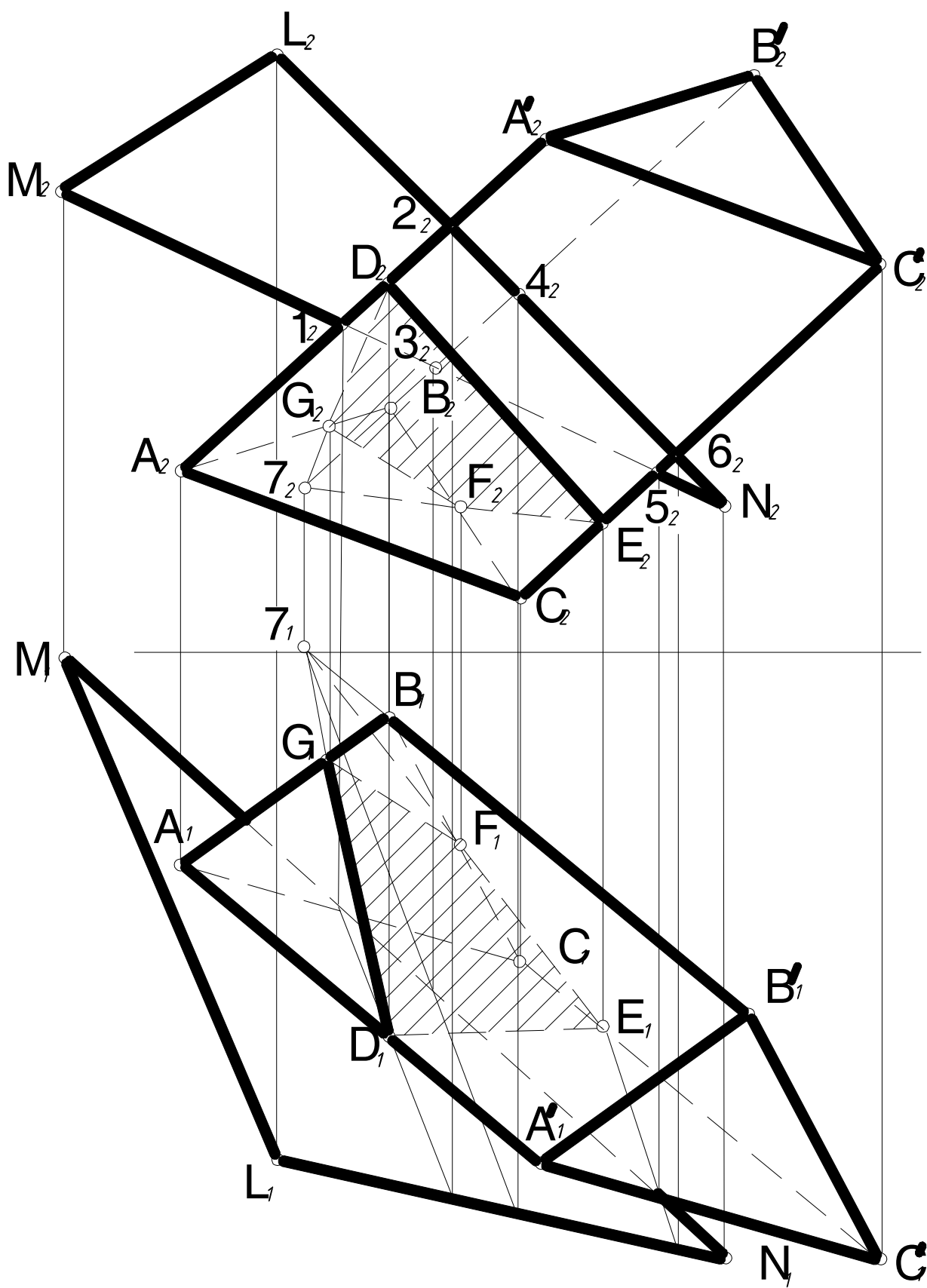


Рисунок 4

Список использованных источников

Основная

1. Фролов С.А. Начертательная геометрия.–М.: Машиностроение, 1983.– 240 с.
2. Гордон В.О., Сименцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии.– М.: Наука, 1988.– 272 с.
3. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии. - М: Высшая школа, 1970.-240 с.

Дополнительная

4. Винокурова Л.М. Пересечение многогранников.– Оренбург:ОрПТИ,1993.–7 с.
5. Мовчан П.Ф. Сечение поверхности вращения плоскостью.– Оренбург: ОрПТИ, 1993.–13 с.

Приложение А
(Обязательное)

**Содержание расчетно графической работы :
Пересечение поверхности многогранника с плоскостью.**

Задача 1. Построить сечение поверхности многогранника плоскостью.

Задача 3. Построить аксонометрическую проекцию усеченной части многогранной поверхности (изометрия или диметрия).

Данные для решения задач взять из таблиц 1 , 2 и рисунка 5.

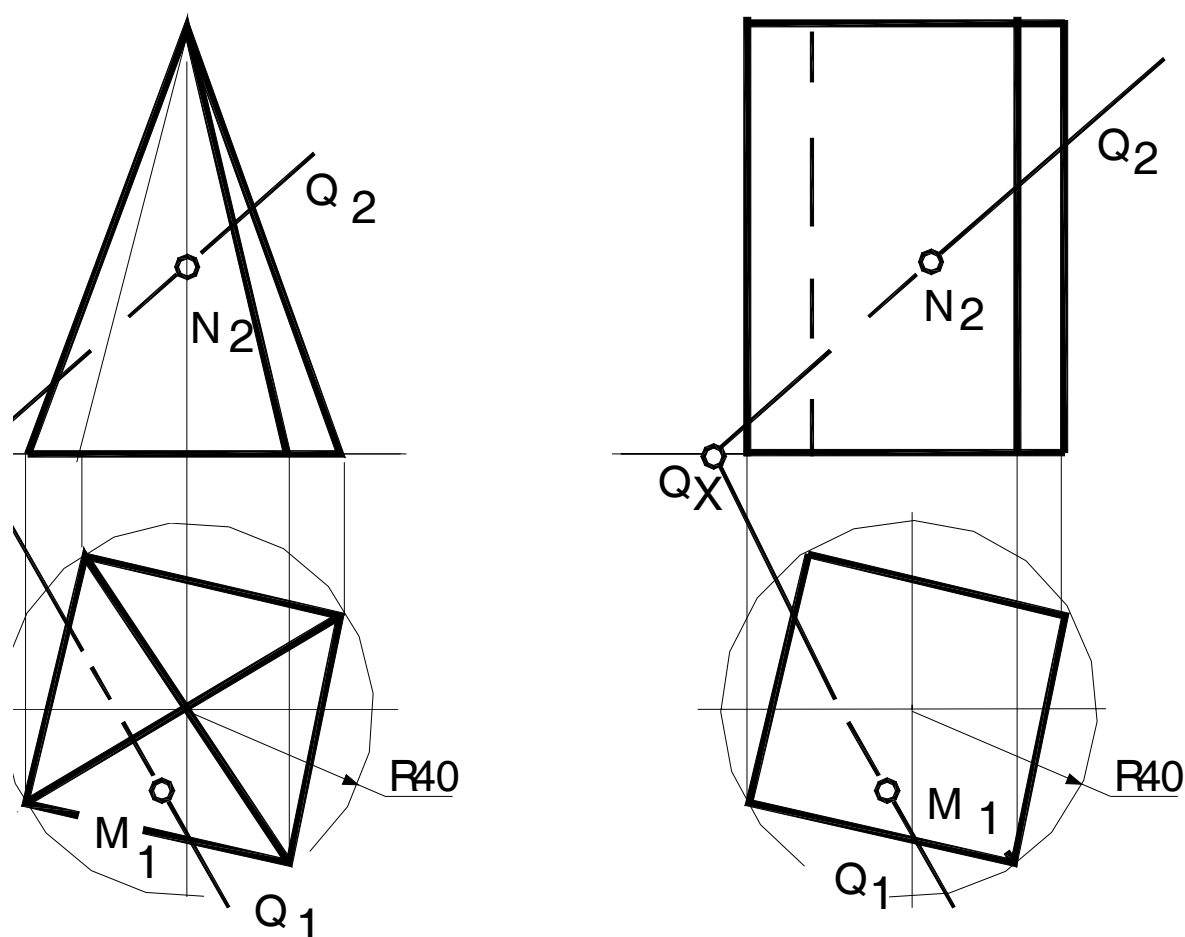


рисунок 5.

Указания к решению задачи №1

В левой половине листа наметить оси координат. Согласно варианту задания построить по координатам проекции точек О, М, N, Q. Построение многогранной поверхности начинать с построения основания. Для этого на горизонтальной плоскости проекций начертить окружность радиуса $R=40$ мм с центром в точке O_1 . В эту окружность вписать заданный многоугольник. Учитывая, что высота многогранной поверхности равна 90 мм, построить вершину для пирамиды, а для призмы верхнее основание. Построить следы плоскости «Q», если точки М и N принадлежат плоскости, а «Qx» является точкой схода следов. При построении сечения призмы плоскостью учесть, что грани призмы занимают проецирующее положение по отношению к горизонтальной плоскости проекций. В связи с этим горизонтальная проекция линии пересечения будет совпадать с горизонтальной проекцией призмы. Обозначив цифрами ($1_1, 2_1, 3_1$ и т.д.) горизонтальные проекции линии сечения, принадлежащие ребрам призмы, определяют их фронтальные проекции по признаку принадлежности точек плоскости общего положения.

Таблица 3.1 – Основание многогранной поверхности

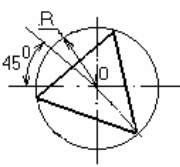
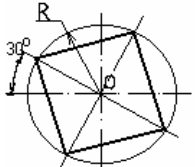
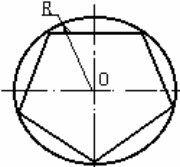
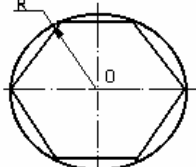
Основание многогранник а				
№ Варианта	1,5, 9, 13,17, 21, 25, 29	2, 6, 10,14, 18,22,26, 30	3,7,11,15, 19,23,27, 31	4,8,12,16, 20,24,28, 32

Таблица 3.2 – Координаты точек

№ п/п	Многогранни к	Q	O				M			N		
		X	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	Пирамида	90	40	40	0	71	49	0	40	0	30	
2		90	40	40	0	67	26	0	40	0	30	
3		90	40	40	0	40	70	0	40	0	30	
4		90	40	40	0	70	40	0	40	0	30	
5	Призма	90	40	0	40	40	30	0	67	0	26	
6		90	40	0	40	40	30	0	40	0	70	
7		90	40	0	40	40	30	0	70	0	40	
8		90	40	0	40	40	30	0	70	0	40	
9	Пирамида	99	40	40	0	71	49	0	40	0	50	
10		99	40	40	0	67	26	0	40	0	50	
11		99	40	40	0	67	26	0	40	0	50	
12		99	40	40	0	70	40	0	40	0	50	
13	Призма	99	40	0	40	40	60	0	40	0	70	
14		99	40	0	40	40	60	0	70	0	40	
15		99	40	0	40	40	60	0	70	0	40	
16		99	40	0	40	40	60	0	70	0	40	
17	Призма	90	40	40	0	71	49	0	40	0	30	
18		90	40	40	0	67	26	0	40	0	30	
19		90	40	40	0	40	70	0	40	0	30	
20		90	40	40	0	70	40	0	40	0	30	
21	Пирамида	90	40	0	40	40	30	0	67	0	26	
22		90	40	0	40	40	30	0	40	0	70	
23		90	40	0	40	40	30	0	70	0	40	
24		90	40	0	40	40	30	0	70	0	40	
25	Призма	99	40	40	0	71	49	0	40	0	50	
26		99	40	40	0	67	26	0	40	0	50	
27		99	40	40	0	67	26	0	40	0	50	
28		99	40	40	0	70	40	0	40	0	50	