

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра дизайна

И.А. КРАВЧЕНКО

# **ПРИНЦИПЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ ЦИФРОВЫХ ФОРМ**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ШРИФТ»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом  
государственного образовательного учреждения высшего профессионального  
образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2007

УДК 003.2 (075.8)  
ББК 85.15я73  
К 78

Рецензент

доцент, заслуженный деятель культуры, член Союза Дизайнеров России  
Ф.М. Абленин

**Кравченко И.А.**  
К-78 **Принципы изображения цифровых форм [Текст]:  
методические указания по дисциплине «Шрифт» / И.А.  
Кравченко. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2007 – 22 с.**

В методических указаниях дается обзор изображения цифровых форм у разных народов, в разных странах. Рекомендованы для изучения дисциплины «Шрифт».

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по специальности 070601 – Дизайн специализации Графический дизайн.

ББК 85.15 я73

©Кравченко И.А., 2007  
©ГОУ ОГУ, 2007

## Содержание

Введение.....	4
1 Цифры и системы счисления .....	5
2 Основные особенности цифр .....	6
3 Египетская система .....	7
4 Китай .....	8
5 Аравия .....	9
6 Обозначения чисел у древних евреев. Финикия .....	10
7 Вавилон .....	11
8 Рим .....	13
9 Западная Европа .....	15
10 Древняя Греция .....	15
11 Славянская числовая система .....	18
Заключение .....	21
Список использованных источников.....	22

## **Введение**

Считать человек начал задолго до того, как он научился писать, поэтому не сохранилось никаких письменных документов, свидетельствовавших о тех словах, которыми в древности обозначали числа. Для кочевых племен характерны устные названия чисел, что же касается письменных, то необходимость в них появилась лишь с переходом к оседлому образу жизни, образованием земледельческих сообществ. Возникла и необходимость в системе записи чисел, и именно тогда было заложено основание для развития математики.

# 1 Цифры и системы счисления

Интуитивное представление о числе, по-видимому, так же старо, как и само человечество, хотя с достоверностью проследить все ранние этапы его развития в принципе невозможно. Прежде чем человек научился считать или придумал слова для обозначения чисел, он, несомненно, владел наглядным, интуитивным представлением о числе, позволявшим ему различать одного человека и двух людей или двух и многих людей. То, что первобытные люди сначала знали только «один», «два» и «много», подтверждается тем, что в некоторых языках, например в греческом, существуют три грамматические формы: единственного числа, двойственного числа и множественного числа. Позднее человек научился делать различия между двумя и тремя деревьями и между тремя и четырьмя людьми. Счет изначально был связан с вполне конкретным набором объектов, и самые первые названия чисел были прилагательными. Например, слово «три» использовалось только в сочетаниях «три дерева» или «три человека»; представление о том, что эти множества имеют между собой нечто общее - понятие троичности - требует высокой степени абстракции. О том, что счет возник раньше появления этого уровня абстракции, свидетельствует тот факт, что слова «один» и «первый», равно как «два» и «второй», во многих языках не имеют между собой ничего общего, в то время как лежащие за пределами первобытного счета «один», «два», «много», слова «три» и «третий», «четыре» и «четвертый» ясно указывают на взаимосвязь между количественными и порядковыми числительными.

Названия чисел, выражающие весьма абстрактные идеи, появились, несомненно, позже, чем первые грубые символы для обозначения числа объектов в некоторой совокупности. В глубокой древности примитивные числовые записи делались в виде зарубок на палке, узлов на веревке, выложенных в ряд камешков, причем подразумевалось, что между пересчитываемыми элементами множества и символами числовой записи существует взаимно однозначное соответствие. Но для чтения таких числовых записей названия чисел непосредственно не использовались. Ныне мы с первого взгляда распознаем совокупности из двух, трех и четырех элементов; несколько труднее распознаются на взгляд наборы, состоящие из пяти, шести или семи элементов. А за этой границей установить на глаз их число практически уже невозможно, и нужен анализ либо в форме счета, либо в определенном структурировании элементов. Счет на бирках, по-видимому, был первым приемом, который использовался в подобных случаях: зарубки на бирках располагались определенными группами подобно тому, как при подсчете избирательных бюллетеней их часто группируют пачками по пять или десять штук. Очень широко был распространен счет на пальцах, и вполне возможно, что названия некоторых чисел берут свое начало именно от этого способа подсчета.

В древности рисовали предмет нужное количество раз; позже рисовали предмет, а рядом ставили точки или черточки, количество которых указывало число.

В России в XIX веке на монетах вместе с цифрами ставили точки, пояснявшие неграмотным стоимость монеты. Более крупные числа появились с развитием рабовладельческого строя и торговли.

Важная особенность счета заключается в связи названий чисел с определенной схемой счета. Например, слово «двадцать три» - не просто термин, означающий вполне определенную (по числу элементов) группу объектов; это термин составной, означающий «два раза по десять и три». Здесь отчетливо видна роль числа десять как коллективной единицы или основания; и действительно, многие считают десятками, потому что, как отметил еще Аристотель, у нас по десять пальцев на руках и на ногах. По той же причине использовались основания пять или двадцать. На очень ранних стадиях развития истории человечества за основания системы счисления принимались числа 2, 3 или 4; иногда для некоторых измерений или вычислений использовались основания 12 и 60.

## 2 Основные особенности цифр

Слово «цифра» происходит от арабского *sifra* – «пустота» и первоначально означала нуль.

Основные особенности цифр: во-первых, в отличие от обычных письменных знаков, которые применяются для записи любой речи, они служат для краткой записи чисел. Во-вторых, все цифры являются по их происхождению семантическими логограммами. Цифра обозначает целое слово (имя числительное), а по применению – идеограммами (знак, который несет в себе смысл, идею). Такой характер цифр создает возможность более компактного обозначения чисел, делает цифры удобными для математических операций и облегчает их международное применение.

Все цифровые системы строились по следующим принципам:

- десятичный (древнейшие системы счета были – две руки с десятью пальцами);
- пятиричный (дополнялся десятичным) – количество пальцев на одной руке (греческая аттическая, римская и др.);
- двадцатиричный (дополнялся десятичным) – количество пальцев на руках и ногах (финикийская);
- шестидесятиричный (вавилоняне) – в связи с их весовыми категориями (единицами);
- двенадцатиричный – счет дюжинами (12 имеет много сомножителей: 2, 3, 4, 6).

Другая особенность почти всех цифровых систем в том, что самостоятельные знаки имелись в них лишь для простейших чисел: количество таких знаков колебалось от 4-5 до 30. Все остальные числа получались по принципу сложения:  $V + I = VI$ ,  $23 = 20 + 3$ , или по принципу умножения (греческая ионическая система) – над знаком «десять тысяч» ставился знак «три», что значило «тридцать тысяч». Реже применялся принцип вычитания:  $IV$ ,  $IX$ . Но ни в одной из цифровых систем не использовался принцип деления.

Большим, но поздним достижением в истории цифр было применение «позиционного принципа», согласно которому числовое значение цифровых знаков зависит не только от их формы, но и от места по отношению друг к другу (например, римские цифры IV и VI, арабские 16 и 61). Развитие позиционного принципа обусловило появление знака «нуль» (0), обозначающего отсутствие числа.

### **3 Египетская система**

Египетская система была построена на основе строго выдержанного десятичного принципа. Особые знаки имелись только для единицы и различных степеней от числа 10; для «1» применялась горизонтальная, реже вертикальная черточка, для «10» – дуга, для «100» – свернутая веревка, для «1 000» – стебель папируса, для «10 000» – согнутый палец, для «100 000» – головастик (т.к. головастики выводятся в очень больших количествах), а для «1 000 000» – знак в виде человека, поднявшего руки в изумлении перед таким огромным числом.

Все остальные числа получались по принципу сложения указанных основных цифр, поставленных рядом. Например, число 375 записывалось так: повторяли три раза знак «сотня», семь раз – знак «десять» и пять раз – знак «единица» (см. рисунок 1).

Цифровые знаки начали применяться в Египте еще в додинастическую эпоху, при переходе от пиктографии к логографии (IV тысячелет. до н.э.). Начиная со «Среднего царства», обозначения крупных чисел строились не по принципу сложения, а по принципу умножения; в этом случае крупное число делилось на 2 сомножителя, меньший из которых писался под большим. В иератическом и демотическом письме цифровые знаки приобрели скорописную форму; кроме того, появились особые знаки почти для всех единиц и десятков.

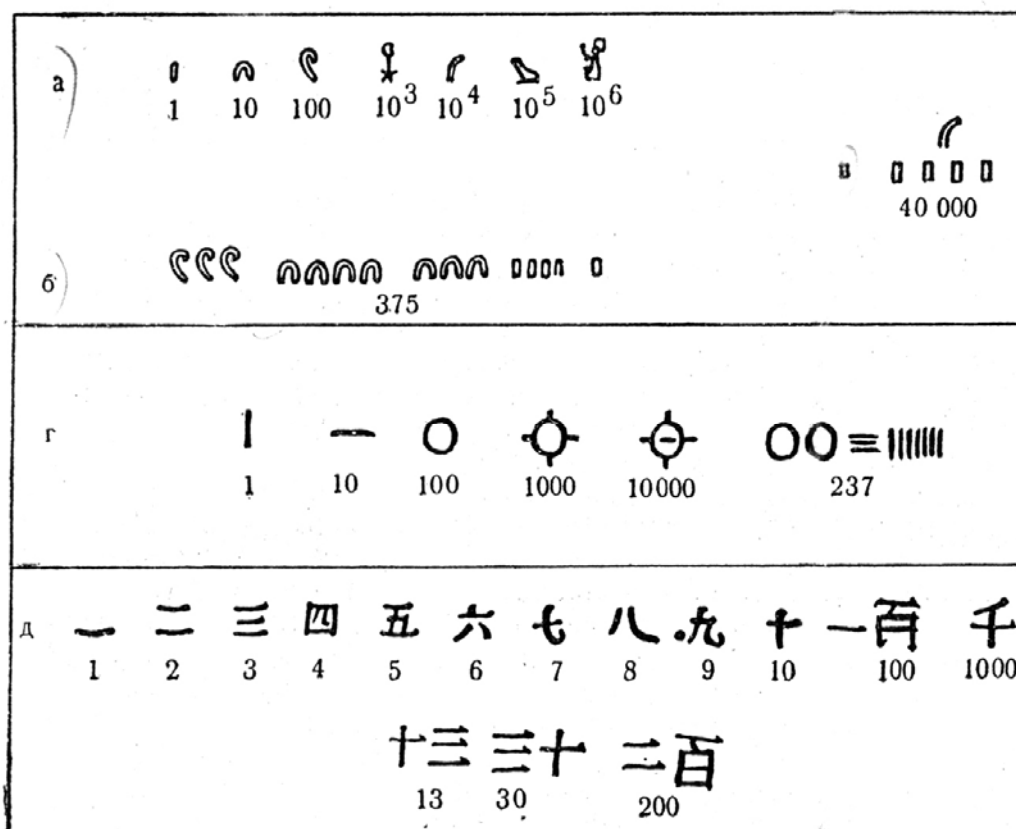


Рисунок 1 – Египетские (а, б, в), критские (г) и китайские (д) цифры с образцами цифровой записи

#### 4 Китай

Одна из древнейших систем счисления была создана в Китае, а также в Японии. Эта система возникла как результат оперирования с палочками, выкладываемыми для счета на стол или доску. Числа от единицы до пяти обозначались, соответственно, одной, двумя и т.д. палочками, выкладываемыми вертикально, а одна, две, три или четыре вертикальные палочки, над которыми помещалась одна поперечная палочка, означали числа шесть, семь, восемь и девять. Первые пять кратных числа 10 обозначались одной, двумя, ... , пятью горизонтальными палочками, а одна, две, три и четыре горизонтальные палочки, к которым сверху приставлялась вертикальная палочка, означали числа 60, 70, 80 и 90. Для обозначения чисел больше 99 использовался позиционный принцип. Число 6789 китайцы записали бы так:  $\perp \quad \text{II} \quad \equiv \quad \text{IIII}$ . Обозначения чисел с помощью палочек тесно связано со счетом на пальцах и счетной доске, но применялось оно также и в письменных вычислениях.

Во второй китайской системе счисления для обозначения первых девяти целых чисел или символов (см. таблицу 1) используют девять различных знаков и одиннадцать дополнительных символов для обозначения первых одиннадцати степеней числа 10. В сочетании с умножением и вычитанием это позволяло записывать любое число меньше триллиона. Если один из символов,



обозначающих первые девять целых чисел, стоит перед (при чтении слева направо) символом, означающим степень числа 10, то первое нужно умножить на второе, если же символ одного из девяти первых целых чисел стоит на последнем месте, то это число надлежит прибавить к обозначенному предыдущими символами. В такой системе счисления число 6789 выглядело бы так: 六千七百八十九, т.е.  $6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9$ .

## 5 Аравия

Современную систему обозначения чисел часто называют арабской, хотя ясно, что она берет начало не из Аравии. Самая совершенная цифровая система, получившая позже название «арабской», была создана в Индии около V в. до н.э. До этого в Индии применялись системы цифр кхарошти и брахми. Система кхарошти была близка к финикийской и арамейской. В брахми числа 1, 2, 3 передавались количеством черточек, для чисел 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 существовали особые знаки. Индийская система цифр перешла к арабам, которые придали индийским цифрам иную форму.

До хиджры арабы записывали числа словами, но затем, как это делали ранее греки, они стали обозначать числа буквами своего алфавита. В 772 г. индийский трактат «Сидданта» был привезен в Багдад и переведен на арабский, после чего стали использоваться две системы записи чисел: (1) в астрономии по-прежнему употребляли алфавитную систему, (2) в торговых расчетах купцы стали применять систему, заимствованную из Индии. Но даже среди тех, кто пользовался индийской системой, начертания цифр, как и в Индии, сильно варьировали. Эти две системы счисления были широко распространены и после распада арабского халифата. В его восточной части пользовались системой, аналогичной той, которая и сейчас встречается в арабском мире. Число 6789 в этой системе записывается как  $\text{٤٧٨٩}$ . Однако обозначения чисел в Испании 10 в. настолько сильно отличались по своим начертаниям от приведенных выше, что казались никак с ними не связанными. В испанских обозначениях, получивших название «гобар» или «песчаных», число 6789 выглядело бы так:  $\text{٤٧٨٩}$ . Свое название эти обозначения получили потому, что ими пользовались при вычислениях на «песчаном абаке». Как свидетельствует Бируни, индийцы часто производили вычисления на песке, что, возможно, и послужило поводом для такого названия. Тем не менее, само происхождение этих цифр, от которых в свою очередь произошли наши современные цифры, остается неизвестным (см. таблицу 1).

Таблица 1 – Эволюция формы арабских цифр

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
XII в	1	۲۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
Около 1294г.	1	2	3	۴	۵	6	۷	8	9	0
Около 1360г.	1	۲	3	۴	۵	6	۷	8	9	0
Около 1442г.	1	2	3	۴	۵	6	۷	8	9	0
Около 1480г.	1	2	3	4	۵	6	۷	8	9	0

## 6 Обозначения чисел у древних евреев. Финикия

Семитские народы могут претендовать на роль создателей алфавитного принципа обозначения чисел в том виде, как он использовался в ионической системе. Действительно, с небольшими модификациями этот принцип применялся евреями, сирийцами, арамейцами и арабами. И все же существует мало сомнений в том, что алфавитные обозначения чисел были заимствованы ими у древних греков, по-видимому, из Милета, которые изобрели эти обозначения еще в VIII в. до н.э. У евреев использование алфавитных обозначений чисел окончательно вошло в обиход ко II в. до н.э. Девять букв алфавита использовались для обозначения первых девяти целых чисел; еще девять букв означали первые девять кратных числа 10; остальные буквы использовались для обозначения сотен. Так как букв в алфавите для обозначения всех кратных числа 100 не хватало, в Талмуде числа, превосходящие 400, записывались путем комбинации: например, число 500 обозначалось символами, соответствующими числам 400 и 100, а 900 записывалось как 400 и 400 и 100. Позднее для обозначения чисел, кратных 100 и превосходящих 400, использовались окончательные варианты формы букв или других символов, в результате чего все девять кратных числа 100 получили свои индивидуальные обозначения в виде буквы или специального знака. Как и в ионической системе счисления, символы для обозначения первых девяти кратных числа 1000 были такими же, как символы, обозначающие первые девять чисел в разряде единиц. Число 6789 евреи записывали как  $\text{קס"ט פ"ח ע"ז ט"ט}$ . Так как запись числа 15 в обычном виде как 10 и 5 совпадает с первыми двумя буквами имени Бога Яхве, древние евреи записывали число 15 как 9 и 6. Высказывалось предположение, что по аналогичным причинам древние римляне избегали записывать число IV вместо III, т.к. символ IV совпадает с первыми двумя буквами старолатинского написания имени Юпитер.

## 7 Вавилон

Письменность шумеров является, по-видимому, столь же древней, как и письменность египтян. Развитие способов представления чисел в Месопотамской долине вначале шло так же, как и в долине Нила, но затем жители Междуречья ввели совершенно новый принцип. Вавилоняне делали записи острой палочкой на мягких глиняных табличках, которые затем обжигались на солнце или в печи. Эти записи оказались исключительно долговечными, а потому, в отличие от египетских папирусов, дошедших до нас в весьма малом числе экземпляров, в музеях мира хранятся десятки тысяч клинописных табличек. Однако жесткость материала, на котором жители Месопотамии делали записи, оказала глубокое влияние на развитие числовых обозначений. Через некоторое время после того, как Аккад завоевал шумеров, система счисления в Месопотамии стала шестидесятиричной, хотя сохранилось также и основание 10. Казавшееся правдоподобным предположение относительно того, почему выбор пал на число 60 как на основу вавилонской системы счисления, и утверждавшее, будто это связано с тем, что продолжительность земного года считалась равной 360 дням, не получило подтверждения. Ныне принято считать, что шестидесятиричная система была выбрана из метрологических соображений: число 60 имеет много делителей.

Для малых чисел вавилонская система счисления в основных чертах напоминала египетскую. Одна вертикальная клинообразная черта (в раннешумерских табличках - небольшой полукруг) означала единицу; повторенный нужное число раз, этот знак служил для записи чисел меньше десяти; для обозначения числа 10 вавилоняне, как и египтяне, ввели новый коллективный символ - более широкий клиновидный знак с острием, направленным влево, напоминающий по форме угловую скобку (в раннешумерских текстах - небольшой кружок), (см. рисунок 2).

Повторенный соответствующее число раз, этот знак служил для обозначения чисел 20, 30, 40 и 50. Принцип повторного использования знаков позволял, например, записать число 59 в виде, т.е.  $5\text{C}10 + 9$ .

Но для записи чисел больше 59 древние вавилоняне впервые использовали новый принцип - одно из самых выдающихся достижений в развитии систем обозначений чисел - принцип позиционности, т.е. зависимости значения символа от его местоположения в записи числа. Вавилоняне заметили, что в качестве коллективных символов более высокого порядка можно применять уже ранее использованные символы, если они будут занимать в записи числа новое положение левее предыдущих символов. Так, один клиновидный знак мог использоваться для обозначения и 1, и 60, и 602, и 603, в зависимости от занимаемого им в записи числа положения, подобно тому, как единица в наших обозначениях используется в записях и 10, и 102, и 103, и в числе 1111. При обозначении чисел больше 60 знаки, выступающие в новом качестве, отличались от старых тем, что символы разбивались на «места», или «позиции», и единицы более высокого порядка располагались слева. При таком способе записи для обозначения сколь угодно больших чисел уже не нужно

было других символов, кроме уже известных. Например, число 6789 можно было записать так: 1Ч (60) 2 + 53Ч (60) + 9.

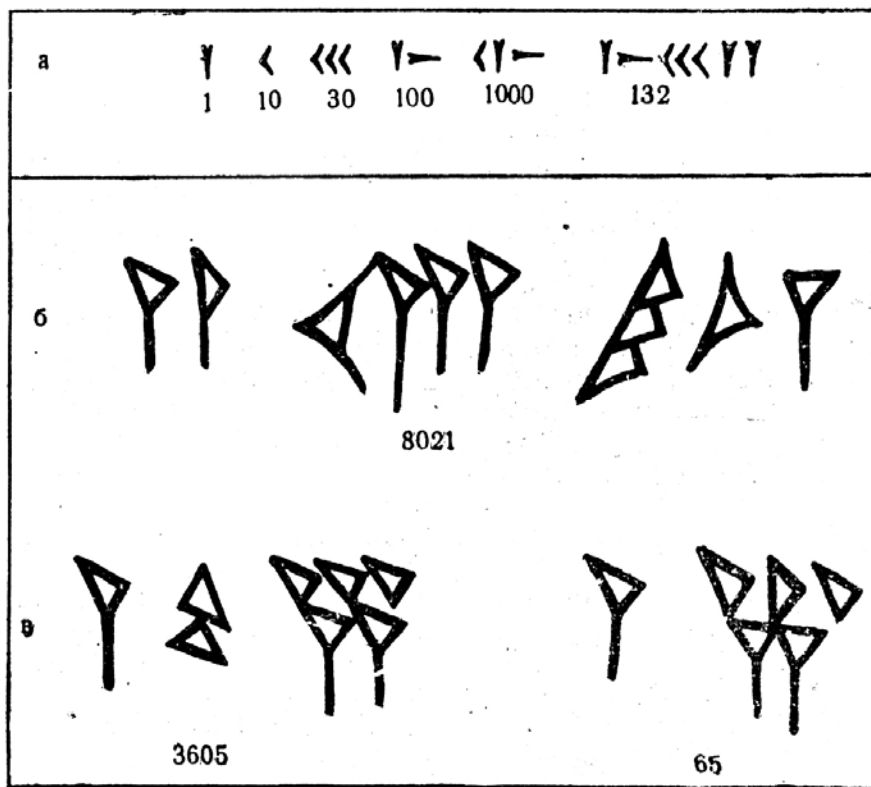


Рисунок 2 – Шумеро-аккадские цифры

В Древнем Вавилоне, около 1650 г. до н.э., система счисления оставалась псевдопозиционной или лишь относительно позиционной, поскольку не существовало эквивалента современной десятичной запятой, равно как и символа для обозначения отсутствующей позиции. Обозначал ли символ число 1Ч (60) 2 + 1 или 1Ч (60) 2 + 1Ч (60), приходилось догадываться из контекста. Однако в период правления селевкидов, около 300 г. до н.э., эта неоднозначность была устранена введением специального символа в виде двух небольших клиньев, помещаемого на пустующее место, т.е. обозначающего пустую позицию в записи числа. Таким образом, из системы счисления была устранена отмеченная выше неоднозначность. Например, символ означал число 3601, т.е. 1Ч (60) 2 + 0Ч (60) + 1. В то же время не было найдено ни одной таблички с записью, в которой символ нуля находился бы в конце числа. Именно поэтому вавилонскую систему мы считаем лишь относительно позиционной, ибо самый правый знак мог означать либо единицы, либо кратные какой-нибудь степени числа 60. Тем не менее, изобретение вавилонянами позиционной системы счисления с нулем представляло собой огромное достижение, по своему революционному значению для математики сопоставимое разве лишь с более поздней гипотезой Коперника в астрономии.

Символы для обозначения чисел на вавилонских глиняных табличках не столь точны, как символы для обозначения чисел на древнеегипетских

папирусах, несмотря на то, что вавилоняне использовали позиционный принцип. В исключительных случаях вавилоняне применяли сокращенные формы записи, иногда - с новыми символами для обозначения чисел 100 и 1000, или использовали принципы умножения или вычитания. Однако превосходство разработанной в Месопотамии системы счисления отчетливо видно в обозначении дробей. Здесь не требовалось вводить новые символы. Как и в нашей собственной десятичной позиционной системе, в древневавилонской системе подразумевалось, что на первом месте справа от единиц стоят величины, кратные  $1/60$ , на втором месте - величины кратные  $1/60^2$  и т.д. Привычное нам деление часа и углового или дугового градуса на 60 минут, а одной минуты - на 60 секунд берет начало от вавилонской системы счисления.

## 8 Рим

Римские обозначения чисел известны ныне лучше, чем любая другая древняя система счисления. Объясняется это не столько какими-то особыми достоинствами римской системы, сколько тем огромным влиянием, которым пользовалась Римская империя в сравнительно недавнем прошлом. Аттическая система повлияла на «римскую» систему цифр, возникшую у этрусков около 500 г. до н.э., и затем заимствованную римлянами. Этим отчасти объясняется сходство основных принципов римской и аттической систем счисления. Обе системы были десятичными, хотя в обеих системах счисления особую роль играло число пять. Обе системы использовали при записи чисел повторяющиеся символы. Старыми римскими символами для обозначения чисел 1, 5, 10, 100 и 1000 были, соответственно, символы **I**, **V**, **X**, **Ϟ** (или  $\oplus$ , или  $\otimes$ ) и **ϕ** (или  $\ominus$ , или  $\odot$ ). Хотя о первоначальном значении этих символов было написано много, их удовлетворительного объяснения у нас нет до сих пор. Согласно одной из распространенных теорий, цифра **I** изображает один палец, римская цифра **V** изображает раскрытую руку, ладонь, с четырьмя прижатыми друг к другу пальцами и отставленным большим пальцем; символ **X**, согласно той же теории, изображает две скрещенные руки или сдвоенную цифру **V**. Символы чисел 100 и 1000, возможно, берут начало от греческих букв  $\Theta$  и  $\phi$ . Неизвестно, произошли ли более поздние обозначения **C** и **M** от старых римских символов или они акрофонически связаны с начальными буквами латинских слов, означавших 100 (центум) и 1000 (милле). Полагают, что римский символ числа 500, буква **D**, возник из половинки старого символа, обозначавшего 1000. Если не считать, что большинство римских символов, скорее всего не были акрофоническими и что промежуточные символы для обозначения чисел 50 и 500 не были комбинациями символов чисел 5 и 10 или 5 и 100, то, в остальном, римская система счисления напоминала аттическую. Разумеется, в деталях они отличались. Римляне часто использовали принцип вычитания или сложения (**IV**, **VI**), поэтому иногда вместо **VIII** использовали **IX** и **XC** вместо **LXXX**. Например, число «четыре» писалось при помощи не



## 9 Западная Европа

Первым европейским ученым, о котором достоверно известно, что он ввел в употребление в Европе арабские цифры, был Герберт, работавший в Испании и позднее (в 999-м г.) ставший папой Сильвестром II. В XII в. Хуан из Севильи перевел на латынь трактат *De numero indorum* (Об индийских числах) арабского математика Аль-Хорезми. Когда в следующем веке индийские обозначения стали широко известными, новая система получила название алгоритм - от искаженного Аль-Хорезми. Через пару столетий европейские алгоритмики одержали верх и над абацистами, и над теми, кто пользовался римскими цифрами в вычислениях с целыми числами, но лишь с 1585 г. индо-арабская система обозначений, систематически расширяясь, стала использоваться и применительно к дробям. В том же году Симон Стевин опубликовал свой небольшой трактат *De Thiende* (Десятина), в котором он предложил записывать в виде  $\overset{0123}{6789}$  или  $6\textcircled{7}\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{0}$  число, которое мы записали бы как 6789. В XVII в. вошла в употребление десятичная запятая (или точка), которой стали отделять целую часть числа от дробной, после чего европейцы отказались от предложенной Стевином индексации разрядов. После этих изменений развитие современной системы счисления завершилось. (Это отнюдь не означает, будто была достигнута полная стандартизация в названиях или обозначениях чисел. В Америке и Франции биллион означает тысячу миллионов, а в Англии и Германии - миллион миллионов; в континентальной Европе часто используется десятичная запятая, а в англосаксонских странах предпочитают ставить десятичную точку; англосаксы используют запятые, чтобы отделять степени тысячи, в некоторых странах для этой цели служит точка.)

## 10 Древняя Греция

В Древней Греции имели хождение две основных системы счисления – аттическая (или геродианова) и ионическая (она же александрийская или алфавитная). Аттическая система счисления использовалась греками, по-видимому, уже к V в. до н.э. По существу это была десятичная система (хотя в ней также было выделено и число пять), а аттические обозначения чисел использовали повторы коллективных символов. Черта, обозначавшая единицу, повторенная нужное число раз, означала числа до четырех. После четырех черт греки вместо пяти черт ввели новый символ Г, первую букву слова «пента» (пять) (буква Г употреблялась для обозначения звука «п», а не «г»). Дойдя до десяти, они ввели еще один новый символ Δ, первую букву слова «дека» (десять). Так как система была десятичной, грекам потребовались новые символы для каждой новой степени числа 10: символ **Н** означал 100 (гекатон), **Х** - 1000 (хилион), символ **М** - 10000 (мирион или мириада). Используя число 5 как промежуточное подоснование системы счисления, греки на основе принципа умножения комбинировали пятерку с символами степеней числа 10.

Так, число 50 они обозначали символом  $\Gamma^{\alpha}$ , 500 – символом  $\Gamma^{\beta}$ , 5000 – символом  $\Gamma^{\gamma}$ , 50000 – символом  $\Gamma^{\delta}$ . Еще большие числа обычно описывались словами. Число 6789 в аттической системе записывалось в виде  $\Gamma^{\delta}\chi\Gamma^{\beta}\eta\eta\Gamma^{\alpha}\Delta\Delta\Delta\Gamma\text{III}$ .

Вторая принятая в Древней Греции ионическая система счисления - алфавитная - получила широкое распространение в начале Александрийской эпохи, хотя возникнуть она могла несколькими столетиями раньше, по всей видимости, уже у пифагорейцев. Эта более тонкая система счисления была чисто десятичной, и числа в ней обозначались примерно так же, как в древнеегипетской иератической системе. Используя двадцать четыре буквы греческого алфавита и, кроме того, еще три архаических знака, ионическая система сопоставила девять букв первым девяти числам; другие девять букв - первым девяти целым кратным числа десять; и последние девять символов - первым девяти целым кратным числа 100. Для обозначения первых девяти целых кратных числа 1000 греки частично воспользовались древневавилонским принципом позиционности, снова используя первые девять букв греческого алфавита, снабдив их штрихами слева. Например, число 6789 в ионической системе записывалось как **ϞΨΠΘ**. Чтобы отличить числа от слов, греки над соответствующей буквой ставили горизонтальную черту. Первоначально числа обозначались прописными буквами, но позднее сменились на строчные (см. рисунок 3).

$\alpha$ A	$\beta$ B	$\gamma$ Γ	$\delta$ Δ	$\epsilon$ Ε	$\zeta$ Ζ
1	2	3	4	5	6
$\zeta$ Z	$\eta$ Η	$\theta$ Θ	$\iota$ Ι	$\kappa$ Κ	$\lambda$ Λ
7	8	9	10	20	30
$\mu$ Μ	$\nu$ Ν	$\xi$ Ξ	$\omicron$ Ο	$\pi$ Π	$\rho$ Ρ
40	50	60	70	80	90
$\rho$ Ρ	$\sigma$ Σ	$\tau$ Τ	$\upsilon$ Υ	$\phi$ Φ	$\chi$ Χ
100	200	300	400	500	600
$\psi$ Ψ	$\omega$ Ω	$\text{Ϟ}$ Ϟ	$\text{Ϡ}$ Ϡ	$\text{ϡ}$ ϡ	$\text{Ϣ}$ Ϣ
700	800	900	2000	20000	20000

Рисунок 3 – Греческая (ионическая) цифровая система

Ионическая система первоначально не сильно потеснила уже установившуюся аттическую или акрофоническую (по начальным буквам слов, означавших числительные) системы счисления. По-видимому, официально она была принята в Александрии во времена правления Птолемея Филадельфийского и в последующие годы распространилась оттуда по всему греческому миру, включая Атику. Переход к ионической системе счисления



произошел в золотой век древнегреческой математики и, в частности, при жизни двух величайших математиков античности. Есть нечто большее, чем просто совпадение, в том, что именно тогда Архимед и Аполлоний работали над усовершенствованием системы обозначения больших чисел. Архимед, придумавший схему октад (эквивалентную современному использованию показателей степени числа 10), гордо заявлял в своем сочинении «Псаммит» («Исчисление песчинок»), что может численно выразить количество песчинок, необходимых для того, чтобы заполнить всю известную тогда Вселенную. Изобретенная им система обозначения чисел включала число, которое ныне можно было бы записать в виде единицы, за которой следовало бы восемьдесят тысяч миллионов цифр.

С помощью простого введения диакритических знаков наподобие тех, которые греки применяли для обозначения тысяч, алфавитное обозначение целых чисел можно было бы легко приспособить для обозначения десятичных дробей, но этой возможностью они не воспользовались. Вместо этого для обозначения дробей греки использовали приемы древних египтян и вавилонян. Египетское влияние в Греции было достаточно сильным, чтобы навязать грекам употребление лишь аликвотных дробей, однако большие вычислительные удобства системы счисления вавилонян побудили живших позднее александрийских астрономов перейти к использованию шестидесятиричных дробей. Переняв систему счисления Древнего Вавилона, греки заменили месопотамскую клинопись своими буквенными обозначениями. Например, Птолемей записал длину хорды, стягивающей дугу в  $120^\circ$  окружности радиусом в 60 единиц, как  $\text{PΓNE}'\text{KΓ}'$ , т.е.  $103 + 55/60 + 23/60^2$  единиц. В более поздний период в вавилонской шестидесятиричной системе имелся специальный символ для обозначения «пустой» позиции, и греческие астрономы ввели для этой цели букву «омикрон». Неясно, был ли такой выбор подсказан тем, что с этой буквы начиналось слово *ουδεν* (ничто). Сходство греческой буквы **Ο** с современным обозначением нуля может быть чем-то большим, чем случайное совпадение, но у нас нет точных данных, позволяющих утверждать это со всей определенностью.

Поскольку греки работали с обыкновенными дробями лишь эпизодически, они использовали различные обозначения. Герон и Диофант, самые известные арифметики среди древнегреческих математиков, записывали дроби в алфавитной форме, причем числитель располагали под знаменателем. Но в принципе предпочтение отдавалось либо дробям с единичным числителем, либо шестидесятиричным дробям.

Недостатки греческих обозначений дробных чисел, включая использование шестидесятиричных дробей в десятичной системе счисления, объяснялись отнюдь не пороками основополагающих принципов. Недостатки греческой системы счисления можно отнести скорее за счет их упорного стремления к строгости, которое заметно увеличило трудности, связанные с анализом отношения несоизмеримых величин. Слово «число» греки понимали как набор единиц, поэтому то, что мы теперь рассматриваем как единое рациональное число - дробь, - греки понимали как отношение двух целых

чисел. Именно этим объясняется, почему обыкновенные дроби редко встречались в греческой арифметике. Кроме того, десятичные представления обыкновенных дробей в большинстве случаев бесконечны. А поскольку бесконечность была исключена из строгих рассуждений, теоретическая арифметика не нуждалась в такого рода представлениях. С другой стороны, область, в которой практические вычисления испытывали величайшую потребность в точных дробях, была астрономия, а здесь вавилонская традиция была настолько сильна, что шестидесятиричная система обозначений угловых, дуговых и временных величин сохраняется и поныне.

## 11 Славянская числовая система

В соответствии с традициями греческого письма буквы старославянских азбук – кириллицы и глаголицы, служили для обозначения чисел. (Ни арабские, ни римские цифры в старославянских памятниках не употреблялись).

В кириллице числа обозначались теми же буквами, что и в греко-византийской письменности, в соответствии с их порядком в греческом алфавите.

Над буквой или буквами, употребленными в цифровом значении, ставился особый знак «титло» ( $\overline{\quad}$ ), а по бокам точки:  $\cdot\overline{А}\cdot$  (кдинѣ) – 1;  $\cdot\overline{В}\cdot$  (дѣва) – 2;  $\cdot\overline{Г}\cdot$  (триѣ) – 3 и т.д. Числа первого десятка передавались первыми девятью буквами кириллицы, по порядку, кроме буквы Б и Ж. Число 9 передавалось буквой  $\overline{Ѡ}$  (Ѡнѣ), которая находилась в конце азбуки.

<b>А</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>	<b>Є</b>	<b>Ѕ</b>	<b>З</b>	<b>И</b>	<b>Ѡ</b>
азѣ	вѣди	глаголи	добро	кстѣ	ѕѣло	земла	ижен	Ѡнѣ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>І</b>	<b>К</b>	<b>Л</b>	<b>М</b>	<b>Н</b>	<b>Ѣ</b>	<b>О</b>	<b>П</b>	<b>Ч</b>
иже	како	люднѣ	мыслитѣ	нашѣ	кси	онѣ	покон	чрьвь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
<b>Р</b>	<b>Є</b>	<b>Т</b>	<b>ОУ</b>	<b>Ф</b>	<b>Х</b>	<b>Ѳ</b>	<b>Ѡ</b>	<b>Ц</b> (Ѧ)
ръци	слово	тврѣдо	оукѣ	фрътѣ	хѣръ	пси	отѣ	ци
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Рисунок 4 – Славяно-кирилловская числовая система

Как и в современной системе числовых обозначений цифрами, в славянской числовой системе десятки добавлялись к единицам, а сотни к десяткам слева (позиционный принцип):

$$\cdot\overline{\text{КВ}}\cdot = 22 (\cdot\overline{\text{К}}\cdot = 20, \cdot\overline{\text{В}}\cdot = 2)$$

$$\cdot\overline{\text{РЛД}}\cdot = 134 (\cdot\overline{\text{Р}}\cdot = 100; \cdot\overline{\text{Л}}\cdot = 30; \cdot\overline{\text{Д}}\cdot = 4).$$

Исключения составляли числа второго десятка. На первом месте ставили букву, изображающую единицу, а на втором – букву, изображающую знак десять (І) (І десятиричное):

$$\cdot\overline{\text{АІ}}\cdot (\text{«единъна десѣтъ»}) = 11; \cdot\overline{\text{ВІ}}\cdot (\text{«дѣвана десѣтъ»}) = 12; \cdot\overline{\text{ГІ}}\cdot (\text{«трикъна десѣтъ»}) = 13$$

и т.д.

Одиннадцать – одиннадесять – «един на(д) десяти» (дословно) – сначала названия единицы, потом десятка, т.е., как произносили, так и записывали, игнорируя позиционный принцип.

Двенáдцать – дванáдесѣть – два на(д) десятью.

Пятнáдцать – пятьнáдесѣть – пять на(д) десятью.

Девятнáдцать – девѣтьнáдесѣть – девѣть на(д) десятью и т.д.

Но: двадцать – двадесѣть – два десятка;

тридцать – тридесѣть – три десятка и т.д.

Сотни также передавались десятью буквами кириллицы:

трѣста – три сотни;

четыреста – четыре сто (сотни);

пятьсѣт – пять сотен и т.д.

Число 900 имело два буквенных обозначения: вначале передавалось буквой  $\overline{\text{А}}$  (нос малый), а позднее Ц (ци).

Тысячи обозначались также, только слева внизу ставился особый знак:

вертикальная черта, перечеркнутая двумя черточками  $\cdot\overline{\text{А}}\cdot = 1000$ ;  $\cdot\overline{\text{В}}\cdot = 2000$  и т.д.

Десятки тысяч называли «тьмы» и изображали теми же знаками, что и единицы, но в кругах. Иногда называли «тьма тьмущая».

$$\cdot\overline{\text{А}}\cdot \text{ или } \cdot\overline{\text{А}}\cdot = 10\,000$$

Сотни тысяч называли «легеонами». Буквы при этом обводили

кружочками из точек:  $\cdot\overline{\text{А}}\cdot = 100\,000$ .

Миллионы называли «леодрами» и изображали в кругах из лучей или

запятых:  $\cdot\overline{\text{А}}\cdot$  или  $\cdot\overline{\text{А}}\cdot = 1\,000\,000$ .

Десятки миллионов называли «воронами» и рисовали в кругах из

крестиков:  $\cdot\overline{\text{А}}\cdot = 10\,000\,000$ .

Сотни миллионов называли «колодами» – это бесконечное число, т.к. этим заканчивалось кирилловское счисление.

О «колоде» говорится: «Бесчисленная лежит «колода», ей же больше несть числа и человекам от Бога утаено; невозможно бо есть человеку таину Божию ведети».



## Заключение

Цифры можно отнести к **особым видам письменных знаков**, применяемых в системах письма различных народов. Они либо представляют собой самостоятельные семантические логограммы, либо идеограммы.

Все цифры по их графическим характеристикам можно условно разделить на три группы:

- 1) геометрические;
- 2) буквенные;
- 3) абстрактные символы.

Следовательно, важнейшей особенностью цифр, а также научных терминов в виде знаков является их образование в сложные и закономерные системы, отражающие закономерности реального мира.

К сожалению, история цифр как особых письменных знаков, образующих системы, принципы построения которых связаны с принципами построения различных типов письма, изучена недостаточна.

Древние неалфавитные системы дали толчок к развитию последующих цифровых систем. В методических указаниях не рассмотрена арабская система счисления, т.к. это тема, требующая отдельного и более детального и полного изложения.

## Список использованных источников

1. Войлова, К.А. Старославянский язык: пособ. для вузов. / К.А. Войлова. – М.: Дрофа, 2003. – 368 с.; ил.
2. Горшков, А.И. Старославянский (древнецерковнославянский) язык: учеб. пособ. для студ. / А.И. Горшков. – М.: ООО «Издательство АСТ», «Астрель», 2002. – 141 с.
3. Дирингер, Д. Алфавит: перевод с англ. / Д. Дирингер. – М.: Издательство иностранной литературы, 1963. – 655 с.
4. Истрин, В.А. Возникновение и развитие письма. / В.А. Истрин. – М.: Наука, 1965. – 598 с.