

СПЕКТРЫ ПЛАЗМОННОГО РЕЗОНАНСА ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ МЕТАЛЛОКОМПОЗИТОВ С УЧЕТОМ ВЫРОЖДЕННОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА МЕТАЛЛОВ КОРА И НАНООБОЛОЧКИ

Кучеренко М.Г., Игнатова Ю.Ф.

Оренбургский государственный университет, г. Оренбург

Ключевые слова: поляризуемость сферического нанокompозита, плазмонный резонанс, вырожденный электронный газ, томас-фермиевское экранирование, плазмоны

Влияние проводящих нанотел на радиационные и безызлучательные переходы в атомах и молекулах оказалось весьма существенным, о чем неоднократно сообщалось разными авторами в ряде работ [1-5]. В металлооптике рассеяние света сферическими частицами изучалось Ми [6-7], причем в этих работах электронный газ проводника рассматривался как классический, а потенциалы электромагнитного поля, внутри частицы, удовлетворяли соответствующим уравнениям электродинамики.

В духе современных представлений квантовые свойства электронного газа (ферми-газа) типичны для металлов вплоть до температур их плавления и для некоторых полупроводников – при низких температурах [8]. Функция распределения электронов по энергиям для такого – вырожденного газа, в равновесных условиях является ферми-дираковской, а распределение электронной плотности $n(\mathbf{r})$ в металлических наночастицах может быть найдено в квазиклассическом приближении из решения уравнения Томаса-Ферми для потенциала $\varphi(r)$ электрического поля [9]. Дипольная динамическая поляризуемость однородной металлической наночастицы в этом случае была определена в работах [10-11]. В то же время, определенный интерес для исследования радиационных и безызлучательных молекулярных процессов в ближнем поле сферического плазмонного рефлектора представляет определение дипольной поляризуемости шарового нанокompозита «шар-оболочка», представляющего собой металлический кор с металлическим же покрытием. Характеристики такой – сложной – наноантенны являются более гибкими по сравнению с характеристиками однородного проводящего шара за счет вариации диэлектрических проницаемостей компонентов композита и их радиусов [12]. В данной работе исследовано влияние вырожденности электронного газа сферической металлической нанооболочки и металлического кора на резонансное поведение дипольной поляризуемости биметаллического шарового композита в монохроматическом электромагнитном поле на оптических частотах ω при наличии диссипативных процессов в проводниках (комплексности диэлектрических проницаемостей). Частотные зависимости действительной и мнимой частей поляризуемости сферического нанокompозита получены в виде графиков для

различных значений радиуса частиц, длины томас-фермиевского экранирования и постоянной затухания. Обсуждается плазмонное ускорение процесса безызлучательного переноса энергии электронного возбуждения между молекулами, размещенными вблизи сферической композитной наночастицы с металлической оболочкой. Как и в случае однородной частицы [11, 13-14], а также композитов другой структуры [12], скорость безызлучательного переноса энергии между молекулами вблизи биметаллической наночастицы включает в себя модуль и реальную часть динамической поляризуемости гибридного нанокомпозита с вырожденным электронным газом кора и оболочки.

Таким образом, будем считать, что сердцевина нанокомпозита представляет собой металлический шар, а оболочка – металлический или полупроводниковый слой. В зависимости от типа материала сердцевины и оболочки электронный газ в компонентах нанокомпозита может рассматриваться как вырожденный или как классический.

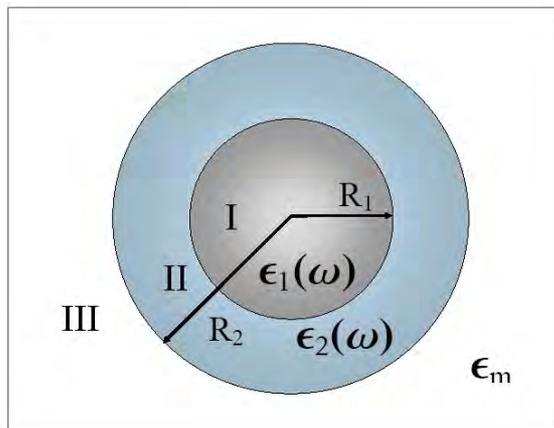


Рис. 1. Структура концентрического биметаллического нанокомпозита, помещенного в диэлектрическую среду с проницаемостью ϵ_m

Обозначим диэлектрическую проницаемость кора через $\epsilon_c(\omega)$, оболочки – $\epsilon(\omega)$, а проницаемость ϵ_m среды, заполняющей пространство вне композита полагаем постоянной величиной, не зависящей от частоты ω (частотная дисперсия среды не имеет места). В отсутствие вырождения электронного газа металлов для дипольной поляризуемости $\alpha(\omega)$ нанокомпозита в среде получаем [1] ($\xi = R_1 / R_2 \leq 1$)

$$\alpha(\omega) = \frac{[\epsilon(\omega) - \epsilon_m][2\epsilon(\omega) + \epsilon_c(\omega)] - [2\epsilon(\omega) + \epsilon_m][\epsilon(\omega) - \epsilon_c(\omega)]\xi^3}{[\epsilon(\omega) + 2\epsilon_m][2\epsilon(\omega) + \epsilon_c(\omega)] - 2[\epsilon(\omega) - \epsilon_m][\epsilon(\omega) - \epsilon_c(\omega)]\xi^3} R_2^3 \quad (1)$$

В случае вырождения электронного газа металла выражение (1) перестает быть справедливым и возникает необходимость детального исследования проблемы без привязки теоретической модели к (1).

Динамическая поляризуемость шарового композита с учетом вырожденности электронного газа

Для вырожденного электронного газа металлической оболочки и наночара в квазистатическом приближении уравнение Лапласа для квазистатического потенциала $\delta\varphi(r, \theta)$ заменяется уравнениями Гельмгольца [9-11], возникающими в ходе линеаризации уравнений Томаса-Ферми. В сферических координатах при $r < R_1$ $k = k_1$ и $R_1 < r < R_2$, $k = k_2$ эти уравнения принимают вид ($j=1,2$)

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \delta\varphi \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \delta\varphi}{\partial \theta} \right) = -k_j^2 \delta\varphi. \quad (2)$$

$$k_j^2 = -\frac{4}{\pi \varepsilon_j(\omega)} \sqrt{2\varphi_0^{(j)}} > 0, \quad \text{или} \quad k_j^2 = -\frac{4m_e^{3/2} e^{5/2}}{\pi \hbar^3 \varepsilon_j(\omega)} \sqrt{2\varphi_0^{(j)}} > 0. \quad (3)$$

Постоянный потенциал $\varphi_0^{(j)}$ определяет характерную длину томас-фермиевского экранирования $l_j = (2\varphi_0^{(j)})^{-1/4}$ для металла типа j .

Внутри шарового слоя решение уравнения (2) можно представить в виде суперпозиции функций Бесселя первого $J_{3/2}(k_2 r)$ и второго $Y_{3/2}(k_2 r)$ рода

$$\delta\varphi_{II}(r, \theta) = \left[C_1 \frac{J_{3/2}(k_2 r)}{\sqrt{r}} + C_2 \frac{Y_{3/2}(k_2 r)}{\sqrt{r}} \right] P_1(\cos \theta). \quad (4)$$

В то же время внутри металлического шара-сердцевины это решение имеет вид

$$\delta\varphi_I(r, \theta) = -BE_0 \frac{J_{3/2}(k_1 r)}{\sqrt{r}} P_1(\cos \theta), \quad r < R_1, \quad (5)$$

а вне композита

$$\delta\varphi_{III}(r, \theta) = -E_0 \left(1 - \frac{\alpha(\omega)}{r^3} \right) r P_1(\cos \theta), \quad r > R_2 \quad (6)$$

Граничные условия для потенциала

$$\delta\varphi_{II}(R_2, \theta) = \delta\varphi_{III}(R_2, \theta), \quad \delta\varphi_I(R_1, \theta) = \delta\varphi_{II}(R_1, \theta)$$

дают следующие соотношения между коэффициентами C_1 , C_2 и B

$$-E_0 R_2 \left(1 - \frac{\alpha(\omega)}{R_2^3} \right) = C_1 \frac{J_{3/2}(k_2 R_2)}{\sqrt{R_2}} + C_2 \frac{Y_{3/2}(k_2 R_2)}{\sqrt{R_2}}, \quad (7)$$

$$-BE_0 \frac{J_{3/2}(k_1 R_1)}{\sqrt{R_1}} = C_1 \frac{J_{3/2}(k_2 R_1)}{\sqrt{R_1}} + C_2 \frac{Y_{3/2}(k_2 R_1)}{\sqrt{R_1}}, \quad (8)$$

а равенства нормальных компонент вектора индукции электрического поля

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega)\left(\frac{\partial}{\partial r}\delta\varphi_{II}(r,\theta)\right)_{R_2} &= \varepsilon_m\left(\frac{\partial}{\partial r}\delta\varphi_{III}(r,\theta)\right)_{R_2}, \\ \varepsilon(\omega)\left(\frac{\partial}{\partial r}\delta\varphi_{II}(r,\theta)\right)_{R_1} &= \varepsilon_c\left(\frac{\partial}{\partial r}\delta\varphi_I(r,\theta)\right)_{R_1}\end{aligned}$$

обеспечивают для них дополнительные уравнения

$$\varepsilon_2(\omega)\frac{d}{dr}\left(C_1\frac{J_{3/2}(k_2r)}{\sqrt{r}}+C_2\frac{Y_{3/2}(k_2r)}{\sqrt{r}}\right)_{R_2} = -\varepsilon_mE_0\left(1+2\frac{\alpha(\omega)}{R_2^3}\right), \quad (9)$$

$$\varepsilon_2(\omega)\frac{d}{dr}\left(C_1\frac{J_{3/2}(k_2r)}{\sqrt{r}}+C_2\frac{Y_{3/2}(k_2r)}{\sqrt{r}}\right)_{R_1} = -\varepsilon_c(\omega)BE_0\frac{d}{dr}\left(\frac{J_{3/2}(k_1r)}{\sqrt{r}}\right)_{R_1}. \quad (10)$$

Разделив (9) на (7), а (10) на (8) получаем

$$\begin{aligned}\frac{\varepsilon_2(\omega)\frac{d}{dr}\left(C\frac{J_{3/2}(k_2r)}{\sqrt{r}}+\frac{Y_{3/2}(k_2r)}{\sqrt{r}}\right)_{R_2}}{C\frac{J_{3/2}(k_2R_2)}{\sqrt{R_2}}+\frac{Y_{3/2}(k_2R_2)}{\sqrt{R_2}}} &= \frac{\varepsilon_m\left(1+2\frac{\alpha(\omega)}{R_2^3}\right)}{R_2\left(1-\frac{\alpha(\omega)}{R_2^3}\right)}, \\ \frac{\varepsilon_2(\omega)\frac{d}{dr}\left(C\frac{J_{3/2}(k_2r)}{\sqrt{r}}+\frac{Y_{3/2}(k_2r)}{\sqrt{r}}\right)_{R_1}}{C\frac{J_{3/2}(k_2R_1)}{\sqrt{R_1}}+\frac{Y_{3/2}(k_2R_1)}{\sqrt{R_1}}} &= \frac{\varepsilon_c(\omega)\frac{d}{dr}\left(\frac{J_{3/2}(k_1r)}{\sqrt{r}}\right)_{R_1}}{\frac{J_{3/2}(k_1R_1)}{\sqrt{R_1}}}\end{aligned}$$

Замечаем, что все функции вида $\frac{Z_{3/2}(kr)}{\sqrt{r}}$ в последних выражениях могут быть заменены на сферические функции Бесселя $j_1(z)$ и $y_1(z)$

$$j_1(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{J_{3/2}(z)}{\sqrt{z}} \text{ и } y_1(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{Y_{3/2}(z)}{\sqrt{z}}.$$

Исключая константу $C = C_1 / C_2$ из двух последних уравнений получаем

$$\alpha(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega)k[j'_1(kR_2) - \beta y'_1(kR_2)] - \varepsilon_m(1/R_2)[j_1(kR_2) - \beta y_1(kR_2)]}{\varepsilon(\omega)k[j'_1(kR_2) - \beta y'_1(kR_2)] + 2\varepsilon_m(1/R_2)[j_1(kR_2) - \beta y_1(kR_2)]} R_2^3. \quad (11)$$

Здесь функция $\beta = \beta(\omega, k, k_c, R_1)$ зависит от диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{shell}(\omega) = \varepsilon_2(\omega) = \varepsilon(\omega)$ металлической оболочки, диэлектрической проницаемости шаровой сердцевинки $\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_c(\omega)$ и ее радиуса R_1

$$\beta(\omega, k, k_c, R_1) = \frac{\varepsilon(\omega)kj_1'(kR_1) - \varepsilon_c(\omega)j_1(kR_1)k_cj_1'(k_cR_1) / j_1(k_cR_1)}{\varepsilon(\omega)ky_1'(kR_1) - \varepsilon_c(\omega)y_1(kR_1)k_cj_1'(k_cR_1) / j_1(k_cR_1)}. \quad (12)$$

Заметим, что выражение (11) для дипольной поляризуемости $\alpha(\omega)$ нанокompозита напоминает по структуре дипольную поляризуемость шара с корректирующим множителем μ

$$\alpha(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m \mu(\omega | R_1, R_2)}{\varepsilon(\omega) + 2\varepsilon_m \mu(\omega | R_1, R_2)} R_2^3. \quad (13)$$

Функция $\mu(\omega | R_1, R_2)$ в (13) определяется выражением

$$\mu(\omega | R_1, R_2) = \frac{[j_1(kR_2) - \beta y_1(kR_2)]}{[j_1'(kR_2) - \beta y_1'(kR_2)]} \cdot \frac{1}{kR_2}. \quad (14)$$

При $R_1 \rightarrow 0$ функция Неймана $y_1(z)$ и ее производная неограниченно возрастают $y(kR_1) \rightarrow \infty$, $y'(kR_1) \rightarrow \infty$. Тогда $\beta(\omega, kR_1) \rightarrow 0$ и для поляризуемости $\alpha(\omega)$ получаем известный результат [9]

$$\alpha(\omega) = R^3 \left[1 + \frac{3\varepsilon_m(k(\omega)R \cot k(\omega)R - 1)}{2(\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m)(k(\omega)R \cot k(\omega)R - 1) + \varepsilon(\omega)(k(\omega)R)^2} \right]. \quad (15)$$

В условиях $R_1 \rightarrow 0$, $\beta(\omega, kR_1) \rightarrow 0$ для функции $\mu(\omega | R_1, R_2)$ из (14) получаем

$$\mu(\omega | R_1 \rightarrow 0, R_2) = \frac{k(\omega)R_2 \cot k(\omega)R_2 - 1}{2(k(\omega)R_2 \cot k(\omega)R_2 - 1) + (k(\omega)R_2)^2}, \quad (16)$$

$$\alpha(\omega) = \left[1 - \frac{3\varepsilon_m \mu(\omega | R_2)}{\varepsilon(\omega) + 2\varepsilon_m \mu(\omega | R_2)} \right] R_2^3.$$

Особые характерные случаи отсутствия вырождения возникают либо при $k_c \rightarrow 0$ (вырожденный электронный газ оболочки и невырожденный газ кора) либо при $k \rightarrow 0$ (классический электронный газ оболочки, вырожденный газ кора), для оболочечной наноструктуры $R_1 \neq 0$, $R_2 > R_1$. Рассмотрим по отдельности два этих характерных случая. Они могут иметь место, например,

для нанокompозитной системы «металл-полупроводник», когда электронный газ металла – вырожденный, а полупроводника – нет.

1. *Вырожденный электронный газ металлической оболочки, невырожденный газ полупроводникового кора.* $k(\omega) \neq 0, k_c \rightarrow 0$. В этом случае устремляя в формуле (12) $k_c \rightarrow 0$ получаем

$$\beta(\omega, k, k_c \rightarrow 0, R_1) = \frac{\varepsilon(\omega)kj_1'(kR_1) - \varepsilon_c(\omega)j_1(kR_1) / R_1}{\varepsilon(\omega)ky_1'(kR_1) - \varepsilon_c(\omega)y_1(kR_1) / R_1}. \quad (17)$$

Дипольная же поляризуемость нанокompозита по-прежнему определяется формулой (11) или (13), но с функцией $\beta(\omega, k, R_1)$ в виде (16).

2. *Классический электронный газ оболочки $k(\omega) \rightarrow 0$, вырожденный газ кора.* В этих условиях $\beta(\omega, k \rightarrow 0, k_c, R_1) \rightarrow 0$, а функции $y(kR_1) \rightarrow -1 / (kR_1)^2 \rightarrow -\infty$, $y'(kR_1) \rightarrow 2 / (kR_1)^3 \rightarrow \infty$. По этой причине при $k \rightarrow 0$ необходимо рассматривать произведения $\beta(kR_1)y(kR_2)$, $\beta(kR_1)y'(kR_2)$. Устремляя $k(\omega) \rightarrow 0$ в формуле (12) получаем

$$\beta(\omega, k \rightarrow 0, k_c, R_1) = \frac{1}{3} [k(\omega)R_1]^3 \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c(\omega)(k_c R_1)j_1'(k_c R_1) / j_1(k_c R_1)}{2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c(\omega)(k_c R_1)j_1'(k_c R_1) / j_1(k_c R_1)}. \quad (18)$$

Соответственно из (14) следует, что для функции $\mu(\omega | R_1, R_2)$ в этих условиях выполняется

$$\mu(\omega | R_1, R_2) = \frac{\left[1 + \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c \eta(k_c R_1) \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3}{2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c \eta(k_c R_1) \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3} \right]}{\left[1 - 2 \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c \eta(k_c R_1) \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3}{2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c \eta(k_c R_1) \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3} \right]}, \quad (19)$$

где

$$\eta(k_c R_1) = (k_c R_1)j_1'(k_c R_1) / j_1(k_c R_1)$$

– безразмерный параметр, функционально зависящий от произведения $k_c R_1$.

Для дипольной поляризуемости нанокompозита можем записать

$$\alpha(\omega) = \left[1 - \frac{3\varepsilon_m}{\varepsilon(\omega) / \mu(R_1, R_2) + 2\varepsilon_m} \right] R_2^3. \quad (20)$$

Выполняя элементарные преобразования приводим (20) к виду

(21)

$$\alpha(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m \mu(R_1, R_2)}{\varepsilon(\omega) + 2\varepsilon_m \mu(R_1, R_2)} R_2^3 =$$

$$\frac{[\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m][2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c(\omega)\eta(k_c R_1)] - [2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_m][\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c(\omega)\eta(k_c R_1)]\xi^3}{[\varepsilon(\omega) + 2\varepsilon_m][2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c(\omega)\eta(k_c R_1)] - 2[\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m][\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c(\omega)\eta(k_c R_1)]\xi^3} R_2^3$$

3. Классический электронный газ наноболочки и кора. $k(\omega) \rightarrow 0, k_c \rightarrow 0$.
Для $\beta(kR_1)$ при $k \rightarrow 0$ получаем

$$\beta(kR_1) \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c}{2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c} k^3 R_1^3.$$

С учетом того что параметр $\eta(k_c R_1) = (k_c R_1) j_1'(k_c R_1) / j_1(k_c R_1)$ для классического газа обращается в единицу $\eta = 1$, из (19) следует, что для функции $\mu(\omega | R_1, R_2)$ в этих условиях выполняется

$$\mu(\omega | R_1, R_2) = \frac{\left[1 + \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c}{2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3 \right]}{\left[1 - 2 \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c}{2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3 \right]}.$$
 (22)

В выражениях (20)-(21) присутствуют теперь лишь диэлектрические проницаемости фаз системы и радиусы R_1, R_2 наноструктуры. Элементарные преобразования (19)-(20) приводят к известному [1] выражению (1)

$$\alpha(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m \mu(R_1, R_2)}{\varepsilon(\omega) + 2\varepsilon_m \mu(R_1, R_2)} R_2^3 =$$

$$= \frac{[\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m][2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c] - [2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_m][\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c]\xi^3}{[\varepsilon(\omega) + 2\varepsilon_m][2\varepsilon(\omega) + \varepsilon_c] - 2[\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m][\varepsilon(\omega) - \varepsilon_c]\xi^3} R_2^3.$$
 (21)

При $R_1 \rightarrow 0$ из (14) получаем $\mu(\omega | R_1 \rightarrow 0, R_2) = 1$ и для поляризуемости вытекает классическое выражение

$$\alpha(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_m}{\varepsilon(\omega) + 2\varepsilon_m} R_2^3.$$

К аналогичному результату приходим и при $R_1 \rightarrow R_2$, когда $\mu = \varepsilon(\omega) / \varepsilon_c(\omega)$. Тогда оболочка наноструктуры исчезает и для $\alpha(\omega)$ получаем формулу поляризуемости безоболочечного шара

$$\alpha(\omega) = \frac{\varepsilon_c(\omega) - \varepsilon_m}{\varepsilon_c(\omega) + 2\varepsilon_m} R_2^3.$$

На рис. 2 представлены результаты расчетов частотных (в единицах плазменной частоты ω_p) зависимостей действительной $\text{Re}\alpha(\omega)$ и мнимой $\text{Im}\alpha(\omega)$ частей поляризуемости биметаллического сферического наноконпозита, а также ее модуля $|\alpha(\omega)|$, выполненных на основе выражений (11)-(12) для случая, когда электронный газ обоих металлов был вырожденным.

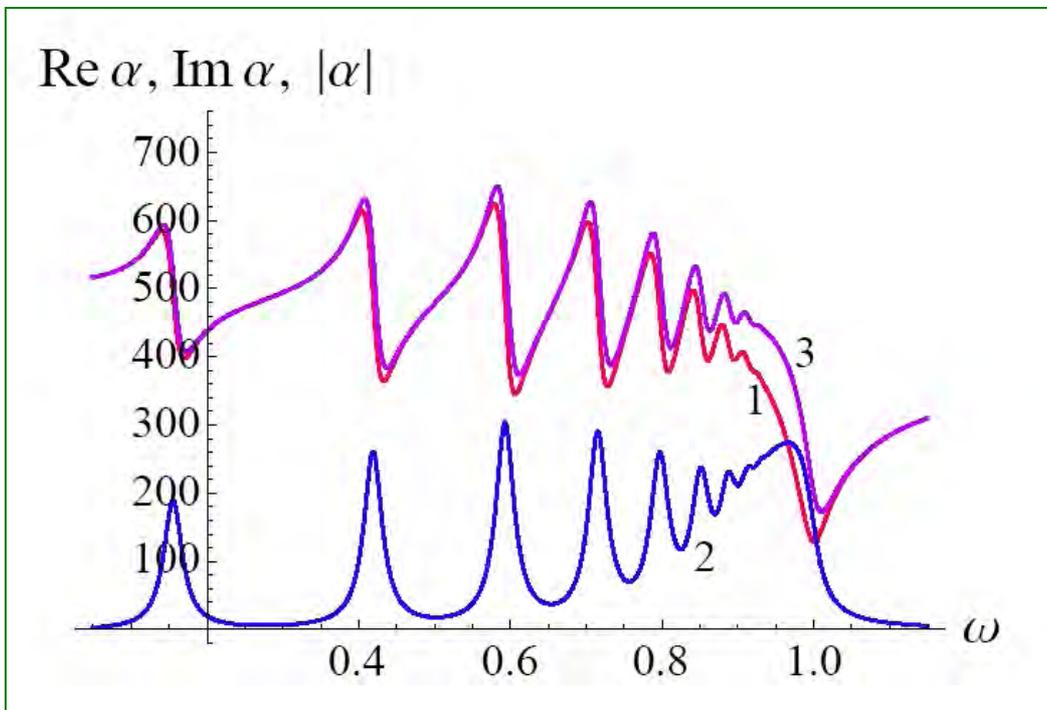


Рис. 2. Частотные (в единицах плазменной частоты ω_p) зависимости действительной (1) и мнимой (2) частей поляризуемости $\alpha(\omega)$ биметаллического сферического наноконпозита с радиусами $R_1 = 2 R_2 = 8$ нм, а также ее модуля $|\alpha(\omega)|$ (3) в единицах нм^3 . Частотные зависимости диэлектрических проницаемостей металлов представлялись формулами Друде-Лоренца. Значения параметров системы: $\omega_p = 1$, $\gamma = 0,03$. $\gamma_c = 0,02$. $l = 0,7$. $l_c = 0,5$ нм. $\varepsilon_m = 1,1$.

Работа поддержана Минобрнауки РФ (Госзадание Министерства. Проект № 1.3.06).

Список литературы

1. **Климов В. В.** Наноплазмоника. М.: Физматлит. 2009. – 480 с.
2. **Novotny L., Hecht B.** *Principles of Nano-Optics.* Cambridge University Press, New York, 2006. -539 p.
3. **Gersten J. I., Nitzan A.** Accelerated energy transfer between molecules near a solid particle // *Chem. Phys. Letters.* 1984. V. 104. -Issue 1. –P. 31-37.
4. **Hua X.M., Gersten J. I., Nitzan A.** Theory of energy transfer between molecules near solid state particles // *J. Chem. Phys.* 1985. V. 83. - Issue 7. –P. 3650 -3659.
5. **Pustovit V. N., Shahbazyan T.V.** Resonance energy transfer near metal nanostructures mediated by surface plasmons // *Phys. Rev. B.* 2011. V.83. –P. 085427 (1-5).
6. **Born M., Wolf E.** *Principles of Optics. Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light.* Forth edition. Pergamon Press. Oxford-London-Edinburgh-New York-Raris-Frankfurt. 1968.
7. **Mie G.** // *Ann. der Physik.* 1908. -V. 25. –P. 377-445.
8. **Давыдов А.С.** Теория твердого тела. М.,Наука, 1976, 639 с.
9. **Смирнов М. Б., Крайнов В.П.** Многократная ионизация томасфермиевского кластера сильным электромагнитным полем // *ЖЭТФ.* 1999. -Т. 115. -Вып. 6. –С. 2014-2019.
10. **Крайнов В.П., Смирнов М. Б.** Эволюция больших кластеров под действием ультракороткого сверхмощного лазерного импульса // *Успехи физ. наук.* 2000. -Т. 170. -№ 9. –С. 969-990.
11. **Кучеренко М.Г.** Динамическая поляризуемость нанопара в случае вырожденного электронного газа и ее роль в плазмонном механизме передачи энергии // *Вестник ОГУ.* 2012. №1. С. 141-149.
12. **Кучеренко М.Г.** Влияние шаровых наноразмерных металлокомпозитов на скорость безызлучательной передачи энергии между молекулами // *Матер. Всеросс. научно-метод. конфер. «Университетский комплекс как регион. центр образования, науки и культуры».* Сек. 8. Вопросы фундам. и прикл. физики. Оренбург: ОГУ, 2012. – С. 926-933.
13. **Kucherenko M. G., Chmereva T. M., Kislov D. A.** Energy Transfer in Molecular Systems at the Surface of Metal Solids and Nanoparticles // *High Energy Chemistry.* 2009. Vol. 43. -No. 7. -P. 587-591.
14. **Кучеренко М.Г., Чмерева Т.М.** Процессы с участием электронно-возбужденных молекул на поверхностях твердых адсорбентов. Оренбург: Оренбургский государственный университет. Монография. 2010. -346 с.