МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра системного анализа и управления

Н.А. ШУМИЛИНА, В.В. ТУГОВ, Т.В. ГАИБОВА

СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению курсовой работы
по курсу «Теория автоматического управления »
по направлению 220100

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2006

УДК 004.384.(076.5)
ББК 32.965. я73
Ш 96

Рецензент кандидат технических наук, доцент Денисов В.В.

Шумилина Н.А.
Ш 96 Синтез систем автоматического управления : методические указания / Н.А.Шумилина, В.В. Тугов, Гаибова Т.В– Оренбург: ГОУ ОГУ, 2006.- 30с.

Методические указания предназначены для студентов по направлению 220100.Курсовая работа по курсу «Теория автоматического управления» (ТАУ) предусмотрена учебным планом. Ее цель – закрепить основные теоретические положения курса и привить студентам навыки самостоятельного практического исследования и расчета систем автоматического управления.

ББК32.965.я73

Содержание

Введение

Настоящие методические указания предназначены для выполнения курсовой работы по курсу «Теория автоматического управления» (ТАУ), предусмотренной учебным планом по направлению 210100-«Системный анализ и управление». Курс ТАУ разбивается на два семестра. Выполнение курсовой работы предусмотрено при изучении второй части курса. Выполнение курсовой работы, с одной стороны, опирается на большинство теоретических разделов курса, а с другой, предоставляет возможность уяснить практическую схему современного проектирования реальных систем автоматического управления. При этом на ее выполнение отводится 52 академических часа самостоятельной работы.

Техническое проектирование- это сложный процесс, в котором главная роль принадлежит творческим навыкам и умению анализировать.

Проектирование – это процесс придумывания или изобретения таких компонентов системы, которые позволяли бы ей выполнять определенные задачи.

В процессе технического проектирования участвуют два типа мышления – анализ и синтез. При анализе основное внимание уделяется построению моделей физических систем. Целью здесь является более глубокое понимание процессов, происходящих в этих системах, и указание путей уточнения их моделей.

Синтез системы управления – это уникальный пример технического проектирования. Еще раз подчеркнем, что цель проектирования состоит в определении конфигурации системы и требований, которым она должна удовлетворять, и задании основных параметров, удовлетворяющих предъявляемым к системе требованиям.

На техническое проектирование сильное влияние оказало появление мощных и сравнительно недорогих компьютеров, а также высокопроизводительных программных средств анализа и синтеза систем управления. В данной работе в качестве программного средства моделирования мы используем MATLAB. MATLAB — это интерактивная среда для научных и инженерных вычислений.

В качестве задания студентам предлагается :

1) Определить передаточную функцию системы.

2) Вычислить и построить график реакции системы на изменение входного сигнала. Поварьировать параметры системы, получить реакции системы и сравнить их.

3) Разработать модель в переменных состояния. Записать систему в уравнениях состояния. Из уравнений состояния получить передаточную функцию.

4) Рассчитать чувствительность, наблюдаемость и управляемость системы.

1 Теоретические основы

1.1 Синтез системы управления

Первый шаг процесса синтеза – это определение назначения системы. Например, мы можем заявить, что целью управления является поддержание заданного значения скорости вращения электродвигателя. Второй шаг – это указать те переменные, которые подлежат управлению (в нашем случае это скорость вращения). На третьем шаге мы должны предъявить требования к точности, с которой необходимо поддерживать скорость вращения электродвигателя. Последнее определяет выбор датчика, с помощью которого измеряется переменная, подлежащая управлению. Поставив себя на место инженера, первое, что мы должны сделать, — это попытаться создать конфигурацию системы, которая обладала бы желаемым качеством. Такая конфигурация обычно включает в себя датчик, объект управления, исполнительное устройство и регулятор. Следующий шаг состоит в выборе кандидата на роль исполнительного устройства. Принятие решения здесь зависит от типа объекта управления, но в любом случае выбранное устройство должно быть способно эффективно влиять на поведение объекта управления. Например, если мы хотим управлять скоростью вращения махового колеса, то в качестве исполнительного устройства нам надлежит выбрать электродвигатель. При этом датчик должен быть способен измерять скорость с высокой точностью. Наконец, мы должны получить модель для каждого из этих элементов.

Следующий шаг состоит в выборе регулятора, который часто представляет собой сумматор, выполняющий операцию сравнения желаемого и действительного значений выходной переменной объекта, и следующий за ним усилитель сигнала ошибки.

Заключительный шаг процедуры синтеза состоит в настройке параметров системы, которые обеспечивали бы желаемые показатели качества. Если в результате подбора параметров мы сможем достигнуть желаемого качества, то процесс синтеза на этом заканчивается и нам остается оформить рабочую документацию. В противном случае, возможно, потребуется заменить конфигурацию системы или выбрать исполнительное устройство и датчик с улучшенными характеристиками. После этого мы должны будем повторять все этапы синтеза до тех пор, пока не будут удовлетворены требования, предъявляемые к системе, или пока мы не решим, что эти требования являются слишком жесткими и их необходимо ослабить. Процесс синтеза системы управления изображен на рисунок 1.

Если качество системы не удовлетворяет предъявляемым требованиям, изменить ее конфигурацию и, возможно, выбрать другое исполнительное устройство

Если качество системы удовлетворяет предъявляемым требованиям закончить процедуру син - теза.

Рисунок 1 - Процесс синтеза системы управления

Требования к качеству замкнутой системы управления должны затрагивать ее основные характеристики, к которым относятся (1) хорошая компенсация возмущений, (2) желаемый вид реакции на задающее входное воздействие, (3) адекватные выходные сигналы исполнительного устройства, (4) малая чувствительность к изменению параметров и (5) робастность.

1.2 Математические модели систем

При анализе и синтезе систем управления мы используем математические модели физических объектов. Их динамика в общем случае описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями. Мы будем рассматривать широкий круг систем, включая механические, гидравлические и электрические. Связь между входом и выходом элементов и систем описывается в виде передаточных функций. Передаточная функция линейной системы определяется как отношение преобразования Лапласа выходной переменной к преобразованию Лапласа входной переменной при условии, что все начальные условия равны нулю. Передаточная функция системы (или элемента) однозначно описывает динамическую связь между этими переменными. Преимущество передаточной функции заключается в том, что она позволяет изобразить причинно-следственную связь между переменными в наглядной схематической форме. В теории управления преобладает представление различных динамических систем в структурных схем. Структурные схемы состоят из блоков направленного действия, каждому из которых соответствует определенная передаточная функция.

Для получения передаточной функции системы необходимо преобразовать структурную схему системы. Пользуясь определенными правилами, отраженными в таблице 1, структурную схему сложной системы можно упростить, сведя ее к конфигурации с меньшим числом блоков, чем в исходной системе.

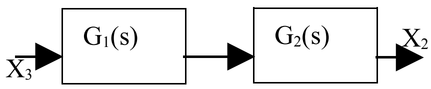
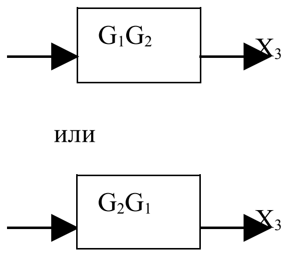
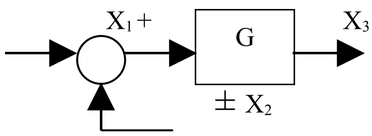
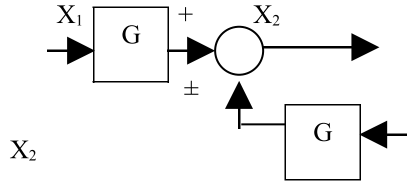
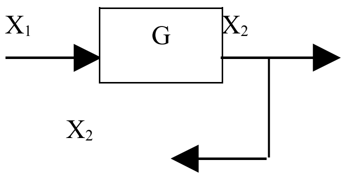
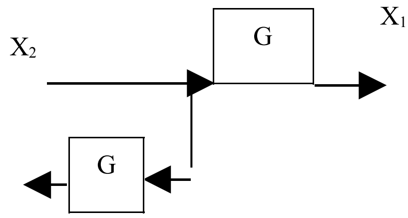
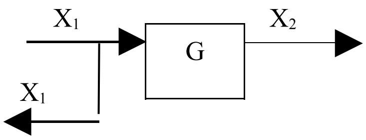
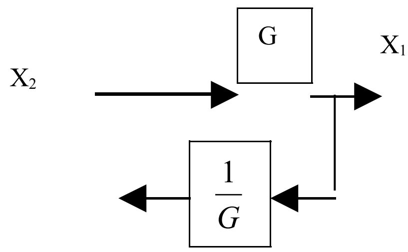
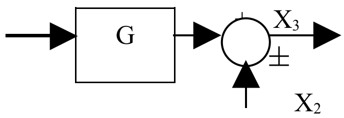
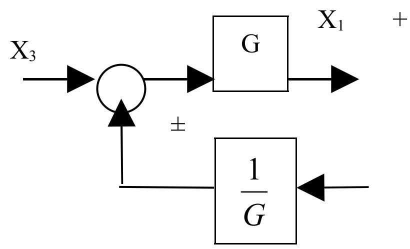
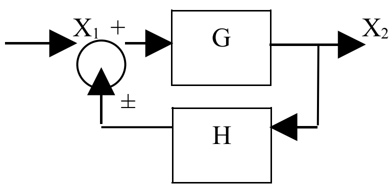
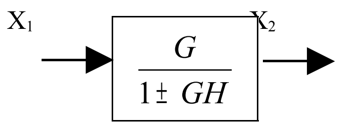
Существует несколько способов определения передаточной функции системы. Например, Мейсоном был предложен альтернативный метод представления взаимосвязи между переменными системы, основанный на использовании сигнальных графов.

Сигнальный граф представляет собой диаграмму, состоящую из узлов, соединенных между собой отдельными направленными ветвями, и является графическим средством описания линейных соотношений между переменными. Основным элементом сигнального графа является однонаправленный отрезок, называемый *ветвью.* Точки входа и выхода называются *узлами*. Сумма всех сигналов, входящих в узел, образует соответствующую этому узлу переменную. *Путь* – это ветвь или последовательность ветвей, которые могут быть проведены от одного узла к другому.

Контур – это замкнутый путь, который начинается и заканчивается в одном и том же узле, причем вдоль этого пути ни один другой узел не встречается дважды. Некасающимися называются такие контуры, которые не имеют общего узла. Два касающихся контура имеют один или более общих узлов.

Сигнальный граф- это просто наглядный метод записи системы алгебраических уравнений, показывающий взаимосвязь между переменными.

Таблица 1 Правила преобразования структурных схем

Преобразование	Исходная диаграмма	Эквивалентная диаграмма
1. Последовательное соединение блоков		
2. Перенос сумматора через блок с передаточной функцией по ходу движения сигнала		
3. Перенос узла через блок с передаточной функцией против движения сигнала		
4. Перенос узла через блок с передаточной функцией по ходу движения сигнала		
5. Перенос сумматора через блок с передаточной функцией против движения сигнала		
6. Исключение контура с обратной связью		

Линейная зависимость T_{ij} между независимой переменной x_i (частоназываемой входной переменной) и зависимой переменной x_j определяется

по формуле Мейсона:

$$T_{ij} = \frac{\sum_k P_{ij}\Delta_{ij}}{\Delta} \quad (1.1)$$

где P_{ijk} – коэффициент передачи k-го пути от переменной x_i к переменной x_i,

Δ - определитель графа, определяется по формуле

Δ=1-(сумма коэффициентов передачи всех отдельных контуров)+(сумма произведений всех возможных комбинаций из 2 некасающихся контуров)-(сумма произведений всех возможных комбинаций из 3 некасющихся контуров)+…

Δ_{ijk} – дополнительный множитель для пути P_{ijk}, а суммирование производится по всем возможным k путям от x_i к x_j. Дополнительный множитель Δ_{ijk} равен определителю всех касающихся контуров при удалении k-го пути.

Формула Мейсона часто используется в несколько упрощенном виде для определения связи между выходной переменной Y(s) и входной переменной R(s), т.е.

$$T = \frac{\sum P_k\Delta_k}{\Delta} \quad (1.2)$$

где T(s)=Y(s)/R(s). Коэффициент передачи пути P_k определяется как непрерывная последовательность ветвей, простирающихся в направлении, указанном стрелками, причем ни один узел не встречается в этой цепи более одного раза.

1.3 Реакция системы на изменение входного сигнала

Одна из наиболее важных характеристик систем управления – это *переходная характеристика*, т.е. реакция системы на входное воздействие, представленная как функция времени. Поскольку система управления должна обеспечивать желаемый вид этой реакции, то переходную характеристику часто приходится подгонять до тех пор, пока она не будет удовлетворять выдвинутым требованиям. В замкнутой системе часто можно добиться желаемого вида переходной характеристики настройкой параметров контура с обратной связью.

Важной функцией обратной связи в системах управления является частичная компенсация влияния возмущений. *Возмущение* – это нежелательный входной сигнал, который оказывает влияние на выходной сигнал системы. Многие системы управления подвержены влиянию внешних воздействий, приводящих к отклонению выходного сигнала от желаемого значения.

Определите реакцию системы на единичный ступенчатый входной сигнал, изменяя при этом параметр *K*.

1.4 Модель в переменных состояния

Рассмотрим систему во временной области.

Временная область-это область, в которой поведение системы рассматривается как функция переменной t (времени). Анализ и синтез систем во временной области основан на понятии состояния системы. Состояние системы- это совокупность таких переменных, которых наряду с входными функциями и уравнениями описывающими динамику системы, позволяет определить ее будущее состояние и выходную переменную. Для динамической системы ее состояние описывается набором переменных состояния $[\,x_1(t), x_2(t), .., x_n(t)]$. Это такие переменные, которые определяют будущее поведение системы, если известно ее текущее состояние и все внешние воздействия.

Состояние системы описывается дифференциальными уравнениями первого порядка относительно каждой из переменных состояния. Эти уравнения можно записать в матричной форме:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \qquad (1.3)$$

Матрица столбец, состоящая из переменных состояния, называется вектором состояния и имеет вид:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$$

где полужирное начертание символа означает вектор.

Вектор входных сигналов обозначается как **u**. Тогда систему можно описать в компактном виде дифференциальным уравнением состояния:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

Матрица **A** является квадратной размерности $n \times n$,а матрица **B** имеет размерность $n \times m$. Уравнение состояния связывает скорость изменения состояния системы с самим состоянием системы и входным сигналом. В общем случае выходные сигналы линейной системы связаны с переменными состояния и входными сигналами уравнением выхода: $\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}$, где у - совокупность выходных сигналов, представленных в виде вектора-столбца.

Альтернативный метод получения модели в переменных состояния основан на использовании графа связей. Такие графы могут быть построены для электрических, механических, гидравлических и тепловых элементов и систем. Графы связей позволяют получить систему уравнений относительно переменных состояния.

1.5 Устойчивость системы

При анализе и синтезе систем управления с обратной связью первостепенное значение имеет их устойчивость.

Система будет устойчива (в абсолютном смысле), если все полюсы ее передаточной функции или, что то же самое, все собственные значения матрицы ***A*** находятся в левой половине s-плоскости. Если же окажется, что все полюсы (или собственные значения) находятся в левой половине s-плоскости, то далее речь может идти об относительной устойчивости, которая определяется положением этих полюсов.

Устойчивую систему определяют как систему, обладающую ограниченной реакцией. Если система подвергается воздействию ограниченного входного сигнала (или возмущения) и ее реакция также является ограниченной по модулю, то такую систему называют устойчивой.

Устойчивая система – это динамическая система, обладающая ограниченной реакцией на ограниченный входной сигнал.

Реакция системы на отклонение, или начальные условия, будет либо затухать, либо оставаться нейтральной, либо нарастать. Согласно определению, линейная система устойчива тогда и только тогда, если интеграл в бесконечных пределах от абсолютного значения ее импульсной переходной функции ***g(t)*** является конечным, т.е. необходимо, чтобы при ограниченном входном сигнале интеграл $\int_0^\infty |g(t)dt|$ был конечным. Положение полюсов системы на s-плоскости определяет вид ее переходной характеристики. Полюсы, расположенные в левой половине s-плоскости, дают затухающую реакцию на входное воздействие, а полюсы на мнимой оси или в правой половине s-плоскости, соответственно, нейтральную или расходящуюся реакцию.

Необходимое и достаточное условие того, чтобы замкнутая система была устойчива, состоит в том, чтобы все полюсы передаточной функции системы имели отрицательную действительную часть.

Если не все из этих полюсов находятся в левой полуплоскости, то система считается неустойчивой. Если характеристическое уравнение системы имеет простые корни, расположенные на мнимой оси, а все остальные корни находятся в левой половине s-плоскости, то реакция системы на ограниченный гармонический входной сигнал, частота которого равна модулю чисто мнимых корней, будет представлять собой неограниченно нарастающие колебания. Такую систему принято называть находящейся на границе устойчивости, т.к. только отдельные входные сигналы (гармонические сигналы, частота которых совпадает с полюсами системы) обусловливают неограниченное нарастание реакции системы.

Устойчивость системы можно определить методом Рауса-Гурвица, который основан на анализе характеристического уравнения системы, записанного в виде:

$$\Delta(s) = g(s) = a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0 \tag{1.4}$$

Уравнение можно записать в виде произведения сомножителей:

$$a_n(s - r_1)(s - r_2)\ldots(s - r_n) = 0,$$

где через r_i обозначен i-ый корень характеристического уравнения.

Анализ уравнения показывает, что если все корни расположены в левой полуплоскости, то все коэффициенты характеристического полинома должны иметь один и тот же знак. Необходимо также, чтобы все коэффициенты были отличны от нуля (если система устойчива). Однако эти условия являются лишь необходимыми, но не достаточными. В основе критерия Рауса-Гурвица лежит упорядочение коэффициентов характеристического уравнения

$$a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0$$

в виде следующей таблицы:

$$\begin{array}{c|ccc}
s^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\
s^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\
s^{n-2} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} \\
s^{n-3} & c_{n-1} & c_{n-3} & c_{n-5} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
s^0 & h_{n-1} & &
\end{array}$$

где

$$b_{n-1} = \frac{-1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}, \quad b_{n-3} = \frac{-1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}, \quad c_{n-1} = \frac{-1}{b_{n-1}}\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_{n-1} & b_{n-3} \end{vmatrix}$$

Критерий Рауса-Гурвица утверждает, что число корней полинома g(s) с положительной действительной частью равно числу изменений знака в первом столбце таблицы Рауса.

1.6 Чувствительность системы

Объект управления, представленный передаточной функцией G(s), какова бы ни была его природа, подвержен влиянию окружающей среды, старению, отсутствию точной информации о его параметрах и других объективных факторов, которые негативно сказываются на его поведении. В разомкнутой системе все эти факторы приводят к отклонению выходной переменной от желаемого значения. Замкнутая система чувствует это отклонение, обусловленное изменениями параметров объекта, и пытается скорректировать выходную переменную.

Чувствительность системы определяется как отношение процентного изменения передаточной функции системы к процентному изменению передаточной функции объекта. Система имеет передаточную функцию:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

и, следовательно, чувствительность определяется, как

$$S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)} \qquad (1.5)$$

Чувствительность системы – это отношение изменения ее передаточной функции к изменениям передаточной функции (или параметров) объекта управления при условии их малости.

Чувствительность замкнутой системы к изменению параметра передаточной функции равна:

$$S_{\alpha}^{T} = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln \alpha} \qquad (1.6)$$

В синтезируемой системе, параметр ***K*** является переменным. Найдите чувствительность системы по отношению к изменениям этого параметра по формуле:

$$S_{K}^{T} = \frac{\partial T}{\partial K}\frac{K}{T} \qquad (1.7)$$

1.7 Управляемость системы

Система, описываемая матрицами **(A,B)**, является управляемой, если существует такое неограниченное управление u, которое может перевести систему из произвольного начального состояния **x(0)** в любое другое заданное состояние **x(t)**. Управляемость системы, описываемой уравнением

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1.8}$$

можно определить, исследуя алгебраическое условие

$$ранг\begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$$

Для системы с одним входом и одним выходом вводится понятие матрицы управляемости $\boldsymbol{P_c}$, которая выражается через **A** и **B** как

$$P_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

и имеет размерность $n \times n$. Если определитель матрицы $\boldsymbol{P_c}$ отличен от нуля, то система является управляемой.

Ответить на вопрос, является ли система управляемой, можно и другим способом. Для этого надо изобразить граф системы в переменных состояния и определить. Имеются ли пути от управляющего сигнала к каждой из переменных состояния. Если такие пути существуют, то система может быть управляема.

Система, структура которой представлена в форме фазовой переменной, всегда является управляемой.

1.8 Наблюдаемость системы

Все корни характеристического уравнения можно разместить в заданных точках s-плоскости только в том случае, когда система является наблюдаемой и управляемой. Наблюдаемость связана со способностью оценивать переменными состояния. Система может быть наблюдаемой, если каждая переменная состояния вносит свой вклад в выходной сигнал системы.

Система является наблюдаемой тогда и только тогда, если существует конечное время T такое, что начальное состояние x(0) может быть определено в результате наблюдения выходной переменной y(t), $t \in T$, при заданном управлении u(t).

Система с одним входом и одним выходом описывается уравнениями

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{и} \quad y = Cx + Du$$

где $\boldsymbol{C}$ есть вектор-строка, а $\boldsymbol{x}$ – вектор-столбец. Система является наблюдаемой, если определитель матрицы $\boldsymbol{Q}$ размерности $n \times n$ (называемой матрицей наблюдаемости) отличен от нуля, где

$$Q = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \qquad (1.8.)$$

Система, структура которой представлена в форме фазовой переменной, всегда является наблюдаемой.

2 Пример синтеза: управление скоростью вращения диска

Во многих современных приборах используется диск, который должен вращаться с постовой скоростью. Это, например, проигрыватель компакт-дисков или грампластинок, дисковод компьютера, требующие вращения с постоянной скоростью, несмотря на износ и изменение характеристик электродвигателя, и вариацию других параметров. Наша задача состоит в синтезе системы управления скоростью вращения диска, которая гарантировала бы, что действительная скорость отличается от желаемой не более, чем на заданную величину.

2.1 Постановка задачи

Чтобы обеспечить вращение диска, мы должны в качестве исполнительного устройства выбрать электродвигатель постоянного тока, скорость вращения которого пропорциональна приложенному напряжению. Этот входной сигнал двигателя должен иметь достаточную мощность, поэтому нам также потребуется выбрать усилитель.

Чтобы реализовать систему с обратной связью, нам необходимо выбрать датчик. Одним из возможных решений является тахогенератор, выходное напряжение которого пропорционально скорости вращения его вала. Тогда замкнутая система имеет вид, изображенный на рисунке 2 (а). Функциональная схема этой системы приведена на рисунке 2 (б). Сигнал ошибки образуется как разность между входным напряжением и напряжением тахогенератора

Можно ожидать, что замкнутая система по своим характеристикам будет превосходить разомкнутую, так как она всегда будет стремиться свести ошибку к минимуму. Если элементы системы обладают стабильными характеристиками, то в замкнутой системе можно добиться точности поддержания заданного значения скорости, в 100 раз превышающей аналогичный показатель разомкнутой системы.

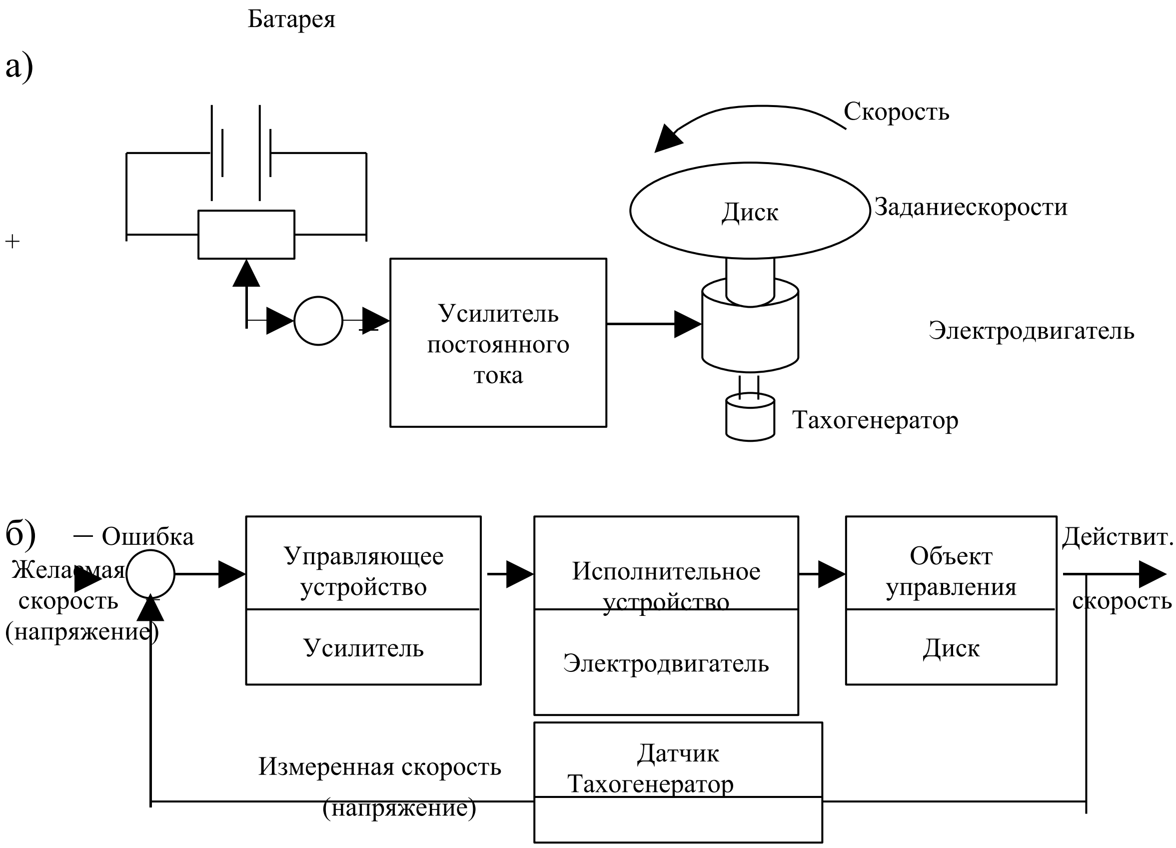


Рисунок. 2 (а) Замкнутая система управления скоростью вращения диска;
(б) Функциональная схема системы

2.2 Выбор исполнительного устройства, датчика и регулятора

Мы рассмотрели этапы 1-4 данной процедуры, где (1) установили цель управления, (2) указали переменные, на которые нужно воздействовать, (3) сформулировали ограничения, накладываемые на эти переменные, и (4) сделали набросок конфигурации системы.

Задачей управления дисководом является: позиционировать считывающую головку точно на заданную дорожку и при возможности обеспечить переход от одной дорожки к другой в пределах 10 мс. Теперь выполним этапы 4 и 5 процесса синтеза (см. рисунок 1.).

Нам необходимо выбрать исполнительное устройство, датчик и регулятор (этап 4). Затем следует разработать модель объекта, G(s), и датчика. Для приведения в действие рычага считывающей головки используется двигатель с постоянными магнитами . При производстве дисководов его называют двигателем со звуковой катушкой. Головка считывания закреплена на скользящем элементе, закрепленном на рычаге.

Гибкая пластина дает возможность головке плавать над диском с зазором менее 100 нм. Тонкопленочная головка воспринимает магнитный поток и формирует сигнал, поступающий на усилитель. Сигнал ошибки на рисунок 3(а) формируется на основании заданного номера дорожки. Полагая, что положение считывающей головки определяется точно, можно считать, что передаточная функция датчика H(s) = 1, как показано на рис. 3(б). На этом рисунке тоже приведены модели двигателя с постоянными магнитами и линейного усилителя. Двигатель, управляемый по цепи якоря, достаточно хорошо представляется в виде модели на рис. 2 при $K_b = 0$. Предполагается, что пластина является жесткой, а не слишком гибкой. Мы рассмотрим модель, в которой это допущение не имеет силы.

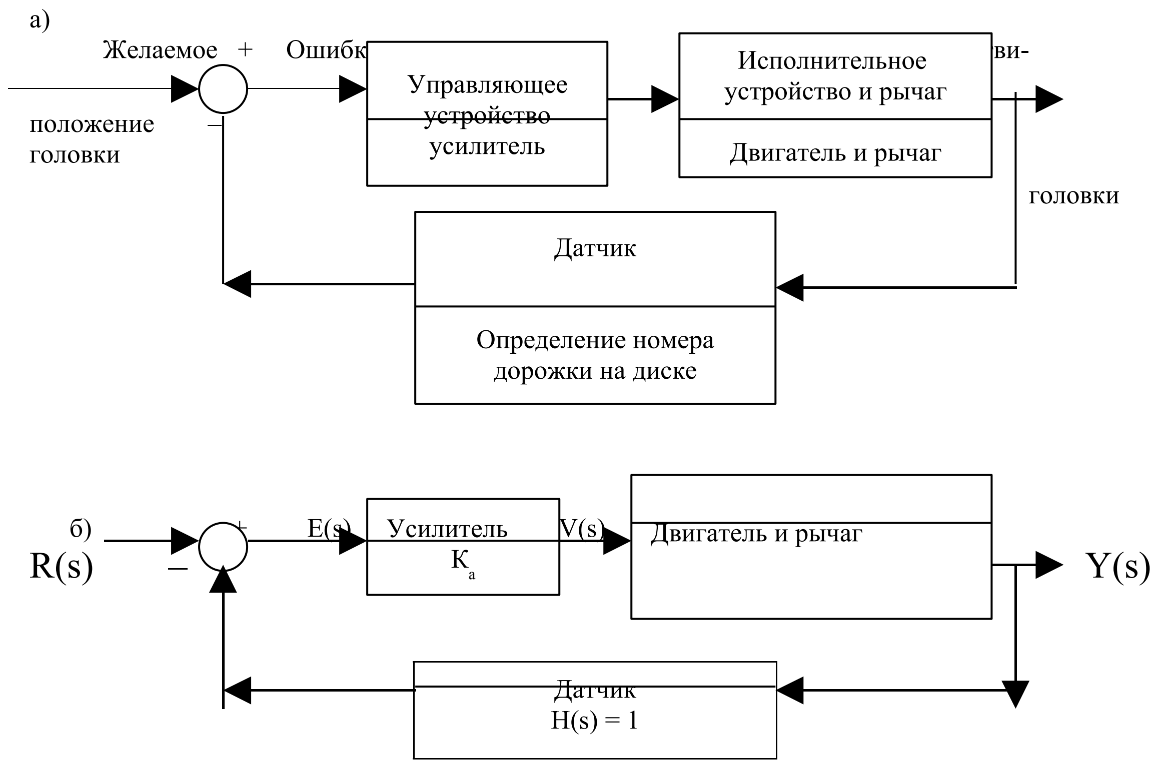


Рисунок 3 Структурная схема считывающей системы дисковода

Таблица 2 - Типичные параметры дисковода

Параметр	Обозначение	Типичное значение
Момент инерции рычага и считывающей головки	J	1 Н·м·с^2/рад
Коэффициент трения	b	20 кг/м/с
Коэффициент усиления	K_a	10–1000
Сопротивление якоря	R	1 Ом

Коэффициент передачи двигателя	K_m	5 Н·м/А
Индуктивность якоря	L	1 мГн

Типичные параметры дисковода приведены в табл. 2. Следовательно, имеем:

$$G(s) = \frac{K_m}{s(Js+b)(Ls+R)} = \frac{5000}{s(s+20)(s+1000)}.$$

Выражение G(s) можно также представить в виде:

$$G(s) = \frac{K_m / bR}{s(\tau_L s+1)(\tau s+1)}, \qquad (2.1)$$

где τ_L = J/b = 50 мс и τ = L/R = 1 мс. Поскольку $\tau \ll \tau_L$, можно пренебречь величиной τ. Тогда

$$G(s) \approx \frac{K_m / bR}{s(\tau_L s+1)} = \frac{0{,}25}{s(0{,}05s+1)},$$

или

$$G(s) = \frac{5}{s(s+20)}.$$

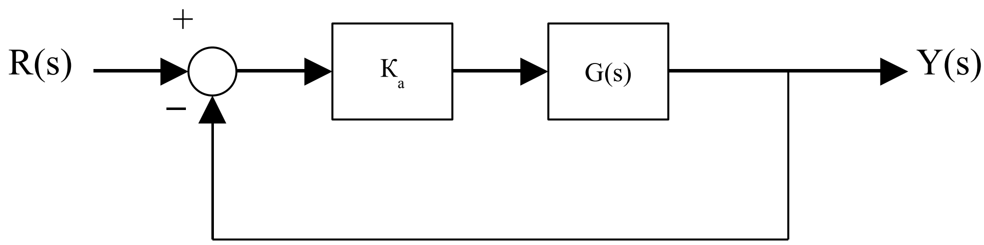


Рисунок 4- Структурная схема замкнутой системы

Структурная схема замкнутой системы приведена на рисунок 4. На основании правил преобразования структурных схем (см. табл. 1) и используя аппроксимацию G(s) вторым порядком, мы получим:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{5K_a}{s^2+20s+5K_a}.$$

Если $К_а$ = 40, то

$$Y(s) = \frac{200}{s^2+20s+200} R(s).$$

Полагая r(t) = 0,1 рад, т.е. R(s) = 0,1/s, с помощью функции step получим реакцию системы..

Высококачественные диски имеют до 5000 дорожек на см. Ширина дорожек обычно порядка 1 мкм. Поэтому предъявляются очень жесткие требования к точности позиционирования считывающей головки и к ее перемещению от одной дорожки к другой.

2.3 Модель в переменных состояния

Мы разработаем модель дисковода в переменных состояния, которая будет учитывать эффект изгиба пластины.

Поскольку для быстрого перемещения головки необходимо иметь малую массу рычага, то нам придется учесть эффект изгиба пластины, изготовленной из очень тонкой упругой стальной ленты. Еще раз отметим, что нам необходимо с высокой точностью управлять положением головки y(t) (шаг 2 процедуры синтеза на рис. 1). Прежде всего мы попытаемся разработать модель системы, изображенной на рис. 5(а). Обозначим массу двигателя через M_1, а массу головки через M_2. Изгиб пластины будем характеризовать коэффициентом упругости k. Сила u(t), приводящая в движение массу M_1, создается двигателем постоянного тока. Если пластина является абсолютно жесткой (не подверженной изгибу), то мы получим упрощенную модель, изображенную на рисунке 5(б). Типичные параметры этой системы с двумя массами приведены в таблице 3.

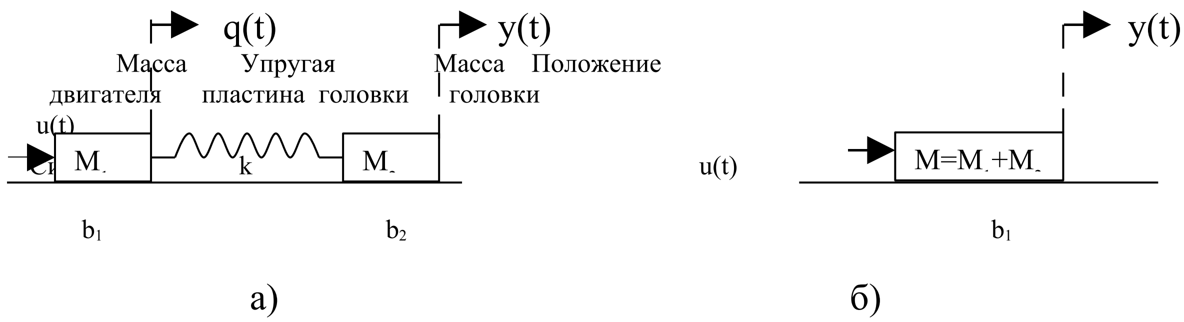


Рисунок5- (а) Модель системы с двумя массами и упругой пластиной. (б) Упрощенная модель с жесткой пластиной

Таблица 3 - Типичные параметры системы с двумя массами

Параметр	Обозначение	Величина
Масса двигателя	M_1	20 г = 0,02 кг
Коэффициент упругости пластины	k	$10 \le k \le \infty$
Масса головки	M_2	0,5 г = 0,0005 кг
Положение головки	y(t)	переменное, мм
Коэффициент трения массы 1	b_1	$410 \cdot 10^{-3}$ кГ/м/с
Сопротивление обмотки возбуждения	R	1 Ом
Индуктивность обмотки возбуждения	L	1 мГн
Постоянная электродвигателя	K_m	125 Н·м/А

Коэффициент трения массы 2	b_2	$4{,}1\cdot 10^{-3}$ кГ/м/с

Сначала мы получим передаточную функцию упрощенной модели на рис.5(б) (шаг 5 процедуры синтеза на рис. 1.). Учтем, что $M = M_1+M_2$ = =20,5 г = 0,0205 кг. Тогда мы имеем:

$$M\frac{d^2y}{dt^2} + b_1\frac{dy}{dt} = u(t) \qquad (2.2)$$

Следовательно, передаточная функция модели

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(Ms + b_1)} \qquad (2.3)$$

С учетом

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(0{,}0205s + 0{,}410)} = \frac{40}{s(s + 20)}$$

параметров в таблице 3 получим:

Теперь получим модель в переменных состояния для системы с двумя массами, изображенной на рис. 5(а). дифференциальные уравнения имеют следующий вид:

для массы M_1: $M_1\dfrac{d^2q}{dt^2} + b_1\dfrac{dq}{dt} + k(q - y) = u(t);$

для массы M_2: $M_2\dfrac{d^2y}{dt^2} + b_2\dfrac{dy}{dt} + k(y - q) = 0.$

Выберем в качестве переменных состояния $x_1 = q$ и $x_2 = y$. Тогда

$$x_3 = \frac{dq}{dt} \text{ и } x_4 = \frac{dy}{dt}\ .$$

Уравнение состояния в векторно-матричной форме:

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

где $x = \begin{bmatrix} q \\ y \\ \dot{q} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/M_1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k/M_1 & k/M_1 & -b_1/M_1 & 0 \\ k/M_2 & -k/M_2 & 0 & -b_2/M_2 \end{bmatrix}$. (2.4)

Заметим, что выходом является $\dot{y}(t) = x_4$. Кроме того, пренебрегая индуктивностью обмотки двигателя (L = 0), имеем u(t) = K_mv(t). Выбрав значение k = 10 и используя остальные параметры из табл. 3, получим:

$$B^T = [0\ \ 0\ \ 50\ \ 0]$$

и

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -500 & 500 & -20{,}5 & 0 \\ 20000 & -20000 & 0 & -8{,}2 \end{bmatrix}.$$

Используя Matlab получим реакцию переменной $\dot{y}$ при v(t) = 1 В, t>0 . Характер процесса является сильно колебательным, поэтому ясно, что необходимо иметь пластину с большой жесткостью, т.е. выбирать k>100.

2.4 Исследование реакции системы на возмущение

Синтез системы чтения информации с диска является примером оптимизации и принятия компромиссных решений. Система должна точно позиционировать считывающую головку и в то же время обладать способностью уменьшать влияние изменения параметров и внешних ударов и вибраций. Механический рычаг и пластина могут резонировать на частотах, с которыми появляются внешние возмущения, например, тряска портативного компьютера. К числу возмущений относятся также физические удары, износ или биения в подшипниках привода, изменение параметров элементов системы. В этом разделе мы исследуем реакцию системы на возмущения и ее поведение при изменении параметров.

Таким образом, мы выполним шаги 6 и 7 процедуры синтеза, представленной на рисунке 1.

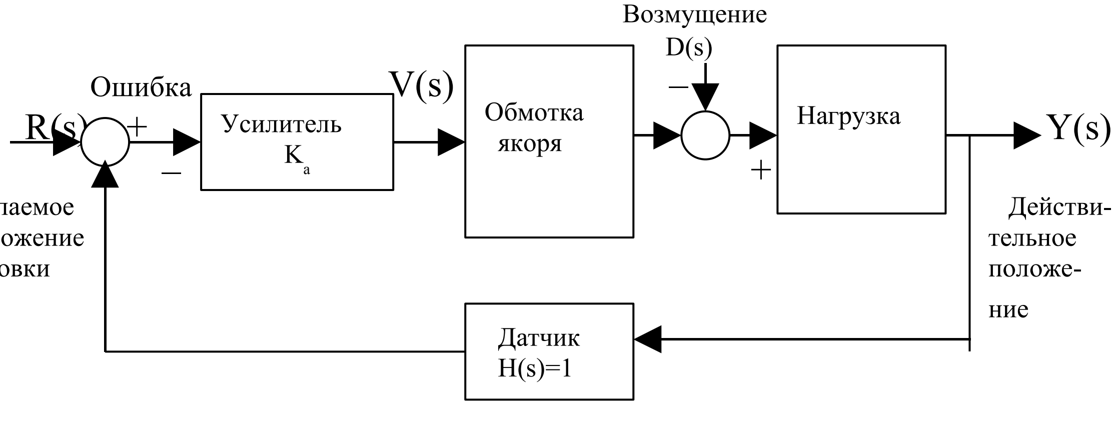


Рисунок 6 Система управления положением считывающей головки

дисковода

Рассмотрим систему, изображенную на рис. 6. В этой системе в качестве регулятора используется усилитель с настраиваемым коэффициентом усиления. С учетом параметров, приведенных в табл. 2, мы получим структурную схему, изображенную на рисунок 7.

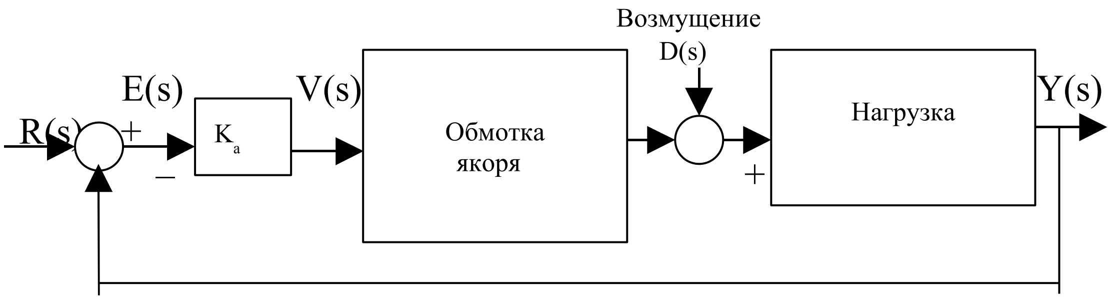


Рисунок 7 Система с параметрами из табл. 2.

Теперь получим переходную характеристику системы при разных значениях коэффициента K_a. Передаточная функция замкнутой системы с учетом условия D(s) = 0 имеет вид:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_a G_1(s) G_2(s)}{1 + K_a G_1(s) G_2(s)} = \frac{5000K_a}{s^3 + 1020s^2 + 20000s + 5000K_a}. \quad (2.5)$$

С помощью скрипта MATLAB, получим переходные характеристики системы при значениях $K_a = 10$ и $K_a = 80$.

Теперь определим влияние возмущения D(s) = 1/s, полагая R(s) = 0. Желательно, чтобы это влияние было незначительным. На основании рисунка 7 имеем:

$$Y(s) = \frac{G_2(s)}{1 + K_a G_1(s) G_2(s)} D(s). \quad (2.6)$$

При $K_a = 80$ и D(s) = 1/s в MATLAB получим реакцию системы. Чтобы еще сильнее уменьшить влияние возмущения, нам потребовалось бы взять коэффициент K_a больше, чем 80. Однако при этом реакция системы на сигнал r(t) = 1, t>0 была бы с большой частотой колебаний.

Попытаемся определить оптимальное значение K_a, предъявив определенные требования к быстродействию системы и величине перерегулирования.

Поведение замкнутой системы управления положением считывающей головки рассмотрим по структурной схеме, которая приведена на рисунке7. Процедура синтеза продолжается и соответствует шагу 3 (см. рисунок 1), на котором определяется желаемое качество системы.Попытаемся выбрать такое значение коэффициента усиления K_a, при котором качество системы было бы наилучшим.

Нашей целью является получение наилучшего быстродействия при отработке ступенчатого сигнала r(t) с учетом (1) ограничения на величину перерегулирования и колебательный характер реакции и (2) необходимости уменьшения влияния возмущения на положение считывающей головки. Требования к качеству системы сведены в таблицу 4.

Таблица 4- Требования к переходной характеристике

Показатель качества	Желаемое значение
Относительное перерегулирование	Менее 5%
Время установления	Менее 250 мс
Максимальная величина реакции на единичное ступенчатое возмущение	Менее $5\cdot 10^{-3}$

Рассмотрим модель второго порядка для двигателя и рычага, в которой мы пренебрегли индуктивностью обмотки двигателя. В этом случае замкнутая система имеет вид рисунка 8. Для входной переменной при условии D(s) = =0 можно записать:

$$Y(s) = \frac{5K_a}{s(s+20)+5K_a}R(s) = \frac{5K_a}{s^2+20s+5K_a}R(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}R(s). \qquad (2.7)$$

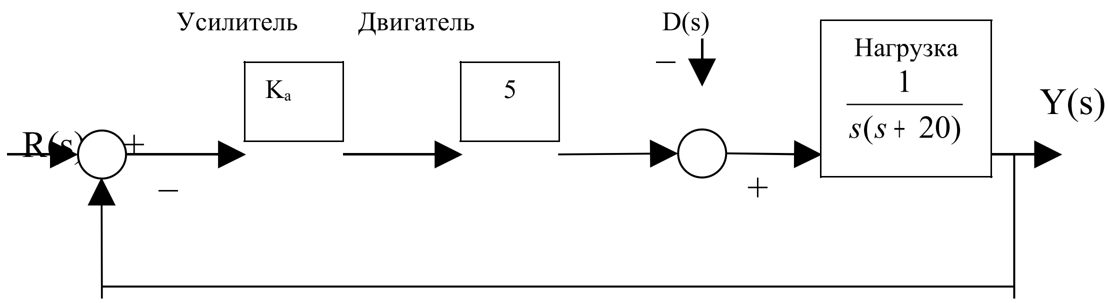


Рисунок 8 Модель системы управления второго порядка

Отсюда следует, что $\omega^2_n = 5K_a$ и $2\zeta\omega_n = 20$. Далее возможно определить реакцию системы с помощью скрипта MATLAB. В табл.5 представлены показатели качества, соответствующие различным значениям K_a.

Таблица 5- Реакция системы второго порядка на ступенчатый входной сигнал

K_a	20	40	60	80
Относительное перерегулирование	0	4,35	10,8%	16,3%
Время установления (с)	0,55	0,40	0,40	0,40
Коэффициент затухания	1	0,707	0,58	0,50
Максимальное значение выходной переменной y(t) при единичном ступенчатом возмущении	$-10\cdot10^{-3}$	$-5{,}2\cdot10^{-3}$	$-3{,}7\cdot10^{-3}$	$-2{,}9\cdot10^{-3}$

При увеличении K_a до 60 влияние возмущения уменьшается почти в 2 раза. Если мы хотим удовлетворить требования, предъявляемые к системе, то нам придется выбрать компромиссное значение K_a . Очевидно, в данном случае наилучшим компромиссом будет значение K_a = 40. Однако это значение не удовлетворяет всем требованиям.

2.5 Анализ устойчивости

Теперь мы займемся анализом устойчивости этой системы в зависимости от параметра K_a и изменим конфигурацию системы, как это предусмотрено шагом 4 процедуры синтеза. Теперь в нее добавлен датчик обратной связи по скорости K_1.

Передаточная функция замкнутой системы примет вид:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_a G_1(s) G_2(s)}{1 + [K_a G_1(s) G_2(s)](1 + K_1 s)}, \tag{2.8}$$

поскольку обратная связь теперь представлена фактором $(1+K_1s)$, как изображено на рис.11.

Запишем характеристическое уравнение:

$$1 + [K_a G_1(s) G_2(s)](1 + K_1 s) = 0,$$

или $$s(s+20)(s+1000)+5000K_a(1+K_1s) = 0.$$

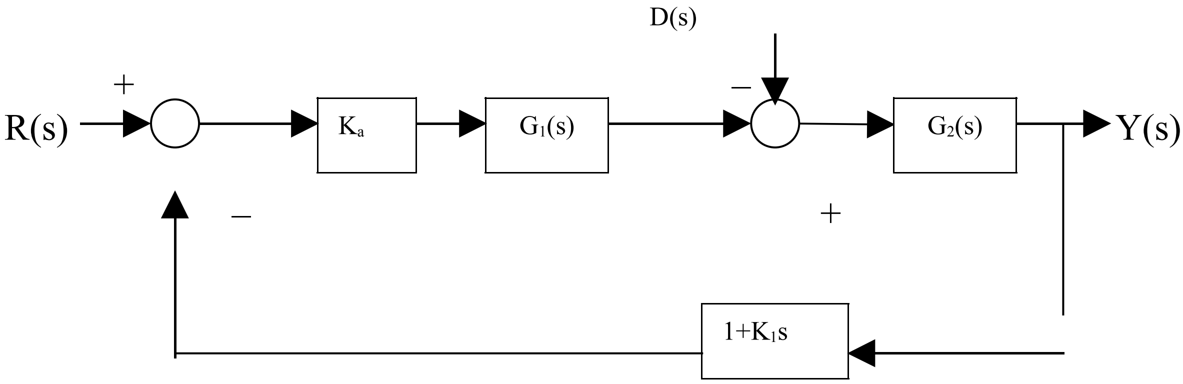


Рисунок 9 Эквивалентная система с обратной связью по скорости (ключ замкнут)

Отсюда имеем:

$$s^3+1020s^2+(20000+5000K_aK_1)s+5000K_a = 0.$$

Составим таблицу Рауса:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & (20000+5000K_aK_1) \\ s^2 & 1020 & 5000K_a \\ s^1 & b_1 & \\ s^0 & 5000K_a, & \end{array}$$

где $$b_1 = \frac{(20000 + 5000K_aK_1)\cdot 1020 - 5000K_a}{1020}.$$

Чтобы обеспечить устойчивость системы, параметры K_a и K_1 надо выбрать так, чтобы было $b_1>0$, где $K_a>0$. Реакция системы рассчитана с помощью MATLAB при K_1 = 0,05 и K_a = 100. Время установления (по критерию 2%) приблизительно равно 260 мс, а перерегулирование отсутствует. Показатели качества системы приведены в таблице 6. Требования, предъявляемые к качеству системы, практически удовлетворены, однако требуется некоторая подгонка коэффициента K_1, чтобы добиться желаемого времени установления 250 мс.

Таблица 6- Показатели качества системы управления положением считывающей головки при наличии обратной связи по скорости

Показатель качества	Желаемое значение	Действительное значение
Относительное перерегулирование	Менее 5%	0%
Время установления	Менее 250 мс	260 мс
Максимум реакции	Менее $5\cdot10^{-3}$	$2\cdot10^{-3}$

на единичное возмущение		

Список использованных источников

1 **Дорф**, **Р.** Современные системы управления [Текст]/ Р.Дорф, Р.Бишоп. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002,-875с.

2 **Афанасьев,В.Н.** Математическая теория конструирования систем управления [Текст]: учеб. для вузов/ В.Н. Афанасьев,В.Б. Колмановский, В.Р. Носов.-М.: Высшая школа,1998.-574с.

3 Ерофеев,А.А. Теория автоматического управления[Текст]/ А.А. Ерофеев.-Спб.: Политика,1998.-295с.

Приложение А
(рекомендуемое)

MATLAB — это интерактивная среда для научных и инженерных вычислений. В состав MATLAB входят основная программа (ядро) и специализированные пакеты прикладных программ, состоящие из так называемых *М-файлов,* расширяющих функциональные возможности основной программы. Один из этих пакетов, *Control System Toolbox,* в сочетании с основной программой дает возможность использовать MATLAB для анализа и синтеза систем управления.

Обычно при работе в среде MATLAB пользователь взаимодействует с компьютером с помощью четырех основных объектов. Это (1) инструкции и переменные, (2) матрицы, (3) графические изображения и (4) скрипты. MATLAB интерпретирует и обрабатывает входные данные в виде одного или нескольких этих объектов.

Скрипты, применяемые в данной работе

Определение передаточной функции системы.

```
>> K= [K];
>> numg=[100]; deng=[1 20 100]; sys1=tf(numg,deng);
>> numc=[K]; denc=[0.2 1]; sys2=tf(numc,denc);
>> sys3=series (sys1;sys2);
>> sys=feedback(sys3, [1])
Transfer function:
____________________________________
0,2s^3 + 5s^2 + 40s + 100K + 100
```

Определение реакции системы на единичный ступенчатый входной сигнал, при изменении параметра *К.*

```
% Переходные характеристики при
% К=20 и К=100
>> K1=20; K2=100;
>> numg=[1]; deng=[1 1 0]; sysg=tf(numg,deng);
>> num1=[K1 0]; num2=[K2 0]; den=[0.2 1];
>> sys1=tf(num1,den); sys2=tf(num2,den);
>> sysa=series(sys1, sysg); sysb=series(sys2, sysg);
>> sysc=feedback(sysa, [1]); sysd=feedback(sysb, [1]);
>> t=[0:0.01:2.0];
>> [y1,t]=step(sysc,t); [y2,t]=step(sysd,t);
>> subplot(211), plot(t,y1), title(‘Переходная характеристика при К=100’)
```

```
>> xlabel('время (с)'), ylabel('y(t)'), grid
>> subplot(212), plot(t,y2), title('Переходная характеристика при K=20')
>> xlabel('время (с)'), ylabel('y(t)'), grid
```

Определим уравнения системы в переменных состояния.

```
% Преобразование при K=1
G(s)=100/(0.2s.^3+5s.^2+40s+200)
% в модель в переменных состояния
%
>> num=[0 0 0 100]; den=[0.2 5 40 200];
>> sys_tf=tf(num, den);
>> sys_ss=ss(sys_tf)
a=
```

$$\begin{array}{cccc} & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1 & -25 & -6.25 & -1.953 \\ x_2 & 32 & 0 & 0 \\ x_3 & 0 & 16 & 0 \end{array}$$

b=

$$\begin{array}{cc} & u_1 \\ x_1 & 1 \\ x_2 & 0 \\ x_3 & 0 \end{array}$$

c=

$$\begin{array}{cccc} & x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & 0 & 0 & 0.9766 \end{array}$$

d=

$$\begin{array}{cc} & u_1 \\ y_1 & 0 \end{array}$$

График чувствительности системы

```
%
>> K=10;num=[200 30 1];den=[200 30 1+5*K];
>> w=logspace(-1,3,200);s=w*j;
>> n=200*s.^2+30*s+1;d=200*s.^2+30*s+1+5*K;S=n./d;
```

```
>> n2=s;d2=K;S2=n2./d2;
%
>> subplot(211),plot(real(S),imag(S))
>> title('чувствительность системы к изменению параметра Ke')
>> xlabel('real(S)'),ylabel('imag(S)'),grid
>>subplot(212),loglog(w,abs(S),w,abs(S2),'-')
>>xlabel('w[rad/c]'), ylabel('Abs(S)'), grid
```

Расположение корней характеристического уравнения на s-плоскости:

```
>> K= [0:0.5:20];
>> for i=1:length(K)
     g= [0.2 5 40 100*K (i) 100];
     p (:,i)=roots(g);
     end
>> plot (real(p), imag(p), ‘x’), grid
>> xlabel(‘Действительная ось’), ylabel(‘Мнимая ось’)
```

Вычисление корней характеристического уравнения через матрицу.

```
>> A= [-25 -6.25 -1.953; 32 0 0; 0 16 0];
>> p=poly (A)
p=
     1.0000    25.0000   200.0000    999.9360
>> roots (p)
ans=
          -16.5727
          -4.2137+6.5254i
          -4.2137-6.5254i
```