МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной информатики

И.А. ЦЫГАНОВА

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
образовательного учреждения высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2006

УДК 330.47(07)
ББК 65в631я73
Ц 94

Рецензент
зав. кафедрой экономики и управления на предприятии, д.э.н, доцент
Чмышенко Е.Г.

Цыганова И.А.
Ц 94 **Математическая экономика: методические указания/ И.А. Цыганова. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2006 - 55 с.**

Методические указания предназначены для выполнения расчетно-графического задания по курсу «Математическая экономика» для студентов четвертого курса по специальности 080801.65.

ББК 65в631я73

–

Содержание

Введение

В соответствии с учебным планом студенты четвертого курса специальности 080801.65 “Прикладная информатика в экономике” должны выполнить домашнее расчетно-графическое задание по разделу «Линейное программирование».

Целью РГЗ является закрепление навыков студентов по применению различных приемов и способов в конкретных ситуационных задачах.

Расчетно-графическое задание включает пять заданий, охватывающих основные разделы линейного программирования.

1 Рекомендации по выполнению расчетно-графического задания

Для выбора варианта своего РГЗ студенту необходимо узнать у преподавателя номер своего варианта.

Решения задач оформляются в аналитических таблицах, в полной мере раскрывающих методику расчета и анализов.

Задание №1 должно содержать введенные обозначения и матемаматическую модель в виде целевой функции и ограничений.

Задание №2 представляется графической интерпретацией решения и полученной оптимальной точкой.

Выполнение задание №3 должно содержать приведение задачи линейного программирования к каноническому виду (при необходимости), нахождение начального базисного решения, решение задачи в виде симплекс-таблиц и полученный оптимальный план.

Выполнение задания №4 аналогично заданию №3.

Задание №5 должно быть представлено математической моделью и решением в виде таблиц.

2 Варианты задания для расчетно-графического задания

ВАРИАНТ № 1

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Завод производит два вида продукции: велосипеды и мотоциклы. При этом цех по сборке велосипедов имеет мощность 100 тыс. штук в год, цех по сборке мотоциклов – 30 тыс. Механические цеха завода оснащены взаимозаменяемым оборудованием, и одна группа цехов может производить либо детали для 120 тыс. велосипедов, либо детали для 40 тыс. мотоциклов, либо любую комбинацию деталей, ограниченную этими данными. Другая группа механических цехов может выпускать детали либо для 80 тыс. велосипедов, либо для 60 тыс. мотоциклов, либо любую допустимую их комбинацию. В результате реализации каждой тысячи велосипедов завод получает прибыль в 2 тыс.ден.ед., а каждый тысячи мотоциклов – 3 тыс.ден.ед. Найти такое сочетание объемов выпуска, которое дает наибольшую сумму прибыли.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 5x_1+3x_2$

$3x_1+5x_2 \leq 15$

$5x_1+2x_2 \leq 10$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{min} = -x_1+3x_2+2x_3$

$x_1+x_2+2x_3 \geq -5$

$2x_1-3x_2+x_3 \leq 3$

$2x_1-5x_2+6x_3 \leq 5$

$x_j \geq 0 \ \ (j=1,3)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 4x_1+5x_2+x_3$

$3x_1+2x_2 \leq 10$

$x_1+4x_2 \leq 11$

$3x_1+3x_2+x_3 \leq 13$

$x_j \geq 0 \ \ (j=1,3)$

x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

a_i=(400, 300, 500) c_i=(2, 3, 1) b_j=(350, 250, 150, 250)

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 7 \\ 6 & 2 & 7 & 1 \\ 6 & 10 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 2

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Для строительства домов на 100 строительных площадках выбраны 5 типовых проектов. По каждому из проектов известны длительность закладки фундамента и строительства остальной части здания, а также жилая площадь дома (данные в таблице). Параллельно можно вести закладку 10 фундаментов и строительство 15 зданий. Составить план строительства, максимизирующий ввод жилой площади в течении года (300 рабочих дней), при условии, что домов II типа должно быть построено не менее 10.

Вид работ	Длительность выполнения (дни) для типового проекта				
	I	II	III	IV	V
Закладка фундамента	20	30	35	30	40
Остальные работы	40	20	60	35	25
Жилая площадь, м^2	3000	2000	5000	4000	6000

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = x_1+3x_2$

$x_1-x_2 \le 1$

$2x_1+x_2 \le 2$

$x_1-x_2 \ge 0$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 3x_1-x_2+5$

$x_1+x_2-x_3-x_4 = -4$

$x_1-2x_2-x_3-x_5 = -7$

$2x_1-x_2+x_4+x_5 = 7$

$x_j \ge 0$ (j=1,5)

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = x_1+x_2$

$2x_1+11x_2 \le 38$

$x_1+x_2 \le 7$

$4x_1-5x_2 \le 5$

$x_j \ge 0$ (j=1,2) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

a_i=(750, 200, 550) c_i=(4, 3, 1) b_j=(450, 300, 350, 250)

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 1 & 6 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 & 4 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 3

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

При составлении суточного рациона кормления скота можно использовать свежее сено (не более 50 кг) и силос (не более 85 кг). Рацион должен содержать не менее 30 кормовых единиц, 1 кг белка, 100 г кальция и 80 г фосфора. Данные о содержании указанных компонентов в 1 кг каждого корма и себестоимость этих кормов приведены в таблице. Определить оптимальный рацион исходя из условия минимума его себестоимости.

Корм	Количество кормовых единиц	Компоненты, г/кг			Себестоимость, ден. ед./кг
		Белок	Кальций	Фосфор	
Сено свежее	0,5	40	1,25	2	1,2
Силос	0,5	10	2,5	1	0,8

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 4x_1+2x_2$

$2x_1+3x_2 \leq 18$

$-x_1+3x_2 \leq 9$

$2x_1-x_2 \leq 10$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1-3x_2-2x_3- x_4+5$

$4x_1-2x_2-2x_3+3x_4 =2$

$2x_1-x_2+x_3-x_4 = 3$

$2x_1-x_2+5x_3-6x_4 = 1$

$x_j \geq 0$ (j=1,4)

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = x_1+x_2+x_3$

$-x_1+4x_2 \le 12$

$4x_1-x_2 \le 12$

$x_j \ge 0$ $(j=1,3)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

$a_i=(250, 550, 350)$ $c_i=(4, 1, 5)$ $b_j=(300, 150, 400, 150)$

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 & 5 \\ 8 & 7 & 10 & 5 \\ 2 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 4

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Полосы листового проката длиной 200 см необходимо разрезать на заготовки трех типов: А, Б и В длиной соответственно 57, 82 и 101 см для производства 50 изделий. На каждое изделие требуется 4 заготовки типов А и Б и 5 заготовок типа В. Известны пять способов раскроя одной полосы. Количество заготовок, нарезанных из одной полосы при каждом способе раскроя приведено в таблице. Определить, какое количество полос проката нужно разрезать каждым способом для изготовления 50 изделий, чтобы отходы от раскроя были наименьшими.

Способ раскроя	Количество заготовок типа		
	А	Б	В
I	3	-	-
II	2	1	-
III	1	-	1
IV	-	2	-
V	-	1	1

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = -3x_1-5x_2$

$3x_1+2x_2 \le 6$

$2x_1-3x_2 \geq -6$
$x_1-x_2 \leq 4$
$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом
   $Z_{max} = 2x_1+3x_2$
   $3x_1+2x_2-x_3 = 84$
   $3x_1+13x_2-x_4 = 150$
   $x_j \geq 0 \ \ (j=1,4)$
4. Найти оптимальное целочисленное решение
   $F_{min} = -x_1+x_4$
   $-2x_1+x_4+x_5= 1$
   $x_1+x_2-2x_4= 3$
   $x_1+x_3+3x_4= 3$
   $x_j \geq 0 \ \ (j=1,5)$ $\qquad$ x_j - целые
5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

a_i=(300, 700, 400) $\qquad$ c_i=(2, 1, 4) $\qquad$ b_j=(250, 450, 150, 350)

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 & 4 \\ 7 & 5 & 4 & 9 \\ 9 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 5

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Найти оптимальное сочетание посевов пшеницы и кукурузы на участках различного плодородия площадью 100 и 200 га. Данные об урожайности приведены в таблице. По плану должно быть собрано не менее 1500 ц пшеницы и 4500 ц кукурузы. Цена 1 ц пшеницы 6 ден.ед., кукурузы – 4 ден.ед. Критерий оптимальности – максимум валовой продукции в денежном выражении.

Культура	Урожайность (ц/га) участка	
	I	II
Пшеница	20	15
Кукуруза	35	30

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = x_1+3x_2$

$x_1-x_2 \le 1$

$2x_1+x_2 \le 2$

$x_1-x_2 \ge 0$

$x_1\ge0,\ x_2\ge0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{min} = 29x_1+4x_2+42x_3+36\ x_4+17x_5$

$3x_1+2x_2+x_3 =200$

$x_2+2x_4+x_5 = 200$

$x_3+x_5 = 250$

$x_j \ge0 \ \ (j=1,5)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = -x_1-x_2$

$x_1+2x_2 +x_3= 6$

$3x_1+2x_2 +x_4= 9$

$x_j \ge0 \ \ (j=1,4)$ $\qquad\qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

a_i=(450, 200, 350) $\qquad$ c_i=(3, 5, 1) $\qquad$ b_j=(150, 300, 50, 400)

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 & 3 \\ 5 & 1 & 4 & 4 \\ 7 & 11 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 6

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

В сплав может входить не менее 4% никеля и не более 80% железа. Для составления сплава используют три вида сырья, содержащего никель, железо и прочие вещества. Стоимость различных видов сырья и процентное содержание в нем соответствующих компонентов представлены в таблице. Определить состав шихты таким образом, чтобы стоимость 1 кг сплава была минимальной.

Компоненты сплава	Содержание компонентов (%) для сырья вида		
	I	II	III
Железо	70	90	85
Никель	5	2	7
Прочие	25	8	8
Стоимость 1 кг, ден.ед.	6	4	5

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 10x_1+3x_2$

$2x_1+3x_2 \le 33$

$x_1+6x_2 \ge 14$

$5x_1-4x_2 \ge 2$

$x_1-2x_2 \le 6$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 8x_1+6x_2$

$5x_1+2x_2+x_3 =20$

$6x_1+12x_2+x_4 = 72$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = -4x_1-3x_2$

$4x_1+x_2 \le 44$

$x_1 \le 22$

$x_2 \le 18$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,2)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

a_i=(350, 750, 300) c_i=(2, 4, 3) b_j=(200, 50, 600, 400)

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 & 6 \\ 4 & 7 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 7

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Металлургический цех выпускает три вида продукции: А, Б и В. Прибыль от тонны произведенной продукции каждого вида составляет соответственно 35, 25 и 40 ден.ед. Цех располагает необходимым оборудованием, каждый тип которого имеет свой фонд рабочего времени и производительность (таблица). Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимум прибыли.

Оборудование	Фонд времени, ч	Производительность (т/ч) по видам продукции		
		А	Б	В
Печь обжига	2766	3,5	2,8	-
Травильный агрегат	624	0,083	0,083	0,104
Прокатный стан	416	0,067	0,1	0,083
Отделочный стан №1	250	1	-	-
Отделочный стан №2	1250	-	1	-
Отделочный стан №3	1500	-	-	1

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = x_1+x_2$

$9x_1+8x_2 \leq 157$

$4x_1-x_2 \geq 6$

$-3x_1+11x_2 \geq 16$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 4x_4+x_5$

$5x_1-2x_2+2x_3+x_4-x_5 =13$

$2x_1-x_2+x_3-x_4+x_5 = 5$

$x_1+2x_2+4x_4-2x_5 = 5$

$x_j \geq 0 \ (j=1,5)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = x_1+2x_2+x_3$

$1/3x_1+1/3x_2 +2/3\ x_3 \geq 1$

$2x_1 +x_2 \geq 1$

$1/2x_2 +3/4\ x_3 \geq 1$

$x_j \geq 0 \ (j=1,3)$ $\qquad$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

a_i=(250, 650, 300) c_i=(2, 1, 5) b_j=(350, 50, 150, 450)

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 5 & 10 & 4 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \\ 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 8

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Предприятию задан план производства по времени и номенклатуре: требуется не более чем за 6 единиц времени выпустить 30 единиц продукции $П_1$ и 96 единиц продукции $П_2$. Каждый из видов продукции может производиться машинами А и Б, значения мощностей которых и затраты, вызванные изготовлением каждого из видов продукции на этой или иной машине заданы в таблице. Требуется составить оптимальный план работы машин, а именно: найти, сколько времени каждая из машин А и Б должна быть занята изготовлением каждого из видов продукции $П_1$ и $П_2$, чтобы стоимость всей продукции предприятия оказалась минимальной и в то же время был бы выполнен заданный план как по времени, так и по номенклатуре.

Машина	Мощность машины по видам продукции		Затраты на производство продукции	
	$П_1$	$П_2$	$П_1$	$П_2$
А	6	24	4	47
Б	13	13	13	26

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$F_{max} = 3x_1+2x_2$$
$$-4x_1+5x_2 \le 29$$
$$3x_1-x_2 \le 14$$
$$5x_1+2x_2 \ge 38$$
$$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0$$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$$Z_{min} = x_3-2x_4-3x_5$$
$$x_1+2x_2-3x_3-7x_4+15x_5 = 4$$
$$x_1+x_3-2x_4+2x_5 = 3$$
$$2x_1+x_3+5x_4 = 7$$
$$x_j \ge 0\ \ (j=1,5)$$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$$F_{min} = -x_1-4x_2$$
$$x_2 \le 7/2$$
$$x_1 +x_2\le 7$$

$-x1+x2 \le 2$

$x_j \ge 0$ $(j=1,2)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i $(i=1,3)$ производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j $(j=1,4)$, потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

$a_i=(200, 500, 300)$ $c_i=(4, 5, 2)$ $b_j=(150, 450, 50, 250)$

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 & 2 \\ 4 & 1 & 4 & 5 \\ 9 & 10 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 9

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Сельскохозяйственное предприятие отвело три земельных массива площадью в 5000, 8000 и 9000 га под посевы ржи, пшеницы и кукурузы. Средняя урожайность по массивам указана в таблице. За 1 ц ржи предприятие получает 2 ден.ед. прибыли, за 1 ц пшеницы – 2,5 ден.ед., за 1 ц кукурузы – 1,4 ден.ед. Сколько гектаров и на каких массивах следует отвести под каждую культуру, чтобы получить максимальную прибыль, если по плану необходимо сдать не менее 1900 т ржи, 15800 т пшеницы и 30000 т кукурузы?

Культура	Средняя урожайность (ц/га) массива		
	I	II	III
Рожь	12	14	15
Пшеница	14	15	22
Кукуруза	30	35	25

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 2x_1+3x_2$

$x_1 \le 100$

$x_2 \le 30$

$1/200\ x_1+1/40\ x_2 \le 1$

$1/80\ x_1+1/60\ x_2 \le 1$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 2x_1+3x_2$

$x_1+x_2 \le 5$

$x_1+3x_3 \le 9$
$x_1 \le 4$
$x_1+2x_2 \le 8$
$x_j \ge 0$ (j=1,2)

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = -x_1-x_2$
$x_1+2x_2 \le 4$
$2x_1+ x_2 \le 4$
$x_j \ge 0$ (j=1,2) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

a_i=(500, 900, 100) c_i=(2, 5, 3) b_j=(200, 650, 150, 300)

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 7 & 7 & 8 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 7 \\ 4 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 10

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Три типа самолетов следует распределить между двумя авиалиниями. В таблице заданы количество самолетов каждого типа, месячный объем перевозок каждым самолетом на каждой авиалинии и соответствующие эксплутационные расходы. Требуется распределить самолеты по авиалиниям так, чтобы при минимальных суммарных эксплуатационных расходах перевезти по каждой из них соответственно не менее 300 и 200 ед груза.

Тип самолета	Число самолетов	Месячный объем перевозок одним самолетов по авиалиниям		Эксплуатационные расходы на один самолет по авиалиниям	
		I	II	I	II
1	50	15	10	15	20
2	20	30	25	70	28
3	30	25	50	40	70

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = 1,2\, x_1+0,8\, x_2$
$x_1 \le 50$

$x_2 \le 85$

$0{,}5\ x_1+0{,}5\ x_2 \ge 30$

$40\ x_1+10\ x_2 \ge 1000$

$1{,}25\ x_1+2{,}5\ x_2 \ge 100$

$2\ x_1+ x_2 \ge 80$

$x_1\ge0,\ x_2\ge0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 2x_1+x_2+x_3+x_4 +x_5+x_6+x_7+2x_8$

$5x_1+6x_2+11x_7+6x_8 = 26$

$x_1+5x_2+6x_3+6x_7+11x_8 = 33$

$x_2+5x_3+6x_4+6x_6-5x_7+6x_8 = 27$

$x_3+5x_4 +6x_5+11x_6-11x_7+x_8 = 15$

$x_4 +5x_5+6x_6-6x_7 = 6$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 7x_1+4x_2$

$3x_1+2x_2 \le 21$

$6x_1+3x_2 \le 37$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,2)$ $\qquad$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В пунктах A_i (i=1,3) производится однородная продукция в количествах a_i единиц. Себестоимость единицы продукции в i–м пункте равна c_i. Готовая продукция поставляется в пункты B_j (j=1,4), потребности которых составляют b_j единиц. Стоимости c_{ij} перевозки единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j заданы матрицей $[c_{ij}]_{3x4}$. Требуется: 1) методом потенциалов найти план перевозок продукции при котором минимизируются суммарные затраты по ее изготовлению и доставке потребителям, при обязательном условии, что продукция пункта, в котором себестоимость ее производства наименьшая распределяется полностью; 2) вычислить суммарные затраты f_{min}; 3) установить пункты, в которых остается нераспределенная продукция, и указать ее объем.

a_i=(500, 200, 600) $\qquad$ c_i=(4, 5, 3) $\qquad$ b_j=(250, 150, 350, 250)

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 4 & 8 & 3 & 7 \\ 5 & 1 & 6 & 4 \\ 4 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 11

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Цех выпускает три вида изделий. Суточный плановый выпуск: 90 ед. изделий I, 70 ед. изделий II и 60 ед. изделий III. Суточные ресурсы: 780 ед. производственного оборудования (станки, машины и т.п.), 850 ед. сырья (металл и т.п.) и 790 ед. электроэнергии. Их расход на одно изделие указан в таблице. Стоимость изделия I – 8 ден. ед., изделия II – 7 ден. ед., изделия III –

6 ден. ед. Сколько надо производить изделий каждого вида, чтобы стоимость продукции, выпущенной сверх плана, была максимальной?

Ресурсы	Расход ресурсоа на изделие		
	I	II	III
Оборудование	2	3	4
Сырье	1	4	5
Электроэнергия	3	4	2

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = -20\ x_1 - 30\ x_2 + 3800$

$x_1 \le 100$

$x_2 \le 200$

$20\ x_1 + 15\ x_2 \ge 1500$

$35\ x_1 + 30\ x_2 \le 5000$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 - 3x_6 + x_7 - x_8$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 4x_5 - 4x_6 + 2x_7 + 2x_8 = 4$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 10x_5 - 10x_6 + 7x_7 + 3x_8 = 9$

$x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 + 20x_5 - 20x_6 + 16x_7 + 4x_8 = 16$

$x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 + 35x_5 - 35x_6 + 30x_7 + 5x_8 = 25$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = x_1 + 2x_2$

$3x_1 + x_2 \le 7$

$x_1 + 3x_2 \le 7$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,2)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Три судна доставили в порт 6000 т чугуна, 4000 т железной руды и 3000 т апатитов. Разгрузка судов может быть осуществлена или непосредственно в железнодорожные вагоны, или на склады. В первом случае можно разгрузить 8000 т, а остаток (5000 т) придется направить на склад. Стоимость выгрузки 1 т в вагоны составляет соответственно 4,30; 5,25 и 2,20; а при отправке на склад – 7,80; 6,40 и 3,25 ден.ед. Спланировать разгрузку с минимальными затратами, учитывая при этом, что поданные в порт вагоны не приспособлены для перевозки апатитов.

ВАРИАНТ № 12

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Для грузовых перевозок создается автоколонна. На приобретение автомашин выделено 600 тыс. ден.ед. Можно заказать машины трех марок – А, Б и В, характеризующиеся данными приведенными в таблице. Количество машин не должно превышать 30, а общее число водителей в автоколонне должно быть не более 144 человек. Сколько автомашин каждой марки следует заказать, чтобы автоколонна имела максимально возможную производительность (т/км) в расчете на одни сутки? Считать, что каждая машина будет использоваться в течение всех трех смен, а водители будут работать по одной смене в сутки.

Марка машины	Стоимость машины, тыс.ден.ед.	Количество водителей, обслуживающих машину за смену	Число рабочих смен в сутки	Производительность машины за смену, т/км
А	10	1	3	2100
Б	20	2	3	3600
В	23	3	3	3780

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 0{,}15\ x_1+0{,}1\ x_2$

$x_1 \geq 35$

$x_1 + x_2 \leq 100$

$x_2 \geq 0{,}3\ (x_2 + x_2)$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{min} = 2x_1+x_2-x_3-x_4$

$x_1+x_2+2x_3-x_4 = 2$

$2x_1+x_2-3x_3+x_4 = 6$

$x_1+x_2+x_3+x_4 = 7$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = x_1+2x_2+x_3$

$x_1+x_2+2x_3 \geq 3$

$2x_1+x_2 \geq 1$

$2x_2+3x_3 \geq 4$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,3)$ $\qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

Найти оптимальное распределение трех видов механизмов, имеющихся в количествах 45, 20 и 35, между четырьмя участками работ, потребности которых равны соответственно 10, 20, 30 и 40, при следующей матрице производительности каждого из механизмов на соответствующем участке работы.

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

Нулевые элементы означают, что данный механизм не может быть использован на данном участке работы.

ВАРИАНТ № 13

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Найти оптимальное сочетание посевов трех культур: пшеницы, гречихи и картофеля. Эффективность возделывания названных культур (в расчете на 1 га) характеризуется показателями, значения которых приведены в таблице. Производственные ресурсы: 6000 га пашни, 5000 чел-дней труда механизаторов, 9000 чел.-дней ручного труда. Критерий оптимальности – максимум прибыли.

Показатель	Пшеница	Гречиха	Картофель
Урожайность, ц	20	10	100
Затраты труда механизаторов, чел. - дней	0,5	1	5
Затраты ручного труда, чел. – дней	0,5	0,5	20
Прибыль от реализации 1 ц продукции, ден.ед.	4	10	3

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = -3x_1-5x_2$

$3x_1+2x_2 \le 6$

$x_1-x_2 \le 4$

$2x_1-3x_2 \ge -6$

$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 2x_1-6x_2+3x_5$

$-2x_1+x_2+x_3+x_5 = 20$

$-x_1-2x_2+x_4+3x_5 = 24$

$3x_1-x_2-12x_5 \le 18$

$x_j \ge 0 \ (j=1,5)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = x_1-x_2$

$x_1-2x_2+x_3 = 1$

$x_1+3x_2+x4 = 3$

$x_j \ge 0 \ (j=1,4)$ $\quad$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Четыре различных предприятия могут выпускать любой из четырех видов продукции. Производственные мощности предприятий позволяют обеспечить выпуск каждого вида в количествах 50, 70, 100 и 30 тыс.шт., а плановое задание составляет соответственно 30, 80, 20 и 100 тыс.шт.

Матрица $\begin{pmatrix} 9 & 5 & 4 & 8 \\ 5 & 7 & 9 & 4 \\ 6 & 4 & 8 & 6 \\ 8 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ характеризует себестоимость единицы i-го вида продукции при производстве его на j-м предприятии. Найти оптимальное распределение планового задания между предприятиями.

ВАРИАНТ № 14

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Для изготовления обуви четырех моделей на фабрике используются два сорта кожи. Ресурсы рабочей силы и материала, затраты труда и материала для изготовления каждой пары обуви, а также прибыль от реализации единицы продукции приведены в таблице. Составить план выпуска обуви по ассортименту, максимизирующий прибыль.

Ресурсы	Запас ресурса	Затраты ресурсов на одну пару обуви по моделям			
		№1	№2	№3	№4
Рабочее время, чел.-ч	1000	1	2	2	1
Кожа 1-го сорта	500	2	1	0	0
Кожа 2-го сорта	1200	0	1	4	1
Прибыль, ден.ед.		2	40	10	15

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 5x_1+3x_2$

$3x_1+5x_2 \le 15$

$5x_1+2x_2 \le 10$

$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 2x_1+8x_2-5x_3+15x_4$

$3x_1-x_2+x_3+10x_4 \le 25$

$x_1+2x_2+x_3+5x_4 \le 10$

$2x_1+10x_2+2x_3-5x_4 \le 26$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = x_4-x_5$

$x_1+x_4-2x_5 = 1$

$x_2-2x_4+x_5 = 2$

$x_3+3x_4+x_5= 3$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,5)$ $\qquad$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Заводы №1, 2, 3 производят однородную продукцию в количествах соответственно 490, 450 и 470 ед. Себестоимость производства единицы продукции на заводе №1 составляет 25 ден.ед., на заводе №2 – 20, на заводе №3 – 23 ден.ед. Продукция отправляется в пункты А, Б и В, потребности которых равны соответственно 300, 340 и 360 ед. Стоимость перевозок единицы продукции задаются матрицей

$$\begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Составить оптимальный план перевозки продукции с учетом ее себестоимости при условии, что коммуникации между заводом №2 и пунктом А не позволяют пропускать в рассматриваемый период более 200 единиц продукции. Установить, во что обошлось ограничение пропускной способности указанного маршрута.

ВАРИАНТ № 15

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Автопогрузчики АП-1 и АП-2 заняты работами на площадках $П_1$ и $П_2$. Не более чем за 24 часа на площадке $П_1$ необходимо погрузить 230 т груза, на площадке $П_2$ – 168 т. Количество груза, которое может погрузить каждый автопогрузчик за один час на той или иной площадке, а также стоимость погрузки одной тонны груза приведены в таблице. Установить, сколько тонн должен погрузить каждый автопогрузчик на той или иной площадке так, чтобы своевременно выполнить задание с минимальными затратами.

Автопогрузчик	Мощность на площадке		Стоимость работ на площадке	
	$П_1$	$П_2$	$П_1$	$П_2$
АП-1	10	12	8	7
АП-2	13	13	12	13

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 3x_1+2x_2$

$-4x_1+5x_2 \le 6$

$3x_1-x_2 \le 8$

$-x_1+x_2 \le 1$

$x_2 \le 2$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{min} = x_1+x_2-x_3-2x_5$

$x_1-2x_2+x_4 = -3$

$x_3-2x_4 = 2$

$3x_2-x_4+x_5 \le 5$

$x_2+x_5 \ge -3$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,5)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = 3x_1+2x_2+x_3$

$x_1+3x_2+x_3 \ge 10$

$2x_1+4x_3 \ge 14$

$2x_2+x_3 \ge 7$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,3)$ $\qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

Завод имеет три цеха А, Б, В и четыре склада №1, 2, 3, 4. Цех А производит 30 тыс. изделий, цех Б – 40, цех В – 20 тыс. изделий. Пропускная способность складов за то же время характеризуется следующими показателями: склад №1 – 25 тыс. изделий, склад №2 – 30, склад №3 – 35, склад №4 – 15. Стоимость перевозки из цеха А соответственно на склады №1, 2, 3, 4 одной тысячи изделий равна 2; 3; 0,5; 4 ден.ед., из цеха Б – 3; 2; 5; 1 ден.ед., а из цеха В – 4; 3; 2; 6 ден.ед. Составить план перевозки изделий на склады, минимизирующий транспортные расходы. Необходимо учесть, что на складах №1 и 4 созданы лучшие условия для хранения готовой продукции, а поэтому их следует загрузить полностью.

ВАРИАНТ № 16

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Производственные участки $У_1$ и $У_2$ получили заказ на изготовление 32 изделий $И_1$ и 4 изделий $И_2$. Производительность участков по изделиям, фонд рабочего времени участков, затраты, связанные с производством единицы каждого изделия приведены в таблице. Найти оптимальный план размещения заказа по участкам, минимизирующий затраты, при условии, что фонд рабочего времени участка $У_2$ будет использован полностью.

Участки	Фонд	Производительность		Затраты, связанные с производством единицы изделия	
		$И_1$	$И_2$	$И_1$	$И_2$
$У_1$	9,5	4	2	9	20
$У_2$	4	1	3	15	30

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = x_1$
$x_1 - 2x_2 \le 0$
$x_1 - x_2 \ge -1$
$x_1 + x_2 \ge 1$
$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = -3x_1 + x_2 + 2x_3$
$2x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 7$
$-x_1 + 3x_3 \le 2$
$4x_1 + x_2 - 2x_3 \ge 4$
$x_j \ge 0 \ (j=1,3)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 2x_1 + x_2 + x_3$
$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16$
$x_1 + x_2 \le 7$
$3x_1 + 2x_3 \ge 18$
$x_j \ge 0 \ (j=1,3)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Для контроля за космической ракетой установлены датчики четырех типов $Д_1$, $Д_2$, $Д_3$ и $Д_4$ в количестве 20, 40, 50 и 40 шт. соответственно. Каждый датчик определяет одну из характеристик (температуру, давление и т.п.) и результат передает по отдельному каналу связи любому из трех типов наземных автоматических регистрирующих устройств $Р_1$, $Р_2$, $Р_3$, количество которых равно соответственно 70, 90 и 60 шт. Затраты времени на включение соответствующего канала связи определяются элементами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 5 & 5 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

где 4, например, - время, затрачиваемое на включение канала связи датчика $Д_2$ с регистрирующим устройством $Р_3$. Как закрепить датчики за регистрирующими устройствами, чтобы суммарные затраты времени на переключение каналов связи была минимальными.

ВАРИАНТ № 17

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Из листов стального проката размером 6 х 13 м необходимо выкроить 800 заготовок А размером 4 х 5 м и 400 заготовок Б размером 2 х 3 м. Раскрой можно производить четырьмя способами. В таблице указано количество заготовок каждого типа, получаемых при раскрое одного листа различными способами. Составить такой план раскроя, чтобы расход материала был минимальным.

Заготовка	Количество заготовок при способе раскроя			
	I	II	III	IV
А	3	2	1	0
Б	1	6	9	13

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 4x_1+3\ x_2$

$5x_1+3x_2 \le 15$

$x_2 \le 2,5$

$x_1\text{-}x_2 \ge -2$

$x_1\text{-}2x_2 \le 2$

$2x_1\text{-}x_2 \ge -2$

$x_1\ge0,\ x_2\ge0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{min} = 2x_1-3x_2+x_5+2x_6$

$x_1+x_2-3x_4+2x_6 \le 5$

$2x_1-3x_3+x_4+x_5 \le 4$

$3x_1-x_2+3x_3-2x_5 \ge 3$

$x_j \ge0\ \ (j=1,6)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 4x_1+3x_2$

$8x_1+2x_2 \ \le 3$

$x_1 \leq 22$

$5x_2 \leq 90$

$x_j \geq 0$ $(j=1,3)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

В резерве трех железнодорожных станций А, Б и В находится соответственно 60, 80 и 70 вагонов. Составить оптимальный план перегона этих вагонов к четырем пунктам погрузки зерна, если пункту №1 требуется 40 вагонов, пункту №2 – 60, пункту №3 - 80, а пункту №4 – 60 вагонов. При этом следует учесть, что в пунктах №2 и 3 нет условий для длительного хранения зерна, а поэтому его необходимо вывезти из этих пунктов полностью. Стоимость перегона одного вагона со станции А в указанные пункты равна соответственно 11, 12, 15 и 14 ден.ед., со станции Б – 14, 13, 12 и 11 ден.ед., со станции В – 15, 12, 14 и 16 ден.ед.

ВАРИАНТ № 18

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Имеющийся фонд материалов M_i $(i=1,3)$ нужно распределить между изготовителями продукции $П_j$ $(j=1,5)$ так, чтобы получить максимальную прибыль от реализации всей продукции, произведенной из имеющихся материалов. Нормы расхода на единицу продукции, запас материалов и прибыль, получаемая от реализации единицы готовой продукции, приведены в таблице.

Материал	Фонд материалов	Продукция				
		$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$
M_1	50000	0,7	0,9	1,5	2,3	1,8
M_2	28000	1,4	0,3	0,7	2,5	2,0
M_3	40000	0,5	2,1	1,8	0,7	2,0
Прибыль		5	7	6	9	8

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = 4x_1+7x_2$

$4x_1+3x_2 \geq 10$

$x_1+4x_2 \geq 8$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 6x_1+x_3-8$

$4x_1+x_2+x_3 = 8$

$2x_1-x_2 \leq 2$

$x_1+x_2-x_4 = 2$

$x_j \geq 0$ $(j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = x_1+2x_2+3x_3$

$6x_1+4x_2+3x_3 \leq 25$

$5x_1+3x_2+2x_3 \leq 15$

$x_j \geq 0$ $(j=1,3)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно 500, 700 и 600 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют 10, 3 и 6 ден.ед. Для четырех потребителей требуется соответственно 400, 800, 200 и 500 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю задаются элементами матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 1 \\ 5 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

Для полного удовлетворения потребителей необходимо составить оптимальный план расширения производства продукции, если имеются следующие возможности: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными 3 ден.ед. 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными 2 ден.ед. 3) построить новый завод с затратами на производство единицы продукции, равными 5 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно 7, 6, 5, 9 ден.ед.

ВАРИАНТ № 19

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Предприятие может выпускать продукцию $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$, сбыт любого количества которой обеспечен. При производстве продукции расходуются различные ресурсы, запасы которых и удельные затраты приведены в таблице, там же указана цена продукции. Найти оптимальный план выпуска продукции, максимизирующий выручку предприятия от реализованной продукции.

Ресурсы	Запас ресурса	Нормы расхода на единицу продукции			
		$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
Трудовые ресурсы, чел.-ч	4800	4	2	2	8
Полуфабрикаты, кг	2400	2	10	6	0
Станочное оборудование, станко-ч	1500	1	0	2	1
Цена единицы продукции, ден.ед.		65	70	60	120

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 3x_1 - x_2$

$3x_1 - 2x_2 \leq 3$

$-5x_1 - 4x_2 \leq -10$

$2x_1 + x_2 \leq 5$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{min} = -2x_1 + 3x_2 - 6x_3 - x_4$

$2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24$

$x_1+2x_2+4x_3 \le 22$

$x_1-x_2+2x_3 \ge 10$

$x_j \ge 0$ (j=1,4)

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 110x_1+90x_2$

$3x_1+4x_2 \le 10$

$2x_1+x_2 \le 8$

$x_2 \le 5$

$x_j \ge 0$ (j=1,2) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Каждая из автоматических установок A_1, A_2, A_3 и A_4 в зависимости от настройки может изготавливать мороженое трех наименований (А, Б, В). За рассматриваемый отрезок времени установки могут изготовить соответственно 520, 600, 850, 2000 порций мороженого. Прибыль от реализации одной порции зависит от ее наименования и установки, на которой она изготовлена, и представлена элементами таблицы. За рассматриваемый отрезок времени реализуется 1470 порций мороженого А, 1000 порций мороженого Б, 1500 порций мороженого В. Сколько порций и каких наименований следует производить на каждой установке, чтобы полностью удовлетворить спрос на мороженое и получить при этом максимальную прибыль.

Установка	Мороженое		
	А	Б	В
A_1	4	2	1
A_2	3	5	3
A_3	1	3	2
A_4	2	6	4

ВАРИАНТ № 20

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

На предприятии освоены четыре технологии производства основной продукции. В таблице приведены запасы потребляемых ресурсов, затраты их в течение месяца и объемы выпуска готовой продукции при каждой технологии за этот же период. Установить такое рабочее время предприятия по каждой технологии, при котором выпуск продукции будет максимальным, а расход ресурсов не превысит их наличия.

Ресурсы	Запас ресурса	Расход ресурса при технологии			
		I	II	III	IV
P_1	34	2	4	1	5
P_2	16	4	1	4	1
P_3	22	2	3	1	2
Объем выпуска продукции		7	3	4	2

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = 3x_1+8x_2$

$4x_1+5x_2 \geq 2$

$3x_1+7x_2 \geq 2$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 2x_1-3x_2+6x_3+x_4$

$x_1+2x_2-4x_3 \leq 20$

$x_1-x_2+2x_3 \geq 10$

$2x_1+x_2-2x_3+x_4 = 24$

$x_j \geq 0 \ (j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = x_1+4x_2$

$-x_1+2x_2 \leq 2$

$3x_1+2x_2 \leq 6$

$x_j \geq 0 \ (j=1,2)$ $\qquad$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Механизмы M_1, M_2 и M_3, имеющиеся в количествах 10, 5 и 15 ед., могут использоваться для работ на участках $У_1$, $У_2$, $У_3$, $У_4$, с которых поступили заявки соответственно на 7, 12, 14 и 13 механизмов. Производительность каждого механизма на соответствующем участке приведена в матрице

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 & 9 \\ 3 & 9 & 8 & 4 \\ 6 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Распределить механизмы согласно заявкам так, чтобы общий объем выполненной работы был максимальным при непременном условии, что заявка участка $У_2$ удовлетворена полностью.

ВАРИАНТ № 21

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 30 тыс.ден.ед. и помещение площадью в 46 м^2. Участок может быть оснащен машинами трех типов, характеристики которых приведены в таблице. Найти оптимальный план приобретения машин, обеспечивающий новому производственному участку максимальную производительность.

Машина	Стоимость машины, тыс.ден.ед.	Занимаемая площадь, м^2	Производительность за смену, тыс.ед.
M_1	6	9	8
M_2	3	4	4
M_3	2	3	3

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 3x_1+5x_2$

$x_1+2x_2 \leq 10$

$3x_1+3x_2 = 5$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+2x_2-x_3$

$2x_1-x_2+2x_3 = 4$

$-x_1+4x_2-2x_3 \leq 6$

$x_1+x_2+2x_3 \geq 6$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,3)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 3x_1+4x_2$

$3x_1+2x_2 \leq 8$

$x_1+4x_2 \leq 10$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,2)$ $\qquad$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Заводы $З_1$, $З_2$, $З_3$ выпускают однородную продукцию в количествах 40, 20, 50 ед. себестоимостью 1, 3, 7 ед. соответственно. Продукция поставляется в пункты А, Б, В в количествах соответственно 30, 25, 45 ед. с тарифами, приведенными в матрице

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 13 \\ 1 & 7 & 6 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Пятнадцать единиц продукции завода $З_3$ предназначено для пункта Б. Продукцию завода, где себестоимость ее наименьшая, распределить полностью. Составить наиболее экономный план удовлетворения потребностей в продукции, учитывающий затраты на ее производство и доставку.

ВАРИАНТ № 22

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Торговое предприятие реализует товары T_1, T_2 и T_3, используя при этом площади торговых залов и время обслуживающего персонала. Затраты указанных ресурсов на продажу одной партии товара каждого вида, их объемы и прибыль, получаемая от реализации каждой партии товара приведены в таблице. Найти оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую предприятию максимальную прибыль.

Ресурсы	Запас ресурса	Затраты ресурсов на товары		
		T_1	T_2	T_3
Время, чел.-ч.	370	0,5	0,7	0,6
Площадь, м^2	90	0,1	0,3	0,2
Прибыль, ден.ед.		5	8	6

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = 0{,}5x_1+0{,}2x_2$

$30x_1+5x_2 \geq 4$

$10x_1+60x_2 \geq 13$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 60x_1+70x_2+120x_3+130x_4$

$x_1+x_2+x_3+x_4 \le 16$

$6x_1+5x_2+4x_3+3x_4 \le 110$

$4x_1+6x_2+10x_3+13x_4 \le 100$

$x_j \ge 0 \quad (j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = x_1-x_2-3x_3$

$2x_1-x_2+x_3 \le 1$

$-4x_1+2x_2-x_3 \le 2$

$3x_1+x_3 \le 5$

$x_j \ge 0 \quad (j=1,3) \qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

Коммерческие банки $Б_i$ (I=1,4) выделяют предприятиям $П_j$ (j=1,4) кредиты на совершенствование производства с целью увеличения выпуска высококачественной продукции. Процентная ставка c_{ij} банка зависит от срока возмещения кредита. Естественно, что банки рассчитывают получить максимально возможную прибыль от использования кредитов предприятиями. Суммы a_i , которые банки могут выделить на кредиты, потребность предприятий b_j в кредитах и процентные ставки c_{ij} в расчете на 100 ден.ед. приведены в таблице. Найти оптимальное распределение банковских кредитов между предприятиями , максимизирующее общую прибыль, которую могут получить банки за пользование взятыми предприятиями кредитами.

a_i \ b_j	100	200	250	100
150	17	15	19	16
200	20	19	18	21
100	18	17	16	19
150	19	14	17	15

ВАРИАНТ № 23

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Механический завод при изготовлении деталей $Д_1$ и $Д_2$ использует токарное, фрезерное и сварочное оборудование. Обработку деталей можно вести по технологиям I и II. Полезный фонд времени на изготовление детали (в часах) и прибыль от выпуска каждой детали приведены в таблице. Составить оптимальный план загрузки оборудования, обеспечивающий заводу максимальную прибыль.

Оборудование	Фонд времени, ч	Деталь			
		$Д_1$		$Д_2$	
		Технология			
		I	II	I	II
Токарное	37	3	1	1	2
Фрезерное	20	2	2	3	0

Сварочное	30	0	1	1	4
Прибыль, ден.ед.		11	6	9	6

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$F_{min} = -5x_1+4x_2$$
$$2x_1-4x_2 \le 12$$
$$-x_1+x_2 \le 8$$
$$x_1+x_2 \le 10$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$$Z_{max} = 2x_1-2x_2-2x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8$$
$$3x_1-7x_2+6x_3+4x_4+x_5+2x_6+3x_7+4x_8 = 10$$
$$5x_1-5x_2+8x_3+x_4+2x_5+3x_6+4x_7+x_8 = 10$$
$$7x_1-3x_2+2x_3+2x_4+3x_5+4x_6+x_7+2x_8 = 10$$
$$5x_1-5x_2+6x_3+3x_4+4x_5+x_6+2x_7+3x_8 = 10$$
$$x_j \ge 0 \ (j=1,8)$$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$$F_{min} = -2x_1+x_2+5x_3$$
$$x_1+x_2-x_3 \le 4$$
$$x_1-5x_2+x_3 \ge 5$$
$$x_j \ge 0 \ (j=1,3) \qquad x_j \text{ - целые}$$

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = (700 \quad 300 \quad 600) \qquad \Delta c_2 = 6 \qquad \Delta c_2 = 3$

$c_1 = 5 \qquad c_2 = 7 \qquad c_3 = 4 \qquad c_4 = 10$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 7 & 9 \\ 8 & 5 & 3 & 8 \\ 7 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$c_{41} = 13 \qquad c_{42} = 13 \qquad c_{43} = 10 \qquad c_{44} = 14$

$b_i = (350 \quad 550 \quad 250 \quad 650)$

ВАРИАНТ № 24

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

В опытном хозяйстве установлено, что откорм крупного рогатого скота выгоден только тогда, когда каждое животное получает в суточном рационе не менее 20 кормовых единиц, не менее 2000 г белка и не менее 100 г кальция. Для кормления животных используется сено, силос и концентраты. Содержание указанных питательных веществ в 1 кг корма каждого вида, а также себестоимость 1 кг корма приведены в таблице. Возможности хозяйства позволяют включать в суточный рацион не более 20 кг сена, не более 25 кг силоса и не более 10 кг концентратов. Составить кормовой рацион минимальной стоимости, учитывающий минимальные суточные нормы потребления питательных веществ и возможности хозяйств по ресурсам.

Корм	Содержание в 1 кг			Себестоимость 1 кг корма, ден.ед.
	кормовых единиц	белка, г	кальция, г	
Сено	0,5	40	5	2
Силос	0,2	10	4	1
Концентрат	1,0	200	3	4

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 4x_1+7x_2$

$4x_1+3x_2 \le 25$

$2x_1+4x_2 \le 15$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+x_2+x_3-x_4+x_5-x_6+x_7$

$3x_1+4x_2+x_3+2x_4+x_5+2x_6+x_7 = 7$

$x_1+3x_3+2x_4+x_5+2x_6+x_7 = 9$

$x_1+4x_2+x_3-2x_4+3x_5+4x_6+x_7 = 7$

$x_1+4x_2+x_3-2x_4+x_5+4x_6+3x_7 = 7$

$x_j \ge 0 \ (j=1,7)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = 3x_1+2x_2-4x_3$

$x_1+x_2-2x_3 \ge 4$

$3x_1+x_2-4x_3 \ge 7$

$x_j \ge 0 \ (j=1,3)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = (600 \quad 400 \quad 700)$ $\qquad \Delta c_2 = 3 \qquad \Delta c_2 = 5$

$c_1 = 2 \qquad c_2 = 4 \qquad c_3 = 3 \qquad c_4 = 3$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 8 \\ 5 & 7 & 3 & 9 \\ 4 & 8 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$c_{41} = 7 \qquad c_{42} = 9 \qquad c_{43} = 4 \qquad c_{44} = 2$

$b_i = (500 \quad 300 \quad 800 \quad 200)$

йВАРИАНТ № 25

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Имеются два проекта на строительство жилых домов. Расход стройматериалов, их запас и полезная площадь дома каждого проекта приведены в таблице. Определить, сколько домов первого и второго проекта следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей.

Стройматериалы	Расход материалов ($м^3$) на один дом		Запас стройматериалов, $м^3$
	I проекта	II проекта	
Кирпич силикатный	7	3	1365
Кирпич красный	6	3	1245
Пиломатериалы	1	2	650
Полезная площадь, $м^2$	60	50	

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 15x_1+30x_2$

$9x_1+3x_2 \le 1000$

$6x_1 \le 400$

$25x_1+7x_2 \le 900$

$x_1 \ge 10$

$x_2 \ge 10$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 3x_1+2x_2+x_3+4x_4+3x_5+2x_6+x_7$

$x_1+2x_2-x_3-x_4+x_5-x_7 = 0$

$-2x_1+x_2-x_3+x_4-x_5+x_6 = -1{,}5$

$x_1+x_2+x_3+2x_4+5x_5+4x_6+3x_7 = 4,5$
$x_1-x_2-2x_3+x_4-x_5-2x_6-x_7 = -0,5$
$x_j \geq 0 \quad (j=1,7)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = x_1+x_2$
$2x_1+11x_2 \leq 38$
$x_1+x_2 \leq 7$
$4x_1-5x_2 \leq 5$
$x_j \geq 0 \quad (j=1,2) \qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = (300 \quad 600 \quad 1000) \qquad \Delta c_2 = 2 \qquad \Delta c_2 = 6$

$c_1 = 7 \qquad c_2 = 6 \qquad c_3 = 2 \qquad c_4 = 11$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 7 & 9 \\ 7 & 4 & 9 & 7 \\ 8 & 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$c_{41} = 12 \qquad c_{42} = 15 \qquad c_{43} = 8 \qquad c_{44} = 15$

$b_i = (500 \quad 700 \quad 400 \quad 450)$

ВАРИАНТ № 26

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Сельскохозяйственное предприятие может приобрести тракторы марок M_1 и M_2 для выполнения работ P_1, P_2 и P_3. Производительность тракторов при выполнении указанных работ, общий объем работ и стоимость каждого трактора приведены в таблице. Найти оптимальный вариант приобретения тракторов, обеспечивающий выполнение всего комплекса работ при минимальных денежных затратах на технику.

Вид работ	Объем работ, га	Производительность трактора марки	
		M_1	M_2
P_1	60	4	3
P_2	40	8	1
P_3	30	1	3
Стоимость трактора, ден.ед.		7	2

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 100x_1+70x_2$

$3x_1+2x_2 \le 35$

$3x_1+2x_2 \le 60$

$x_1\ge0,\ x_2\ge0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 8x_1-6x_2-5x_3+2x_4$

$x_1+4x_2-x_3+x_4 =16$

$4x_1-6x_2+3x_3-7x_4 =20$

$x_j \ge0 \ (j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 3x_1+2x_2+5x_3+4x_4+6x_5$

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 = 100$

$20x_1+30x_2+35x_3+30x_4+40x_5 \le 3000$

$40x_1+20x_2+60x_3+35x_4+25x_5 \le 4500$

$x_2 \ge10$

$x_j \ge0 \ (j=1,5)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i=(200\ \ 500\ \ 300)$ $\Delta c_2=$ 4 $\Delta c_2=$ 3

$c_1=$ 6 $c_2=$ 3 $c_3=$ 5 $c_4=$ 5

$$c_{ij}=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 4 & 2 \\ 9 & 5 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$c_{41}=$ 4 $c_{42}=$ 6 $c_{43}=$ 3 $c_{44}=$ 8

$b_i=\begin{pmatrix} 350 & 150 & 250 & 450 \end{pmatrix}$

ВАРИАНТ № 27

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

На предприятии для производства двух видов продукции используется 4 группы оборудования в количествах, указанных в таблице:

Группа оборудования	Необходимое количество оборудования на 1 комплект		Количество оборудования в группе
	продукции 1	продукции 2	
А	2	2	12
В	1	2	8
С	4	0	16
Д	0	4	12
Чистый доход (в тыс. руб. на 1 шт.)	2	3	

Необходимо организовать такой выпуск продукции, чтобы доход был максимальным.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 40x_1+60x_2$

$3x_1+5x_2 \le 500$

$3x_1+2x_2 \le 450$

$2x_1+4x_2 \le 320$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+2x_2+3x_3-4x_4$

$x_1+x_2-x_3+x_4 = 2$

$x_1+14x_2+10x_3-10x_4 = 24$

$x_j \ge 0 \ (j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = 1.2x_1+0.8x_2$

$0.5x_1+0.5x_2 \ge 30$

$40x_1+10x_2 \ge 1000$

$1.25x_1+2.5x_2 \ge 100$

$2x_1 + x_2 \ge 80$

$x_1 \le 50$

$x_2 \le 85$

$x_j \ge 0 \ (j=1,2)$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = (500 \quad 700 \quad 800)$ $\qquad \Delta c_2 = 4 \qquad \Delta c_2 = 2$

$c_1 = 8 \qquad c_2 = 3 \qquad c_3 = 5 \qquad c_4 = 9$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 8 & 6 & 5 \\ 6 & 9 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$c_{41} = 8 \qquad c_{42} = 17 \qquad c_{43} = 16 \qquad c_{44} = 10$

$b_i = (600 \quad 400 \quad 750 \quad 350)$

ВАРИАНТ № 28

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Для сохранения здоровья и работоспособности человек должен потреблять в сутки питательных веществ B_1 не менее 4 ед., B_2 – не менее 6 ед., B_3 – 9 ед., B_4 – 6 ед. Имеется два вида пищи 1 и 2. В 1 кг пищи 1 содержится питательных веществ: B_1 – 2, B_2 – 0, B_3 – 1, B_4 –3. В 1 кг пищи 2 содержится питательных веществ: B_1 – 1, B_2 – 3, B_3 – 3, B_4 –2. 1 кг пищи 1 стоит 30 коп., 1 кг пищи 2 стоит 20 коп. Требуется так организовать питание, чтобы стоимость его была наименьшей, а организм получал бы суточную норму, указанную выше.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = -2{,}5x_1 - 3{,}4x_2$

$4x_2 \le 126$

$4x_1 \le 165$

$3x_1 + 2x_2 \le 120$

$x_1 + 2x_2 \le 83$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{min} = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6$

$x_1 + x_4 + 6x_6 = 9$

$3x_1+x_2-4x_3+2x_6=2$

$x_1+2x_2+x_5+2x_6=6$

$x_j \geq 0 \quad (j=1,6)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = 29x_1+4x_2+42x_3+36x_4+17x_5$

$3x_1+2x_2+x_3 = 200$

$x_2+2x_4+x_5 = 200$

$x_3+x_5 = 250$

$x_j \geq 0 \quad (j=1,3) \qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = (800 \quad 300 \quad 500) \qquad \Delta c_2 = 4 \qquad \Delta c_2 = 6$

$c_1 = 7 \qquad c_2 = 5 \qquad c_3 = 6 \qquad c_4 = 6$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 5 & 4 \\ 9 & 3 & 7 & 6 \\ 4 & 8 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$c_{41} = 3 \qquad c_{42} = 7 \qquad c_{43} = 4 \qquad c_{44} = 8$

$b_i = (650 \quad 250 \quad 350 \quad 550)$

ВАРИАНТ № 29

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Требуется составить смесь, содержащую 3 химических вещества А, В, С, так чтобы стоимость была минимальной. Известно, что составленная смесь должна содержать вещества А не менее 6 ед., вещества В не менее 8 ед., вещества С не менее 12 ед. Вещества А,В,С содержатся в 3-х видах продуктов 1,2,3 в концентрации:

Продукты	Химические вещества			Стоимость продуктов, руб.
	А	В	С	

1	2	1	3	2
2	1	2	4	3
3	3	1,5	2	2,5

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

   $F_{max} = 2x_1+3x_2$

   $4x_2 \le 12$

   $4x_1 \le 16$

   $2x_1+2x_2 \le 12$

   $x_1+x_2 \le 8$

   $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

   $Z_{min} = x_1-x_2+3x_3-2x_4+x_5$

   $3x_1+x_2+2x_3+x_4+x_5 = 2$

   $2x_1-x_2+x_3+x_4+4x_5 = 3$ $\qquad x_j \ge 0\ (j=1,5)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

   $F_{max} = 120x_1+90x_2+140x_3+120x_4$

   $x_1+x_3 = 100$

   $x_2+x_4 = 200$

   $20x_1+15x_2 \ge 1500$

   $35x_3+30x_4 \ge 4500$

   $x_j \ge 0\ (j=1,4)$ $\qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = (200\quad 600\quad 500)$ $\qquad \Delta c_2 = 4$ $\qquad \Delta c_2 = 7$

$c_1 = 6$ $\qquad c_2 = 4$ $\qquad c_3 = 7$ $\qquad c_4 = 3$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & 5 & 9 \\ 6 & 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$c_{41} = 6$ $\qquad c_{42} = 4$ $\qquad c_{43} = 2$ $\qquad c_{44} = 7$

$b_i = \left(150 \quad 400 \quad 350 \quad 700 \right)$

ВАРИАНТ № 30

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

В швейном цехе имеется 84 м ткани. На пошив одного халата требуется 4 информатизации ткани, а на одну куртку – 3м. Сколько следует изготовить халатов и курток для получения наибольшей прибыли от реализации продукции, если халат стоит 6 руб., а куртка – 3 руб. Известно, что халатов можно изготовить не более 15, а курток не более 20.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 3x_1+2x_2$

$5x_1+2x_2 \leq 10$

$4x_1+5x_2 \leq 20$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+x_2+2x_3-x_4+x_5-x_6$

$x_1+3x_2+x_3-3x_4+4x_5+x_6=6$

$x_1-x_2-x_3+x_4+x_6=2$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,6)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 2x_1+3x_2$

$x_1 \leq 100$

$1/120x_1+1/40x_2 \leq 1$

$1/80x_1+1/60x_2 \leq 1$

$x_2 \leq 30$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,3)$ $\qquad$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = (250 \quad 450 \quad 300)$ $\Delta c_2 = 4$ $\Delta c_2 = 7$

$c_1 = 4$ $c_2 = 5$ $c_3 = 8$ $c_4 = 8$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 7 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

$c_{41} = 9$ $c_{42} = 10$ $c_{43} = 12$ $c_{44} = 16$

$b_i = (200 \quad 400 \quad 200 \quad 400)$

ВАРИАНТ № 31

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Совхоз закупает удобрения двух видов. В единице массы удобрения 1-го вида содержится 3 усл.ед. хим. вещества А, 2- вещества В, 1 –вещества С. В единице массы удобрения 2-го вида содержится 1 усл.ед. хим. вещества А, 1- вещества В, 1 –вещества С. На 1 га почвы необходимо внести не менее 9 усл.ед. хим. вещества А, 8- вещества В, 6 –вещества С. Составить наиболее экономичный план закупки удобрений (в расчете на 1 га), если цена удобрений (на 1 ед. массы) такова:1 вида – 3 ден.ед., 2 вида- 2 ден.ед.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 17x_1+17x_2$

$0,2x_1+0,3x_2 \le 100$

$0,5x_1+0,2x_2 \le 200$

$0,3x_1+0,5x_2 \le 150$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+2x_2+2x_3+x_4+2x_5-x_6+2x_7-6x_8$

$x_1+x_2+x_5+x_6+2x_7-2x_8 = 3$

$x_1-x_2+x_5-x_6 = -1$

$x_1+2x_2+x_3+x_4+3x_5+3x_6+5x_7-5x_8 = 12$

$x_1-2x_2+x_3-x_4+3x_5-x_6-x_7+x_8 = -4$

$x_j \ge 0 \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = -x_1+3x_2+2x_3$

$x_1+x_2+2x_3 \ge -5$

$2x_1-3x_2+x_3 \le 3$

$2x_1-5x_2+6x_3 \le 5$

$x_j \ge 0 \ (j=1,3)$) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = \begin{pmatrix} 600 & 450 & 750 \end{pmatrix}$ $\Delta c_2 =$ 4 $\Delta c_2 =$ 5

$c_1 =$ 7 $c_2 =$ 5 $c_3 =$ 9 $c_4 =$ 6

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 9 & 3 \\ 8 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$c_{41} =$ 3 $c_{42} =$ 8 $c_{43} =$ 2 $c_{44} =$ 7

$b_i = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 150 & 650 \end{pmatrix}$

ВАРИАНТ № 32

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

В минипекарне для изготовления партии ватрушек требуется 3 кг творога и 5 кг муки, а для партии творожных пирожных -–2 кг муки и 5 кг творога. На складе осталось 15 кг творога и 10 кг муки. Сколько необходимо изготовить партий ватрушек и пирожных для получения наибольшей выручки, если стоимость партии ватрушек – 5 руб.. а партии пирожных – 3 рубля.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 4x_1+2x_2$

$x_1+2x_2 \le 6$

$2x_1+x_2 \le 7$

$x_2 \le 2$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+2x_2+2x_3+x_4 +2x_5+x_6-9x_7-8x_8$

$x_1+x_2+x_3+x_4 +2x_5+3x_6-5x_7+3x_8 =15$

$x_1-x_2+x_3+x_4+x_6-5x_7+3x_8 =9$

$x_1+x_2-x_3+x_4+2x_5+3x_6+3x_7-x_8 =7$

$x_1+x_2+x_3-x_4 +2x_5+3x_6-3x_7+x_8 =9$

$x_j \ge 0$ (j=1,8)

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = x_1-3x_2-2x_3- x_4+5$

$4x_1-2x_2-2x_3+3x_4 =2$

$2x_1-x_2+x_3-x_4 = 3$

$2x_1-x_2+5x_3-6x_4 = 1$

$x_j \ge 0$ (j=1,4)) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

На заводах №1, 2 и 3 производится однородная продукция в количестве соответственно a_1, a_2 и a_3 ед. При этом затраты на производство единицы продукции на указанных заводах составляют c_1, c_2 и c_3 ден.ед. Четырем потребителям требуется соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 ед. продукции. Расходы по перевозке единицы продукции с i-го завода j–му потребителю известны. Для полного удовлетворения потребителей необходимо увеличить выпуск продукции. При этом возможны следующие варианты: 1) расширить мощность завода №1 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_1 ден.ед.; 2) расширить мощность завода №2 с дополнительными затратами на единицу продукции, равными Δc_2 ден.ед.; 3) наладить выпуск продукции на заводе №4 с затратами на производство единицы продукции, равными c_4 ден.ед., и расходами по перевозке единицы продукции, равными соответственно c_{41}, c_{42}, c_{43}, c_{44}.

Требуется: 1) найти оптимальный план расширения производства продукции, при котором полностью удовлетворяется спрос, а совокупные затраты, связанные с изготовлением продукции и ее доставкой потребителям, минимизируются; 2) определить минимальные совокупные затраты на производство продукции и доставку ее потребителям по оптимальному плану расширения выпуска продукции.

$a_i = \begin{pmatrix} 900 & 300 & 600 \end{pmatrix}$ $\quad \Delta c_2 = 3 \quad \Delta c_2 = 6$

$c_1 = 5 \quad c_2 = 3 \quad c_3 = 4 \quad c_4 = 4$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 & 9 \\ 2 & 5 & 8 & 4 \\ 3 & 7 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

$c_{41} = 7 \quad c_{42} = 2 \quad c_{43} = 4 \quad c_{44} = 8$

$b_i = \begin{pmatrix} 450 & 150 & 750 & 550 \end{pmatrix}$

ВАРИАНТ № 33

1. <u>Построить математическую модель задачи линейного программирования</u>

Для изготовления столов и стульев фабрика применяет древесину 4-типов. Запасы древесины по каждому виду ограничены и составляют соответственно 60,80,60,40 ед. Количество единиц древесины каждого типа, необходимое для изготовления одного стола и стула :

тип древесины	стол	стул
1	0	2
2	2	0
3	1	1
4	1,5	1

Требуется составить оптимальный план выпуска продукции, который обеспечит наибольшую прибыль, если прибыль от реализации стола составляет 1 ден.ед., стула – 1,5 ден.ед.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 110x_1+9x_2$

$3x_1+4x_2 \le 10$

$2x_1+x_2 \le 8$

$x_2 \le 5$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+2x_2-x_3-x_4+2x_5+x_6-3x_7+x_8$

$2x_1-x_2+x_3-x_4-x_5+2x_6+x_8=4$

$x_1-2x_2-x_3+x_4-2x_5-2x_6-x_8=-7$

$x_1-x_3+2x_5+x_6-x_7+x_8=0$

$x_2+x_4+2x_5+x_7-2x_8=5$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 2x_1+3x_2$

$3x_1+2x_2-x_3 = 84$

$3x_1+13x_2-x_4 = 150$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,4)\ )$ $\qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $\lceil p_{ij} \rceil_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i = \begin{pmatrix} 40 & 30 & 25 \end{pmatrix}$

$p_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 5 & 5 \\ 6 & 8 & 5 & 7 \\ 9 & 6 & 8 & 5 \end{pmatrix}$

$b_i = \begin{pmatrix} 15 & 35 & 21 & 24 \end{pmatrix}$

Требуется:

1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;

2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

ВАРИАНТ № 34

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Ателье «Леди» специализируется на пошиве платьев и костюмов. Для того, чтобы сшить костюм необходимо 3 м ткани, а для пошива платья – 2 м. В ателье поступила ткань двух видов шелк и лавсан в количестве 35 и 60 м соответственно. Стоимость пошива костюма составляет 100 руб., а платья – 70 руб. Необходимо определить сколько платьев и костюмов нужно сшить ателье, чтобы прибыль была максимальной.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 4x_1+3x_2$

$8x_1+2x_2 \leq 88$

$x_1 \leq 22$

$5x_2 \leq 90$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+2x_2+x_3-2x_4 +x_5+2x_6+x_7-2x_8$

$3x_2+x_3+x_5+3x_6+x_7+5x_8 =17$

$x_1+6x_2+2x_5+3x_6+2x_7+5x_8 =23$

$x_1+4x_2+2x_3-2x_4+5x_6+2x_7+11x_8 =27$

$x_1+2x_2+2x_3+2x_4+2x_5+7x_6+7x_8 =27$

$x_j \geq 0 \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = 29x_1+4x_2+42x_3+36 x_4+17x_5$

$3x_1+2x_2+x_3 =200$

$x_2+2x_4+x_5 = 200$

$x_3+x_5 = 250$

$x_j \geq 0 \ (j=1,5)\ )$ $\qquad x_j$ - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $[p_{ij}]_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i=\begin{pmatrix} 35 & 40 & 55 \end{pmatrix}$

$b_i=\begin{pmatrix} 60 & 25 & 30 & 15 \end{pmatrix}$

$p_{ij}=\begin{pmatrix} 6 & 5 & 4 & 9 \\ 4 & 6 & 7 & 5 \\ 8 & 4 & 9 & 6 \end{pmatrix}$

Требуется:

1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;

2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

ВАРИАНТ № 35

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Малое предприятие занимается сборкой яхт малого и среднего класса. Для сборки каждой яхты используются два вида оборудования. Суточная норма работы оборудования первого вида 10 часов, а оборудования второго вида – 12 часов. Известно, что для сборки одной яхты малого класса необходимо затратить 2 часа работы оборудования первого вида и 6 часов работы оборудования второго вида, а для сборки одной яхты среднего класса необходимо затратить 5 часа работы оборудования первого вида и 3 часов работы оборудования второго вида. Прибыль, получаемая предприятием от реализации одной яхты среднего класса составляет 3 ден.ед., малого класса – 2 ден.ед. Необходимо составить такой план сборки яхт в сутки, позволяющий не нарушать суточных норм работы оборудования, а также получить наибольшую прибыль.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = x_1+3x_2$

$x_1+2x_2 \le 3$
$2x_1+4x_2 \le 6$
$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом
$Z_{max} = 2x_1-x_2+3x_3-x_4+x_5-x_6+x_7-2x_8$
$x_2+x_3+x_4+x_5+2x_6+2x_7-3x_8=16$
$x_1+x_3+x_4+x_5+x_6+2x_7-3x_8=12$
$x_1+x_2+x_4+2x_5+x_6+x_7-2x_8=15$
$x_1+x_2+x_3+2x_5+2x_6+x_7-x_8=20$
$x_j \ge 0\ \ (j=1,8)$
4. Найти оптимальное целочисленное решение
$F_{max} = 8x_1+6x_2$
$5x_1+2x_2+x_3=20$
$6x_1+12x_2+x_4 = 72$
$x_j \ge 0\ \ (j=1,4)$) x_j - целые
5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $[p_{ij}]_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i = (25\ \ 30\ \ 35)$
$b_i = (22\ \ 15\ \ 23\ \ 30)$
$$p_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 7 & 6 \\ 7 & 9 & 8 & 6 \\ 9 & 7 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

Требуется:
1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;
2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

ВАРИАНТ № 36

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Намечается выпуск фирмой «Avon» 2-х видов масок для лица «Очистительная маска» и «Маска пленка». На «Очистительную маску» требуется 1 у.е.-бутилацетата, 2 у.е. этилацетата, а на «Маску пленку» требуется 2 у.е.-бутилацетата, 1 у.е. этилацетата и 1 у.е. протеина. Всего имеется 6 у.е.-бутилацетата, 7 у.е. этилацетата, 2 у.е. протеина. Требуется определить максимальную прибыль от реализации продукции, если прибыль от реализации I вида маски составляет 4 ден.ед., II вида - 2 ден.ед.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом
$F_{max} = 7x_1+4x_2$
$3x_1+2x_2 \le 21$

$6x_1+3x_2 \le 37$

$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+x_2+x_3+3x_4 - x_5-2x_6+x_7$

$x_1+2x_2+6x_6+x_7 =8$

$x_1+3x_2+2x_3+2x_6+3x_7 =15$

$x_2+3x_3+2x_4 +2x_5-3x_6+3x_7 =11$

$x_3+3x_4 +x_5-2x_6+x_7 =5$

$x_j \ge 0 \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 4x_4+x_5$

$5x_1-2x_2+2x_3+x_4-x_5 =13$

$2x_1-x_2+x_3-x_4+x_5 = 5$

$x_1+2x_2+4x_4-2x_5 = 5$

$x_j \ge 0 \ (j=1,5)$) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $[p_{ij}]_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i=\begin{pmatrix} 20 & 45 & 25 \end{pmatrix}$

$b_i=\begin{pmatrix} 30 & 14 & 26 & 20 \end{pmatrix}$

$p_{ij}=\begin{pmatrix} 7 & 6 & 9 & 5 \\ 9 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 8 & 5 & 9 \end{pmatrix}$

Требуется:

1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;

2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

ВАРИАНТ № 37

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Организация «Зеленый мир», занимающаяся озеленением Оренбурга, должна засадить молодыми деревцами несколько улиц и скверов города. Для засадки используются саженцы тополя, липы, березы и ели. Количество саженцев по каждому виду ограничено и составляет соответственно 126, 165, 120, 83 единицы. Количество саженцев каждого вида необходимых для засадки одного сквера и одной улицы, а также издержки организации приведены в таблице.

	Сквер	Улица
Тополь	0	4
Липа	4	0
Береза	3	2
Ель	1	2
Издержки	2,5	3,4

Требуется составить такой план посадок, который обеспечит организации минимальные издержки при засадке скверов и улиц.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = x_1+2x_2$

$3x_1+x_2 \le 7$

$x_1+3x_2 \le 7$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+x_2+x_3+5x_4 +x_5-2x_6+2x_7$

$x_1+2x_2+6x_5+3x_6+x_7 =7$

$x_1+3x_2+2x_3+7x_5+2x_6+3x_7 =12$

$x_2+3x_3+2x_4 +4x_5-3x_6+3x_7 =8$

$x_3+3x_4 +x_5-2x_6+x_7 =4$

$x_j \ge 0 \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = x_3-2x_4-3x_5$

$x_1+2x_2-3x_3-7x_4+15x_5 = 4$

$x_1+x_3-2x_4+2x_5 = 3$

$2x_1+x_3+5x_4 = 7$

$x_j \ge 0 \ (j=1,5)$) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $[p_{ij}]_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i = \begin{bmatrix} 45 & 15 & 30 \end{bmatrix}$

$b_i = \begin{bmatrix} 20 & 22 & 18 & 30 \end{bmatrix}$

$p_{ij} = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 & 6 \\ 6 & 7 & 4 & 9 \\ 7 & 6 & 8 & 4 \end{bmatrix}$

Требуется:

1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;

2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

ВАРИАНТ № 38

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

ОАО «Оренбургмолоко» выпускает напитки (сок и нектар) из различных фруктовых концентратов. Для получения этих напитков используется сахар, вода, фруктовые концентраты. Для получения сока необходимо смешать эти компоненты в следующей пропорции 2:5:3 соответственно, а для получения нектара – 3:2:5. Ежедневное получение со складов составляет сахара 100кг, воды – 200 л и концентрата 150л, при этом необходимо, чтобы все фруктовые концентраты были израсходованы. Определить ежедневную норму производства напитков, чтобы прибыль максимальной, если известно, что стоимость 1 л сока и нектара равна 17 руб.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 4x_1+2x_2$

$x_1+x_2 \le 6$

$2x_1+x_2 \le 10$

$x_1 \le 3$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 2x_1+x_2-x_3-x_4-x_5-x_6-2x_7-3x_8$

$2x_1+x_2+x_3+3x_4+2x_5+3x_6+4x_7+2x_8 = 15$

$x_1-2x_2+x_3+2x_4-x_5-x_6+x_8 = 0$

$x_1+x_2+3x_3+4x_4+4x_5+2x_6+5x_7+x_8 = 22$

$x_j \ge 0\ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 2x_1+3x_2$

$x_1+x_2 \le 5$

$x_1+3x_3 \le 9$

$x_1 \le 4$

$x_1+2x_2 \le 8$

$x_j \ge 0\ (j=1,2)$) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $[p_{ij}]_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i = (30 \quad 25 \quad 45)$

$b_j = (32 \quad 24 \quad 28 \quad 16)$

$$p_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 8 & 4 \\ 6 & 6 & 7 & 5 \\ 4 & 7 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

Требуется:

1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;

2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

ВАРИАНТ № 39

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Завод «Инвертор» изготавливает детали двух видов из материалов А и Б. Причем, для изготовления первой детали требуется 1 ед. материала А и 2 ед. материала Б, а для изготовления второй детали требуется 2 ед. материала А и 4 ед. материала Б. Количество материалов на складе ограничено: материала А – не больше 3ед., материала Б – не больше 6 ед. Работникам данного завода выгодно так организовать свою работу по изготовлению деталей, чтобы их заработная плата была максимальной, если известно, что расценка составляет за первую деталь – 1 ден.ед., за вторую деталь – 3 ден.ед.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = -3x_1-5x_2$

$3x_1+2x_2 \le 6$

$2x_1-3x_2 \ge -6$

$x_1-x_2 \le 4$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = x_1+x_2+2x_3+3x_4-x_5+x_6+x_7+7x_8$

$x_1+x_2-x_3+8x_4+10x_5-x_6-x_7-x_8 =0$

$x_1-x_2+x_3-7x_4+11x_5+2x_6-x_7+x_8 =0$

$x_1+x_2+x_3-15x_4 +12x_5-x_6-x_7+3x_8 =2$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min} = 2x_1+x_2-x_3-x_4$

$x_1+x_2+2x_3-x_4 = 2$

$2x_1+x_2-3x_3+x_4 = 6$

$x_1+x_2+x_3+x_4 = 7$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,4)$) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $[p_{ij}]_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i = \begin{pmatrix} 25 & 35 & 50 \end{pmatrix}$

$b_j = \begin{pmatrix} 30 & 18 & 40 & 22 \end{pmatrix}$

$p_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 6 & 8 \\ 5 & 9 & 8 & 7 \\ 5 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$

Требуется:

1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;

2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

ВАРИАНТ № 40

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Трикотажная фабрика использует для производства свитеров и кофточек чистую шерсть, силон и нитрон, запасы которых составляют соответственно 900, 400 и 300 кг. Количество пряжи каждого вида (в кг), необходимой для изготовления 10 изделий, а также прибыль, получаемая от их реализации, приведены в таблице. Установить план выпуска изделий, максимизирующий прибыль.

Вид сырья	Затраты пряжи на 10 шт. изделий	
	Свитера	кофточки
Шерсть	4	2
Силон	2	1
Нитрон	1	1
Прибыль	6	5

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = x_1+x_2$

$x_1+x_2 \geq 1$

$-x_1+x_2 \geq 2$

$-x_1+x_2 \geq -3$

$x_1\geq0,\ x_2\geq0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$L_{min} = 4x_1+6x_2+3x_3$

$3x_1+x_2+2x_3 \geq 9$

$x_1+2x_2+2x_3 \geq 8$

$x_1+6x_2 \geq 12$

$x_j \geq 0 \ (j=1,3)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 2x_1-6x_2+3x_5$

$-2x_1+x_2+x_3+x_5 = 20$

$-x_1-2x_2+x_4+3x_5 = 24$

$3x_1-x_2-12x_5 \leq 18$

$x_j \geq 0 \ (j=1,5)$) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от отрядов и полей элемен рабочий день).

$a_i = (30 \quad 40 \quad 20)$

Требуется:
1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;
2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

$$b_j = \begin{pmatrix} 14 & 26 & 16 & 34 \end{pmatrix}$$

$$p_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 4 & 7 \\ 9 & 8 & 5 & 9 \\ 7 & 9 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ № 41

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

При подкормке посева нужно внести на 1 га почвы не менее 8 ед. химического вещества А, 21 – вещества Б, 16 ед. – вещества В. Сельскохозяйственное предприятие закупает комбинированные удобрения двух видов (I и II). В таблице указаны содержание химических веществ и цена на единицу массы каждого вида удобрения. Минимизировать расходы по закупке необходимого количества удобрений.

Химическое вещество	Содержание вещества в единице массы удобрения	
	I	II
А	1	5
Б	12	3
В	4	4
Цена	5	2

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

   $F_{min} = 3x_1+2x_2$

   $-4x_1+5x_2 \le 29$

   $3x_1-x_2 \le 14$

   $5x_1+2x_2 \ge 38$

   $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

   $L_{max} = 5x_1-x_2-4x_3$

   $-x_2+2x_3 \ge 9$

   $-x_1+x_2 \ge 1$

   $x_1+x_2-3x_3 \ge 8$

   $x_1-x_3 \le 4$

   $x_j \ge 0\ \ (j=1,3)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

   $F_{max} = 2x_1+8x_2-5x_3+15x_4$

   $3x_1-x_2+x_3+10x_4 \le 25$

   $x_1+2x_2+x_3+5x_4 \le 10$

   $2x_1+10x_2+2x_3-5x_4 \le 26$

   $x_j \ge 0\ \ (j=1,4)$) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $[p_{ij}]_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i = (35 \quad 25 \quad 40)$

$b_j = (28 \quad 15 \quad 37 \quad 20)$

$$p_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 6 & 5 \\ 7 & 5 & 6 & 8 \\ 9 & 4 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Требуется:

1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;

2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов

ВАРИАНТ № 42

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

Из Минска в Гродно необходимо перевезти оборудование трех типов: 84 ед. I типа, 80 ед. II типа, 150 ед. III типа. Для перевозки оборудования завод может заказать два вида транспорта – А и Б. Количество оборудования каждого вида, вмещаемого на единицу транспорта определенного вида, а также сменные затраты, связанные с эксплуатацией единицы транспорта (в ден.ед.), приведены в таблице. Спланировать перевозки так, чтобы транспортные расходы были минимальными.

Тип оборудования	Количество оборудования, вмещаемого на единицу транспорта вида	
	А	Б
I	3	2
II	4	1
III	3	13
Затраты	8	12

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min} = x_1+x_2$

$9x_1+8x_2 \le 157$

$4x_1-x_2 \ge 6$

$-3x_1+11x_2 \ge 16$

$x_1\ge0,\ x_2\ge0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$Z_{max} = 2x_1+3x_2+4x_3+5x_4 -5x_5-6x_6-7x_7-8x_8$

$x_1 -x_5 =-1$

$x_1+x_2 -x_5-x_6 =-2$

$x_1+x_2+x_3 -x_5-x_6-x_7 =-3$

$x_1+x_2+x_3+x_4-x_5-x_6-x_7-x_8=-4$

$x_j \geq 0 \ (j=1,8)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{min}=x_1+x_2-x_3-2x_5$

$x_1-2x_2+x_4=-3$

$x_3-2x_4=2$

$3x_2-x_4+x_5 \leq 5$

$x_2+x_5 \geq -3$

$x_j \geq 0 \ (j=1,5)\ )$ $\qquad$ x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Студенческие отряды СО-1,СО-2 и СО-3 численностью в a_1, a_2 и a_3 человек принимают участие в сельскохозяйственных работах. Для уборки картофеля на полях $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$ необходимо выделить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 человек. Производительность труда студентов зависит от урожайности картофеля, а также от состава отряда и характеризуется для указанных отрядов и полей элементами матрицы $[p_{ij}]_{3x4}$ (в центнерах на человека за рабочий день).

$a_i=(20 \quad 35 \quad 55)$

$b_j=(36 \quad 32 \quad 24 \quad 18)$

$$p_{ij}=\begin{pmatrix} 6 & 5 & 9 & 8 \\ 6 & 4 & 8 & 6 \\ 9 & 8 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Требуется:

1) определить студентов по полям так, чтобы за рабочий день было убрано максимально возможное количество картофеля;

2) определить, сколько центнеров картофеля будет убрано с четырех полей при оптимальном распределении студентов.

ВАРИАНТ № 43

1. Построить математическую модель задачи линейного программирования

На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 20 тыс. ден.ед. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей 72 м^2. Предприятие может заказать оборудование двух видов: более мощные машины типа А стоимостью 5 тыс. ден.ед., требующие производственные площади 6 м^2 (с учетом проходов) и дающие 8 тыс. ед. продукции за смену, и менее мощные машины типа Б стоимостью 2 тыс. ден.ед., занимающие производственные площади 12 м^2 и дающие 6 тыс. ед. продукции за смену. Машин типа А можно заказать не более 3 ед. Найти оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий максимум общей производительности нового участка.

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{min}=10x_1+3x_2$

$2x_1+3x_2 \leq 33$

$x_1+6x_2 \geq 14$

$5x_1-4x_2 \geq 2$

$x_1-2x_2 \leq 6$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$L_{min} = 4x_1+3x_2+10x_3+5x_4$

$3x_1+2x_2-x_3+5x_4 \geq 8$

$-x_2-3x_3+6x_4 \geq 4$

$2x_1+x_3-x_4 \geq 0$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,4)$

4. Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = -3x_1+x_2+2x_3$

$2x_1+2x_2+x_3 \geq 7$

$-x_1+3x_3 \leq 2$

$4x_1+x_2-2x_3 \geq 4$

$x_j \geq 0\ \ (j=1,3)$) x_j - целые

5. Решить транспортную задачу.

Одно фермерское хозяйство (A_1) имеет продовольственное зерно двух видов: 3 тыс. т – III класса и 4 тыс. т – IV класса. Второе фермерское хозяйство (A_2) имеет продовольственное зерно двух видов: 5 тыс. т – III класса и 2 тыс. т – IV класса. Зерно должно быть вывезено на два элеватора: на первый элеватор (B_1) необходимо поставить 2 тыс. т пшеницы III класса, 3 тыс. т пшеницы IV класса и остальные 2 тыс. т пшеницы любого класса. Аналогично второй элеватор (B_2) должен получить 8,25 тыс. т, из них пшеницы – 1 тыс. т III класса и 1,5 тыс. т IV класса. Стоимость перевозки в ден.ед. 1 т зерна составляет: из пункта A_1 в пункты B_1 и B_2 – 1 и 1,5 соответственно; из пункта A_2 в пункты B_1 и B_2 – 2 и 1 соответственно. Составить оптимальный план перевозок.

ВАРИАНТ № 44

1 Построить математическую модель задачи линейного программирования

При составлении суточного рациона кормления скота можно использовать свежее сено (не более 50 кг) и силос (не более 85 кг). Рацион должен содержать не менее 30 кормовых единиц, 1 кг белка, 100 г кальция и 80 г фосфора. Данные о содержании указанных компонентов в 1 кг каждого корма и себестоимость этих кормов приведены в таблице. Определить оптимальный рацион исходя из условия минимума его себестоимости.

Корм	Количество кормовых единиц	Компоненты, г/кг			Себестоимость, ден. ед./кг
		Белок	Кальций	Фосфор	
Сено свежее	0,5	40	1,25	2	1,2
Силос	0,5	10	2,5	1	0,8

2 Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = 2x_1+3x_2$

$x_1+3x_2 \leq 18$

$2x_1+x_2 \le 16$

$x_2 \le 2$

$3x_1 \le 21$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3 Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$L_{min} = x_1+x_2$

$2x_1+4x_2 \le 16$

$-4x_1+2x_2 \le 8$

$x_1+3x_2 \ge 9$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,4)$

4 Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 5x_1+12x_2+4x_3$

$x_1+2x_2+x_3 \le 10$

$2x_1-x_2+3x_3 = 8$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,2)\ )$ $\qquad$ x_j - целые

5 Решить транспортную задачу.

Механизмы M_1, M_2 и M_3, имеющиеся в количествах 10, 5 и 15 ед., могут использоваться для работ на участках $У_1$, $У_2$, $У_3$, $У_4$, с которых поступили заявки соответственно на 7, 12, 14 и 13 механизмов. Производительность каждого механизма на соответствующем участке приведена в матрице

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 & 9 \\ 3 & 9 & 8 & 4 \\ 6 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Распределить механизмы согласно заявкам так, чтобы общий объем выполненной работы был максимальным при непременном условии, что заявка участка $У_2$ удовлетворена полностью.

ВАРИАНТ № 45

1 Построить математическую модель задачи линейного программирования

Найти оптимальное сочетание посевов пшеницы и кукурузы на участках различного плодородия площадью 100 и 200 га. Данные об урожайности приведены в таблице. По плану должно быть собрано не менее 1500 ц пшеницы и 4500 ц кукурузы. Цена 1 ц пшеницы 6 ден.ед., кукурузы – 4 ден.ед. Критерий оптимальности – максимум валовой продукции в денежном выражении.

Культура	Урожайность (ц/га) участка	
	I	II
Пшеница	20	15
Кукуруза	35	30

2 Решить задачу линейного программирования графическим методом

$F_{max} = x_1+x_2$

$2x_1+x_2 \ge 2$

$x_1+3x_2 \ge 3$

$x_1-x_2 \ge -1$

$3x_1 - x_2 \le 6$

$x_1 + x_2 \le 5$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$

3 Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$L_{max} = x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_5 - x_6$

$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 \le 1$

$4x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 + 2x_6 \le 1$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,6)$

4 Найти оптимальное целочисленное решение

$F_{max} = 4x_1 + 5x_2 + x_3$

$3x_1 + 2x_2 \le 10$

$x_1 + 4x_2 \le 11$

$3x_1 + 3x_2 + x_3 \le 13$

$x_j \ge 0\ \ (j=1,3)$) x_j - целые

5 Решить транспортную задачу.

Каждая из автоматических установок A_1, A_2, A_3 и A_4 в зависимости от настройки может изготавливать мороженое трех наименований (А, Б, В). За рассматриваемый отрезок времени установки могут изготовить соответственно 520, 600, 850, 2000 порций мороженого. Прибыль от реализации одной порции зависит от ее наименования и установки, на которой она изготовлена, и представлена элементами таблицы. За рассматриваемый отрезок времени реализуется 1470 порций мороженого А, 1000 порций мороженого Б, 1500 порций мороженого В. Сколько порций и каких наименований следует производить на каждой установке, чтобы полностью удовлетворить спрос на мороженое и получить при этом максимальную прибыль.

Установка	Мороженое		
	А	Б	В
A_1	4	2	1
A_2	3	5	3
A_3	1	3	2
A_4	2	6	4