

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

Оренбургский государственный университет

Кафедра теоретической механики и теории механизмов и машин

А.М.Ефанов

В.В.Назаров

**СТРУКТУРА И
КИНЕМАТИКА
МАНИПУЛЯТОРОВ**

Оренбург 2006

ББК 34.41
Е90
УДК 531.8(075.8)

Рецензент
кандидат технических наук, профессор А. А. Муллабаев

Е 90 **Ефанов А.М., Назаров В.В.**
Структура и кинематика манипуляторов.
Методические указания к курсовому проектированию по
ТММ. – Оренбург, ГОУ ОГУ, 2006, - 39 с., ил. 18.

ISBN5-7410-0011-8

Методические указания предназначены для выполнения курсового проектирования по ТММ для студентов механических специальностей.

Составлены в соответствии с программой, утвержденной ГОУ МО РФ.

Е $\frac{270.2000000}{6П9-99}$

ББК 34.41

ISBN 5-7410-0011-8

© Ефанов А.М., 2006
Назаров В.В.
© ГОУ ОГУ, 2006

Содержание

Введение.....	4
1 Виды манипуляторов и промышленных роботов.....	5
2 Структура и геометрия манипуляторов.....	6
3 Кинематика манипуляторов.....	10
4 Синтез системы управления механизмами машины-автомата.....	19
4.1 Тактограмма движения.....	20
4.2 Таблица включений (таблица 4.2).....	23
4.3 Составление формул включения и их упрощение.....	24
4.4 Построение системы управления на пневматических элементах.....	26
4.5 Построение системы управления на электрических элементах.....	28
Список использованных источников.....	39

Введение

Одним из основных направлений развития современной техники является развитие робототехнических систем. Рабочие органы автоматических машин и систем представляют собой по структуре пространственные кинематические цепи со многими степенями свободы.

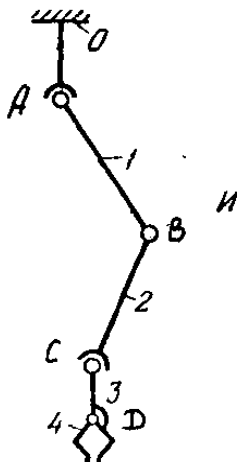
В этой связи в программу курса теории механизмов и машин внесены разделы по структурному, кинематическому и динамическому анализу и синтезу различных схем механизмов роботов и манипуляторов.

В методических указаниях рассмотрены структура и аналитическая кинематика пространственных манипуляторов с тремя степенями свободы, что соответствует университетской программе курса ТММ.

1 Виды манипуляторов и промышленных роботов

Манипулятором называется техническое устройство, предназначенное для воспроизведения рабочих функций руки человека (латинское «manipulus» -пригоршня).

Механизм манипулятора образован из пространственной незамкнутой кинематической цепи (рисунок 1.1). Звенья этой цепи имеют названия



- 0 – корпус,
- 1 – плечо,
- 2 – предплечье,
- 3 – кисть (захват),
- 4 – палец.

Кинематические пары:
А – плечевой сустав P_3 ,
В – локтевой сустав P_1 ,
С – кистевой сустав P_3 .

Рисунок 1.1

Звено – 4 (палец) при структурном анализе объединяется со звеном 3. Поэтому цепь состоит из стойки и трех подвижных звеньев и имеет степень подвижности $W = 7$, так как число степеней свободы незамкнутой кинематической цепи равно сумме подвижностей кинематических пар или

$$W = 6n - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = 7. \quad (1.1)$$

В дальнейшем появились манипуляторы с большим числом звеньев и кинематических пар, и внешнее сходство с рукой человека стало утрачиваться, но во всех вариантах сохранилось назначение манипулятора – воспроизводить движения подобные движениям рук человека (степень подвижности руки человека, без учета движения пальцев, $W = 12$). Число степеней подвижности манипуляторов обычно не превышает 7.

В зависимости от вида системы управления различают манипуляторы с ручным управлением и манипуляторы с автоматическим управлением.

В манипуляторах с ручным управлением оператор, ориентируя рукоятку задающего устройства, создает нулевую ориентацию звеньев исполнительного механизма. Недостаток – отсутствие обратной связи по усилию, т.е. оператор не ощущает действие нагрузки.

В манипуляторах с автоматическим управлением звенья исполнительного механизма получают движение от сервоприводов (т.е.

вспомогательных приводов, которые приводят в движение отдельные звенья по заданной программе). Программа может многократно использоваться для управления манипулятором.

Манипуляторы с автоматическим управлением называются промышленными роботами. Они используются не только для работы во вредных условиях, но и для механизации однообразных и утомительных работ на быстродействующих конвейерах. Отличаются от других машин-автоматов возможностью быстрой переналадки на выполнение другой программы.

Промышленные роботы по степени совершенства принято делить на роботов 1-го, 2-го и 3-го поколений.

Роботы 1-го поколения имеют «жесткую» программу и требуют точного позиционирования деталей, с которыми работают. Большинство применяемых в настоящее время в промышленности роботов относятся к 1-му поколению. Робот 1-го поколения состоит из манипулятора и программных блоков. Первоначальная программа действий записывается в память робота. Это называется этапом обучения. Различают три метода обучения:

а) с помощью настройки механических устройств типа кулачков, конечных переключателей - «обучение по точкам»;

б) с помощью пульта управления, аналогично как у станков с ЧПУ – «обучение с пульта»;

в) непосредственно рукой оператора – «обучение показом».

Роботы 2-го поколения представляют собой устройства, приспособленные к изменяющейся внешней обстановке и не требующие точного позиционирования деталей. Их по этому называют адаптивными. Элементами адаптации являются различные датчики фотометрические, магнитные, измерители температуры, цвета, химического состава и т.п.

Роботы 3-го поколения способны выбирать способ движения в зависимости от окружающей обстановки. Их называют «интегральными» или «интеллектуальными». Человек выступает не как оператор, а как диспетчер (выдает задание, принимает доклады об исполнении).

Термин «поколение» надо понимать лишь как степень развития технических возможностей.

2 Структура и геометрия манипуляторов

Движения, совершаемые человеком и воспроизводимые роботом, можно разделить на три класса: глобальные, региональные, локальные.

Глобальные движения – это перемещения на расстояния, превышающие размеры робота, например перемещение робота по монорельсу для обслуживания группы станков.

Движения, совершаемые рукой робота в пределах его рабочей зоны, называются региональными, или переносными, так как они обеспечивают перенос объекта в требуемую точку.

Локальные движения – это перемещения, соответствующие движениям кисти руки. Основное назначение – ориентирование объекта манипулирования, поэтому их также называют ориентирующими.

Пространственный манипулятор в общем случае должен иметь шесть степеней подвижности, три для отработки региональных (переносных) движений и три – для локальных (ориентирующих).

Для промышленных роботов обычно оказывается достаточным для выполнения рабочих операций 4 – 5 степеней (3 переносных и 1 – 2 ориентирующих). Простейшие, не перепрограммируемые роботы называемые автооператорами, могут иметь 1 – 2 степени подвижности.

Кинематическая цепь региональных движений обычно содержит три звена и три кинематические пары V класса (вращательных и поступательных) и носит название руки. Возможны следующие расположения кинематических пар (рисунок 2.1) **ВВВ**, **ВВП**, **ВПВ**, **ПВВ**, **ППВ**, **ПВП**, **ВПП**, **ППП**. Оси соседних кинематических пар могут иметь самое различное относительное расположение, поэтому схемы манипуляторов весьма разнообразны.



Рисунок 2.1

$$\text{Степень подвижности } W = 3n - 2p_1 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 \tag{2.1}$$

Одной из простейших схем является схема **ППП** с прямоугольной системой координат, форма ее рабочей зоны – параллелепипед. Такая схема наиболее удобна для выполнения прямолинейных движений. Применяется в станках с ЧПУ.

В настоящее время наибольшее распространение получили манипуляторы **ВПП** с цилиндрической системой координат (рисунок 2.2).

Рабочее пространство имеет форму цилиндра или его части. Рука может осуществлять движения по горизонтали и вертикали, и поворот вокруг оси колонны. Такую схему имеют обычно транспортные роботы.

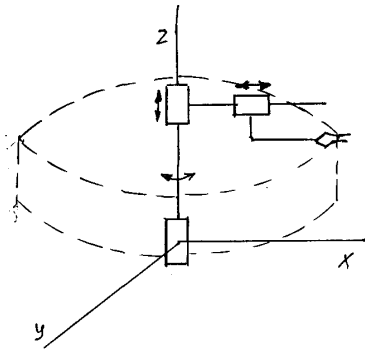


Рисунок 2.2

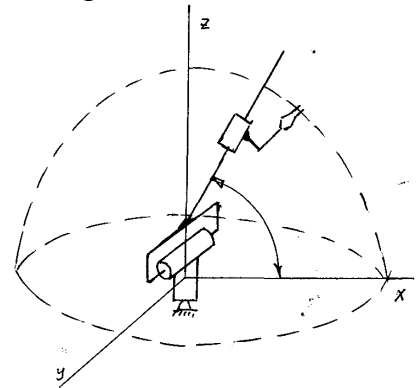


Рисунок 2.3

Манипулятор исполнения **ВВП** имеет сферическую систему координат, его рабочее пространство – сферический сегмент (рисунок 2.3). Такие манипуляторы сложнее чем с цилиндрической, однако, компактнее, обслуживают большой объем. Имеют повышенную жесткость, что позволяет использовать при повышенных нагрузках, например при точечной сварке.

Манипулятор исполнения **ВВВ** имеет сложную сферическую систему координат (рисунок 2.4).

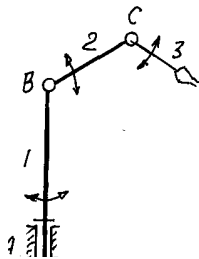


Рисунок 2.4

Он называется ангулярным, шарнирным или антропоморфным. Имеет значительно меньшие габариты, чем у **ППП** при большей зоне обслуживания. Может применяться в стесненной зоне обслуживания.

Каждая их рассмотренных схем обладает определенными достоинствами и недостатками, поэтому выбор схемы является компромиссным решением и ведется с учетом предъявляемых к данному роботу разнообразных требований. Нет такой схемы робота, которая была бы

оптимальной во всех случаях – для каждой задачи нужно искать наилучшую компоновку.

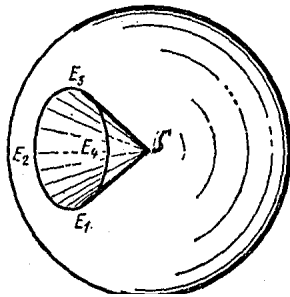
Кинематическая цепь, реализующая локальные движения называется кистью робота. Назначение – выполнять ориентирующие движения.

Для удержания объекта манипулирования кисть снабжается захватным устройством.

Назначение переносных и ориентирующих движений - поместить захватное устройство в любую точку рабочей зоны.

Рабочей зоной (зоной обслуживания) называется часть рабочего объема манипулятора, в которой можно выполнять данную операцию, характеризуемую расположением захвата по отношению к объекту манипулирования.

Для каждой точки рабочего объема манипулятора можно определить некоторый телесный угол ψ , внутри которого захват можно подвести к этой точке. Этот угол называется углом сервиса (рисунок 2.5).



Телесный угол это часть пространства, ограничения прямыми, проведенными из одной точки (S) ко всем точкам какой либо замкнутой кривой. Мерой телесного угла является площадь, вырезаемая телесным углом на сфере единичного радиуса с центром в вершине. Максимальное значение телесного угла равно 4π .

Рисунок 2.5

Отношение $\frac{\psi}{4\pi} = \theta$ называется коэффициентом сервиса в данной точке.

Значение этого коэффициента может меняться от 0 для точек на границе рабочего объема до 1 для точек зоны полного сервиса (схват совершает полное сферическое движение вокруг данной точки).

Качество манипулятора в отношении возможностей выполнения различных операций оценивается средней величиной коэффициента сервиса θ_{cp} в рабочем объеме V, который называется полным коэффициентом сервиса манипулятора.

$$\theta_{cp} = \frac{1}{V} \int_{(V)} \theta dV.$$

Под маневренностью манипулятора понимается его число степеней свободы при неподвижном захвате. Одну степень маневренности имеет манипулятор со сферическими парами ($m = 1$), у которого при неподвижном захвате его звенья могут вращаться вокруг оси проходящей через центры сферических пар, т.е. как бы «ометают» некоторый объем.

В манипуляторах с одноподвижными кинематическими парами маневренности равна нулю $m = 0$, т.е. каждому положению захвата соответствует единственное расположение всех звеньев.

Маневренность зависит не только от числа степеней свободы захвата, но и от расположения сферических пар. Повышение маневренности манипулятора позволяет выполнять движения более высоких классов, которые подразделяются на четыре класса.

К первому классу относится движение в свободном рабочем объеме (рисунок 2.6, а).

Ко второму – движение в несвободном пространстве, при котором часть рабочего объема занята некоторым твердым телом (рисунок 2.6, б).

К третьему классу относятся движения, при которых точка захвата перемещается по заданной плоской или пространственной кривой (рисунок 2.6, в).

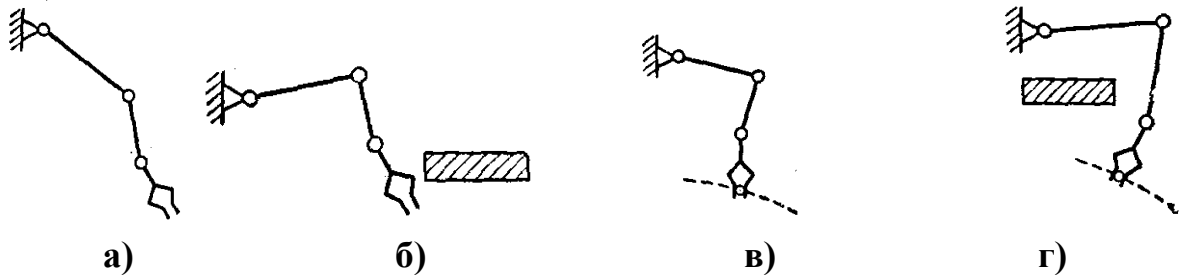


Рисунок 2.6

К четвертому классу относятся движения, совершаемые в несвободном пространстве при несвободном объекте манипулирования (рисунок 2.6, г).

3 Кинематика манипуляторов

При кинематическом анализе пространственных механизмов пользуются методом преобразования координат с использованием матриц (см. приложение).

Этот метод удобен при кинематическом исследовании пространственных механизмов с несколькими степенями свободы при использовании ЭВМ, так как позволяет формализовать процесс составления функций положения, передаточных функций и сокращает запись.

Для механизма с W степенями подвижности вектор координат точки K , принадлежащей n -му звену, определяется из выражения

$$\bar{\mathbf{r}}_{ок} = \mathbf{M}_{он} \bar{\mathbf{r}}_{нк} = \bar{\Pi}_K(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_w),$$

где $\bar{\Pi}_K(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_w)$ - функция положения точки K механизма по обобщенным координатам.

Скорость точки K определяется из выражения

$$\bar{\mathbf{v}}_{ок} = \dot{\bar{\mathbf{r}}}_{ок} = \mathbf{M}_{он} \dot{\bar{\mathbf{r}}}_{нк} = \sum_{i=1}^w \frac{\partial \bar{\Pi}_K}{\partial \mathbf{q}_i} \dot{\mathbf{q}}_i = \sum_{i=1}^w \bar{\Pi}'_{i,K} \dot{\mathbf{q}}_i,$$

где $\bar{\Pi}'_{i,K}$ - первая передаточная функция по i -ой обобщенной координате;

$\dot{\mathbf{q}}_i$ - обобщенная скорость по i -ой обобщенной координате;

$i = 1, 2, \dots, W$.

$$\bar{\Pi}'_{i,K} = \frac{\partial \bar{\Pi}_K}{\partial \mathbf{q}_i} = \frac{\partial \mathbf{M}_{он}}{\partial \mathbf{q}_i} \bar{\mathbf{r}}_{нк} = \mathbf{M}_{01}(\mathbf{q}_1) \cdot \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q}_2) \dots \frac{\partial \mathbf{M}_{i-1,i}(\mathbf{q}_i)}{\partial \mathbf{q}_i} \dots \mathbf{M}_{n-1,n}^{(q_n)} \cdot \bar{\mathbf{r}}_{нк}.$$

Ускорение точки K механизма

$$\bar{\mathbf{a}}_{ок} = \ddot{\bar{\mathbf{r}}}_{ок} = \ddot{\mathbf{M}}_{он} \bar{\mathbf{r}}_{нк} = \sum_{i=1}^w \left[\sum_{j=1}^w \Pi''_{ij} \dot{\mathbf{q}}_i \dot{\mathbf{q}}_j + \bar{\Pi}'_i \ddot{\mathbf{q}}_i \right],$$

где Π''_{ij} - вторая передаточная функция по i -ой и j -ой обобщенным координатам точки K механизма (индекс K опущен).

$i = 1, 2, \dots, W$.

$$\Pi''_{ij} = \frac{\partial^2 \mathbf{M}_{он}}{\partial \mathbf{q}_i \partial \mathbf{q}_j} \bar{\mathbf{r}}_{нк}.$$

Примеры.

1. Манипулятор ВПП (рисунок 3.1)

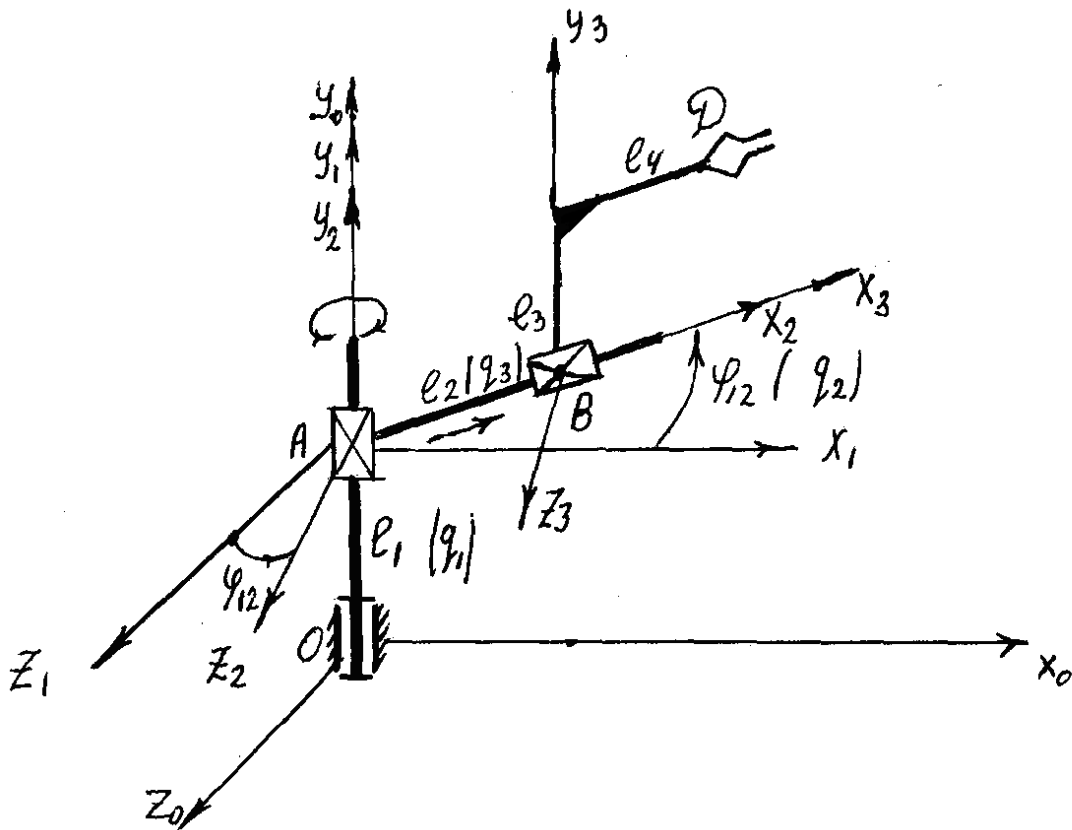


Рисунок 3.1

Неподвижную систему координат S_0 ($Ox_0y_0z_0$) связываем со стойкой. Систему координат S_1 связываем со звеном 1 и смещаем ее относительно S_0 вдоль звена 1 на расстояние l_1 , т.е. перемещаем в точку А. Положение системы S_1 в неподвижной системе координат задается расстоянием l_1 (q_1). Систему координат S_2 жестко связываем со звеном 2, вращающимся вокруг оси Oy в горизонтальной плоскости X_1Z_1 . Положение звена 2 в системе координат S_1 определяется углом поворота φ_{12} (q_2).

Систему координат S_3 связываем со звеном 3, т.е. переносим параллельно системе S_2 на расстояние l_2 вдоль оси X . Положением системы S_3 в системе S_2 задается расстоянием l_2 вдоль оси X_2 (q_3) (начало координат в точке В).

Положение системы S_3 в неподвижной системе координат S_0 выразим через обобщенные (независимые) координаты

$$l_1 = \mathbf{q}_1, \quad \varphi_{12} = \mathbf{q}_2, \quad l_2 = \mathbf{q}_3.$$

Координаты точки Д в системе S_3 :

$$\mathbf{X}_3 = l_4, \quad \mathbf{y}_3 = l_3, \quad \mathbf{Z}_3 = \mathbf{0} \text{ или } \bar{\mathbf{r}}_{3Д} = \begin{pmatrix} l_4 \\ l_3 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}.$$

Положение точки Д в неподвижной системе координат S_0 определяется матричным выражением

$$\bar{\mathbf{r}}_{0Д} = \mathbf{M}_{03} \bar{\mathbf{r}}_{3Д}, \quad (3.1)$$

где $\bar{\mathbf{r}}_{0Д}$ - вектор координат точки Д в системе координат S_0 ;

\mathbf{M}_{03} - матрица преобразований от системы S_3 к системе S_0 , составленная как произведение матриц последовательных промежуточных переходов.

$$\mathbf{M}_{03} = \mathbf{M}_{01} \mathbf{M}_{12} \mathbf{M}_{23}, \quad (3.2)$$

где

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & l_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{12} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_{12} & \mathbf{0} & \sin \varphi_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\sin \varphi_{12} & \mathbf{0} & \cos \varphi_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{23} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & l_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix};$$

$$\bar{\mathbf{r}}_{3Д} = \begin{Bmatrix} l_4 \\ l_3 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{Bmatrix}.$$

Перемножая матрицы преобразований и вектор координат $\bar{\mathbf{r}}_{3Д}$ получаем вектор координат $\bar{\mathbf{r}}_{0Д}$:

$$\bar{\mathbf{r}}_{0Д} = \mathbf{M}_{03} \cdot \bar{\mathbf{r}}_{3Д} = \begin{Bmatrix} \cos \varphi_{12} & \mathbf{0} & \sin \varphi_{12} & l_2 \cos \varphi_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & l_1 \\ -\sin \varphi_{12} & \mathbf{0} & \cos \varphi_{12} & -l_2 \sin \varphi_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} l_4 \\ l_3 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{Bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{r}}_{0Д} = \begin{Bmatrix} (l_2 + l_4) \cos \varphi_{12} \\ l_1 + l_3 \\ -(l_2 + l_4) \sin \varphi_{12} \\ \mathbf{1} \end{Bmatrix}. \quad (3.3)$$

Отсюда определяются координаты точки Д в неподвижной системе:

$$\begin{aligned} X_{0Д} &= (l_2 + l_4) \cos \varphi_{12}, \\ Y_{0Д} &= l_1 + l_3, \\ Z_{0Д} &= -(l_2 + l_4) \sin \varphi_{12}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Чтобы найти скорость и ускорение точки Д нужно (3.3) или (3.4) продифференцировать по времени:

$$\bar{\mathbf{V}}_{0Д} = \dot{\bar{\mathbf{r}}}_{0Д} = \dot{\mathbf{M}}_{03} \bar{\mathbf{r}}_{3Д} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{M}_{03}}{\partial \mathbf{q}_i} \dot{\mathbf{q}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_{3Д}, \quad (3.5)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_{0Д} = \ddot{\bar{\mathbf{r}}}_{0Д} = \ddot{\mathbf{M}}_{03} \bar{\mathbf{r}}_{0Д} = \sum_{i=1}^3 \left[\sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 \mathbf{M}_{03}}{\partial \mathbf{q}_i \partial \mathbf{q}_j} \dot{\mathbf{q}}_i \dot{\mathbf{q}}_j + \frac{\partial \mathbf{M}_{03}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \ddot{\mathbf{q}}_i \right] \cdot \bar{\mathbf{r}}_{3Д}. \quad (3.6)$$

2. Манипулятор ВВП (рисунок. 3.2)

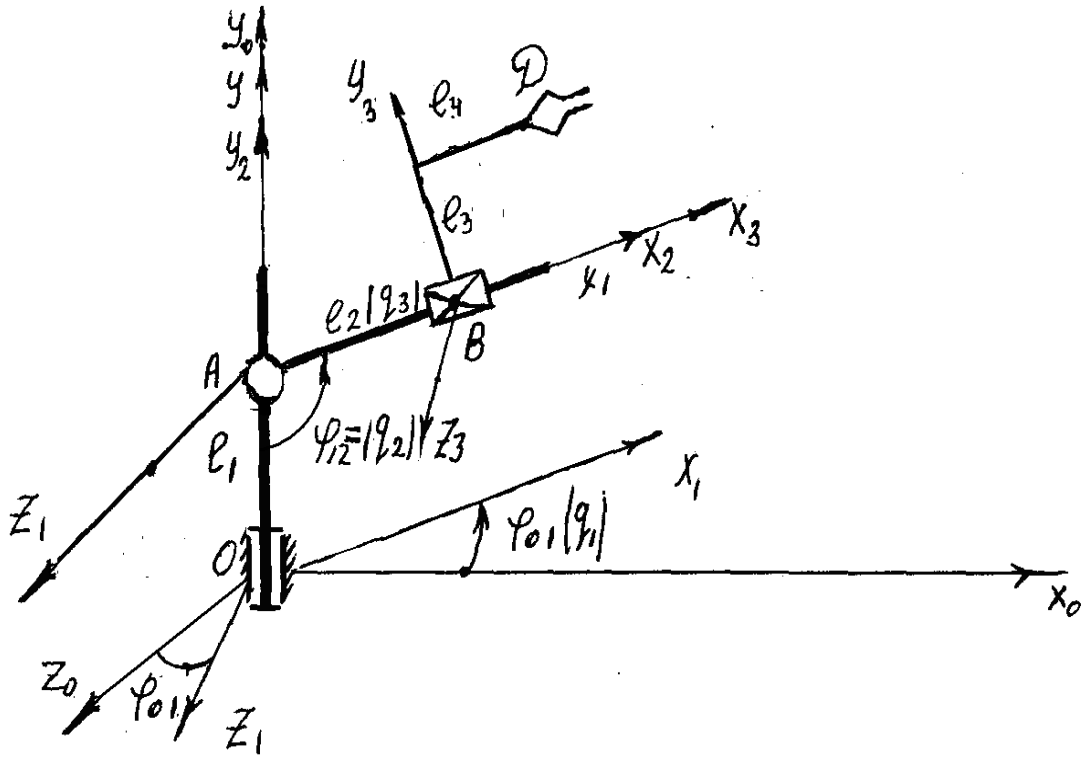


Рисунок 3.2

Неподвижная система координат S_0 связана со стойкой. Система координат S_1 связана со звеном 1 и определяется углом поворота вокруг оси $Oy - \varphi_{01}(q_1)$.

Систему координат S_2 перемещаем в точку A на расстояние l_1 и связываем со звеном 2, вращающимся вокруг оси OZ . Положение звена 2 определяется углом поворота $\varphi_{12}(q_2)$. Начало координат системы S_3 в точке B , т.е. положение системы S_3 в системе S_2 задается расстоянием l_2 вдоль оси X_2 (q_3).

Координата точки D в системе S_3

$$\bar{r}_{3D} = \begin{pmatrix} l_4 \\ l_3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Положение точки Д в неподвижной системе координат S_0

$$\bar{\mathbf{r}}_{0Д} = \mathbf{M}_{01}\mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{23}\bar{\mathbf{r}}_{3Д} = \mathbf{M}_{03}\bar{\mathbf{r}}_{3Д} , \quad (3.7)$$

где

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_{01} & 0 & \sin\varphi_{01} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_{01} & 0 & \cos\varphi_{01} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{12} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_{12} & -\sin\varphi_{12} & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{12} & \cos\varphi_{12} & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Перемножаем матрицы перехода

$$\mathbf{M}_{02} = \mathbf{M}_{01}\mathbf{M}_{12} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_{01}\cos\varphi_{12} & -\cos\varphi_{01}\sin\varphi_{12} & \sin\varphi_{01} & 0 \\ \sin\varphi_{01}\cos\varphi_{12} & \cos\varphi_{01}\sin\varphi_{12} & 0 & l_1 \\ -\sin\varphi_{01}\cos\varphi_{12} & \sin\varphi_{01}\sin\varphi_{12} & \cos\varphi_{01} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{03} = \mathbf{M}_{02}\mathbf{M}_{23} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_{01}\cos\varphi_{12} & -\cos\varphi_{01}\sin\varphi_{12} & \sin\varphi_{01} & l_2\cos\varphi_{01}\cos\varphi_{12} \\ \sin\varphi_{01}\cos\varphi_{12} & \cos\varphi_{01}\sin\varphi_{12} & 0 & l_2\sin\varphi_{01}\cos\varphi_{12} + l_1 \\ -\sin\varphi_{01}\cos\varphi_{12} & \sin\varphi_{01}\sin\varphi_{12} & \cos\varphi_{01} & -l_2\sin\varphi_{01}\sin\varphi_{12} + \cos\varphi_{01} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Координата точки Д в системе S_0

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}_{0д} = \mathbf{M}_{03} \cdot \bar{\mathbf{r}}_{3д} &= \begin{vmatrix} l_4 \cos \varphi_{01} \cos \varphi_{12} - l_3 \cos \varphi_{01} \sin \varphi_{12} + l_2 \cos \varphi_{01} \cos \varphi_{12} \\ l_4 \sin \varphi_{01} + l_3 \cos \varphi_{12} + l_2 \sin \varphi_{01} + l_1 \\ - l_4 \sin \varphi_{01} \cos \varphi_{12} + l_3 \sin \varphi_{01} \sin \varphi_{12} - l_2 \sin \varphi_{01} \cos \varphi_{12} \\ 1 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} (l_4 + l_2) \cos \varphi_{02} - l_3 \cos \varphi_{01} \sin \varphi_{12} \\ (l_4 + l_2) \sin \varphi_{01} + l_3 \cos \varphi_{12} + l_1 \\ - (l_2 + l_4) \sin \varphi_{01} \cos \varphi_{12} + l_3 \sin \varphi_{02} \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{0д} \\ y_{0д} \\ z_{0д} \\ 1 \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

где $\varphi_{02} = \varphi_{01} + \varphi_{12}$.

3. Манипулятор ВВВ (рисунок 3.3)

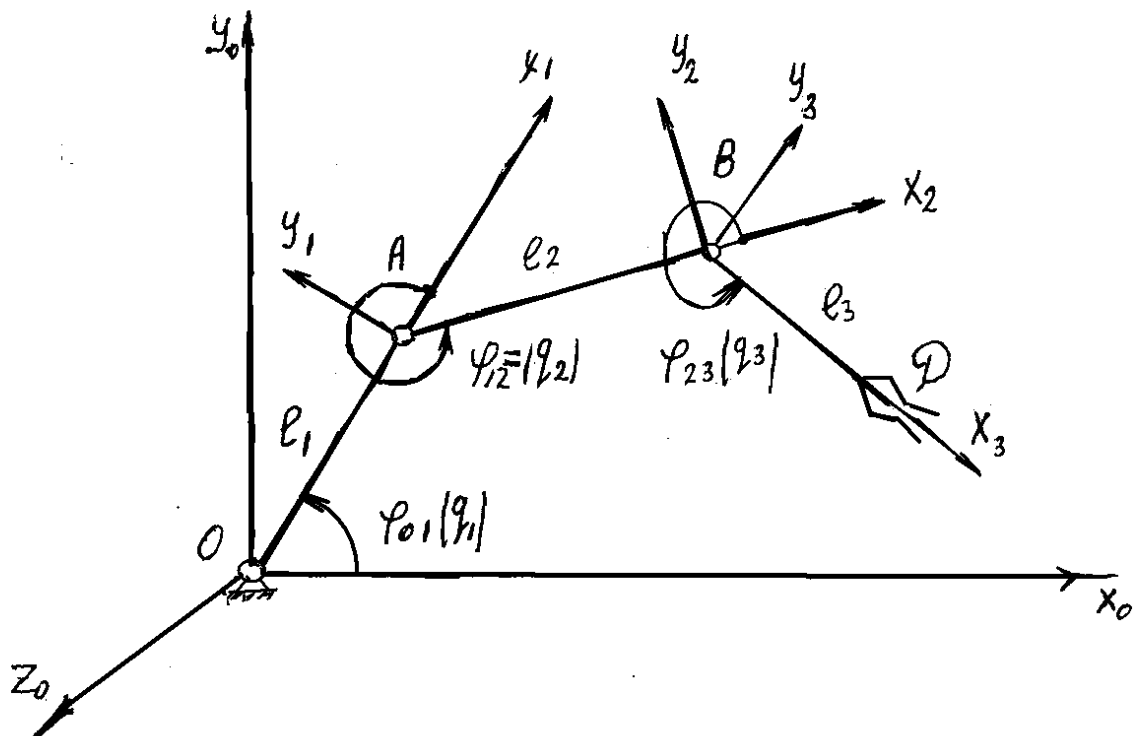


Рисунок 3.3

Неподвижная система координат S_0 связана со стойкой. Система координат S_1 связана со звеном 1 и смещена вдоль звена на длину l_1 (точка А). Положение звена 1 в системе S_0 определяется углом поворота вокруг оси Z - $\varphi_{01}(q_1)$.

Система координат S_2 связана со звеном 2 и смещена вдоль него на расстояние l_2 (точка В) и определяется углом поворота $\varphi_{12}(q_2)$. Система S_3 связана со звеном 3, смещена на расстояние l_3 (точка Д) и определяется углом поворота $\varphi_{23}(q_3)$.

Координата точки Д в системе S_3 :

$$\bar{\mathbf{r}}_{3д} = \begin{pmatrix} l_3 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}.$$

Положение точки Д в неподвижной системе координат S_0 :

$$\bar{\mathbf{r}}_{0д} = \mathbf{M}_{01} \mathbf{M}_{12} \mathbf{M}_{23} \bar{\mathbf{r}}_{3д} = \mathbf{M}_{03} \bar{\mathbf{r}}_{3д}, \quad (3.9)$$

где матрицы поворота вокруг оси Z имеют вид:

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_{01} & -\sin \varphi_{01} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \sin \varphi_{01} & \cos \varphi_{01} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{12} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_{12} & -\sin \varphi_{12} & \mathbf{0} & l_1 \\ \sin \varphi_{12} & \cos \varphi_{12} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{23} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_{23} & -\sin \varphi_{23} & \mathbf{0} & l_2 \\ \sin \varphi_{23} & \cos \varphi_{23} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}.$$

Перемножаем матрицы поворота:

$$\mathbf{M}_{02} = \mathbf{M}_{01}\mathbf{M}_{12} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_{02} & -\sin \varphi_{02} & 0 & l_1 \cos \varphi_{01} \\ \sin \varphi_{02} & \cos \varphi_{02} & 0 & l_1 \sin \varphi_{01} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

где $\cos \varphi_{02} = \cos \varphi_{01} \cos \varphi_{12} - \sin \varphi_{01} \sin \varphi_{12}$;

$\sin \varphi_{02} = \cos \varphi_{01} \sin \varphi_{12} + \sin \varphi_{01} \cos \varphi_{12}$;

$\varphi_{02} = \varphi_{01} + \varphi_{12}$.

$$\mathbf{M}_{03} = \mathbf{M}_{02}\mathbf{M}_{23} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_{03} & -\sin \varphi_{03} & 0 & l_2 \cos \varphi_{02} + l_1 \cos \varphi_{01} \\ \sin \varphi_{03} & \cos \varphi_{03} & 0 & l_2 \sin \varphi_{02} + l_1 \sin \varphi_{01} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

где $\cos \varphi_{03} = \cos \varphi_{02} \cos \varphi_{23} - \sin \varphi_{02} \sin \varphi_{23}$;

$\sin \varphi_{03} = \cos \varphi_{02} \sin \varphi_{23} + \sin \varphi_{02} \cos \varphi_{23}$;

$\varphi_{03} = \varphi_{02} + \varphi_{23}$.

Координаты точки Д в системе S_0 :

$$\bar{\mathbf{r}}_{0Д} = \mathbf{M}_{03} \cdot \bar{\mathbf{r}}_{3Д} = \begin{vmatrix} l_3 \cos \varphi_{03} + l_2 \cos \varphi_{02} + l_1 \cos \varphi_{01} \\ l_3 \sin \varphi_{03} + l_2 \sin \varphi_{02} + l_1 \sin \varphi_{01} \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{0Д} \\ y_{0Д} \\ z_{0Д} \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3.10)$$

4 Синтез системы управления механизмами машины-автомата

В машинах-автоматах системой управления по пути называется система управления, обеспечивающая требуемую согласованность

перемещений исполнительных органов в зависимости от их положений. Программа для системы управления по пути задается обычно в виде тактограммы. Тактограммой машины-автомата называется схема согласованности перемещений исполнительных органов в зависимости от их положений.

На тактограмме весь цикл движения разделен на отдельные такты движения.

Тактом движения называется промежуток времени, в течении которого не меняется состояние (наличие или отсутствие движения) ни одного из исполнительных органов.

На тактограмме не указывается время такта (или угол поворота равномерно вращающегося вала). Это время для одного и того же такта может быть различным в зависимости от условий выполнения технического процесса.

Синтез системы управления проводится в такой последовательности:

- построить тактограмму с указанием наличия или отсутствия сигналов от конечных выключателей в начале каждого такта движения;
- проверить реализуемость тактограммы и определить необходимое число элементов памяти;
- составить таблицу включений и отметить тактирующие сигналы;
- составить формулы включения и произвести их упрощение;
- построить схему управления на пневмонических элементах;
- построить схему управления на электромагнитных элементах;
- проверить действие схемы управления.

4.1 Тактограмма движения

Цикл работы содержит шесть тактов, в каждом из которых совершается одностороннее движение одного механизма. Тактограмма движения задается шифром – шестизначным числом (по числу тактов движения), составленным из номеров механизмов. Номер каждого механизма входит дважды: первое указание номера означает, что в соответствующем такте происходит прямой ход механизма, вторичное указание номера отвечает обратному ходу.

Например, шифру 323112 соответствует тактограмма, построенная в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Тактограмма 323112

Наименование		Сигн	Такты движения						Вес сигн.
			1	2	3	4	5	6	
Мех ани змы	M1	X ₁	1	1	1	1	0	1	2 ⁰ = 1
	M2	X ₂							2 ¹ = 2
	M3	X ₃							2 ² = 4
Память		Z							2 ³ = 8
Вес без памяти			7	3	1	5	4	5	
Вес с памятью			7	11	9	13	4	5	

Таблица 4.2 – Таблица включений

Наименование		Сигн	Состояния								
			1	2а	2б	3	4	5а	5б	6	
В х о д ы	M1	X ₁	1	1	1	1	1	0*	0	1*	
	M2	X ₂	1*	1	1	0*	0	0	0	0	
	M3	X ₃	1	0*	0	0	1*	1	1	1	
	Память (П)		Z	0	0	1*	1	1	1	0*	0
В ы х о д ы	П	«вкл»	f _z	0	1	-	-	-	0	0	0
		«выкл»	f _{z̄}	-	0	0	0	0	1	-	-
	M ₁	«вперед»	f ₁	0	0	0	0	1	-	0	0
		«назад»	f _{1̄}	-	-	-	-	0	0	1	-
	M ₂	«вперед»	f ₂	0	0	1	-	-	-	-	0
		«назад»	f _{2̄}	-	-	0	0	0	0	0	1
M ₃	«вперед»	f ₃	1	-	-	0	0	0	0	0	
	«назад»	f _{3̄}	0	0	0	1	-	-	-	-	

Наклонные линии на тактограмме отвечают тактам движения, а горизонтальные – тактам выстоя. В первом такте имеет место прямой ход поршня М3, во втором – прямой ход поршня М2, в третьем - обратный ход поршня М3. В четвертом и пятом тактах совершается прямой и обратный ход поршня М1. Шестой такт – обратный ход поршня М2.

Каждый механизм имеет два конечных выключателя, на которые нажимает шток поршня в крайних положениях. В нажатом положении сигнал от конечного выключателя равен 1, в не нажатом – 0.

На тактограмме показаны значения сигналов X_1 , X_2 и X_3 от выключателей нажимаемых в нижнем положении. Значения сигналов \bar{X}_1 , \bar{X}_2 и \bar{X}_3 (читается как «не икс один») от выключателей, нажимаемых в верхнем положении, на тактограмме не показываются, так как их всегда можно определить как инверсные по отношению к сигналам X_1 , X_2 и X_3 (когда один из выключателей какого-либо механизма нажат, другой не нажат).

Синтез систем управления по пути состоит в проектировании схемы соединения логических элементов, обеспечивающих выполнение заданной тактограммы. Но предварительно надо проверить ее реализуемость. Тактограмма считается реализуемой, если наборы входных сигналов в начале каждого движения различны. Из тактограммы видно, что в начале тактов 4 и 6 наборы входных сигналов совпадают ($X_1 = 1$, $X_2 = 0$ и $X_3 = 1$), то есть тактограмма не реализуема, так как одна и та же комбинация сигналов должна вызывать различные движения механизмов. В начале 4 такта приводится в движение механизм М1 (прямой ход), а в начале 6 такта – механизм М2 (обратный ход).

Для того, чтобы легче найти совпадающие комбинации, удобно их рассматривать как числа, записанные в двоичной системе.

Чтобы перевести их в двоичную систему сигналу X_1 приписываем вес равный $2^0 = 1$, сигналу X_2 – вес равный $2^1 = 2$ и сигналу X_3 – вес равный $2^2 = 4$. Сумма сигналов, умноженных на их веса, дает искомое число в десятичной системе, которое называется весом состояния. Подсчет весов состояния без памяти показывает их совпадение в тактах 4 и 6. Для того чтобы веса состояний не совпадали вводится дополнительный сигнал - Z от устройства называемого "памятью". Сигнал $Z = 1$ соответствует включенной памяти, сигнал $Z = 0$ - выключенной памяти.

Включение памяти произведем в начале второго такта, а выключение в начале пятого. Вес памяти $2^3 = 8$. Этот вес прибавляется в тех тактах, где

память включена, то есть в тактах 2, 3 и 4. Веса состояний с памятью во всех тактах стали различные. Возможные и другие варианты выбора тактов для включения выключения памяти. В общем случае может потребоваться не один, а несколько элементов памяти.

4.2 Таблица включений (таблица 4.2)

Таблица состояний системы управления по пути с указанием рабочих, запрещенных и безразличных состояний называется таблицей включения, так как по ней устанавливается последовательность включения элементов системы.

При составлении таблицы включений с элементами памяти, необходимо иметь в виду, что такт, в начале которого включается или выключается память, разбивается на два логических такта (до изменения сигнала памяти и после изменения).

В рассматриваемом примере включаем память в начале второго такта и выключаем в начале пятого. Тогда такты 2 и 5 разбиваются каждый на два логических такта: 2а, 2б и 5а, 5б. При этом надо иметь в виду, что сначала изменяется комбинация сигналов от конечных выключателей (такты 2а и 5а), а затем включается или выключается память (такты 2б и 5б). Поэтому следует различать такты движения (их 6) и логические такты (их 8). Логическим тактом называется промежуток времени, в течении которого не меняется состояние ни одного из логических элементов, включая элементы памяти.

Верхняя часть таблицы включений содержит значения сигналов от конечных выключателей и от памяти (входные сигналы). При переходе от одного логического такта к другому меняется значение только одного сигнала. Этот сигнал называется тактирующим. В начале примера в такте 1 новым сигналом называется сигнал $X_2 = 1$, а в такте 2а - отсутствие сигнала X_3 , то есть появление сигнала $\bar{X}_3 = 1$ и т.д.

Тактирующие сигналы отмечаются звездочками.

Нижняя часть таблицы содержит сигналы на включение f_z , выключение $f_{\bar{z}}$ элемента памяти, а также выходные сигналы к движению исполнительных органов механизмов М1, М2, М3 "Вперед" и "Назад".

Сигнал "вперед" обозначен f_1, f_2, f_3 сигналы "назад" – через $f_{\bar{1}}, f_{\bar{2}}, f_{\bar{3}}$. Заполнение этой части таблицы состоит в написании для каждой функции единиц в рабочих состояниях, прочерков - в безразличных и нулей - в запрещенных.

Например, для функции $f_{\bar{z}}$, выражающей сигнал на включение элемента памяти ставим 1, а в такте 2а, так как в этом такте должна выключаться память. В тактах 2б, 3 и 4 делаем прочерки, так как в этих тактах элемент памяти уже включен и остается выключенным как при повторении сигнала на включение ($f_{\bar{z}} = 1$), так и при отсутствии его ($f_{\bar{z}} = 0$). Во всех остальных тактах ставим нули, так как в этих тактах включить память нельзя (в тактах 5а память выключается и должна оставаться выключенной в тактах 5б, 6 и 1).

Аналогично заполняется таблица включений для других выходных сигналов.

4.3 Составление формул включения и их упрощение

Составление формул включения сводится к нахождению алгебраического выражения двоичной функции по ее табличному заданию, приведенному в таблице включений. В формулы включения не входят входные сигналы от того механизма или элементы памяти, для которого составляется формула. Например, при составлении формул включения и выключения элемента памяти не утрачивается значение сигнала Z для механизма $M1$ не учитывается значение сигнала X_1 и т.д.

В таблице 4.3 выписаны значения входных сигналов в рабочих и запрещенных состояниях.

По значениям входных сигналов в рабочих состояниях составляются исходные формулы включения в виде логического произведения этих сигналов, причем значению 0 соответствует инверсное значение аргумента. Например, для включения элемента памяти ($f_z = 1$) должен быть при $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ и $X_3 = 0$, поэтому исходная формула включения имеет вид $f_z = X_1 X_2 \bar{X}_3$.

Для исходной функции включения часто удается подобрать упрощенный вариант, содержащий меньшее число входных сигналов, но обладающий теми же свойствами, что исходная функция: исходная и упрощенная

функции равны единице в рабочем состоянии и нулю в запрещенных состояниях, причем сигналов, входящих в упрощенную формулу при рабочем состоянии не должен встречаться в запрещенных состояниях. В упрощенный вариант формулы включения обязательно должен входить тактирующий сигнал.

Таблица 4.3 - Формулы включения

Наименование		Входы	Состояния		Формулы включения	
			Раб.	Запрещ.	Исходные	Упрощенные
П	«Вкл»	X ₁	1	1 0 1	$f_Z = X_1 X_2 \bar{X}_3$	$f_Z = \bar{X}_3$
		X ₂	1	1 0 0		
		X ₃	0*	1 1 1		
	«Выкл»	X ₁	0*	1 1 1	$f_{\bar{Z}} = \bar{X}_1 \bar{X}_2 X_3$	$f_{\bar{Z}} = \bar{X}_1$
		X ₂	0	1 0 0		
		X ₃	1	0 0 1		
M1	«Вперед»	X ₂	0	1 1 1 0 0	$f_1 = \bar{X}_2 X_3 Z$	$f_1 = X_3 Z$
		X ₃	1*	1 0 0 0 1		
		Z	1	0 0 1 1 0		
	«Назад»	X ₂	0	0	$f_{\bar{1}} = \bar{X}_2 X_3 \bar{Z}$	$f_{\bar{1}} = \bar{Z}$
		X ₃	1	1		
		Z	0*	1		
M2	«Вперед»	X ₁	1	1 1	$f_2 = X_1 \bar{X}_3 Z$	$f_2 = Z$
		X ₃	0	1 0		
		Z	1*	0 0		
	«Назад»	X ₁	1*	1 1 0 0	$f_{\bar{2}} = X_1 X_3 \bar{Z}$	$f_{\bar{2}} = X_1 \bar{Z}$
		X ₃	1	0 1 1 1		
		Z	0	1 1 1 0		
M3	«Вперед»	X ₁	1	1 0 0 1	$f_3 = X_1 X_2 \bar{Z}$	$f_3 = X_2$
		X ₂	1*	0 0 0 0		
		Z	0	1 1 0 0		
	«Назад»	X ₁	1	1 1	$f_{\bar{3}} = X_1 \bar{X}_2 Z$	$f_{\bar{3}} = \bar{X}_2$
		X ₂	0*	1 1		
		Z	1	0 1		

Например, для включения элемента памяти с исходной формулой включения $f_z = X_1 X_2 \bar{X}_3$, при тактирующем сигнале $X_3 = 0$ или $\bar{X}_3 = 1$.

Упрощенная формула включения имеет вид $f_z = \bar{X}_3$, так как сигнал $X_3 = 0$ не встречается в запрещенных состояниях.

Исходная формула включения для пуска вперед механизма M $f_z = \bar{X}_2 X_3 Z$ тактирующем сигнале $X_3 = 1$ поддается только частичному упрощению и приводится к виду $f_1 = X_3 Z$. В некоторых случаях исходные формулы включения не поддаются упрощению.

При переборе вариантов при упрощении формул включения следует руководствоваться правилом: набор сигналов, входящих в упрощенную формулу при рабочем состоянии не должен встречаться в запрещенных состояниях.

4.4 Построение системы управления на пневматических элементах

Построение схемы путевого управления на пневматических элементах начинается со схематического изображения пневмоцилиндров, поршни которых соединены с исполнительными органами и движутся в соответствии с тактограммой (рисунок 4.1).

Поршни всех трех механизмов показываются в крайних левых положениях, которые соответствуют исходным (нижним) положениям на тактограмме. При этом штоки поршней нанимают на конечные выключатели X_1 , X_2 , X_3 . Каждый из этих выключателей представляет собой двухпозиционный трехлинейный распределитель, условное изображение которого состоит из двух квадратов, соответствующим двум возможным положениям его подвижной части и трех линий (трубопроводов).

Первая линия соединена с источником сжатого воздуха (кружок с точкой), вторая линия соединена с атмосферой (треугольник), третья линия дает сигнал в управляющее устройство. Каналы (проходы) изображаются линиями со стрелками, показывающими направление потоков. Закрытый канал имеет поперечную черту. В нажатом положении у конечного выключателя атмосфера соединена с закрытым каналом, а сжатый воздух по открытому каналу поступает в управляющее устройство, то есть дает сигнал (например $X_1 = 1$). Для того, чтобы представить действие выключателя в другой позиции, надо передвинуть один из квадратов на место другого, оставляя все линии провода и отвода воздуха в прежнем положении. Тогда можно видеть, что для не нажатого выключателя сигнал на вход в управляющее устройство не поступает (например $\bar{X}_1 = 0$), там как соответствующая линия соединена с атмосферой.

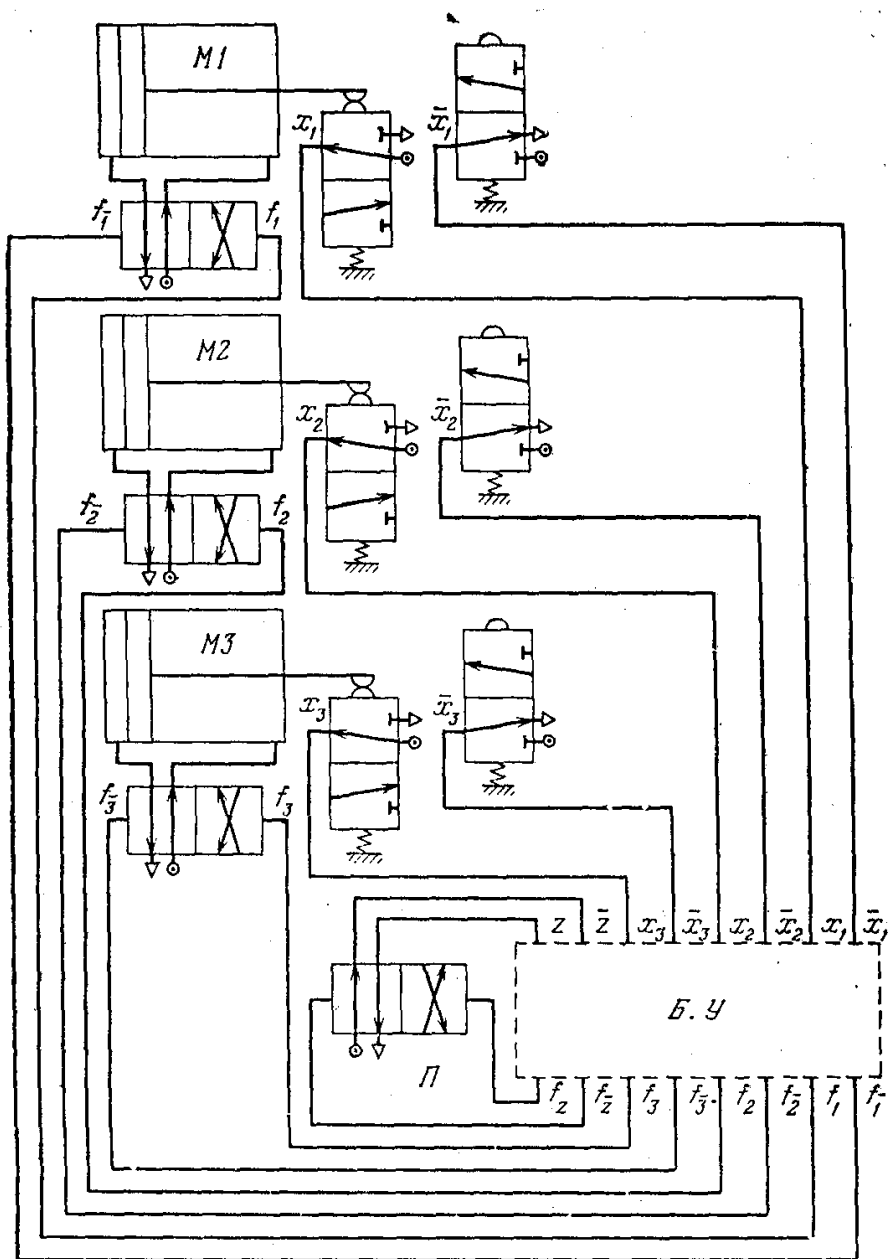


Рисунок 4.1

Под цилиндрами в тех же условиях обозначения вычеркиваются изображения двухпозиционных четырехлинейных распределителей для каждого из пневмоцилиндров.

Первая соединена с левым рабочим объемом цилиндра, вторая - с правым рабочим цилиндром, третья - с атмосферой, четвертая - с источником сжатого воздуха.

Так как все поршни занимает крайние левые положения, то каждый распределитель показывается в такой позиции, при которой сжатый воздух

поступает в правый рабочий объем цилиндра. В другой позиции сжатый воздух поступает в левый рабочий объем цилиндра, то есть перемещение подвижных частей распределителя, справа налево вызывает прямой ход поршня. Это перемещение происходит под действием сжатого воздуха при поступлении сигнала f_1 , обратное перемещение происходит при поступлении сигнала \bar{f}_1 , подаваемого с противоположной стороны. Указанный распределитель называется также двусторонним.

Блок управления намечается в виде пунктирного прямоугольника. К верхней стороне прямоугольника подводятся линии от конечных выключателей: $X_3, \bar{X}_3, X_2, \bar{X}_2, X_1, \bar{X}_1$. Это будут входы блока управления. К нижней стороне подводятся линии от распределителей: $f_3, \bar{f}_3, f_2, \bar{f}_2, f_1, \bar{f}_1$. Это будут выходы блока управления. Так как заданная тактограмма реализуется только при наличии памяти, то с левой стороны блока управления показывается логический элемент памяти в виде двухстороннего четырехлинейного распределителя такого же, что и для управления перемещения поршнями.

Этот распределитель показан в положении, соответствующем началу первого такта, то есть в нашем примере при выключенной памяти. Две верхние линии от элемента памяти идут на вход блока управления и дают два дополнительных входа \bar{Z} и Z . В указанном положении подается сигнал \bar{Z} (или $Z = 0$), то есть в этом положении память выключена. Для того, чтобы включить память, надо подать f_Z на перемещение подвижных частей элемента памяти справа налево. Обратное перемещение производится от сигнала \bar{f}_Z . Эти сигналы идут от выходов блока управления, то есть к ранее показанным выходам блока управления добавляются еще два f_Z, \bar{f}_Z .

Блок управления (рисунок 4.2). Соединяем входы и выходы блока управления так, чтобы их соединения соответствовали формулам включения. В нашем примере выходы $f_Z, \bar{f}_Z, \bar{f}_1, f_2, f_3, \bar{f}_3$ прямо соединяются с входами $\bar{X}_3, \bar{X}_1, \bar{Z}, Z, X_2, \bar{X}_2$ выход f_1 должен быть соединен через логический оператор умножения (оператор "U") с выходами X_3 и Z . Выход \bar{f}_Z - с выходами X_1 и \bar{Z}

Операторы умножения располагаем против выходов, f_1, \bar{f}_2 .

4.5 Построение системы управления на электрических элементах

Отличается от пневмораспределителей только тем, что перемещение их подвижных частей выполняется от электромагнитов, управляемых

электромагнитным реле (рисунок 4.3).

Составление схемы начинается с вычерчивания электромагнитных реле включения и выключения памяти f_z и $f_{\bar{z}}$, и реле, управляющих передвижением поршней f_1 , $f_{\bar{1}}$, f_2 , $f_{\bar{2}}$, f_3 и $f_{\bar{3}}$.

Каждое реле изображается квадратом, включенным в электрическую цепь, проходящую от одной линии к другой.

Реле памяти в примере имеет две пары нормально разомкнутых (замыкающих - $\lceil \lceil$) и две пары нормально замкнутых $\lceil \lceil$ (размыкающих) контактов. Число контактов зависит от того, сколько раз в формулах включения встречается \bar{Z} и Z . Каждому Z соответствует пара нормально разомкнутых, а \bar{Z} - пара нормально замкнутых контактов. Если по цепи, в которую включено реле f_z подает ток ($f_z = 1$), то нормально разомкнутые контакты замкнутся ($Z = 1$), то есть включится память. Одновременно разомкнутся нормально замкнутые контакты ($\bar{Z} = 0$). Если по цепи, в которую включено реле $f_{\bar{z}}$ пойдет ток ($f_{\bar{z}} = 1$), то нормально разомкнутые контакты останутся разомкнутыми ($Z = 0$), а нормально замкнутые - замкнутыми ($\bar{Z} = 1$), что соответствует выключению памяти.

Если по цепи, в которую включено реле f_1 пойдет ток, то начнется прямой ход поршня М1, аналогично, если по цепи, в которую включено реле $f_{\bar{1}}$ пойдет ток, то начнется обратный ход поршня М1 и так далее.

Построение схемы управления сводится к включению в электрическую цепь каждого реле тех элементов, которые входят в формулу включения, причем для удобства чтения схемы одновременные элементы располагаем на одной вертикали в порядке $X_1, \bar{X}_1, X_2, \bar{X}_2, X_3, \bar{X}_3, Z$.

В цепь включения памяти f_z , входит нормально разомкнутый конечный выключатель, \bar{X}_3 , который замыкается при нажатии на него в конце прямого хода поршня механизма МЗ.

В цепь включения памяти $f_{\bar{z}}$ включен выключатель, \bar{X}_1 , который замыкается при нажатии на него в конце прямого хода поршня механизма М1.

В цепь включения реле $f_1 = X_3Z$. Для того, чтобы цепь реле f_1 размыкалась бы сразу, как только кончится прямой ход, дополнительно в эту цепь вводится нормально замкнутый выключатель X_1 . Цепь включения $f_{\bar{1}} = \bar{Z}$ (память выключена и $Z = 0$) и дополнительно устанавливается нормально замкнутый выключатель X_1 для размыкания цепи в конце обратного хода.

Аналогично строятся цепи для реле f_2 , $f_{\bar{2}}$, f_3 и $f_{\bar{3}}$.

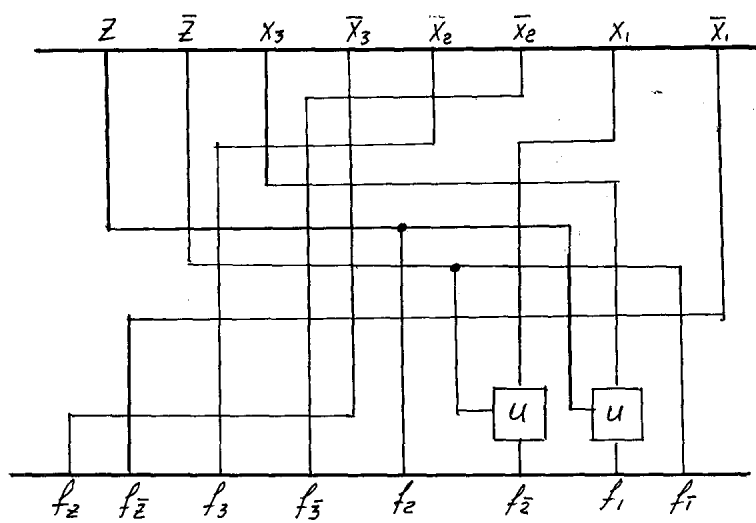


Рисунок 4.2

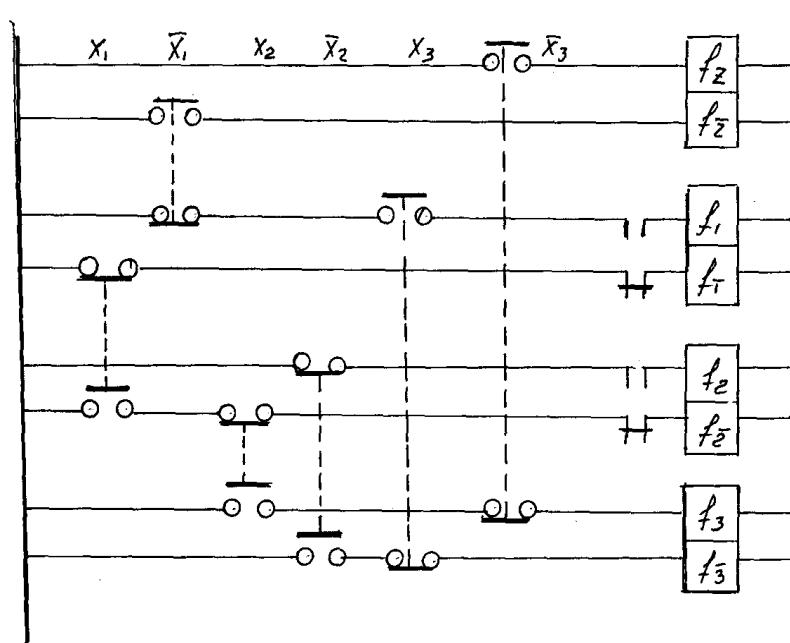


Рисунок 4.3

Приложение

Некоторые элементы теории матриц.

Матрицей называется прямоугольная таблица элементов математической структуры. Матрица состоит из m строк и n столбцов.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

Первый индекс – m строки.

Второй индекс – n столбца.

Прямоугольные матрицы обозначаются

$$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \text{ или } \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \text{ или } \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}.$$

Если $n=1$, т.е. один столбец, то матрица называется «матрица-столбец»

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Если $m = 1$, т.е. одна строка, то «матрица-строка»

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_n \end{pmatrix}.$$

Если в прямоугольной матрице $m=n$, т.е. число строк равно числу столбцов, то квадратная матрица соответствующего порядка

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mn} \end{pmatrix}.$$

Суммой двух матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} одинакового порядка называется матрица того же порядка, каждый элемент которой равен сумме соответствующих элементов слагаемых матриц

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \dots & \mathbf{a}_{1n} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \dots & \mathbf{a}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{a}_{m1} & \mathbf{a}_{m2} & \dots & \mathbf{a}_{mn} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12} & \dots & \mathbf{b}_{1n} \\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22} & \dots & \mathbf{b}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{b}_{m1} & \mathbf{b}_{m2} & \dots & \mathbf{b}_{mn} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{12} & \dots & \mathbf{c}_{1n} \\ \mathbf{c}_{21} & \mathbf{c}_{22} & \dots & \mathbf{c}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{c}_{m1} & \mathbf{c}_{m2} & \dots & \mathbf{c}_{mn} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{c}_{11} = \mathbf{a}_{11} + \mathbf{b}_{11}$;
 $\mathbf{c}_{12} = \mathbf{a}_{12} + \mathbf{b}_{12}$;
 $\dots \quad \dots \quad \dots$;
 $\mathbf{c}_{mn} = \mathbf{a}_{mn} + \mathbf{b}_{mn}$.

Перемножить можно только такие матрицы, у которых число столбцов в первой матрице – \mathbf{n} совпадает с числом строк – \mathbf{m} во второй матрице, т.е. $\mathbf{m}=\mathbf{n}$ (квадратные матрицы)

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{11} & \mathbf{d}_{12} & \dots & \mathbf{d}_{1n} \\ \mathbf{d}_{21} & \mathbf{d}_{22} & \dots & \mathbf{d}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{d}_{n1} & \mathbf{d}_{n2} & \dots & \mathbf{d}_{nn} \end{pmatrix},$$

где каждый элемент матрицы $\mathbf{D} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ определяется по правилу умножения строки на столбец

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{11} &= (\mathbf{a}_{11}\mathbf{b}_{11} + \mathbf{a}_{12}\mathbf{b}_{21} + \dots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{b}_{m1}), \\ \mathbf{d}_{12} &= (\mathbf{a}_{11}\mathbf{b}_{12} + \mathbf{a}_{12}\mathbf{b}_{22} + \dots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{b}_{m2}), \\ \mathbf{d}_{1n} &= (\mathbf{a}_{11}\mathbf{b}_{1n} + \mathbf{a}_{12}\mathbf{b}_{2n} + \dots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{b}_{mn}), \\ \mathbf{d}_{21} &= (\mathbf{a}_{21}\mathbf{b}_{11} + \mathbf{a}_{22}\mathbf{b}_{21} + \dots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{b}_{m1}), \end{aligned}$$

т.е., чтобы найти элемент строки K и столбца l матрицы D , надо найти сумму произведений элементов K матрицы A на элементы столбца l матрицы B .

$$d_{kl} = a_{k1}b_{1l} + a_{k2}b_{2l} + \dots + a_{kn}b_{ml} = \sum_{i=1}^k a_{ki}b_{il}, \quad (k, l = 1, 2, \dots, n)$$

Произведение матриц не подчиняется переместительному закону, т.е.

$$A \times B \neq B \times A,$$

но ассоциативный и дистрибутивный законы сохраняются.

$$A \times B \times C = (A \times B) \times C = A \times (B \times C) \text{ - ассоциативный,}$$

$$A(B + C) = AB + AC \text{ - дистрибутивный.}$$

Квадратные матрицы можно умножать на столбцовые матрицы того же порядка. В результате получаются столбцовые матрицы.

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix},$$

$$D \times B = C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (d_{11}b_1 + d_{12}b_2 + \dots + d_{1n}b_m) \\ (d_{21}b_1 + d_{22}b_2 + \dots + d_{2n}b_m) \\ \dots \\ (d_{m1}b_1 + d_{m2}b_2 + \dots + d_{mn}b_m) \end{pmatrix}.$$

Транспонирование. Матрица A' , транспонированная к матрице A , образуется из матрицы A путем замены каждой ее строки на столбец того же номера

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Транспонируя матрицу A , получим транспонированную матрицу A'

$$A = A' = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Матрицы перехода.

При нахождении координат любой точки любого подвижного звена, относительно неподвижной системы координат (связанной со стойкой), пользуются методом преобразования координат с использованием матриц.

Например, точка K в подвижной системе координат $O_1X_1Y_1Z_1$ имеет координаты $X_{1K}Y_{1K}Z_{1K}$ (рисунок П.1) или в матричной форме радиус-вектор точки K в подвижной системе

$$\vec{r}_{1K} = \begin{pmatrix} X_{1K} \\ Y_{1K} \\ Z_{1K} \end{pmatrix}.$$

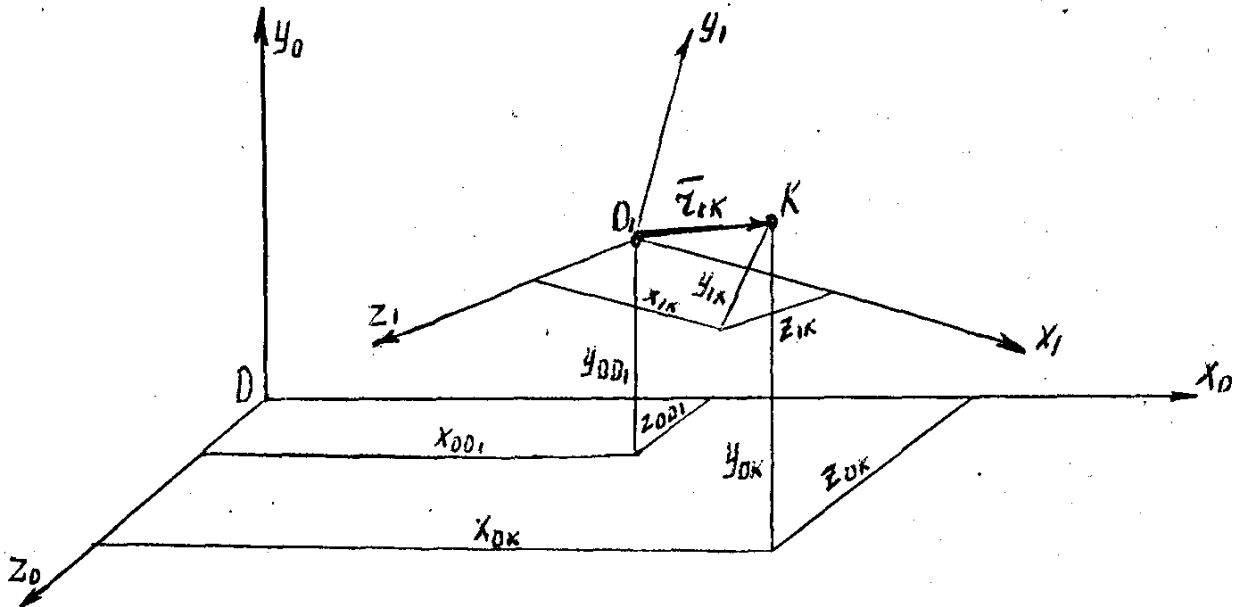


Рисунок П.1

Координаты точки **K** в неподвижной системе координат **OX₀Y₀Z₀** определяются соотношением

$$\begin{aligned}x_{0K} &= x_{1K} \cos(x_0x_1) + y_{1K} \cos(x_0y_1) + z_{1K} \cos(x_0z_1) + x_{00_1}, \\y_{0K} &= x_{1K} \cos(y_0x_1) + y_{1K} \cos(y_0y_1) + z_{1K} \cos(y_0z_1) + y_{00_1}, \\z_{0K} &= x_{1K} \cos(z_0x_1) + y_{1K} \cos(z_0y_1) + z_{1K} \cos(z_0z_1) + z_{00_1},\end{aligned}$$

где $x_{00_1}, y_{00_1}, z_{00_1}$ - координаты начала системы координат **O₁** в системе **O**.

Направляющие косинусы осей можно записать в виде матрицы перехода от подвижной системы координат **O₁** к неподвижной – **O**.

$$M_{01} = \begin{vmatrix} \cos(x_0x_1) & \cos(x_0y_1) & \cos(x_0z_1) & x_{00_1} \\ \cos(y_0x_1) & \cos(y_0y_1) & \cos(y_0z_1) & y_{00_1} \\ \cos(z_0x_1) & \cos(z_0y_1) & \cos(z_0z_1) & z_{00_1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix}.$$

Формальное введение единицы в виде четвертой строки дает возможность получить квадратную матрицу **4x4**.

Радиус-вектор точки **K** в неподвижной системе **OX₀Y₀Z₀**:

$$\bar{r}_{0K} = M_{01} \bar{r}_{1K}$$

или

$$\begin{vmatrix} x_{0K} \\ y_{0K} \\ z_{0K} \\ \mathbf{1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos(x_0x_1) & \cos(x_0y_1) & \cos(x_0z_1) & x_{00_1} \\ \cos(y_0x_1) & \cos(y_0y_1) & \cos(y_0z_1) & y_{00_1} \\ \cos(z_0x_1) & \cos(z_0y_1) & \cos(z_0z_1) & z_{00_1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} x_{1K} \\ y_{1K} \\ z_{1K} \\ \mathbf{1} \end{vmatrix}.$$

Транспонируя матрицу **M₀₁** получим матрицу перехода от неподвижной системы координат **O** к подвижной **O₁**.

$$\mathbf{M}_{10} = \mathbf{M}'_{01} = \begin{vmatrix} \cos(x_0x_1) & \cos(y_0x_1) & \cos(z_0x_1) & 0 \\ \cos(x_0y_1) & \cos(y_0y_1) & \cos(z_0y_1) & 0 \\ \cos(x_0z_1) & \cos(y_0z_1) & \cos(z_0z_1) & 0 \\ x_{00_1} & y_{00_1} & z_{00_1} & 1 \end{vmatrix}$$

и $\bar{\mathbf{r}}_{1K} = \mathbf{M}_{10} \bar{\mathbf{r}}_{0K}$.

Если имеем n неподвижных систем координат, то переход от системы координат \mathbf{O}_n к неподвижной системе координат осуществляется с помощью n последовательных переходов. Матрица преобразования координат \mathbf{M}_{on} записывается как произведение матриц всех промежуточных переходов

$$\mathbf{M}_{on} = \mathbf{M}_{01} \cdot \mathbf{M}_{12} \cdot \dots \cdot \mathbf{M}_{n-1n}.$$

Вектор координат точки \mathbf{K} в неподвижной системе

$$\bar{\mathbf{r}}_{0K} = \mathbf{M}_{on} \bar{\mathbf{r}}_{nk},$$

где $\bar{\mathbf{r}}_{nk}$ - вектор координат точки \mathbf{K} в системе n .

Скорость точки \mathbf{K}

$$\mathbf{V}_{0K} = \dot{\bar{\mathbf{r}}}_{0K} = \dot{\mathbf{M}}_{on} \bar{\mathbf{r}}_{nk}.$$

Ускорение точки \mathbf{K}

$$\mathbf{a}_{0K} = \ddot{\bar{\mathbf{r}}}_{0K} = \ddot{\mathbf{M}}_{on} \bar{\mathbf{r}}_{nk}.$$

При нахождении координат заданной точки часто используются матрицы частного вида – для случаев, когда у системы $\mathbf{O}_0X_0Y_0Z_0$ и $\mathbf{O}_1X_1Y_1Z_1$ одна из трех координатных осей совпадают (или параллельны).

Поворот вокруг оси \mathbf{X} (рисунок П.2).

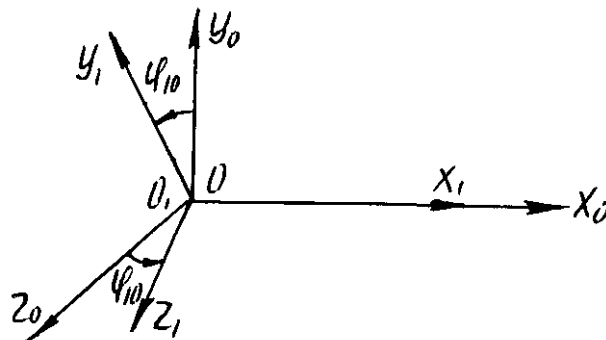


Рисунок П.2

Матрица поворота от подвижной системы к неподвижной вокруг оси \mathbf{X} :

$$M_{01(x)} = \begin{vmatrix} \cos 0^\circ & \cos 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ \cos 90^\circ & \cos \varphi_{10} & \cos(90^\circ + \varphi_{10}) & 0 \\ \cos 90^\circ & \cos(90^\circ - \varphi_{10}) & \cos \varphi_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{10} & -\sin \varphi_{10} & 0 \\ 0 & \sin \varphi_{10} & \cos \varphi_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Поворот вокруг оси **Y** (рисунок П.3).

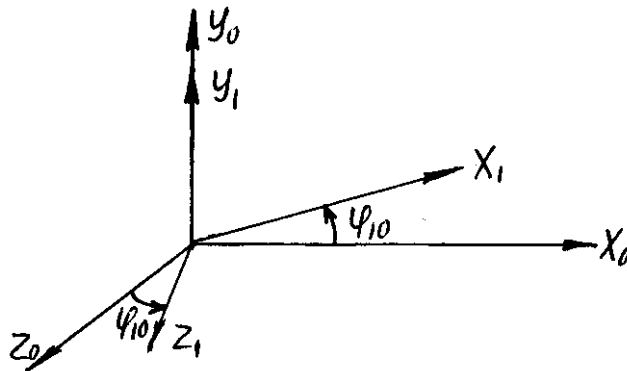


Рисунок П.3

Матрица поворота

$$M_{01(y)} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_{10} & 0 & \sin \varphi_{10} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_{10} & 0 & \cos \varphi_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Поворот вокруг оси **Z** (рисунок П.4).

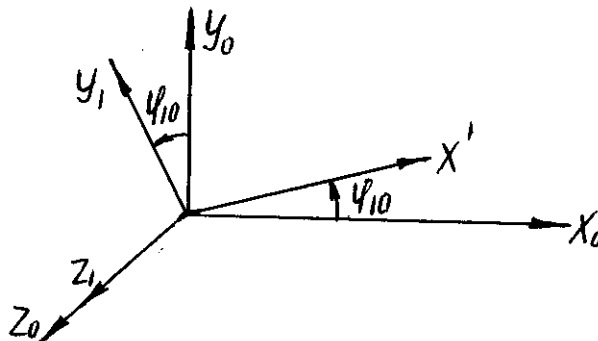


Рисунок П.4

Матрица поворота

$$\mathbf{M}_{01(z)} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_{10} & -\sin \varphi_{10} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{10} & \cos \varphi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Так как начала координат подвижной и неподвижной систем совпадают, то четвертые столбцы нулевые (как и четвертые строки) и можно перейти к матрицам размером 3×3 .

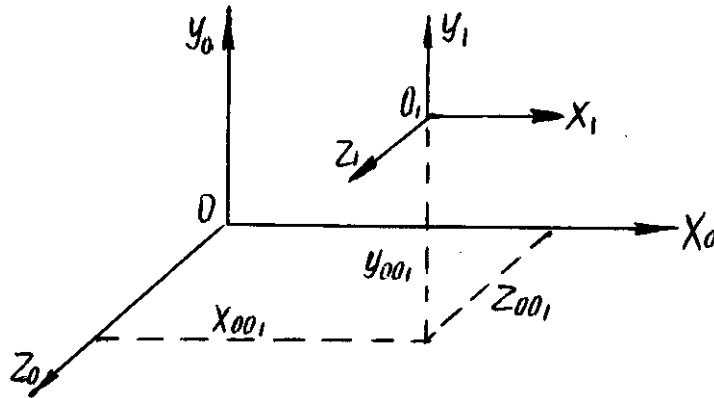


Рисунок П.5

Транспонируя матрицы $\mathbf{M}_{01(x)}$, $\mathbf{M}_{01(y)}$, $\mathbf{M}_{01(z)}$, получим матрицы поворота от неподвижной системы координат $\mathbf{O}_0\mathbf{X}_0\mathbf{Y}_0\mathbf{Z}_0$ к подвижной $\mathbf{O}_1\mathbf{X}_1\mathbf{Y}_1\mathbf{Z}_1$ - $\mathbf{M}_{10(x)}$, $\mathbf{M}_{10(y)}$, $\mathbf{M}_{10(z)}$.

Матрица перехода к параллельным осям (рисунок П.5):

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & X_{001} \\ 0 & 1 & 0 & Y_{001} \\ 0 & 0 & 1 & Z_{001} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Список использованных источников

1. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. Главная редакция физико – математической литературы, 1979. – 576 с.
2. Фролов К.В. Теория механизмов и машин. – М.: Выс. шк., 1987, - 496 с.

