

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра общей физики

Ф.Г. УЗЕНБАЕВ, А.Х. КУЛЕЕВА

**ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ
ПРОСТЕЙШИХ СИСТЕМ С
ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ АТВУДА**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 129

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения высшего профессионального
образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2008

УДК 531.3(076.5)
ББК 22.213я73
У 34

Рецензент
доктор физико-математических наук, профессор Н.А.Манаков

Узенбаев Ф.Г.

**У34 Изучение динамики простейших систем с помощью машины
Атвуда. [Текст]: методические указания к лабораторной работе /
Ф.Г.Узенбаев, А.Х.Кулеева. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2008. - 17 с.**

Методические указания включают теоретическое изложение материала, описание методики проведения опыта и контрольные вопросы для самоподготовки.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторной работы №129 «Изучение динамики простейших систем с помощью машины Атвуда» по дисциплине «Физика» для студентов всех специальностей.

ББК 22.213я73

© Узенбаев Ф.Г.,
Кулеева А.Х., 2008
© ГОУ ОГУ, 2008

Лабораторная работа №129 Изучение динамики простейших систем с помощью машины Атвуда

Цель работы:

Изучение законов равноускоренного движения

Идея эксперимента

Изучение законов равноускоренного движения производится на основе анализа кинематических характеристик движения системы тел. Для проведения такого анализа используется машина Атвуда, с помощью которой можно получать различные, не слишком большие (по сравнению с ускорением свободного падения) ускорения.

Теоретическое введение

Простейший вид движения – *механическое движение* – заключается в изменении пространственного положения тела с течением времени. Механическое движение тела может происходить только относительно других тел. *Телом отсчета* называют некоторое тело, условно принимаемое за неподвижное, относительно которого рассматривается движение других тел. Например, движение людей, автомобилей, самолетов удобно рассматривать относительно Земли, считая ее неподвижной.

Любое тело имеет конечные размеры. Поэтому разные его части занимают разные положения в пространстве. При поступательном движении достаточно рассматривать лишь одну точку движущегося тела. *Поступательным* называют движение, при котором прямая, соединяющая две произвольные точки тела, остается параллельной самой себе.

Материальная точка – это абстрактное физическое тело, обладающее массой, но не имеющее геометрических размеров. Материальная точка служит физической моделью тела, когда можно пренебречь его размерами, например, при поступательном движении.

Система отсчета – это совокупность тела отсчета, связанная с ним *система координат*, снабженная *часами*. В выбранной системе отсчета (СО) положение материальной точки задается радиусом вектором \vec{r} , который является направленным прямым отрезком, проведенным из начала отсчета к этой материальной точке (М.Т.). *Начало отсчета* – это фиксированная точка тела отсчета, выбор которой произволен и диктуется соображениями удобства описания.

При движении материальной точки радиус вектор, связанный с ней, является функцией времени, $\vec{r} = \vec{r}(t)$ что равносильно системе функций координат т.к.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (1)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные взаимно перпендикулярные векторы системы координат.

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (2)$$

Траектория – реальная или воображаемая линия, вычерчиваемая в пространстве концом радиуса вектора $\vec{r}(t)$ при движении материальной точки.

Путь S – скалярная, положительная физическая величина, равная длине траектории.

Перемещение $\Delta\vec{r}$ - векторная величина $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, направленная от начального положения материальной точки к конечному положению.

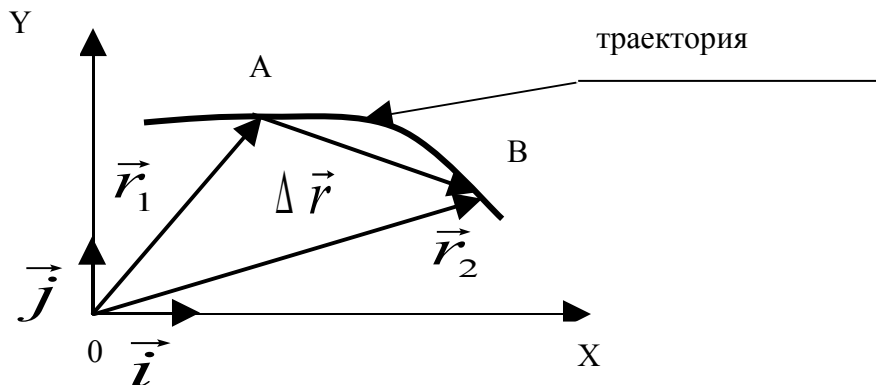


Рисунок 1- Перемещение $\Delta\vec{r}$ и траектория AB материальной точки

Средняя путевая скорость - скалярная физическая величина

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad (3)$$

где ΔS - путь, пройденный за время Δt .

Мгновенная путевая скорость - скалярная физическая величина

$$v = \frac{dS}{dt} = \dot{S}. \quad (4)$$

Средняя скорость перемещения – векторная физическая величина

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (5)$$

Мгновенная скорость перемещения – векторная физическая величина

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}},$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} = \dot{x} \vec{i} + \dot{y} \vec{j} + \dot{z} \vec{k}, \quad (6)$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k}. \quad (7)$$

Равномерным прямолинейным движением называют механическое перемещение, при котором скорость постоянная по величине и направлению:

$$\vec{v} = \text{const}. \quad (8)$$

Закон движения в этом случае можно представить функцией от времени одной координаты:

$$x = x_0 + v \cdot t, \quad (9)$$

путь

$$S = v \cdot t, \quad (10)$$

т.е.

$$v_x = v. \quad (11)$$

При **неравномерном** движении

$$\vec{v} = \vec{v}(t). \quad (12)$$

Ускорение – векторная физическая величина, которая характеризует быстроту изменения скорости.

Среднее ускорение – векторная физическая величина

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad (13)$$

где $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, - вектор изменения скорости за время Δt

$$\Delta t = t_2 - t_1. \quad (14)$$

Мгновенное ускорение – векторная физическая величина

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad (15)$$

где

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}. \quad (16)$$

Равнопеременным называют движение, при котором ускорение неизменно по величине и направлению:

$$\vec{a} = const. \quad (17)$$

Движение равноускоренное прямолинейное, если $\vec{a} = const$, и векторы скорости и ускорения сонаправлены: $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$.

При **равнозамедленном прямолинейном движении**:

$$\vec{a} = const, \quad \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}. \quad (18)$$

Закон движения при равноускоренном прямолинейном движении имеет вид:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad v = v_0 + at \quad (19)$$

Путь в этом случае определяется соотношением

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (20)$$

Причины, придающие движению тот или иной характер, изучает **динамика**. Основу динамики составляют законы Ньютона, которые представляют собой обобщение большого числа опытных фактов и наблюдений.

Первый закон Ньютона: существуют такие системы отсчёта, называемые **инерциальными (ИСО)**, в которых тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если равнодействующая сил, приложенных к телу, равна нулю:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0. \quad (21)$$

Таким образом, в динамике пропадает равноправие, эквивалентность всех систем отсчёта. В произвольной системе отсчёта изменение скорости тела может происходить без взаимодействия с другими телами.

Сила – векторная физическая величина, характеризующая направление и количественную меру взаимодействия *двух тел*.

Физическая природа взаимодействия может быть различной. Существуют четыре типа сил: *гравитационные, электромагнитные, ядерные и слабые взаимодействия*. Но для всех видов взаимодействия количественная мера может быть выбрана единым образом – измерять силы различной природы можно в одних и тех же единицах с помощью одних и тех же эталонов. Благодаря такой универсальности механика успешно описывает движение под действием сил любой природы.

Существуют различные способы измерения сил. Один из наиболее распространенных способов основан на свойстве сил вызывать **упругую деформацию** твердых тел. Единица измерения силы в СИ: $F = 1\text{Н}$ (Ньютон).

$$1\text{Н} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{м}}.$$

Опыт показывает, что при одновременном действии на тело нескольких сил, результирующая сила равна векторной сумме этих сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (22)$$

Второй закон Ньютона: в инерциальной системе отсчёта ускорение тела прямо пропорционально результирующей всех действующих на него сил и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n}{m}. \quad (23)$$

В скалярной форме, т.е. в проекциях на оси выбранной ИСО получим систему дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} \end{array} \right. \quad (24)$$

Эта система уравнений дополняется начальными условиями механического состояния тела, кинематическими и динамическими связями между физическими величинами.

Коэффициент пропорциональности m между силой и ускорением называется массой. Эта масса является мерой инертности тела. **Инертностью** называют свойства тела сопротивляться изменению его состояния покоя или движения. Наряду с инертной массой существует понятие **гравитационной массы**, определяемой законом всемирного тяготения:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (25)$$

Современные эксперименты показывают, что инертная и гравитационная массы равны друг другу с точностью, не меньшей 10^{-12} их значения. **Масса** – величина скалярная, положительная и аддитивная, т.е. масса системы тел равна сумме масс тел этой системы:

$$m = \sum_{i=1}^n m_i \quad (26)$$

В замкнутой системе тел выполняется закон сохранения массы:

$$\sum_{i=1}^n m_i = const \quad (27)$$

В релятивистской механике, т.е. при скоростях движения, соизмеримых и близких к скорости света в вакууме $\tilde{n} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, масса зависит от скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad (28)$$

где m_0 - **масса покоя**, однако имеет место закон сохранения релятивистской массы.

Используя второй закон Ньютона, можно вычислить массу тела, измерив независимо силу и ускорение. На практике гораздо точнее и удобнее измерять массу с помощью весов, используя эталонные меры. Единицей массы в СИ является $m = 1 \text{ кг}$ (килограмм).

Третий закон Ньютона: *в инерциальной системе отсчёта силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль соединяющей тела прямой:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (29)$$

Этот закон справедлив независимо от физической природы взаимодействия тел. Однако в каждом конкретном случае в равенстве (29) обе фигурирующие силы имеют одну и ту же физическую природу, хотя и приложены к разным телам. Третий закон Ньютона является прямым обобщением экспериментальных фактов.

С помощью законов Ньютона мы можем не только объяснить наблюдаемые механические явления, но и предсказывать их течения, решая различные задачи.

Прямая (основная) задача механики материальной точки состоит в определении координат и скорости тела известной массы в любой момент времени по силам, действующим на тело, и по известным начальным условиям.

Прямую задачу механики часто приходится решать инженерам. Например, расчет траектории космического корабля и его скорости в произвольный момент времени с учётом гравитационных сил земли и других планет.

Обратная задача механики: зная, как движется тело, определить действующие на него силы.

Именно путём решения обратной задачи механики установлены многие фундаментальные законы природы, открыты действующие в природе силы.

Движение со связями.

В динамике есть задачи, где задана только часть сил, действующих на рассматриваемое тело. Такая ситуация возникает, когда движение происходит по заданной траектории при наложенных *связях*. Примерами механических систем, совершающих такие движения, могут служить груз на нерастяжимой нити в поле тяжести; грузы, соединенные перекинутой через блок нитью.

Машина Атвуда

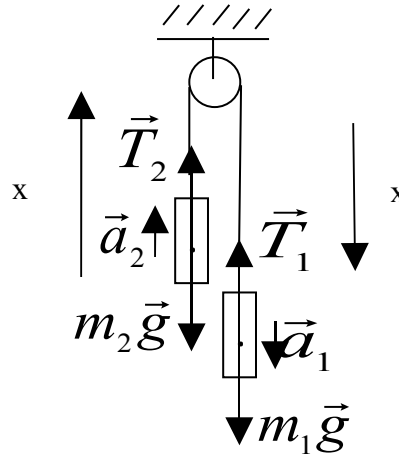


Рисунок 2 - Схема машины Атвуда

Экспериментальная установка, получившая название «машина Атвуда», представляет собой вращающийся с возможно малым трением легкий блок, через который перекинута тонкая нерастяжимая нить с грузами массой m_1 и m_2 (рисунок 2). На каждый груз действуют две силы — сила тяжести и сила натяжения нити, под действием этих сил и начинают движение грузы. Меняя массы грузов, можно получать различные ускорения. В инерциальной системе отсчета, связанной с Землей, уравнения второго закона Ньютона для каждого из грузов записываются в виде:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \quad (30)$$

Однако из этих уравнений невозможно определить все неизвестные величины, так как число неизвестных больше числа уравнений.

При дальнейшем анализе мы предполагаем, что нить невесома и нерастяжима, сопротивление в оси блока отсутствует, масса блока равна нулю, сопротивление воздуха отсутствует.

Выберем системы координат так, как показано на рисунке 2.

В связи с тем, что нить нерастяжима ($x_1 + x_2 = l = \text{const}$), ускорения обоих грузов равны по модулю

$$a_1 = a_2 = a,$$

а также силы натяжения нитей одинаковы по модулю

$$T_1 = T_2 = T$$

Тогда уравнения движения каждого груза в этих системах координат имеют вид:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \quad (31)$$

Пусть $m_2 = m$, $m_1 = m + \Delta m$,

тогда, решая полученную систему уравнений, получаем значение ускорения

$$a = g \frac{\Delta m}{2m + \Delta m} \quad (32)$$

и величину силы натяжения нити

$$T = 2mg \frac{m + \Delta m}{2m + \Delta m} \quad (33)$$

Ускорение тел системы всегда меньше ускорения свободного падения и меняется при изменении соотношения между массами обоих грузов. Для случая $m_1 = m_2 = m$, получим, что $a = 0$, т.е. грузы либо покоятся, либо движутся равномерно и прямолинейно, при этом сила натяжения нитей, действующих на груз равна:

$$T = mg . \quad (34)$$

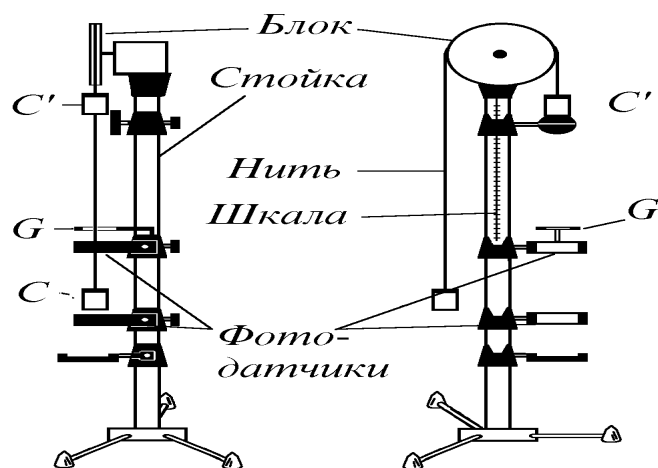


Рисунок 3 - Схема экспериментальной установки

Экспериментальная установка

Машина Атвуда состоит из прикрепленной к основанию вертикальной *стойки*, на которую нанесена *шкала* (рисунок 3). На верхнем конце стойки имеется легкий *блок*, способный вращаться с малым трением. Через блок перекинута легкая *нить*, к концам которой прикреплены два одинаковых груза C и C' . На груз C' можно помещать добавочные грузы в виде тонких пластин (перегрузки), в результате этого система грузов начинает двигаться с некоторым ускорением. Меняя массу, перегрузка, можно менять ускорение системы. После того, как груз C' с перегрузкой проходит некоторое расстояние L_1 , перегрузка снимается с помощью кронштейна G . После этого грузы начинают двигаться равномерно. На стойке укреплены два *фотоэлектрических датчика*, соединенные с *таймером*. При этом верхний фотодатчик соединен с кронштейном G . Фотодатчики могут крепиться на стойке в разных положениях. Система грузов удерживается в состоянии покоя специальной *фрикционной муфтой*, управляемой с помощью электромагнита.

Для измерения времени равномерного движения и управления фрикционной муфтой установка снабжена электронным блоком, в состав которого входят таймер и система управления электромагнитом. При нажатии на клавишу "сброс" происходит обнуление табло таймера. В исходном состоянии система заторможена посредством фрикционной муфты. При нажатии на клавишу "пуск" происходит освобождение системы. Во время прохождения телом C' верхнего фотодатчика запускается таймер. Импульс от

нижнего фотоэлектрического датчика останавливает работу таймера, результат высвечивается на табло. При этом снова замыкается цепь электромагнита, и система затормаживается фрикционной муфтой.

Перед выполнением эксперимента следует убедиться, что груз \tilde{N} может свободно опускаться, не касаясь кронштейна G и фотодатчиков. В противном случае при помощи винтов, крепящих кронштейн и фотодатчики, следует провести необходимые регулировки.

Проведение эксперимента

Упражнение 1. Анализ закона движения и определение ускорения

Исходя из анализа движения системы тел, проведенного в теоретическом введении, можно предположить, что реальное движение тел на участке L_1 будет равнопеременным. В этом случае закон движения, т.е. зависимость координаты тела от времени, будет иметь вид

$$x = x_0 + \frac{at^2}{2}, \quad (35)$$

где x_0 — координата, от которой груз \tilde{N} начинает свое движение. Учитывая, что при равнопеременном движении скорость меняется по закону

$$v = a \cdot t,$$

получаем

$$L_1 = x_1 - x_0 = \frac{v_1^2}{2a} \quad (36)$$

где v_1 - скорость груза \tilde{N} в момент снятия перегрузка и включения таймера; x_1 - координата верхнего фотодатчика. Если в системе отсутствуют силы трения, то с этой же скоростью тело \tilde{N} будет проходить расстояние между фотодатчиками после снятия с него перегрузка, т. е.

$$v_1 = \frac{L_2}{t_2} \quad (37)$$

где $L_2 = x_2 - x_1$ — расстояние между двумя фотодатчиками (x_2 — координата нижнего фотодатчика);

t_2 — время движения на этом участке пути.

Измерения

1. Устанавливают груз \tilde{N} в верхнем положении (x_0) и кладут на него один из перегрузов. Затем устанавливают верхний фотодатчик с закрепленным на нем кронштейном на отметке x_1 так, чтобы расстояние между датчиками L_2 составляло 15–20 см. В дальнейшем величина L_2 не изменяется.

2. Систему тел приводят в движение и определяют время пролета t_2 груза \tilde{N}' между фотодатчиками.

Результаты измерений заносят в таблицу 1.

Таблица 1

n	L_1, \dot{l}	t_2, \tilde{h}	$v_1, \frac{\dot{l}}{\tilde{h}}$	$v_1^2, \frac{\dot{l}^2}{\tilde{h}^2}$
1				
2				
3				
4				
5				

1. Изменяют координаты начального положения x_0 груза \tilde{N}' . Для нового значения L_1 проводят измерения в соответствии с п.2.

Обработка результатов

1. Для каждого значения L_1 определить значение скорости $v_1 = \frac{L_2}{t_2}$ и квадрата скорости v_1^2 . Результаты вычислений занести в таблицу 1.

2. По результатам измерений построить зависимость $v_1^2(L_1)$. Убеждаются, что эта зависимость близка к пропорциональной зависимости, т.е. движение груза \tilde{N}' на участке x_0-x_1 является равноускоренным и выполняется соотношение (36). По наклону прямой находят значение ускорения a . Сравнивают полученное значение с найденным по формуле (32).

Упражнение 2. Проверка второго закона Ньютона

Из уравнений движения (29), (30) при учете (31), (32) следует, что

$$\frac{\Delta m}{2m} = \frac{a}{g - a} \quad (38)$$

В процессе выполнения упражнения проводится экспериментальное подтверждение этого соотношения, что свидетельствует о выполнимости второго закона Ньютона.

Для экспериментального определения ускорения a , можно воспользоваться соотношениями (36) и (37), из них следует, что

$$a = \frac{v_1^2}{2L_1} = \frac{L_2^2}{2t_2^2 L_1} \quad (39)$$

Измерения

1. Установите верхний фотодатчик в среднем положении (по шкале, нанесенной на стойку). Нижний датчик установите так, чтобы расстояние L_2 составляло 15–20 сантиметров.

2. Поместите на груз \tilde{N} один из перегрузов, имеющихся в вашем распоряжении.

3. Определите 3–5 раз время t_2 прохождения промежутка L_2 . Результаты измерений занесите в таблицу 2.

Таблица 2

Δm	n	t_2, \tilde{n}	\bar{t}_2, c	σ_{t_2}, \tilde{n}	$a, \frac{i}{\tilde{n}^2}$	$\sigma_a, \frac{i}{\tilde{n}^2}$	A	σ_A	B	σ_B
$\Delta m_1 =$	1									
	2									
	3									
$\Delta m_2 =$	1									
	2									
	3									
$\Delta m_3 =$	1									
	2									
	3									

4. Проведите аналогичные измерения, положив на груз \tilde{N} два, а затем три перегруза. Результаты измерений также внесите в табл. 1.2.

Обработка результатов

1. По экспериментальным данным для каждой из трех величин перегрузов определить среднее значение времени пролета \bar{t}_2 с использованием формулы

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_n^N t_{2,n} \quad (40)$$

где N — число измерений.

2. Вычислить выборочное стандартное отклонение среднего арифметического значения \bar{t}_2

$$\sigma_{t_2} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{n=1}^N (t_{2,n} - \bar{t}_2)^2} \quad (41)$$

Результаты вычислений внести в таблицу 2.

3. Используя (9) для каждого Δt вычислить значение ускорения a :

$$a = \frac{L_2^2}{2(\overline{t_2})^2 L_1} \quad (42)$$

и стандартное отклонение этой величины σ_a

$$\sigma_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial L_2} \sigma_{L_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial L_1} \sigma_{L_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t_2} \sigma_{t_2}\right)^2} \quad (43)$$

Результаты вычислений внести в таблицу 2.

4. Вычислить значения левой ($A = \frac{\Delta m_i}{2m}$) и правой ($B = \frac{a_i}{g - a_i}$) частей в соотношении (38) для каждого рассмотренного экспериментального случая. Определить погрешности этих величин. Занести в таблицу 2 найденные значения. Экспериментально определенные левая и правая части соотношения (8) для трех различных значений Δt должны быть равны с учетом погрешностей их определения. Таким образом, проверяется справедливость второго закона Ньютона.

Основные итоги работы

На основании выполнения работы должно быть показано, что движение системы тел под действием постоянной силы является равноускоренным, показано выполнение 2-го закона Ньютона. Должны быть проанализированы систематические погрешности при проведении эксперимента (по указанию преподавателя).

Контрольные вопросы

1. Что такое инерциальные и неинерциальные системы отсчета? Сформулировать 1-й закон Ньютона.
2. Что такое масса, как ее измерить?
3. Что такое сила, как ее измерить?
4. Сформулировать 2-й закон Ньютона.
5. Сформулировать 3-й закон Ньютона.
6. Сформулировать условия, при которых получены основные соотношения задачи. Как эти условия влияют на вид решаемой системы уравнений.

Список использованных источников

1 **Детлаф А.А.** Курс физики / А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. – М.: Высшая школа, 1989 - 608с.

2 **Савельев И.В.** Курс общей физики [Текст] в 3т: учебное пособие / И.В.Савельев. – Т 1. Механика. Молекулярная физика. - М.: 1987. – 432с.

3 **Трофимов Т.И.** Курс физики [Текст]: учебное пособие для вузов- Т.И.Трофимов.- М.: Высшая школа, 2001. - 542с.