КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА В СВЕТЕ РАЗВИТИЯ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ СВЯЗЕЙ

Ракитянский А.С., канд. физ.-мат. наук, доцент
Российский государственный университет нефти и газа (НИУ)
им. И.М. Губкина Оренбургский филиал,
Попова В.С., директор МОБУ «Гимназия №5», г. Оренбург,
Ракитянская С.Ю., заместитель директора по учебно-воспитательной работе МОБУ «Гимназия №5», г. Оренбург

В действующих образовательных стандартах высшего образования большое внимание уделено компетентностному подходу к процессу обучения. В них четко указано, какими общекультурными, общепрофессиональными и профессиональными компетенциями должен обладать выпускник.
Цель обучения в широком смысле состоит в передаче обучающимся определенного объема знаний, в вооружении их соответствующими умениями и навыками, дающими возможность заниматься самообразованием и начать самостоятельную профессиональную деятельность.

Концепция модернизации российского образования выражает современное отношение к качеству знаний обучающихся через понятие «ключевой компетенции». В концепции говорится, что в процессе обучения должна формироваться целостная система универсальных знаний, умений, навыков, а также опыт самостоятельной деятельности и личной ответственности обучающихся, то есть ключевые компетенции, определяющие современное качество содержания образования.

В последние годы понятие «компетенции» стало все больше выходить на общедидактический, общепедагогический и методологический уровень. Это связано с его системно-практическими функциями и интеграционной метапредметной ролью в системе образования.
«Точкой отсчета» компетентностного подхода является понятие «образовательная компетенция» с образовательной точки зрения, то есть уровень развития личности обучающегося, связанный с качественным освоением содержания образования. Данное понятие также применяется для обозначения образовательного результата, выражающегося в подготовленности выпускника, в реальном владении методами, средствами деятельности, в возможности справиться с поставленными задачами; такой формы сочетания знаний, умений и навыков, которая позволяет ставить и достигать профессиональные цели. Итак, компетенция трактуется как уровень развития личности или как образовательный результат.

Понятие компетенций, компетентностей значительно шире понятий знания, умения, навыки, так как включают направленность личности (мотивацию, ценностные ориентиры и тому подобное), ее способность преодолевать стереотипы, чувствовать проблемы, проявлять проницательность,

гибкость мышления, самостоятельность, целеустремленность, волевые качества.
Обычно выделяют следующие ключевые суперкомпетентности:
- математическая компетентность,
- коммуникативная компетентность,
- информационная компетентность,
- автономизационная компетентность,
- социальная компетентность,
- продуктивная компетентность,
- нравственная компетентность [1, с.167].

Среди всех компетенций математическая компетентность выделена особо, что вполне объяснимо. Современная профессиональная деятельность, в какой бы области она ни протекала, немыслима без прочных математических знаний. Причем понятие именно математической компетентности выражает в данном случае весьма удачно весь комплекс требований к современным знаниям обучающихся по математике.

Существует широкий спектр работ, посвященных компетентности. Результаты исследования психологической специфики данного понятия представлены И.А.Зимней, А.К.Марковой, М.К.Холодной. На понятийном уровне рассмотрены содержание, структура и функции компетентностей (Т.М.Балыхина, А.Н.Дахин, О.А.Козырева, Ю.Н.Кулюткин, О.Е.Лебедев, Л.И.Панарин, Н.Ф.Радионова, В.В.Сериков, Т.А.Степанов, А.П.Тряпицына, А.В.Хуторской, М.А.Чошанов, В.Д.Шадриков, С.Е.Шишов, Б.Д.Эльконин), их классификация (Г.К.Селевко), особенности в контексте профессионального образования (Э.Ф.Зеер, В.А.Сластенин, И.П.Смирнов, Ю.Г.Татур).

Различные аспекты формирования математической компетентности обучающихся в образовательном процессе освещены в трудах педагогов-математиков:
- содержание и структура математической компетентности обучающихся (К.А.Краснянская, Н.Г.Ходырева), ее формирование (Т.С.Полякова);
- особенности содержания математического образования в исторической ретроспективе (А.Н.Колмогоров, Ю.М.Колягин);
- понимающее усвоение математики обучающимися (Э.К.Брейтигам, И.Г.Попова, Е.В.Пономарева);
- личностно-развивающие математические задачи (О.В.Ефременкова, Г.В.Лаврентьев, К.Я.Хабибуллин);
- исследовательская деятельность по математике (Е.В.Баранова, Л.В.Лихачева, Д.Пойа, С.Н.Скарбич);
- готовность к самообразованию и практическому применению математических знаний (С.Н.Мухина).

Остановимся более подробно на математических знаниях. Известный польский математик Гуго Штейнгауз так классифицирует разделы современной математики: «Одной из целей математики является открытие и доказательство новых утверждений. Математику, которая занимается именно этим, назовем логической или математикой «α». Математику, которая занимается решением задач, назовем математикой «β» или вычислительной математикой. На основе того факта, что утверждения чистой математики можно применять и к другим наукам, возникла математика «γ», которую называют прикладной. Как проще и лучше осуществлять стандартные вычислительные операции – этому учит практическая математика, которую можно назвать математикой «δ»».

Современную математику следует рассматривать в единстве систем развивающегося знания и деятельности, направленной на достижение новых знаний.

Деятельная сторона математики может быть охарактеризована схематически следующим образом.

Представим, что имеется какое-то явление (нематематическое или сугубо математическое) и нужно его исследовать (решить какую-то проблему) математическими методами. Процесс исследования (решения проблемы) обычно состоит из следующих этапов:

- это явление изучается непосредственно (эмпирически) и на основе результатов такого изучения строится ее непосредственная модель в виде описания с выделением существенных особенностей и характеристик явления;
- эта непосредственная модель-описание переводится на какой-то математический язык и тем самым строится ее математическая модель;
- построенная математическая модель изучается с помощью известного математического аппарата или же, если этого недостаточно, то разрабатывается новый аппарат для изучения этой проблемы (решения проблемы);
- полученное решение переводится на язык исходного явления и проверяется, насколько полученное решение соответствует реальным условиям.

Таким образом, специфика математики состоит в том, что она в отличие от других наук, изучающих непосредственные модели предметов, явлений, процессов, изучает не сами модели предметов реального мира, а общие схемы этих моделей, иначе говоря, модели моделей.

В результате анализа требований к результатам освоения основной образовательной программы направления подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика, можно заметить тесные междисциплинарные связи между многими предметами.

Данный подход особенно наглядно проявляется на примере междисциплинарных связей между математическими дисциплинами и дисциплинами естественнонаучного, экономического, информационного содержания.

Рассмотрим его реализацию на примере формирования компетенций:

- ОПК-2: способность находить организационно-управленческие решения и готовность нести за них ответственность; готовность к ответственному и целеустремленному решению поставленных профессиональных задач во взаимодействии с обществом, коллективом, партнерами;

- ПК-17: способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования;
- ПК-18: способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования;

в процессе изучения дисциплин «Математический анализ. Дифференциальные и разностные уравнения. Линейная алгебра» и «Математическая экономика».

В результате освоения дисциплины «Математический анализ. Дифференциальные и разностные уравнения. Линейная алгебра» и формирования соответствующих компетенций студент-бакалавр должен:

- знать: основные понятия и методы математического анализа, математические методы исследования, современные теоретические и экспериментальные математические методы проведения технических и экономических расчетов, достижения науки и техники в соответствующей области знаний;
- уметь: проводить необходимые расчеты, строить математические модели, необходимые для решения возникающих практических задач, использовать математические методы в технических и экономических приложениях;
- владеть навыками пользования методами математического анализа и математического моделирования в процессе проводимого исследования и оптимизации параметров отдельных элементов и систем связи в целом.

Рассмотрим возможности применения математических методов, изученных в процессе освоения дисциплины «Математический анализ. Дифференциальные и разностные уравнения. Линейная алгебра», к некоторым математическим моделям макроэкономики, изучаемым в дисциплине «Математическая экономика».

1) Динамическая модель Кейнса.

В рассматриваемой модели введем следующие переменные: y – объем производства товаров конечного пользования, то есть валовой внутренний продукт. Валовой внутренний продукт имеет четыре составляющие части фонд непроизводственного потребления φ; валовые частные внутренние инвестиции ω; государственные расходы на закупку товаров и услуг α; чистый экспорт e. В модели Кейнса экономика принимается закрытой, поэтому величина чистого экспорта равна нулю, а величина государственных расходов распределяется на потребление и накопление, поэтому получаем, что $y = \varphi + \omega$.

В модели предполагается, что спрос на инвестиционные товары постоянен, а спрос на потребительские товары в будущем периоде является линейной функцией валового внутреннего продукта текущего периода: $\varphi(t+1) = \bar{\varphi} + \mu y(t)$, где $\bar{\varphi}$ – нижняя граница фонда непроизводственного потребления; $0 \le \mu \le 1$ – предельная склонность к потреблению.

Динамическая модель Кейнса возникает, если приравнять планируемый выпуск товаров конечного пользования прогнозируемому спросу на них: $y(t+1)=\bar{\varphi}+\mu y(t)+\omega$.

В математике уравнения такого типа хорошо известны – это конечно-разностное уравнение первого порядка. Общее решение неоднородного конечно-разностного уравнения представляет собой сумму общего решения соответствующего однородного конечно-разностного уравнения и частного решения исходного неоднородного конечно-разностного уравнения.

Решение соответствующего однородного конечно-разностного уравнения

$$y(t+1)-\mu y(t)=0$$

будем искать в виде $y(t)=\lambda^t, \lambda\neq 0$, подставив это выражение в уравнение, получим равенство $\lambda^{t+1}-\mu\lambda^t=0$, и для определения λ имеем характеристическое уравнение

$\lambda-\mu=0$, откуда $\lambda=\mu$, поэтому общее решение однородного конечно-разностного уравнения имеет вид $y(t)=a\mu^t$, где a – постоянная величина.

Частное решение неоднородного конечно-разностного уравнения может быть найдено, исходя из вида правой части исходного уравнения, то есть постоянной величины $\bar{\varphi}+\omega$, так как величина $\bar{\varphi}+\omega$ не является корнем характеристического уравнения, то частное решение неоднородного конечно-разностного уравнения ищем в виде $y^*(t)=b$. Подставив это выражение в исходное конечно-разностное уравнение, получим $b-\mu b=\bar{\varphi}+\omega$, откуда $b=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}$, следовательно, $y^*(t)=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}$.

Таким образом, общее решение неоднородного конечно-разностного уравнения следующее: $y(t)=a\mu^t+\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}$.

Постоянную величину a определим с помощью начального значения y_0: $y_0=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}+a$, откуда $a=y_0-\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}$, окончательно получаем решение исходного конечно-разностного уравнения: $y(t)=\left(y_0-\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}\right)\mu^t+\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}$.

При переходе к непрерывному времени, то есть при $\Delta t\to 0$, приходим к следующему линейному дифференциальному уравнению первого порядка с постоянными коэффициентами: $\frac{1}{1-\mu}\frac{dy}{dt}+y(t)=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}$. Его общее решение имеет вид:

$y(t)=\left(y_0-\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}\right)e^{-t(1-\mu)}+\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}$.

2) Модель Самуэльсона – Хикса.

В модели Самуэльсона – Хикса выполняются требования динамической модели Кейнса, но инвестиции считаются не постоянными, а пропорциональными приросту валового внутреннего продукта текущего года по сравнению с прошлым годом:

$y(t+1)=\bar{\varphi}+\mu y(t)+\gamma\big(y(t)-y(t-1)\big)+\omega$, где γ – коэффициент ускорения, $0 \leq \gamma \leq 1$. Модель Самуэльсона – Хикса представляет собой линейное конечно-разностное уравнение второго порядка. Найдем решение этого уравнения с помощью преобразования Лорана.

Функция $F(z)$ комплексной переменной z, определяемая равенством $F(z) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{y(t)}{z^t}$, называется Z – преобразованием дискретной функции $y(t)$ или ее преобразованием Лорана. Для несложных практических расчетов пользуются таблицей образов некоторых функций дискретного аргумента.

Запишем конечно-разностное уравнение в стандартной форме:

$$y(t+2) - (\gamma + \mu)y(t+1) + \gamma y(t) = \bar{\varphi} + \omega,$$

осуществим замену переменных, обеспечивающих нулевое начальное значение

$$y(t) = y(0) + \eta(t), \eta(t) = y(t) - y(0),$$

тогда $\eta(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\eta(t+2) - (\gamma + \mu)\eta(t+1) + \gamma\eta(t) = \bar{\varphi} + \omega - (1-\mu)y(0)$$

с начальными условиями $\eta(0) = 0, \eta(1) = y(1) - y(0)$.

Применяя преобразования Лорана к обеим частям уравнения, получим

$$[z^2 - (\gamma + \mu)z + \gamma]Q(z) = \frac{(\bar{\varphi} + \omega - (1-\mu)y(0))z}{(1-\mu)(z-1)} + \eta(1)z,$$

где $Q(z)$ изображение функции $\eta(t)$.

Откуда

$$Q(z) = \frac{(\bar{\varphi} + \omega - (1-\mu)y(0))z}{[z^2 - (\gamma+\mu)z + \gamma](z-1)} + \frac{\eta(1)z}{z^2 - (\gamma+\mu)z + \gamma}.$$

Разложим правую часть функции $Q(z)$ на простые дроби. Для этого найдем корни многочлена $z^2 - (\gamma + \mu)z + \gamma$, его корни

$$z_{1,2} = \frac{\gamma+\mu}{2} \pm \sqrt{\frac{(\gamma+\mu)^2}{4} - \gamma}.$$

Если дискриминант $D = \frac{(\gamma+\mu)^2}{4} - \gamma > 0$, то корни действительны и положительны, при этом $z_1 > z_2$. В этом случае слагаемые, стоящие в правой части выражения функции $Q(z)$ можно разложить на следующие простые дроби:

$$\frac{(\bar{\varphi} + \omega - (1-\mu)y(0))z}{[z^2 - (\gamma+\mu)z + \gamma](z-1)} = \frac{(\bar{\varphi} + \omega - (1-\mu)y(0))z}{(1-\mu)(z-1)} + \frac{(\bar{\varphi} + \omega - (1-\mu)y(0))(z_1 + 1 - (\gamma+\mu))z}{(1-\mu)(z_2 - z_1)(z - z_1)} + \frac{(\bar{\varphi} + \omega - (1-\mu)y(0))(z_2 + 1 - (\gamma+\mu))z}{(1-\mu)(z_1 - z_2)(z - z_2)},$$

$$\frac{\eta(1)z}{z^2 - (\gamma+\mu)z + \gamma} = \frac{\eta(1)z}{(z_1 - z_2)(z - z_1)} + \frac{\eta(1)z}{(z_2 - z_1)(z - z_2)},$$

поэтому

$$Q(z) = \frac{(\bar{\varphi} + \omega - (1-\mu)y(0))z}{(1-\mu)(z-1)} +$$

$$+\frac{\left(\bar{\varphi}+\omega-(1-\mu)y(0)\right)\left(z_1+1-(\gamma+\mu)\right)z}{(1-\mu)(z_2-z_1)(z-z_1)}$$
$$+\frac{\left(\bar{\varphi}+\omega-(1-\mu)y(0)\right)\left(z_2+1-(\gamma+\mu)\right)z}{(1-\mu)(z_1-z_2)(z-z_2)}+$$
$$+\frac{\eta(1)z}{(z_1-z_2)(z-z_1)}+\frac{\eta(1)z}{(z_2-z_1)(z-z_2)}.$$
Снова воспользовавшись таблицей преобразований Лорана, получим:
$$\eta(t)=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}-y(0)$$
$$+\frac{\left(\bar{\varphi}+\omega-(1-\mu)y(0)\right)\left(z_1+1-(\gamma+\mu)\right)-(1-\mu)\eta(1)}{(1-\mu)(z_2-z_1)}z_1^t+$$
$$+\frac{\left(\bar{\varphi}+\omega-(1-\mu)y(0)\right)\left(z_2+1-(\gamma+\mu)\right)-(1-\mu)\eta(1)}{(1-\mu)(z_1-z_2)}z_2^t,$$
а затем искомый валовой внутренний продукт
$$y(t)$$
$$=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}+\frac{\left(\bar{\varphi}+\omega-(1-\mu)y(0)\right)\left(z_1+1-(\gamma+\mu)\right)-(1-\mu)\left(y(1)-y(0)\right)}{(1-\mu)(z_2-z_1)}z_1^t$$
$$+$$
$$+\frac{\left(\bar{\varphi}+\omega-(1-\mu)y(0)\right)\left(z_2+1-(\gamma+\mu)\right)-(1-\mu)\left(y(1)-y(0)\right)}{(1-\mu)(z_1-z_2)}z_2^t.$$

Если же дискриминант отрицательный, $D=\frac{(\gamma+\mu)^2}{4}-\gamma<0$, то корни комплексные взаимно-сопряженные:
$$z_1=\frac{\gamma+\mu}{2}+i\sqrt{\gamma-\frac{(\mu+\gamma)^2}{4}},z_2=\frac{\gamma+\mu}{2}-i\sqrt{\gamma-\frac{(\mu+\gamma)^2}{4}}.$$

Запишем корни в полярной системе координат: $z_1=\sqrt{\gamma}e^{iarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}$,
$z_2=\sqrt{\gamma}e^{-iarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}$.

Тогда решение исходного конечно-разностного уравнения запишется в следующей форме:
$$y(t)=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}+$$
$$+\frac{\left(\bar{\varphi}+\omega-(1-\mu)y(0)\right)\left(z_1+1-(\gamma+\mu)\right)-(1-\mu)\left(y(1)-y(0)\right)}{(1-\mu)(z_2-z_1)}\gamma^{\frac{t}{2}}e^{itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}$$
$$+$$
$$+\frac{\left(\bar{\varphi}+\omega-(1-\mu)y(0)\right)\left(z_2+1-(\gamma+\mu)\right)-(1-\mu)\left(y(1)-y(0)\right)}{(1-\mu)(z_1-z_2)}\gamma^{\frac{t}{2}}e^{-itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}.$$

Заметим, что

$$\left(-z_1-1+(\gamma+\mu)\right)e^{itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}+\left(z_2+1-(\gamma+\mu)\right)e^{-itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}=$$
$$=(z_2-1)e^{itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}-(z_1-1)e^{-itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}=$$
$$=\left(\frac{\gamma+\mu}{2}-i\sqrt{\gamma-\frac{(\mu+\gamma)^2}{4}}-1\right)e^{itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}-\left(\frac{\gamma+\mu}{2}+i\sqrt{\gamma-\frac{(\mu+\gamma)^2}{4}}-1\right)e^{-itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}=$$

$$=i(\mu+\gamma-2)sin\left(tarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}\right)-2i\sqrt{\gamma-\frac{(\mu+\gamma)^2}{4}}cos\left(tarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}\right);$$
$$e^{itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}-e^{-itarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}}=2sin\left(tarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}\right).$$

Поэтому решение Самуэльсона – Хикса при отрицательном дискриминанте многочлена $z^2-(\gamma+\mu)z+\gamma$ принимает следующий вид:

$$y(t)=$$
$$=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}+\gamma^{\frac{t}{2}}\left[\left(y(0)-\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}\right)\left(cos\left(tarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}\right)+\frac{\mu+\gamma-2}{2\sqrt{\gamma-\frac{(\mu+\gamma)^2}{4}}}sin\left(tarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}\right)\right)++\left(y(1)-y(0)\right)\frac{sin\left(tarctg\sqrt{\frac{4\gamma}{(\mu+\gamma)^2}-1}\right)}{\sqrt{\gamma-\frac{(\mu+\gamma)^2}{4}}}\right]$$

.

При переходе к непрерывному времени, то есть при $\Delta t\to 0$, приходим к следующему линейному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами: $\frac{1}{1-\mu}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{1-\gamma}{1-\mu}\frac{dy}{dt}+y(t)=\frac{\bar{\varphi}+\omega}{1-\mu}$.

Таким образом, отвлекаясь от конкретного содержания, математика, а вместе с ней и математическая компетентность, дает богатый набор абстрактных структур, позволяющий экономично изучать самые разнообразные конкретные явления реальной действительности. Математика, как и всякая наука, имеет предметом изучения объективную реальность. Ее отличие от других наук и специфика заключается в том, что, изучая объективную реальность, математика абстрагируется, отвлекается от всего того, что относится к наиболее общим сторонам действительного мира: его количественным и пространственным формам и отношениям. Такая крайняя степень абстракции не представляет собой порока математического метода, который следовало бы как-то исправлять, напротив, именно в этой абстракции заключается основное условие существования и сила математической науки.

Список литературы

1. *Грекова С.В., Нефедова С.Ю., Поддубская Г.Е. Системность знаний учащихся как основа их предметной математической компетентности // Вестник ОГПУ. 2006, №1.*
2. *Иванов Д.А. Компетентностный подход в образовании. Проблемы, понятия, инструментарий: Учебно-методическое пособие. / Д.А. Иванов, К.Г.Митрофанов, О.В. Соколова – М.: АПК и ПРО, 2003. – 101 с.*
3. *Карпук А.А. Сборник задач по специальным главам высшей математики: Уравнения математической физики. Разностные уравнения. Z-преобразование. Дискретное преобразование Фурье / А.А. Карпук, Р.М. Жевняк. – Минск: Харвест, 2007. – 112 с.*
4. *Колемаев В.А. Математическая экономика: Учебник для вузов. – 3-е стереотип. изд. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 399 с.*