

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Оренбургский государственный университет"

Кафедра сопротивления материалов

А.В. КОЛОТВИН, Р.В. РОМАШОВ

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ  
РАБОТ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом  
государственного образовательного учреждения  
высшего профессионального образования  
"Оренбургский государственный университет"

Оренбург 2008

УДК 620.1(07)

ББК 30.121я7

К 61

Рецензент

кандидат технических наук, доцент С.Н. Горелов

К 61 **Колотвин А.В.**  
**Определение геометрических характеристик плоских сечений: методические указания к выполнению расчетно-проектировочных работ по сопротивлению материалов/ А.В. Колотвин, Р.В. Ромашов– Оренбург: ГОУ ОГУ, 2008. - 43с.**

Методические указания предназначены для самостоятельной подготовки студентов при выполнении расчетно-проектировочных работ по первой части курса сопротивления материалов.

ББК 30.121я7

© Колотвин А.В.,  
Ромашов Р.В., 2008  
© ГОУ ОГУ, 2008

## Содержание

1 Геометрические характеристики плоских сечений.....	4
1.1 Статические моменты площади сечения. Центр тяжести поперечного сечения .....	4
1.2 Осевые, полярные и центробежные моменты инерции плоских сечений.....	5
1.3 Моменты инерции простейших сечений.....	6
1.4 Моменты инерции сложных сечений.....	7
1.5 Моменты инерции при параллельном переносе осей.....	8
1.6 Зависимости между моментами инерции при повороте осей.....	9
1.7 Главные оси. Главные моменты инерции.....	9
2 Расчетно-проектировочная работа (РПР) № 1. Определение геометрических характеристик плоских сечений.....	12
2.1 Задача №1 .....	12
2.2 Задача №2.....	15
2.3 Задача №3.....	19
Приложение А Геометрические характеристики плоских сечений.....	27
Приложение Б Сортамент прокатной стали.....	28
Приложение В Исходные данные к задаче.....	31

# 1 Геометрические характеристики плоских сечений

В теории растяжения – сжатия основной геометрической характеристикой при определении напряжений является площадь поперечного сечения. В теории кручения и изгиба используются более сложные геометрические характеристики сечения, называемые моментами инерции и статическими моментами этих сечений.

## 1.1 Статические моменты площади сечения. Центр тяжести поперечного сечения

Статическим моментом площади относительно оси называется взятая по всей площади сечения сумма произведений элементарных площадей на их расстояние до оси (рисунок 1.1):

$$S_x = \int_A y dA; \quad S_y = \int_A x dA. \quad (1.1)$$

Статический момент имеет размерность  $\text{м}^3$ ,  $\text{см}^3$  или  $\text{мм}^3$ .

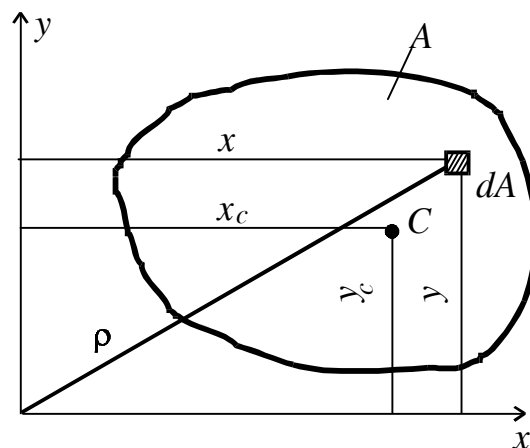


Рисунок 1.1

На основании известной из теоретической механики теоремы о моменте равнодействующей можно написать:

$$S_x = A \cdot y_c; \quad S_y = A \cdot x_c,$$

где  $y_c, x_c$  – координаты центра тяжести  $C$  сечения.

Отсюда

$$y_c = \frac{S_x}{A}; \quad x_c = \frac{S_y}{A}. \quad (1.2)$$

Из выражений (1.2) следует, что относительно осей, проходящих через центр тяжести сечения ( $y_c=0$ ;  $x_c=0$ ), статические моменты равны нулю. Оси координат, проходящие через центр тяжести фигуры, называются **центральными осями**.

Для вычисления статических моментов сложных фигур их разбивают на простые части, для каждой из которых известны площадь  $A_i$  и положение центра тяжести ( $y_i, x_i$ ). Тогда:

$$\begin{aligned} S_x &= A_1 \cdot y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n \cdot y_n = \sum_{i=1}^n A_i \cdot y_i; \\ S_y &= A_1 \cdot x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n \cdot x_n = \sum_{i=1}^n A_i \cdot x_i. \end{aligned} \quad (1.3)$$

На основании формул (1.3) легко найти **координаты центра тяжести** сложной фигуры:

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i}; \quad x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i}. \quad (1.4)$$

## 1.2 Осевые, полярные и центробежные моменты инерции плоских сечений

**Осевым моментом инерции** плоского сечения относительно данной оси называется взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадей на квадраты их расстояний до этой оси (рисунок 1.1):

$$J_x = \int_A y^2 dA; \quad J_y = \int_A x^2 dA. \quad (1.5)$$

**Полярным моментом инерции** сечения относительно точки пересечения осей (начала координат) называется взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадей на квадраты их расстояний до начала координат (рисунок 1.1):

$$J_p = \int_A \rho^2 dA. \quad (1.6)$$

Так как  $\rho^2 = y^2 + x^2$ , то  $J_p = J_y + J_x$ .

Размерность осевых и полярного моментов инерции –  $\text{м}^4$ ,  $\text{см}^4$ ,  $\text{мм}^4$ . Осевые и полярный моменты инерции всегда положительны, так как под интегралом координаты  $y$ ,  $x$ , и  $\rho$  берутся в квадрате.

**Центробежный момент инерции** сечения берется относительно двух

осей, и он равен взятой по всей площади сумме произведений элементарных площадей на произведение их расстояний до двух данных взаимно перпендикулярных осей:

$$D_{xy} = \int_A x \cdot y \cdot dA. \quad (1.7)$$

Центробежный момент инерции имеет размерность – м<sup>4</sup>, см<sup>4</sup>, мм<sup>4</sup>. В зависимости от расположения осей он может быть как положительным, так и отрицательным и в частных случаях равным нулю.

Осевой момент инерции сечения относительно какой-либо оси можно представить в виде произведения площади сечения на квадрат некоторой величины, называемой радиусом инерции сечения:

$$J_x = \int_A y^2 dA = A \cdot i_x^2.$$

Отсюда следует, что **радиус инерции** относительно оси  $x$ :

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}, \text{ м} \quad (1.8)$$

### 1.3 Моменты инерции простейших сечений

Вычисление моментов инерции простейших сечений может быть проведено непосредственным интегрированием по формулам, приведенным в п.1.2. Приведем результаты определения моментов инерции для нескольких наиболее распространенных сечений.

**Прямоугольник** (рисунок 1.2). Осевые моменты инерции относительно центральных осей  $x$ ,  $y$  равны:

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}. \quad (1.9)$$

**Равнобедренный треугольник** (рисунок 1.3):

$$J_x = \frac{bh^3}{36}; \quad J_y = \frac{hb^3}{48}. \quad (1.10)$$

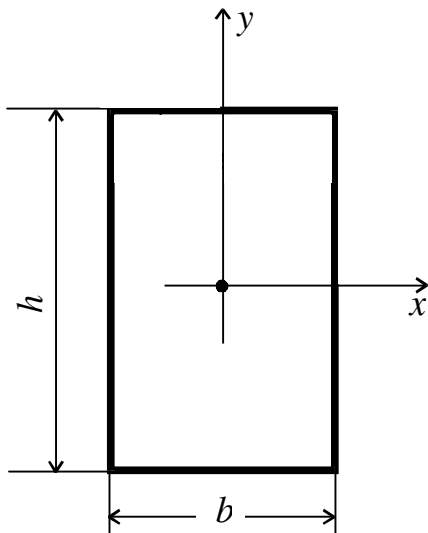


Рисунок 1.2

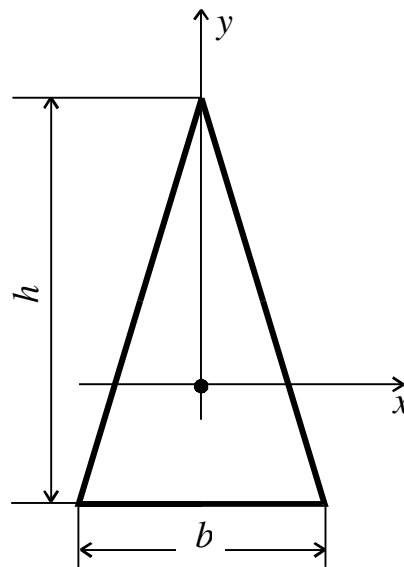


Рисунок 1.3

**Круг диаметром  $d$ .** Вследствие симметрии для круга  $J_x = J_y$ :

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4;$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4. \quad (1.11)$$

**Кольцо размером  $D \times d$**  ( $D$  – наружный диаметр кольца;  $d$  – внутренний диаметр; отношение диаметров  $\alpha = d/D$ ).

$$J_x = J_y = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) \approx 0,05D^4(1 - \alpha^4); \quad (1.12)$$

$$J_p = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4) \approx 0,1D^4(1 - \alpha^4).$$

Моменты инерции прокатных профилей (двутавров, швеллеров, уголков) приводятся в справочных таблицах.

#### 1.4 Моменты инерции сложных сечений

Известно, что интеграл по площади равен сумме интегралов, взятых по отдельным частям, составляющим эту площадь. Поэтому при вычислении моментов инерции сложного сечения относительно какой-либо оси можно последнее разбить на ряд простейших сечений и для каждого из них вычислить момент инерции относительно этой оси. Тогда момент инерции всего сечения

определяется как сумма моментов инерции составных частей:

$$J_x = J_{1x} \pm J_{2x} \pm J_{3x} \pm \dots \quad (1.13)$$

Знак минус в формуле берется в том случае, если сечение имеет отверстия, пустоты и др. При этом моменты инерции всех составных частей должны вычисляться относительно одной и той же оси. Суммировать моменты инерции частей сечения относительно различных осей нельзя.

### 1.5 Моменты инерции при параллельном переносе осей

В расчетах часто используют зависимости между моментами инерции относительно параллельных осей, одна из которых центральная (проходящая через центр тяжести сечения). Осевые моменты инерции сечения относительно центральных осей называются **центральными моментами инерции**.

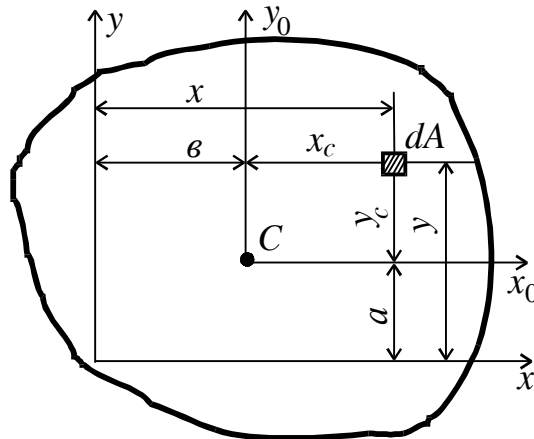


Рисунок 1.4

Пусть известны моменты инерции сечения ( $J_{x_0}, J_{y_0}, D_{x_0 y_0}$ ) относительно центральных осей  $x_0$  и  $y_0$ , площадь сечения  $A$ , расстояние  $a$  между осями  $x_0$  и  $x$ , а также расстояние  $v$  между осями  $y_0$  и  $y$  (рисунок 1.4). Формулы изменения моментов инерции при переходе от центральных осей к параллельным им нецентральных таковы:

$$\begin{aligned} J_x &= J_{x_0} + a^2 A; \\ J_y &= J_{y_0} + v^2 A; \\ D_{xy} &= D_{x_0 y_0} + a \cdot v \cdot A. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Формулы (1.14) часто применяются для вычисления моментов инерции сложных сечений. Из этих формул видно, что осевой момент инерции относительно любой нецентральной оси больше, чем относительно параллельной ей центральной.



## 1.6 Зависимости между моментами инерции при повороте осей

Пусть известны моменты инерции сечения  $J_x$ ,  $J_y$  и  $D_{xy}$  относительно осей  $x$ ,  $y$  (рисунок 1.5). Повернем оси  $x$ ,  $y$  на угол  $\alpha$  против часовой стрелки, считая угол поворота осей в этом направлении положительным.

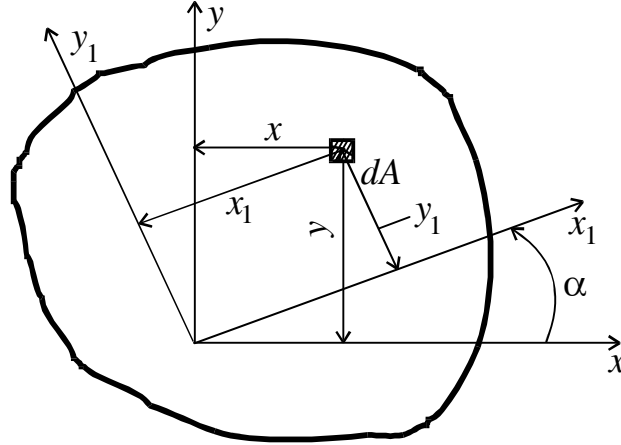


Рисунок 1.5

Моменты инерции сечения относительно нового положения осей  $x_1$ ,  $y_1$  равны:

$$J_{x_1} = J_x \cdot \cos^2 \alpha + J_y \cdot \sin^2 \alpha - D_{xy} \cdot \sin 2\alpha \quad (1.15)$$

$$J_{y_1} = J_x \cdot \sin^2 \alpha + J_y \cdot \cos^2 \alpha + D_{xy} \cdot \sin 2\alpha; \quad (1.16)$$

$$D_{x_1 y_1} = D_{xy} \cdot \cos 2\alpha - \frac{1}{2} (J_y - J_x) \cdot \sin 2\alpha. \quad (1.17)$$

Отметим, что формулы (1.15), (1.16) и (1.17), полученные при повороте любой системы осей, справедливы и для центральных осей.

Складывая левые и правые части формул (1.15) и (1.16), получаем:

$$J_{x_1} + J_{y_1} = J_x + J_y. \quad (1.18)$$

Таким образом, при повороте осей сумма осевых моментов инерции не изменяется.

## 1.7 Главные оси. Главные моменты инерции

С изменением угла поворота  $\alpha$  осей каждая из величин  $J_{x_1}$  и  $J_{y_1}$  меняется, а сумма их согласно выражению (1.18) остается неизменной. Следовательно, существует такой угол  $\alpha_0$  (рисунок 1.6), при котором один из осевых моментов инерции достигает своего максимального значения, а другой осевой момент

инерции принимает минимальное значение. Одновременно центробежный момент инерции при указанном угле обращается в нуль. Будем обозначать оси, соответствующие углу  $\alpha_0$ , буквами  $u, v$ .

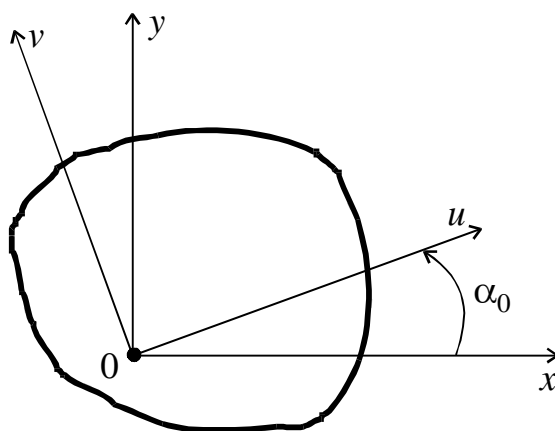


Рисунок 1.6

Оси  $u, v$ , относительно которых центробежный момент инерции  $D_{uv}$  равен нулю, а осевые моменты инерции  $J_u, J_v$  принимают экстремальные значения, называются **главными осями**. Если они к тому же являются центральными, то они называются **главными центральными осями**. Осевые моменты инерции  $J_u, J_v$  относительно главных осей называются **главными моментами инерции**.

Дифференцируя выражения (1.15) и (1.16) по  $\alpha$  и приравнявая производную к нулю, находится выражение для угла  $\alpha_0$ , определяющего положение (направление) главных осей:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2D_{xy}}{J_y - J_x}. \quad (1.19)$$

Главные моменты инерции определяются по формулам:

$$\begin{aligned} J_u &= \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\alpha_0 - D_{xy} \sin 2\alpha_0; \\ J_v &= \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\alpha_0 + D_{xy} \sin 2\alpha_0 \end{aligned} \quad (1.20)$$

Учитывая, что

$$\cos 2\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}} \quad \text{и} \quad \sin 2\alpha_0 = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha_0}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}},$$

исключаем при помощи выражения (1.19) угол  $\alpha_0$ . Тогда получаем другую формулу для определения главных моментов инерции:

$$J_{\max/\min} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_x)^2 + 4D_{xy}^2} \quad (1.21)$$

Верхний знак (плюс) соответствует максимальному моменту инерции, а нижний (минус) – минимальному.

**Если сечение имеет хотя бы одну ось симметрии, то эта ось симметрии всегда является главной** (рисунок 1.7). Действительно, центробежный момент инерции  $D_{xy}$  такого сечения равен нулю. Это следует из того, что в этом случае для какого-либо элемента  $dA$  с положительным значением  $x$  существует равный и симметрично расположенный элемент  $dA'$  с отрицательным  $x$ : в результате интеграл (1.7) обращается в нуль. Таким образом, для сечений, имеющих хотя бы одну ось симметрии, главные оси устанавливаются без вычислений. Одна ось совмещается с осью симметрии, а другая проводится перпендикулярно ей. На рисунке 1.7 оси  $y, x$  являются главными центральными осями сечения.

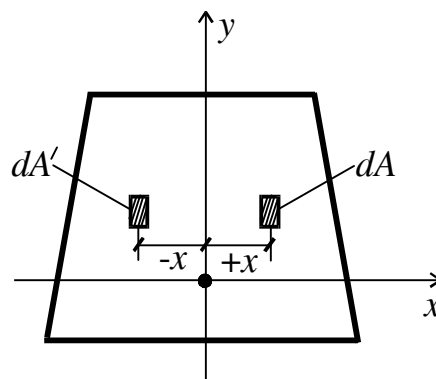


Рисунок 1.7

Главным осям сечения соответствуют **главные радиусы инерции**:

$$i_u = \sqrt{\frac{J_u}{A}}; \quad i_v = \sqrt{\frac{J_v}{A}}. \quad (1.22)$$

Главные оси сечения указывают направление наибольшей (ось  $J_{\min}$ ) и наименьшей (ось  $J_{\max}$ ) жесткости сечения. Отметим, что плоскости, проведенные через ось стержня и главные оси сечения, называются главными плоскостями.

## 2 Расчетно-проектировочная работа (РПР) № 1. Определение геометрических характеристик плоских сечений

При выполнении РПР № 1 необходимо решить 3 задачи: в задачах № 1 и № 2 дается сечение, одна из центральных осей которого является осью симметрии фигуры; в задаче № 3 - сечение, не имеющее оси симметрии.

### 2.1 Задача №1

**Дано:**  $a = 100$  см;  $b = 80$  см;  $b = D$  (диаметр полукруга).

**Определить** положение главных осей и вычислить главные центральные моменты инерции сечения.

### Решение:

1 Заданное сечение вычерчивается в масштабе, каждая составляющая часть сечения нумеруется (*I* - прямоугольник, *II* - полукруг). В соответствии с нумерацией проводятся и обозначаются собственные центральные оси (рисунок 2.1) каждой части сечения (оси  $y_1$  и  $x_1$ ,  $y_2$  и  $x_2$ ).

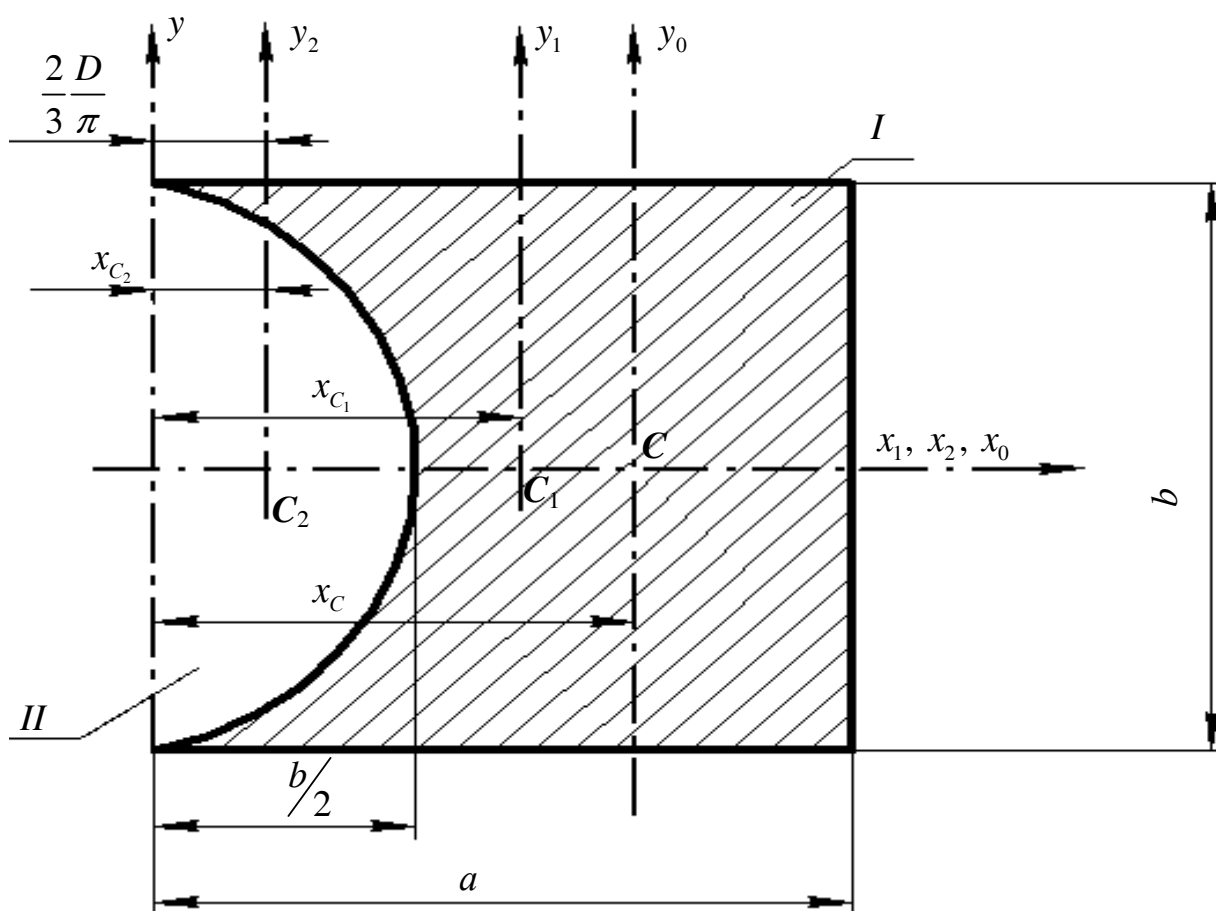


Рисунок 2.1

2 Вычисляются координаты  $y_C$  и  $x_C$  центра тяжести сечения.

Горизонтальная ось является осью симметрии сечения, поэтому центр тяжести находится на этой оси: значит центральная ось  $x_0$  совпадает с  $x_1, x_2$  (т.е.  $y_C=0$ ).

Для определения абсциссы  $x_C$  центра тяжести сечения выбирается вспомогательная ось  $y$ , тогда:

$$x_C = \frac{S_y}{A},$$

где  $S_y$  - статический момент площади сечения относительно вспомогательной оси  $y$  (определяется как разность статических моментов прямоугольника  $I$  и полукруга  $II$  диаметром  $D = b$ ):

$$\begin{aligned} S_y &= S_y^I - S_y^{II} = A_1 \cdot x_{C_1} - A_2 \cdot x_{C_2} = (a \cdot b) \cdot \frac{a}{2} - \left( \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot 2} \right) \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{D}{\pi} = \\ &= 100 \cdot 80 \cdot 50 - \frac{3,14 \cdot 80^2}{4 \cdot 2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{80}{3,14} = 400000 - 42600 = 357400 \text{ см}^3; \end{aligned}$$

$A$  - площадь сечения (разность площадей прямоугольника и полукруга):

$$A = A_1 - A_2 = a \cdot b - \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot 2} = 100 \cdot 80 - \frac{3,14 \cdot 80^2}{4 \cdot 2} = 5488 \text{ см}^2,$$

тогда  $x_C = \frac{S_y}{A} = \frac{357400}{5488} = 65 \text{ см}.$

Абсцисса  $x_C = 65$  см откладывается (в масштабе) от вспомогательной оси  $y$ , и отмечается положение центра тяжести сечения  $C$ . Проводится центральная ось  $y_0$  сечения.

Так как сечение имеет ось симметрии (ось  $x_0$ ), то центральные оси  $y_0$  и  $x_0$  одновременно являются и главными осями. Таким образом  $y_0, x_0$  - главные центральные оси.

3 Вычисляются главные центральные моменты инерции  $J_{x_0}$  и  $J_{y_0}$  сечения как разность моментов инерции прямоугольника и полукруга:

$$\begin{aligned} J_{x_0} &= J_{x_0}^I - J_{x_0}^{II} = J_{x_1}^I - J_{x_2}^{II} = \\ &= \frac{a \cdot b^3}{12} - \frac{\pi \cdot D^4}{128} = \frac{100 \cdot 80^3}{12} - \frac{3,14 \cdot 80^4}{128} = 326,3 \cdot 10^4 \text{ см}^4, \end{aligned}$$

где  $J_{x_0}^I, J_{x_0}^{II}$  - моменты инерции прямоугольника и полукруга относи-

тельно главной центральной оси  $x_0$ ;

$J_{x_1}^I, J_{x_2}^{II}$  - моменты инерции прямоугольника и полукруга относительно собственных центральных осей  $x_1$  и  $x_2$ .

При этом  $J_{x_0}^I = J_{x_1}^I, J_{x_0}^{II} = J_{x_2}^{II}$  так как оси  $x_0, x_1$  и  $x_2$  совпадают.

$$J_{y_0} = J_{y_0}^I - J_{y_0}^{II} = (J_{y_1}^I + C_1 C^2 \cdot A_1) - (J_{y_2}^{II} + C_2 C^2 \cdot A_2),$$

где  $J_{y_0}^I, J_{y_0}^{II}$  - моменты инерции прямоугольника и полукруга относительно главной центральной оси  $y_0$ ;

$J_{y_1}^I, J_{y_2}^{II}$  - моменты инерции прямоугольника и полукруга относительно собственных центральных осей  $y_1$  и  $y_2$ .

При этом  $J_{y_0}^I \neq J_{y_1}^I, J_{y_0}^{II} \neq J_{y_2}^{II}$ , так как оси  $y_0, y_1$  и  $y_2$  не совпадают.

$C_1 C = (x_C - x_{C_1})$  - расстояние между осями  $y_1$  и  $y_0$ ;

$C_2 C = (x_C - x_{C_2})$  - расстояние между осями  $y_2$  и  $y_0$ .

Тогда:

$$\begin{aligned} J_{y_0} &= \left[ J_{y_1}^I + (x_C - x_{C_1})^2 \cdot A_1 \right] - \left[ J_{y_2}^{II} + (x_C - x_{C_2})^2 \cdot A_2 \right] = \\ &= \left[ \frac{b \cdot a^3}{12} + \left( x_C - \frac{a}{2} \right)^2 \cdot (a \cdot b) \right] - \left[ 0,00686 D^4 + \left( x_C - \frac{2}{3} \cdot \frac{D}{\pi} \right)^2 \left( \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot 2} \right) \right] = \\ &= \left[ \frac{80 \cdot 100^3}{12} + (65 - 50)^2 \cdot (100 \cdot 80) \right] - \left[ 0,00686 \cdot 80^4 + \left( 65 - \frac{2}{3} \cdot \frac{80}{3,14} \right)^2 \left( \frac{3,14 \cdot 80^2}{4 \cdot 2} \right) \right] = \\ &= 846,6 \cdot 10^4 - 607,9 \cdot 10^4 = 238,7 \cdot 10^4 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $x_C = 65$  см;

$y_C = 0$ ;

$J_{x_0} = 326,3 \cdot 10^4 \text{ см}^4$ ;

$J_{y_0} = 238,7 \cdot 10^4 \text{ см}^4$ .

## 2.2 Задача № 2

**Дано:** швеллер № 20 - 2 шт., двутавр № 16, плита 200 мм × 8 мм.

**Определить** положение главных центральных осей и вычислить главные центральные моменты инерции сечения.

### Решение:

1 Заданное сечение вычерчивается в масштабе, каждая составляющая часть сечения нумеруется (*I* - швеллеры, *II* - двутавр, *III* –плита прямоугольного сечения). В соответствии с нумерацией (рисунок 2.2) проводятся и обозначаются собственные центральные оси каждой части сечения (оси  $y_1$  и  $x_1$ ,  $y_2$  и  $x_2$ ,  $y_3$  и  $x_3$ ).

2 Находятся значения площади и моментов инерции каждого элемента сечения относительно собственных центральных осей, при этом для швеллера № 20 и двутавра № 16 эти значения берутся из таблиц Б.1 и Б.2 приложения Б ("Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент." ГОСТ 8240-97 и "Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент." ГОСТ 8239-89).

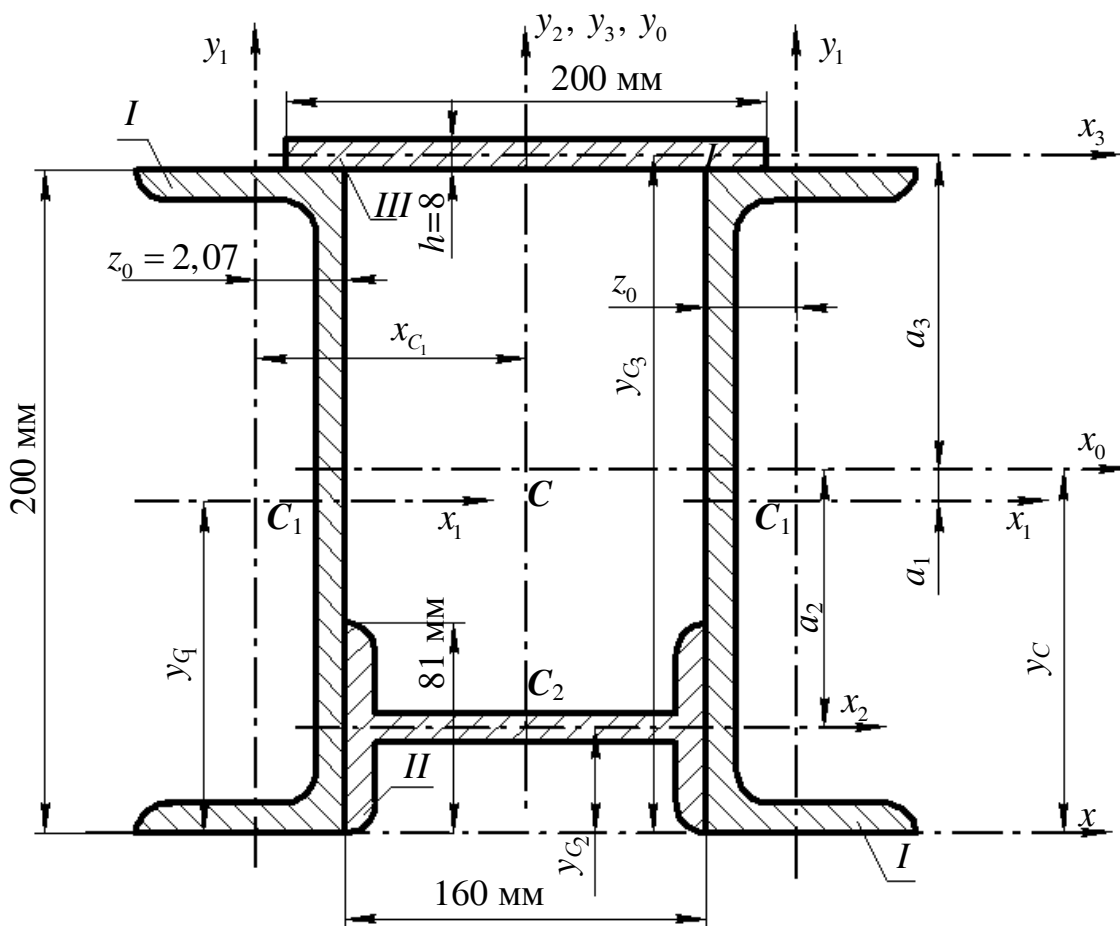


Рисунок 2.2

Для швеллера № 20 (порядковый номер - *I*):

$A_1 = 23,4 \text{ см}^2$ ;  $J_{x_1}^I = 1520 \text{ см}^4$ ;  $J_{y_1}^I = 113 \text{ см}^4$ ;  $z_0 = 2,07 \text{ см}$  (размер, опреде-

ляющий положение центра тяжести швеллера).

Для **двутавра № 16** (порядковый номер - II):

$$A_2 = 20,2 \text{ см}^2; J_{x_2}^{II} = 58,6 \text{ см}^4; J_{y_2}^{II} = 873 \text{ см}^4.$$

Отметим, что в таблице ГОСТ 8239-89 дано  $J_{x_2}^{II} = 873$  и  $J_{y_2}^{II} = 58,6$ , однако, эти значения в нашем случае пришлось поменять местами, так как двутавр повернут на  $90^\circ$  по сравнению с тем, как он изображен в стандарте (т.е. оси  $y_2$  и  $x_2$  поменялись местами).

Для **плиты** (порядковый номер - III):

$$A_3 = b \times h = 20 \times 0,8 = 16 \text{ см}^2$$

$$I_{x_3}^{III} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 0,8^3}{12} = 0,85 \text{ см}^4$$

$$I_{y_3}^{III} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,8 \cdot 20^3}{12} = 533 \text{ см}^4$$

3 Вычисляются координаты  $y_C$  и  $x_C$  центра тяжести сечения. Вертикальная ось является осью симметрии сечения, поэтому центр тяжести находится на этой оси: значит, центральная ось  $y_0$  совпадает с  $y_3$ ,  $y_2$  (абсцисса  $x_C = 0$ ).

Для определения ординаты  $y_C$  центра тяжести сечения выбирается вспомогательная ось  $x$ , тогда:

$$y_C = \frac{S_x}{A},$$

где  $S_x$  - статический момент площади сечения относительно вспомогательной оси  $x$  (определяется как сумма статических моментов двух швеллеров, двутавра и плиты):

$$\begin{aligned} S_x &= 2 \cdot S_x^I + S_x^{II} + S_x^{III} = 2A_1 \cdot y_{C_1} + A_2 \cdot y_{C_2} + A_3 \cdot y_{C_3} = \\ &= 2 \cdot 23,4 \cdot \frac{20}{2} + 20,2 \cdot \frac{8,1}{2} + 16 \cdot (20 + 0,4) = 877 \text{ см}^3; \end{aligned}$$

$A$  - площадь сечения (сумма площадей двух швеллеров, двутавра и плиты):

$$A = 2A_1 + A_2 + A_3 = 2 \cdot 23,4 + 20,2 + 16 = 83 \text{ см}^2.$$



$$\text{Тогда } y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{877}{83} = 10,6 \text{ см.}$$

Ордината  $y_C = 10,6$  см откладывается (в масштабе) от вспомогательной оси  $x$ , и отмечается положение центра тяжести сечения  $C$ . Проводится центральная ось  $x_0$  сечения.

Так как сечение имеет ось симметрии (оси  $y_0$ ), то центральные оси  $y_0$  и  $x_0$  одновременно являются и главными осями. Таким образом,  $y_0$  и  $x_0$  - главные центральные оси.

4 Вычисляются главные центральные моменты инерции  $J_{y_0}$  и  $J_{x_0}$  сечения как сумма моментов инерции двух швеллеров, двутавра и плиты.

Главный центральный момент инерции сечения относительно оси  $y_0$  равен:

$$J_{y_0} = 2J_{y_0}^I + J_{y_0}^{II} + J_{y_0}^{III} = 2\left(J_{y_1}^I + x_{C_1}^2 \cdot A_1\right) + J_{y_2}^{II} + J_{y_3}^{III},$$

где  $J_{y_0}^I, J_{y_0}^{II}, J_{y_0}^{III}$  - моменты инерции швеллера, двутавра и плиты относительно главной центральной оси  $y_0$

$J_{y_1}^I, J_{y_2}^{II}, J_{y_3}^{III}$  - моменты инерции швеллера, двутавра и плиты относительно собственных центральных осей  $y_1, y_2$  и  $y_3$ .

При этом  $J_{y_0}^{II} = J_{y_2}^{II}$  и  $J_{y_0}^{III} = J_{y_3}^{III}$ , так как оси  $y_0, y_2, y_3$  совпадают, но  $J_{y_0}^I \neq J_{y_1}^I$ , так как оси  $y_0$  и  $y_1$  не совпадают.

$x_{C_1} = (8 + z_0)$  - расстояние между осями  $y_0$  и  $y_1$

Тогда:

$$\begin{aligned} J_{y_0} &= 2J_{y_0}^I + J_{y_0}^{II} + J_{y_0}^{III} = 2 \cdot \left[ J_{y_1}^I + (8 + z_0)^2 \cdot A_1 \right] + J_{y_2}^{II} + J_{y_3}^{III} = \\ &= 2 \cdot \left[ 113 + (8 + 2,07)^2 \cdot 23,4 \right] + 873 + 533 = 6378 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Главный центральный момент инерции сечения относительно оси  $x_0$  (с учетом формулы перехода при параллельном переносе осей) равен:

$$J_{x_0} = 2J_{x_0}^I + J_{x_0}^{II} + J_{x_0}^{III} = 2\left(J_{x_1}^I + a_1^2 \cdot A_1\right) + \left(J_{x_2}^{II} + a_2^2 \cdot A_2\right) + \left(J_{x_3}^{III} + a_3^2 \cdot A_3\right),$$

где  $J_{x_0}^I, J_{x_0}^{II}, J_{x_0}^{III}$  - моменты инерции швеллера, двутавра и плиты относительно главной центральной оси  $x_0$ ;

$J_{x_1}^I, J_{x_2}^II, J_{x_3}^III$  - моменты инерции швеллера, двутавра и плиты относительно собственных центральных осей  $x_1, x_2, x_3$ .

При этом  $J_{x_0}^I \neq J_{x_1}^I, J_{x_0}^II \neq J_{x_2}^II, J_{x_0}^III \neq J_{x_3}^III$ , так как оси  $x_0, x_1, x_2, x_3$  не совпадают.

$a_1 = (y_{C_1} - y_C)$  - расстояние между осями  $x_1$  и  $x_0$ ;

$a_2 = (y_{C_2} - y_C)$  - расстояние между осями  $x_2$  и  $x_0$ ;

$a_3 = (y_{C_3} - y_C)$  - расстояние между осями  $x_3$  и  $x_0$ .

Тогда:

$$\begin{aligned} J_{x_0} &= 2J_{x_0}^I + J_{x_0}^II + J_{x_0}^III = 2\left[J_{x_1}^I + (y_{C_1} - y_C)^2 \cdot A_1\right] + \left[J_{x_2}^II + (y_{C_2} - y_C)^2 \cdot A_2\right] + \\ &+ \left[J_{x_3}^III + (y_{C_3} - y_C)^2 \cdot A_3\right] = 2\left[1520 + (10 - 10,6)^2 \cdot 23,4\right] + \\ &+ \left[58,6 + (4,05 - 10,6)^2 \cdot 20,2\right] + \left[0,85 + (20,4 - 10,6)^2 \cdot 16\right] = \\ &= 3075 + 925 + 1538 = 5520 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $y_C = 10,6 \text{ см};$   $x_C = 0;$   
 $J_{y_0} = 6378 \text{ см}^4;$   $J_{x_0} = 5520 \text{ см}^4.$

### 2.3 Задача № 3

**Дано:** плита 20 см × 2 см; швеллер № 16; уголок неравнобокий №7,5/5 ( $d=8$ );  $l=8$  см.

**Определить** положение главных центральных осей, вычислить главные центральные моменты инерции сечения и построить эллипс инерции.

#### Решение:

1 Заданное сечение вычерчивается в масштабе, каждая составляющая часть сечения нумеруется (*I* – плита, *II* – швеллер, *III* – уголок неравнобокий). В соответствии с нумерацией (рисунок 2.3) проводятся и обозначаются собственные центральные оси каждой части сечения (оси  $y_1$  и  $x_1$ ,  $y_2$  и  $x_2$ ,  $y_3$  и  $x_3$ ).

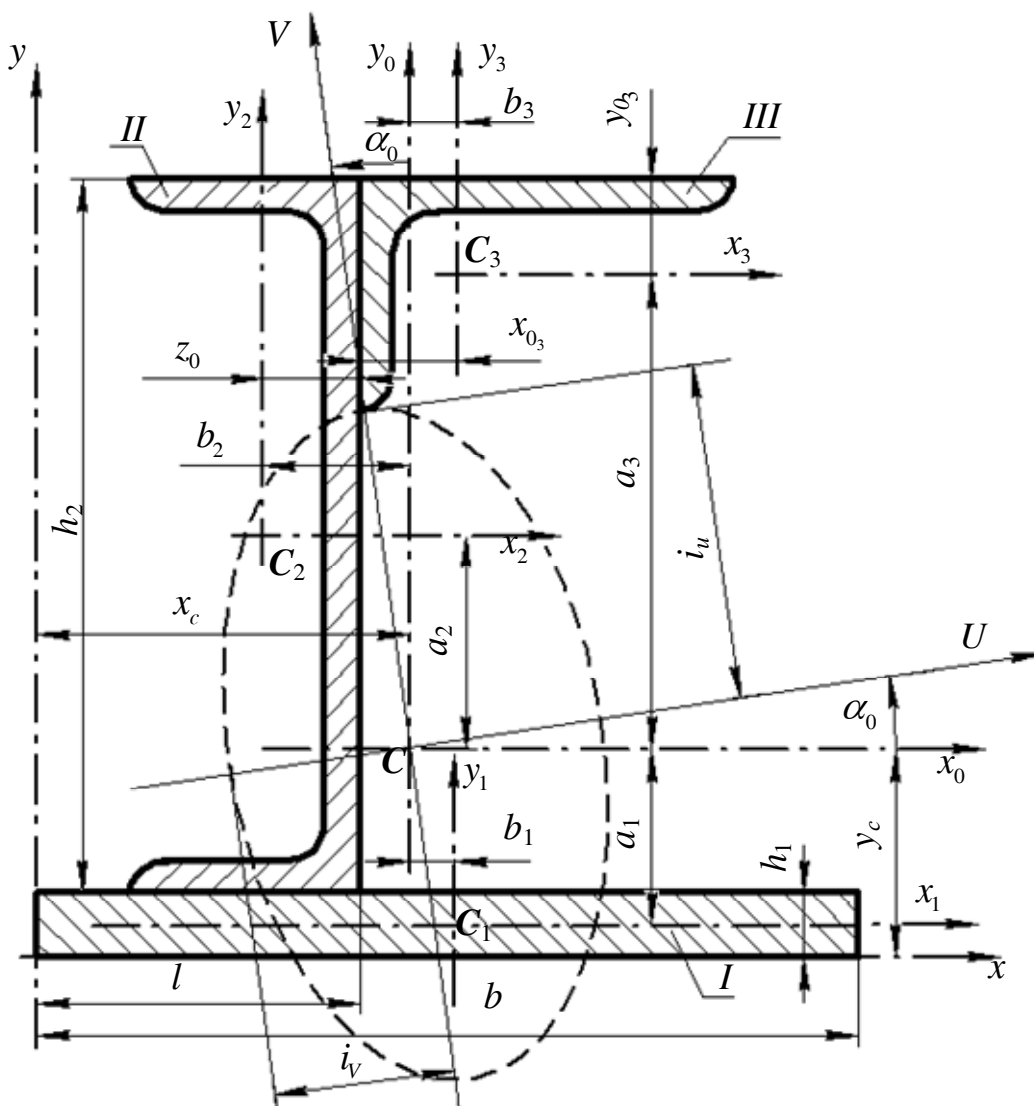


Рисунок 2.3

2 Находятся значения площади и моментов инерции каждого элемента сечения относительно собственных центральных осей, при этом для швеллера № 16 и уголка неравнобокого № 7,5/5 эти значения берутся из таблиц сорта-

мента (ГОСТ 8240-97 "Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент." и ГОСТ 8510-86 "Уголки стальные горячекатаные неравнобокие. Сортамент.").

Для **плиты** (порядковый номер - *I*):

$$A_1 = b \cdot h = 20 \cdot 2 = 40 \text{ см}^2;$$

$$J_{x_1}^I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 2^3}{12} = 13,3 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_1}^I = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{2 \cdot 20^3}{12} = 1333 \text{ см}^4.$$

Для **швеллера** № 16 (порядковый номер - *II*):

$A_2 = 18,1 \text{ см}^2$ ;  $J_{x_2}^{II} = 747 \text{ см}^4$ ;  $J_{y_2}^{II} = 63,3 \text{ см}^4$ ;  $z_0 = 1,8 \text{ см}$  (размер, определяющий положение центра тяжести швеллера).

Для **уголка** № 7,5/5 ( $d=8$ ) (порядковый номер - *III*):

$A_3 = 9,47 \text{ см}^2$ ;  $J_{x_3}^{III} = 18,5 \text{ см}^4$ ;  $J_{y_3}^{III} = 52,4 \text{ см}^4$ ;  $x_{0_3} = 2,52 \text{ см}$ ;  $y_{0_3} = 1,29 \text{ см}$  (размеры, определяющие положения центральных осей  $y_3$  и  $x_3$  уголка).

$\text{tg} \alpha_3 = 0,430$  ( $\alpha_3$ -угол наклона главных осей уголка).

Отметим, что в таблице ГОСТ 8510-86 дано  $J_{x_3}^{III} = 52,4 \text{ см}^4$  и  $J_{y_3}^{III} = 18,5 \text{ см}^4$  однако, эти значения в нашем случае пришлось поменять местами, так как уголок повернут на  $90^\circ$  по сравнению с тем, как он изображен в стандарте (т.е. оси  $y_3$  и  $x_3$  поменялись местами). По той же причине поменялись местами значения  $x_{0_3}$  и  $y_{0_3}$ , определяющие положения осей  $y_3$  и  $x_3$ .

3 Вычисляются координаты  $x_C$  и  $y_C$  центра тяжести сечения. С этой целью выбираются вспомогательные оси  $y$  и  $x$  с началом координат  $O$  так, чтобы сечение было расположено в первом квадранте. Тогда абсцисса  $x_C$  центра тяжести сечения равна:

$$x_C = \frac{S_y}{A},$$

где  $S_y$  - статический момент площади сечения относительно вспомогательной оси  $y$  (определяется как сумма статических моментов плиты, швеллера и уголка):

$$\begin{aligned} S_y &= S_y^I + S_y^{II} + S_y^{III} = A_1 \cdot x_{C_1} + A_2 \cdot x_{C_2} + A_3 \cdot x_{C_3} = \\ &= 40 \cdot 10 + 18,1 \cdot (8 - 1,8) + 9,47 \cdot (8 + 2,52) = 611,84 \text{ см}^3. \end{aligned}$$

$$x_{C_1} = \frac{b}{2} = 10 \text{ см}; \quad x_{C_2} = l - z_0 = 8 - 1,8 = 6,2 \text{ см}; \quad x_{C_3} = l + x_{0_3} = 8 + 2,52 = 10,52 \text{ см}$$

- абсциссы центров тяжести отдельных частей сечения.

$A$  - площадь сечения (сумма площадей плиты, швеллера и уголка):

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 40 + 18,1 + 9,47 = 67,57 \text{ см}^2.$$

Тогда

$$x_C = \frac{S_y}{A} = \frac{611,84}{67,57} = 9,05 \text{ см}$$

Ордината  $y_C$  центра тяжести сечения равна:

$$y_C = \frac{S_x}{A},$$

где  $S_x$  - статический момент площади сечения относительно вспомогательной оси  $x$ , равный:

$$\begin{aligned} S_x &= S_x^I + S_x^{II} + S_x^{III} = A_1 \cdot y_{C_1} + A_2 \cdot y_{C_2} + A_3 \cdot y_{C_3} = \\ &= 40 \cdot 1 + 18,1 \cdot (2 + 8) + 9,47 \cdot (2 + 16 - 1,29) = 379,2 \text{ см}^3 \end{aligned}$$

$y_{C_1} = \frac{h}{2} = 1 \text{ см}; \quad y_{C_2} = h + 0,5h_2 = 2 + 8 = 10 \text{ см}; \quad y_{C_3} = h + h_2 - y_{0_3} = 2 + 16 - 1,29 = 16,71 \text{ см}$  - ординаты центров тяжести отдельных частей сечения.

Тогда

$$y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{379,2}{67,57} = 5,61 \text{ см}$$

Абсцисса  $x_C = 9,05 \text{ см}$  и ордината  $y_C = 5,61 \text{ см}$  откладываются (в масштабе) от начала координат  $O$  вспомогательной системы координат, и отмечается положение центра тяжести сечения  $C$ . Проводятся оси  $y_0$  и  $x_0$  - центральные оси сечения.

4 Вычисляются центральные осевые моменты инерции  $J_{x_0}$  и  $J_{y_0}$  сечения, используя формулы перехода при параллельном переносе осей:

$$\begin{aligned} J_{x_0} &= J_{x_0}^I + J_{x_0}^{II} + J_{x_0}^{III} = \left( J_{x_1}^I + a_1^2 \cdot A_1 \right) + \left( J_{x_2}^{II} + a_2^2 \cdot A_2 \right) + \left( J_{x_3}^{III} + a_3^2 \cdot A_3 \right) = \\ &= \left[ 13,3 + (-4,61)^2 \cdot 40 \right] + \left( 747 + 4,39^2 \cdot 18,1 \right) + \left( 18,5 + 11,1^2 \cdot 9,47 \right) = 3144 \text{ см}^4, \end{aligned}$$

где  $a_1, a_2, a_3$  - расстояния от оси  $x_0$  до осей  $x_1, x_2, x_3$  соответственно:

$$a_1 = (y_{C_1} - y_C) = 1 - 5,61 = -4,61 \text{ см},$$

$$a_2 = (y_{C_2} - y_C) = 10 - 5,61 = 4,39 \text{ см},$$

$$a_3 = (y_{C_3} - y_C) = 16,71 - 5,61 = 11,1 \text{ см}.$$

Знак "минус" величины  $a_1$  означает, что центральная ось  $x_1$  плиты расположена ниже центральной оси  $x_0$  всего сечения.

$$\begin{aligned} J_{y_0} &= J_{y_0}^I + J_{y_0}^{II} + J_{y_0}^{III} = \left( J_{y_1}^I + b_1^2 \cdot A_1 \right) + \left( J_{y_2}^{II} + b_2^2 \cdot A_2 \right) + \left( J_{y_3}^{III} + b_3^2 \cdot A_3 \right) = \\ &= (1333 + 0,95^2 \cdot 40) + [63,3 + (-2,85)^2 \cdot 18,1] + (52,4 + 1,47^2 \cdot 9,47) = 1652 \text{ см}^4 \end{aligned}$$

где  $b_1; b_2; b_3$  - расстояния от оси  $y_0$  до осей  $y_1, y_2, y_3$  соответственно:

$$b_1 = (x_{C_1} - x_C) = 10 - 9,05 = 0,95 \text{ см}$$

$$b_2 = (x_{C_2} - x_C) = 6,2 - 9,05 = -2,85 \text{ см}$$

$$b_3 = (x_{C_3} - x_C) = 10,52 - 9,05 = 1,47 \text{ см}$$

Знак "минус" величины  $b_2$  означает, что центральная ось  $y_2$  швеллера расположена левее центральной оси  $y_0$  всего сечения. Отметим, что  $J_{x_0} > J_{y_0}$  ( $3144 > 1652$ ).

5 Вычисляется центробежный момент инерции сечения относительно центральных осей  $x_0$  и  $y_0$ :  $D_{x_0 y_0} = D_{x_0 y_0}^I + D_{x_0 y_0}^{II} + D_{x_0 y_0}^{III}$

Используя формулу перехода при параллельном переносе осей, для каждой из частей сечения получаем:

$$\text{Для плиты: } D_{x_0 y_0}^I = D_{x_1 y_1}^I + a_1 \cdot b_1 \cdot A_1 = 0 + (-4,61) \cdot 0,95 \cdot 40 = -157 \text{ см}^4.$$

При этом центробежный момент инерции сечения плиты относительно собственных центральных осей  $x_1$  и  $y_1$  равен нулю ( $D_{x_1 y_1}^I = 0$ ), так как это сечение имеет оси симметрии ( $x_1$  и  $y_1$ ), а значит, его центральные оси одновременно являются и главными осями.

$$\text{Для швеллера: } D_{x_0 y_0}^{II} = D_{x_2 y_2}^{II} + a_2 \cdot b_2 \cdot A_2 = 0 + 4,39 \cdot (-2,85) \cdot 18,1 = -226,5 \text{ см}^4.$$

При этом  $D_{x_2 y_2}^{II} = 0$ , так как швеллер имеет ось симметрии (ось  $x_2$ ).

Для уголка неравнобокого:  $D_{x_0y_0}^{III} = D_{x_3y_3}^{III} + a_3 \cdot b_3 \cdot A_3$

При этом  $D_{x_3y_3}^{III} \neq 0$ , так как оси  $x_3$  и  $y_3$  не являются осями симметрии уголка. Для расчета  $D_{x_3y_3}^{III}$  можно воспользоваться формулой для определения положения главных осей сечения ( $tg 2\alpha = 2D_{xy} / (J_y - J_x)$ )

Из этой формулы следует:

$$D_{x_3y_3}^{III} = \frac{tg 2\alpha_3 (J_{y_3}^{III} - J_{x_3}^{III})}{2} = \frac{1,055 \cdot (52,4 - 18,5)}{2} = 17,9 \text{ см}^4.$$

Значение  $tg 2\alpha_3 = 1,055$  определяется в следующем порядке:

согласно таблице ГОСТ 8510-86  $tg \alpha_3 = 0,430$ ; тогда  $\alpha_3 = 23^\circ 16'$ ;  $2\alpha_3 = 2 \cdot 23^\circ 16' = 46^\circ 32'$ , а  $tg 2\alpha_3 = tg 46^\circ 32' = 1,055$

### Примечания

1 Для определения знака центробежного момента инерции сечения неравнобокого уголка можно воспользоваться следующей схемой: (т.е. для уголка, расположенного в I и III четвертях,  $D_{xy} < 0$  во II и IV четвертях -  $D_{xy} > 0$ ).

2 Расчет центробежного момента инерции равнобокого уголка удобнее выполнять по формуле:

$$D_{xy} = \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \cdot \sin 2\alpha_0 + D_{x_0y_0} \cdot \cos 2\alpha_0,$$

где  $\alpha_0 = 45^\circ$  - угол наклона главных осей равнобокого уголка.

Тогда

$$D_{xy} = \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \cdot \sin 90^\circ + 0 = \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2},$$

где  $J_{x_0}, J_{y_0}$  - главные моменты инерции сечения равнобокого уголка (берутся из таблицы Б.3 приложения Б ГОСТ 8509-93 "Уголки стальные горячекатаные равнобокие. Сортамент."). При этом

$$D_{x_0y_0} = 0$$

Знак  $D_{xy}$  для равнобокого уголка можно определять по вышеуказанной схеме для неравнобокого уголка (см. примечание п.1).

Таким образом, согласно указанной схеме знак  $D_{x_3y_3}^{III}$  для уголка № 7,5/5

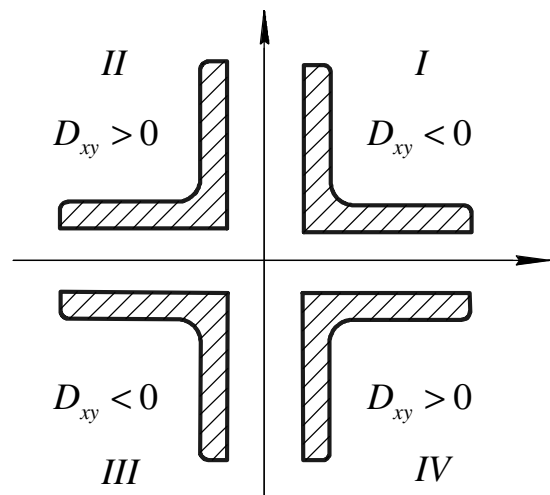


Рисунок 2.4

необходимо принять положительным, т.е.  $D_{x_3y_3}^{III} = +17,9 \text{ см}^4$ , так как уголок расположен в IV четверти. Тогда:

$$D_{x_0y_0}^{III} = D_{x_3y_3}^{III} + a_3 \cdot b_3 \cdot A_3 = 17,9 + 11,1 \cdot 1,47 \cdot 9,47 = 172,4 \text{ см}^4$$

Для всего сечения:

$$D_{x_0y_0} = D_{x_0y_0}^I + D_{x_0y_0}^{II} + D_{x_0y_0}^{III} = -175 - 226,5 + 172,4 = -229,1 \text{ см}^4$$

Итак,  $D_{x_0y_0} = -229,1 \text{ см}^4$

6 Определяется угол наклона главных осей сечения:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2D_{x_0y_0}}{J_{y_0} - J_{x_0}} = \frac{2 \cdot (-229,1)}{1652 - 3144} = +0,308$$

Тогда  $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = 17^\circ 10'$ , а  $\alpha_0 = 8^\circ 35'$

Угол  $\alpha_0 > 0$ , поэтому для определения положения главных осей  $U$  и  $V$  сечения центральные оси  $x_0$  и  $y_0$  поворачиваются против часовой стрелки на угол  $\alpha_0 = 8^\circ 35'$ .

Рекомендуется следующая методика обозначения главных осей  $U$  и  $V$ . Поворачивая центральную ось  $x_0$  на угол  $\alpha_0$  (против часовой стрелки, если  $\alpha_0 > 0$  или по ходу часовой стрелки, если  $\alpha_0 < 0$ ), получаем главную ось  $U$ , а ось  $V$  ей перпендикулярна. При этом если  $J_{x_0} > J_{y_0}$ , то максимальный момент инерции будет относительно главной оси  $U$  ( $J_U = J_{\max}$ ), а минимальный - относительно главной оси  $V$  ( $J_V = J_{\min}$ ). Если же  $J_{x_0} < J_{y_0}$ , то  $J_U = J_{\min}$ , а  $J_V = J_{\max}$ . В нашем случае  $J_{x_0} > J_{y_0}$  ( $3144 > 1652$ ), значит  $J_U = J_{\max}$ , а  $J_V = J_{\min}$

7 Вычисляются значения главных центральных моментов инерции сечения:

$$\begin{aligned} J_{U/V} &= \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x_0} - J_{y_0})^2 + 4D_{x_0y_0}^2} = \\ &= \frac{3144 + 1652}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(3144 - 1652)^2 + 4(-229,1)^2} \end{aligned}$$

Тогда  $J_U = J_{\max} = 3178 \text{ см}^4$ ,  
 $J_V = J_{\min} = 1618 \text{ см}^4$ .



**Проверка:**

а) Сумма осевых моментов инерции не меняется при повороте осей, то есть должно выполняться условие:

$$J_{x_0} + J_{y_0} = J_U + J_V$$

$$3144 + 1652 = 3173 + 1618, \text{ т.е. } 4796 = 4796$$

б) Главный момент инерции, имеющий максимальное значение, должен быть больше наибольшего осевого момента инерции относительно центральной оси. Главный момент инерции, имеющий минимальное значение, должен быть меньше наименьшего осевого момента инерции относительно центральной оси.

В рассматриваемом примере  $J_U = J_{\max}$ ,  $J_V = J_{\min}$ , и  $J_{x_0} > J_{y_0}$ . Тогда должны выполняться неравенства:  $J_U > J_{x_0}$  и  $J_V < J_{y_0}$  что соблюдается, так как  $3178 > 3144$ , и  $1618 < 1652$ .

8 Вычисляются значения главных радиусов инерции  $i_U, i_V$ , и строится по ним эллипс инерции сечения:

$$i_U = \sqrt{\frac{J_U}{A}} = \sqrt{\frac{3178}{67,57}} = 6,86 \text{ см} \qquad i_V = \sqrt{\frac{J_V}{A}} = \sqrt{\frac{1618}{67,57}} = 4,9 \text{ см}$$

Радиус инерции  $i_U$  откладывается по оси  $V$ , а радиус инерции  $i_V$  - по оси  $U$  (в масштабе): в результате получаются полуоси, на которых и строится эллипс инерции сечения.

**Ответ:**  $x_C = 9,05 \text{ см};$   $y_C = 5,61 \text{ см};$   
 $J_U = 3178 \text{ см}^4;$   $J_V = 1618 \text{ см}^4;$   
 $i_U = 6,86 \text{ см};$   $i_V = 4,9 \text{ см}.$   
 $\alpha_0 = 8^\circ 35';$

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

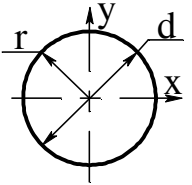
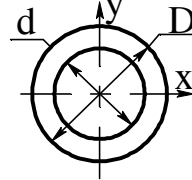
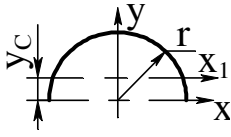
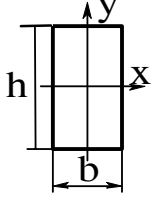
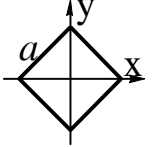
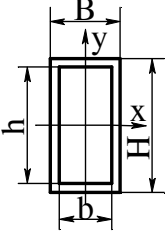
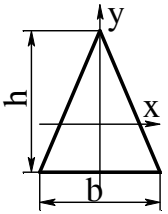
1 **Феодосьев, В.Н.** Сопротивление материалов./ В.Н. Феодосьев – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2007. - 592 с.

2 **Александров, А.В.** Сопротивление материалов./ А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.В. Державин. - М.: Высшая школа, 2003. – 560 с.

3 **Ромашов, Р.В.** Сопротивление материалов. Ч 1/ Р.В. Ромашов – Оренбург.: Изд-во ОГТУ, 1995 – 118 с.

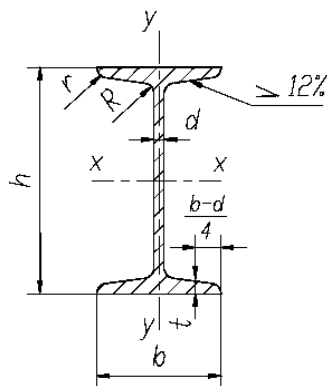
4 **Ромашов, Р.В.** Методические указания к выполнению расчетно-проектировочных работ по сопротивлению материалов. Ч 1/ Р.В. Ромашов – Оренбург.: Изд-во ОрПИ, 1991 – 55 с.

**Приложение А**  
**(справочное)**  
**Геометрические характеристики плоских сечений**

Тип сечения	Площадь $A$	Осевой момент инерции $J_x$	Момент сопротивления $W_x$
	$\frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2$	$\frac{\pi d^2}{64} = 0,05d^4$	$\frac{\pi d^3}{32} = 0,1d^3$
	$\alpha = \frac{d}{D}$	$\frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} \approx 0,05D^4(1 - \alpha^4)$	$\frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} \approx 0,1D^3(1 - \alpha^4)$
	$\frac{\pi r^2}{2}$	$0,11r^4$	$0,1912r^3$
	$bh$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$
	$a^2$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{12} \approx 0,118a^3$
	$BH - bh$	$\frac{BH^3 - bh^3}{12}$	$\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$
	$\frac{bh}{2}$	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{bh^2}{24}$ - для верхних волокон; $\frac{bh^2}{12}$ - для нижних волокон.

**Приложение Б**  
**(справочное)**  
**Сортамент прокатной стали**

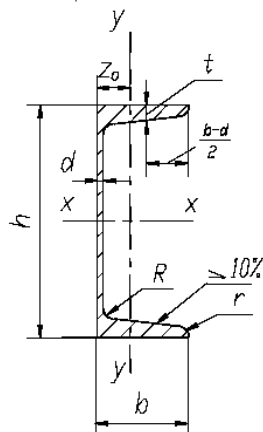
**Таблица Б.1 – Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)**



$A$  — площадь поперечного сечения;  
 $J$  — момент инерции;  
 $i$  — радиус инерции;  
 $W$  — момент сопротивления сечения;  
 $S$  — статический момент полусечения

№	$h$ , мм	$b$ , мм	$d$ , мм	$t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,80	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,5	7780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

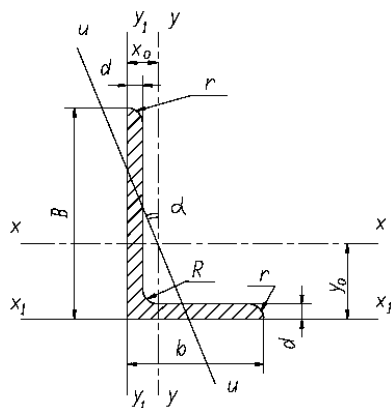
**Таблица Б.2 – Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-89)**



$A$  – площадь поперечного сечения;  
 $W$  – момент сопротивления;  
 $S$  – статический момент полусечения;  
 $J$  – момент инерции;  
 $i$  – радиус инерции

№	$h$ , мм	$b$ , мм	$d$ , мм	$t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y, C$ , м <sup>3</sup>	$i_y$ , см	$z_0$ , см
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,945	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,3	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	21,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,90	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	245	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10200	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68

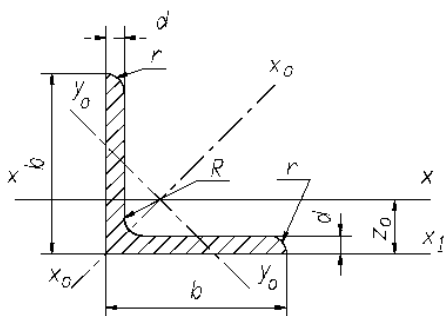
**Таблица Б.3 – Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8509-86)**



$A$  – площадь поперечного сечения;  
 $\alpha$  – угол наклона главной оси;  
 $J$  – момент инерции;  
 $i$  – радиус инерции

Номер	Размеры			Площадь, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей									
	$B$	$h$	$t$		$x-x$		$y-y$		$x_1-x_1$		$y_1-y_1$		$u-u$	
	мм				$J_x$	$i_x$	$J_y$	$i_y$	$J_{x1}$	$y_0$	$J_{y2}$	$x_0$	$J_u$	$i_u$
5/3,2	50	32	3	2,42	6,17	1,6	1,99	0,91	12,4	1,6	3,26	0,72	1,18	0,7
			4	3,17	7,98	1,59	2,56	0,9	16,6	1,85	4,42	0,76	1,52	0,6
6,3/4	63	40	4	4,04	16,3	2,01	5,16	1,13	33	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87
			5	4,98	19,9	2	6,26	1,12	41,1	2,08	10,8	0,95	3,72	0,86
			6	5,9	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86
			8	7,68	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,2	17,9	1,07	5,58	0,85
7/4,5	70	45	5	5,59	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98
8/5,0	80	50	5	6,36	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09
			6	7,55	49	2,55	14,8	1,4	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22
			6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22
			8	11,18	90,9	2,85	27,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21
10/6,3	100	63	6	9,59	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38
			7	11,1	113	3,19	35	1,78	232	3,28	58,7	1,46	20,8	1,37
			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,4	1,5	23,4	1,36
			10	15,5	154	3,15	47,1	1,55	333	3,4	85,8	1,58	28,3	1,35
12,5/8	125	80	7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43,4	1,76
			8	16	256	4	83	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1,75
			10	19,7	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74
14/9	140	90	8	18	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98
			10	22,2	444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96
16/10	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	1221	5,19	300	2,23	110	2,2
			10	25,3	667	5,13	204	2,84	1359	5,23	335	2,28	121	2,19
			12	30	784	5,11	239	2,82	1634	5,32	405	2,36	142	2,18
18/11	180	110	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	2920	6,5	718	2,79	264	2,75
			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	3189	6,54	786	2,83	285	2,74

**Таблица Б.4 – Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509-86)**



$A$  - площадь поперечного сечения;  
 $J$  - момент инерции;  
 $i$  - радиус инерции

№	$h$ , мм	$b$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{x_0 \max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x_0 \max}$ , см <sup>4</sup>	$J_{x_0 \min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x_0 \min}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см
4	40	3	2,35	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	1,09
		4	3,08	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	1,13
		5	3,79	5,53	1,20	8,75	1,54	2,30	0,79	1,17
4,5	45	3	2,65	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	1,21
		4	3,48	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	1,26
		5	4,29	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	1,30
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	1,33
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	1,38
		5	4,80	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	1,42
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	1,52
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	1,57
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	1,69
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	1,74
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	1,78
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	1,88
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	1,90
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	1,94
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	1,99
		8	10,7	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,49	2,02
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	2,02
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	2,06
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	2,10
		8	11,5	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	2,15
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	2,18
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	2,17
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	2,19
		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	2,23
		8	12,3	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	2,27
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	2,43
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	2,47
		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	2,51
		9	15,6	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	2,55

**Продолжение таблицы Б.4**

№	$h$ , мм	$b$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{x0\ max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x0\ max}$ , см <sup>4</sup>	$J_{y0\ min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y0\ min}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см
10	10 0	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	2,68
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,3	1,98	2,71
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	2,75
		10	19,2	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	2,83
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	2,91
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	2,99
		16	29,7	264	2,98	416	3,74	112	1,94	3,06
11	11 0	7	15,2	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	2,96
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	3,00
12,5	12 5	8	19,7	294	3,87	486	4,87	122	2,49	3,36
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	3,40
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	3,45
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	3,53
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	3,61
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	3,68
14	14 0	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	3,78
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	3,82
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	3,90
16	16 0	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	4,30
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	4,35
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	4,39
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	4,47
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	4,55
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	4,63
		24	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	4,70
18	18 0	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	4,85
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	4,89
20	20 0	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	5,73
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	5,42
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	761	3,97	5,46
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	5,54
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5,70
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	5,89
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	6,07
22	22 0	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	5,93
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	6,02
24	24 0	16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	6,75
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	6,83
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	6,91
25	25 0	22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	7,00
		25	119,7	7006	7,65	1112	9,54	2887	4,91	7,11
		28	133,1	7717	7,61	1224	9,59	3190	4,89	7,23
		30	142,0	8177	7,59	1296	9,56	3389	4,89	7,31



**Приложения В**  
**(обязательное)**  
**Исходные данные к задаче 1**

**Таблица В.1 – Данные к задаче № 1**

№ гр.	<i>a</i>	<i>b</i>
1	100	60
2	104	64
3	108	68
4	112	72
5	116	76
6	120	80
7	124	84
8	128	88
9	132	92
10	136	96
11	140	100
12	144	104
13	148	108
14	152	112
15	156	116
16	160	120
17	164	124
18	168	128
19	172	132
20	176	136

**Продолжение таблицы В.1**

№ гр.	<i>a</i>	<i>b</i>
21	140	100
22	96	56
23	92	52
24	88	48
25	84	44
26	80	40
27	100	80
28	96	76
29	92	72
30	88	68
31	84	64
32	104	84
33	104	84
34	108	88
35	112	92
36	116	96
37	120	100
38	124	88
39	128	92
40	132	96

Таблица В.2 – Задание 1 к задаче 1

<p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>4</p>
<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>
<p>9</p>	<p>10</p>

Продолжение таблицы В.2

<p>11</p>	<p>12</p>
<p>13</p>	<p>14</p>
<p>15</p>	<p>16</p>
<p>17</p>	<p>18</p>
<p>19</p>	<p>20</p>

Продолжение таблицы В.2

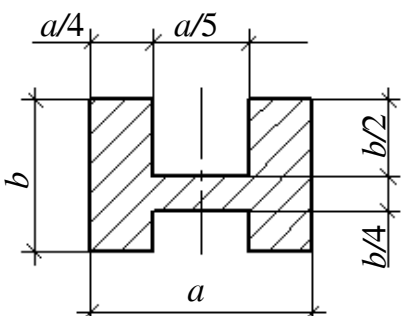
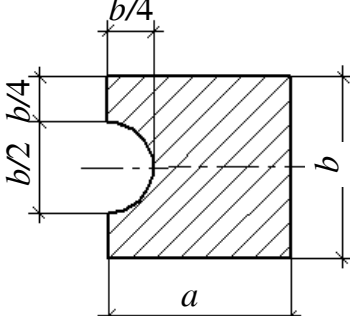
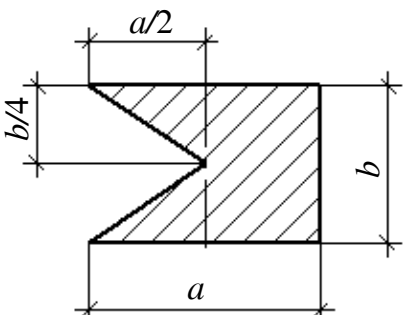
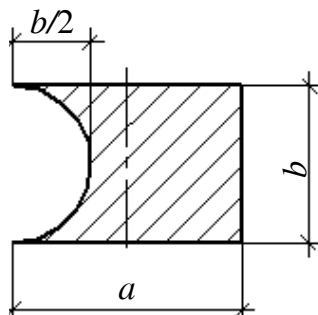
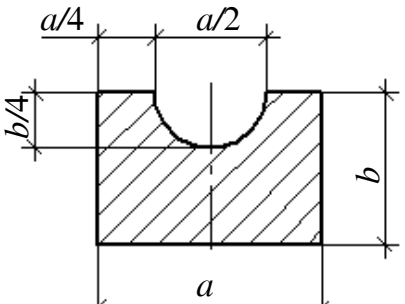
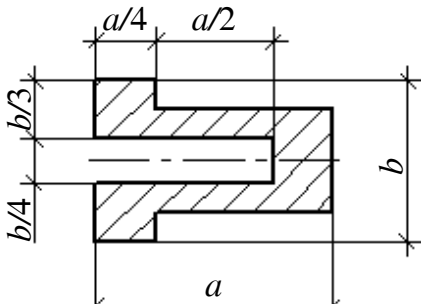
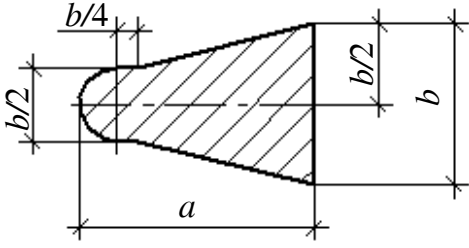
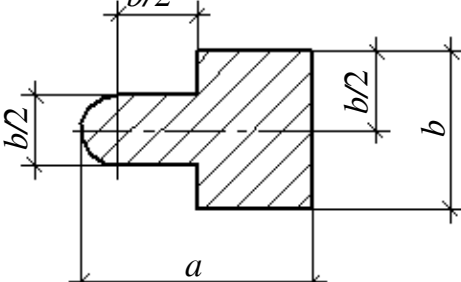
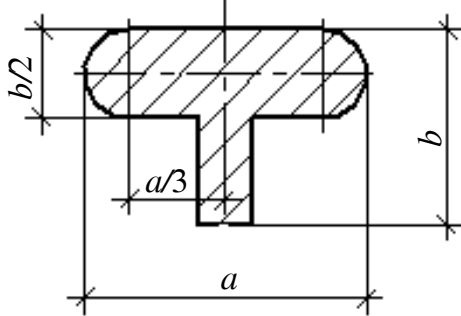
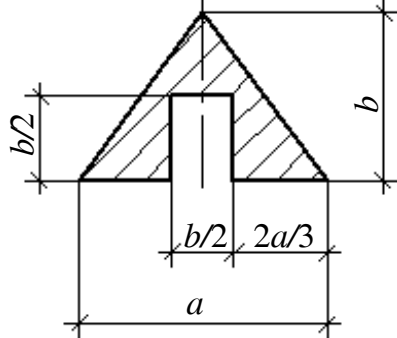
<p>21</p> 	<p>22</p> 
<p>23</p> 	<p>24</p> 
<p>25</p> 	<p>26</p> 
<p>27</p> 	<p>28</p> 
<p>29</p> 	<p>30</p> 

Таблица В.3 – Данные к задаче 2 и 3

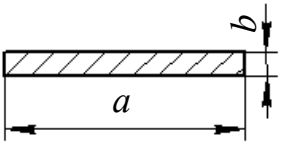
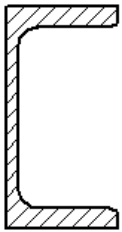
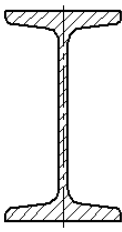
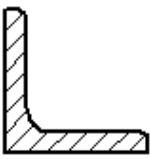
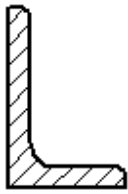
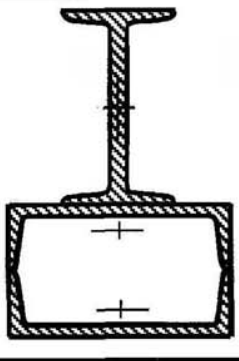
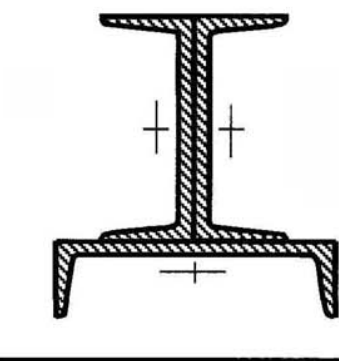
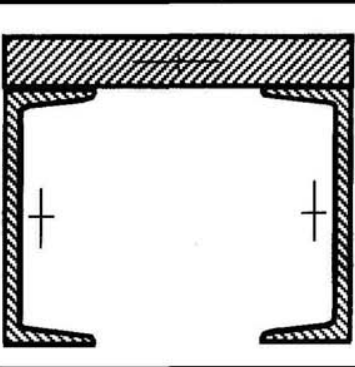
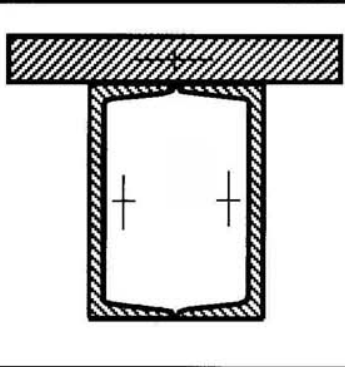
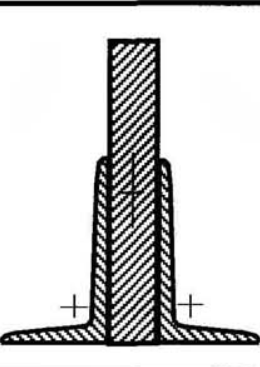
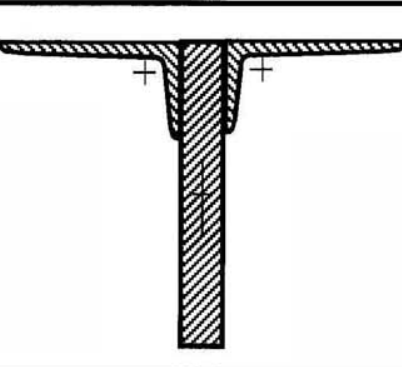
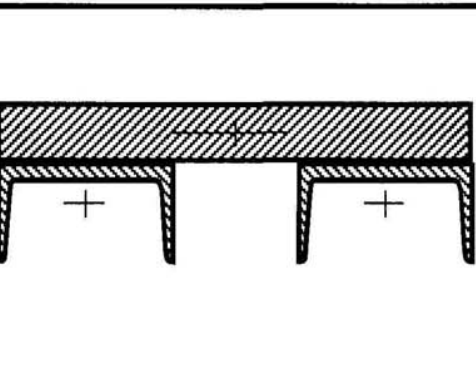
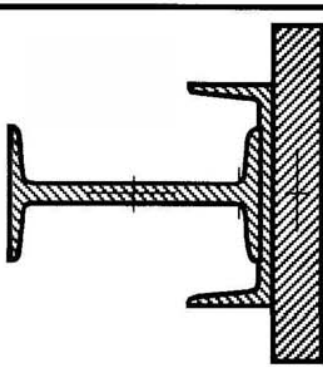
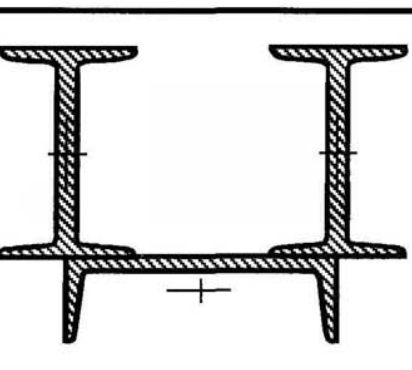
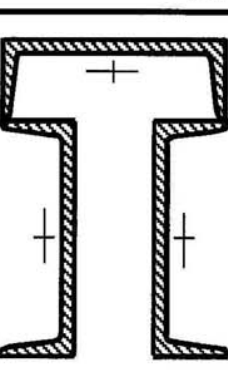
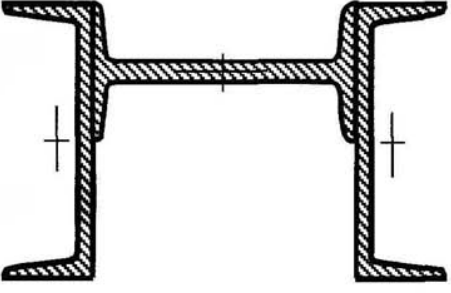
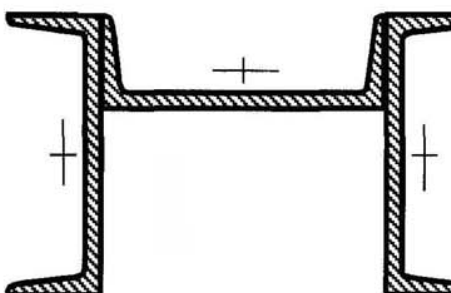
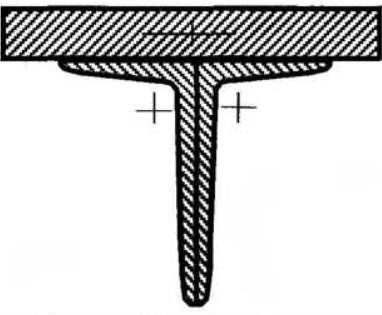
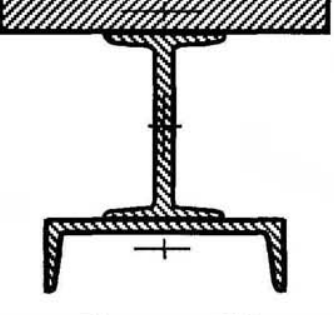
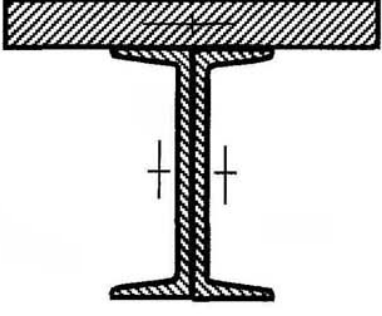
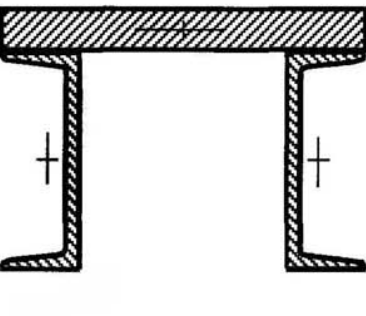
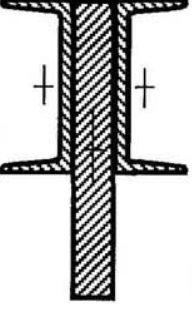
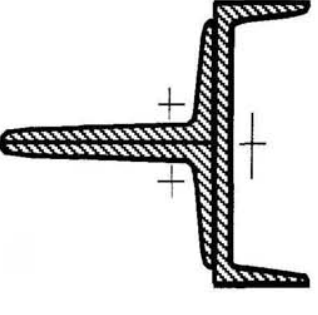
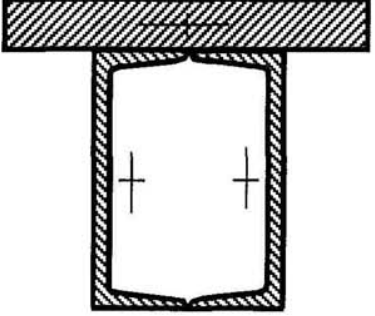
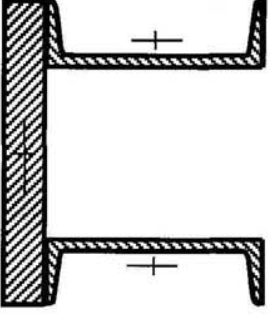
№ группы	Полоса	Швеллер	Двутавр	Уголок равнобокий		Уголок неравнобокий	
							
1	200×10	5	10	4	3	2,5/1,6	3
2	200×10	5	10	4	4	3,2/2	3
3	200×10	5	12	4,5	3	3,2/2	4
4	200×10	6,5	12	4,5	4	4/2,5	3
5	200×10	8	12	4,5	5	4/2,5	4
6	200×12	8	14	5	3	4/2,5	3
7	200×12	10	14	5	4	4,5/2,8	4
8	200×12	10	16	5	5	5/3,2	3
9	200×12	12	16	7	4,5	5/3,2	4
10	200×12	12	18	7	5	5,6/3,6	3,5
11	220×10	14	18	7	6	5,6/3,6	4
12	220×10	14a	18a	7	7	5,6/3,6	5
13	220×10	14a	20	7	8	6,3/4	4
14	220×10	16	20	8	5,5	6,3/4	5
15	220×10	16	20a	8	6	6,3/4	6
16	220×10	16a	20a	8	7	6,3/4	8
17	220×12	16a	22	8	8	7/4,5	4,5
18	220×12	18	22	9	6	7/4,5	5
19	220×12	18	22a	9	7	7/4,5	5
20	220×12	18a	22a	9	8	7/4,5	6
21	240×10	18a	24	9	9	7,5/5	8
22	240×10	20	24	10	8	8/5	6
23	240×10	20	24a	10	10	8/5	6
24	240×10	20a	24a	10	12	9,5/6	5,5
25	240×10	20a	20a	10	16	9,5/6	6
26	240×12	22	22	10	14	9,5/6	8
27	240×12	22	22	11	7	10/6,3	6
28	240×12	22a	22a	11	8	10/6,3	7
29	240×12	22a	22a	12	9	10/6,3	8
30	240×12	24	24	14	10	10/6,3	10

Таблица В.4 – Задание 1 к задаче 2

<p><b>1</b></p> 	<p><b>2</b></p> 
<p><b>3</b></p> 	<p><b>4</b></p> 
<p><b>5</b></p> 	<p><b>6</b></p> 
<p><b>7</b></p> 	<p><b>8</b></p> 
<p><b>9</b></p> 	<p><b>10</b></p> 

Продолжение таблицы В.4

<b>11</b> 	<b>12</b> 
<b>13</b> 	<b>14</b> 
<b>15</b> 	<b>16</b> 
<b>17</b> 	<b>18</b> 
<b>19</b> 	<b>20</b> 

Продолжение таблицы В.4

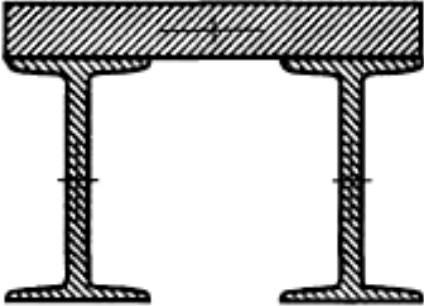
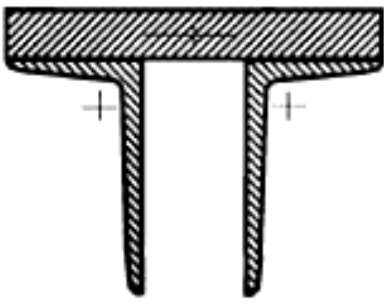
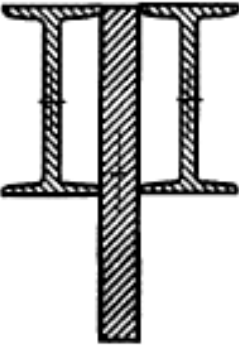
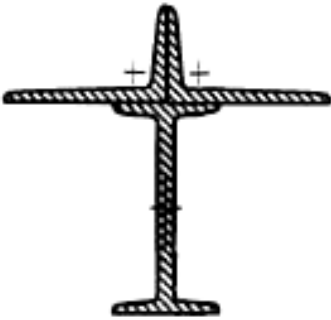
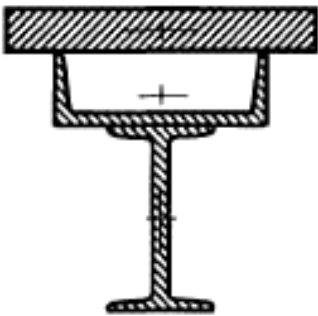

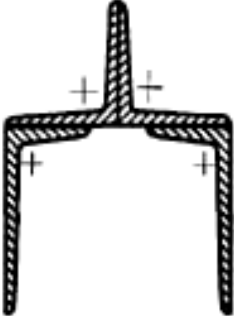
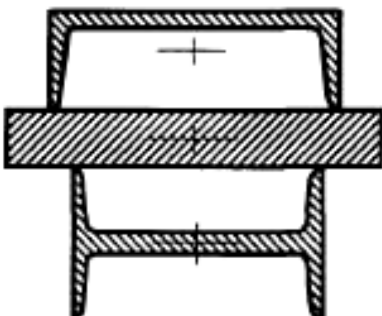
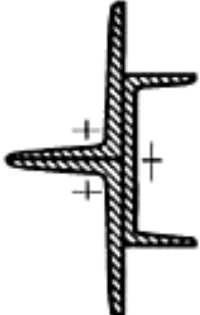
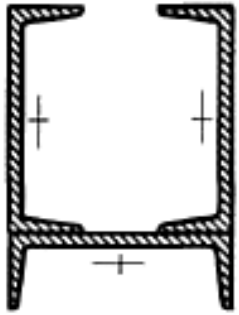
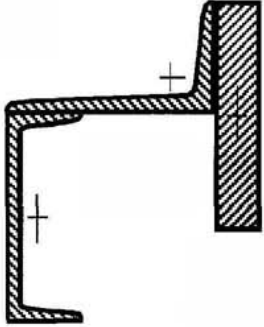
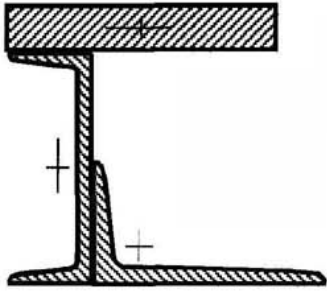
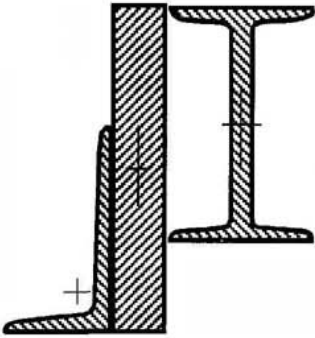
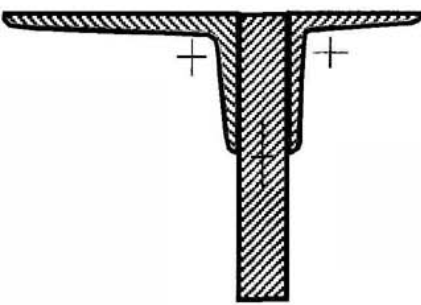
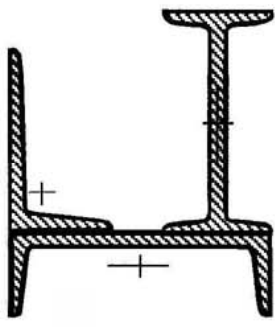
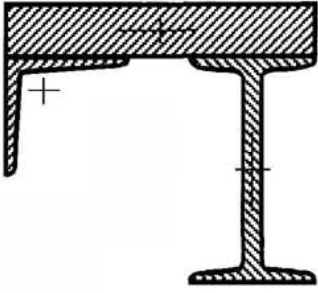
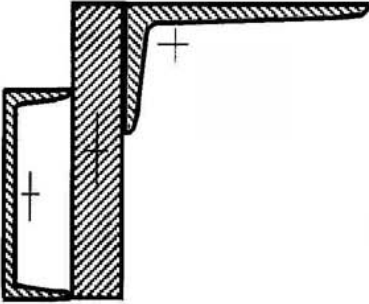
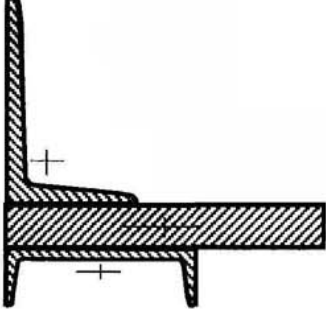
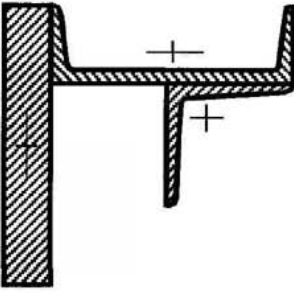
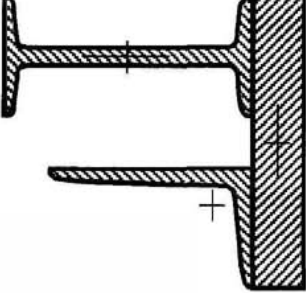
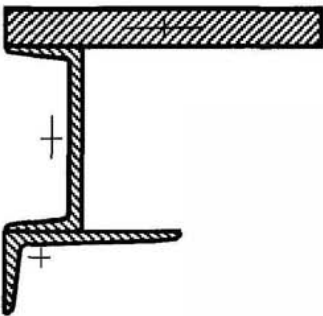
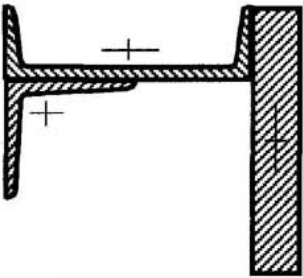
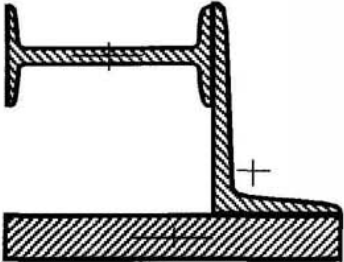
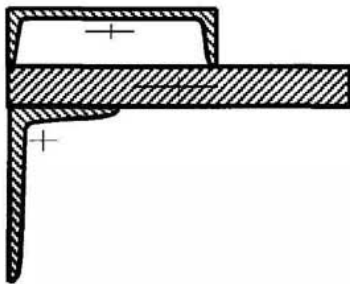
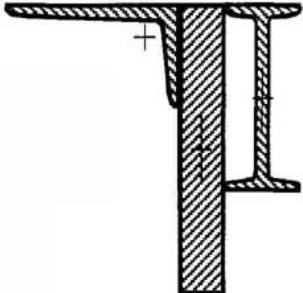
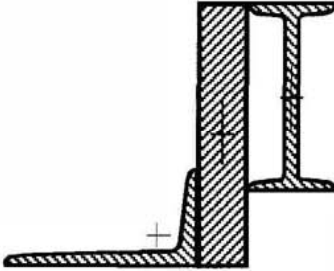
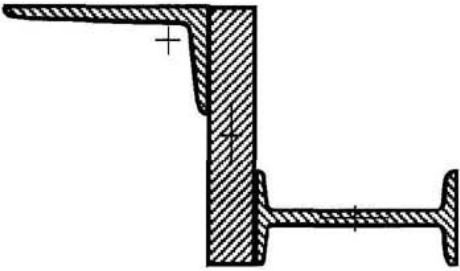
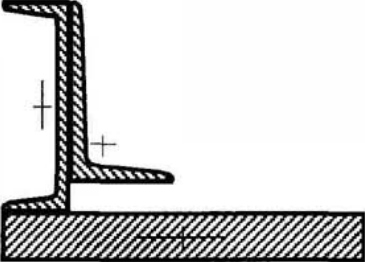
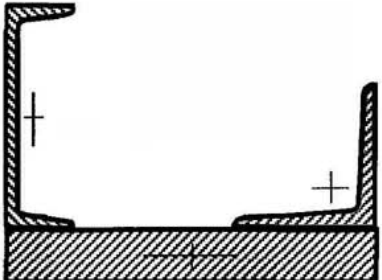
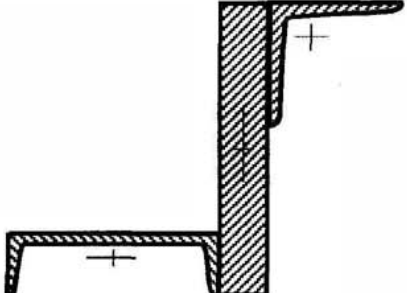
21		22	
23		24	
25		26	
27		28	
29		30	



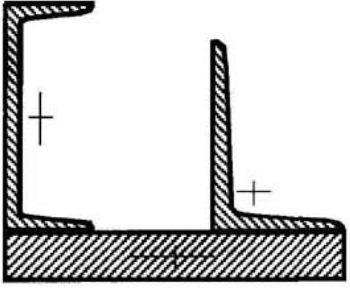
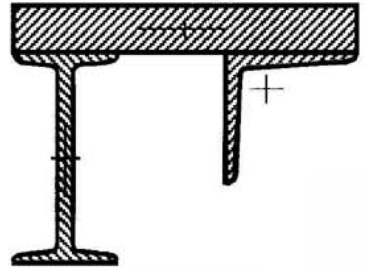
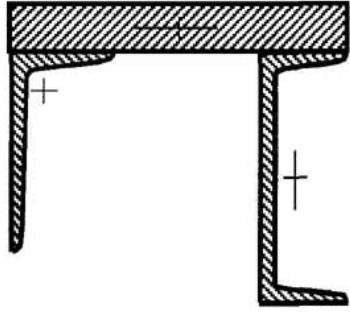
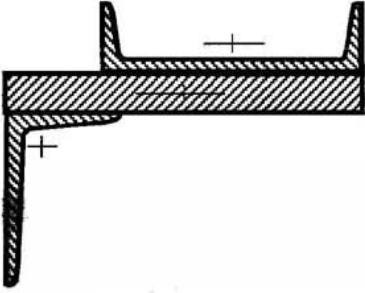
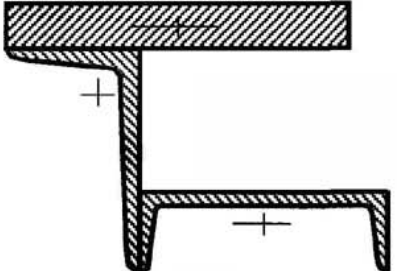
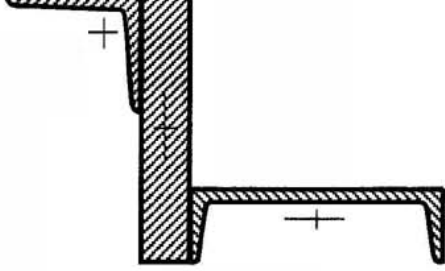
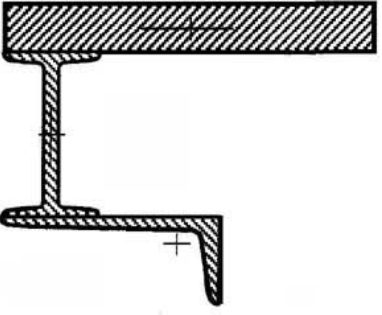
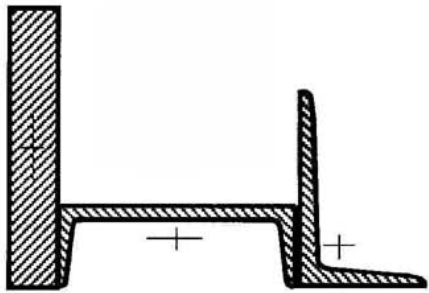
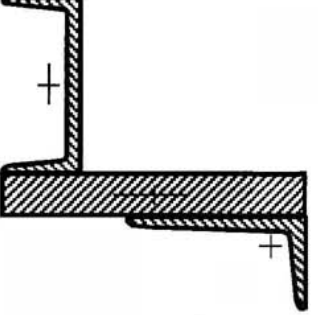
Таблица В.5 – Задание 1 к задаче 3

<b>1</b> 	<b>2</b> 
<b>3</b> 	<b>4</b> 
<b>5</b> 	<b>6</b> 
<b>7</b> 	<b>8</b> 
<b>9</b> 	<b>10</b> 

Продолжение таблицы В.5

<p><b>11</b></p> 	<p><b>12</b></p> 
<p><b>13</b></p> 	<p><b>14</b></p> 
<p><b>15</b></p> 	<p><b>16</b></p> 
<p><b>17</b></p> 	<p><b>18</b></p> 
<p><b>19</b></p> 	<p><b>20</b></p> 

Продолжение таблицы В.5

<b>21</b> 	<b>22</b> 
<b>23</b> 	<b>24</b> 
<b>25</b> 	<b>26</b> 
<b>27</b> 	<b>28</b> 
<b>29</b> 	<b>30</b> 