

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МЕТОДОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Ушакова М.В., Ушаков Ю.А., канд. техн. наук, доцент

Оренбургский государственный университет

В настоящее время в математическом образовании наблюдается тенденция отставания использования современных методов расчетов и анализа от стремительно развивающихся современных технологий. Многие специалисты по окончании вузов, имея достаточно крепкие знания в области фундаментальной и прикладной математики, не имеют возможности работать по специальности в связи с недостаточным освоением прогрессивных технологий и эвристических и интеллектуальных алгоритмов. Внедрение возможности качественного преподавания студентам таких перспективных направлений как, например, нейронные сети, позволит вывести будущих специалистов-математиков на более высокий уровень конкурентоспособности на рынке труда.

Использование нейронных сетей становится все более актуальным для решения большого количества разнообразных задач. Нейронные сети применяются для анализа данных, оптимизации, классификации, прогнозирования и многих других задач. Основной областью применения нейронных сетей остается обработка изображений, звука, видео, последовательных действий. Тем не менее, не стоит забывать, что нейронные сети также являются универсальными аппроксиматорами функций, поэтому они могут применяться к более «классическим» математическим задачам в качестве инструмента численного анализа.

Так, например, нейронные сети вполне успешно решают задачи, связанные с решением дифференциальных уравнений, как обыкновенных, так и в частных производных. Численное решение обыкновенных и дифференциальных уравнений с частными производными имеет большое значение для многих областей инженерии. Хотя традиционные методы, как правило, адекватны и эффективны во многих технических приложениях, их ограничение состоит в том, что полученные решения являются дискретными или имеют ограниченную дифференцируемость. Чтобы избежать этой проблемы при численном решении дифференциальных уравнений, можно реализовать другой метод, который опирается на нейронные сети[1].

Необходимость применения нейронных сетей для приближенного решения классической задачи Коши $y'(x)=F(x,y)$, $y(x_0)=y_0$ на промежутке $(a;b)$ на первый взгляд не ясна, так как существует множество стандартных методов её решения. Большая часть из них - это численные методы, приводящие к поточечной аппроксимации. Получение аналитического выражения из решения, заданного в конечном наборе точек, представляет собой отдельную задачу. В отличие же от численных методов, нейронная сеть позволяет получить решение

сразу в виде функции. Кроме того, нейронные сети более устойчивы по отношению к ошибкам в данных [2].

В работе [3] рассматривается применение нейросетевых методов для решения жестких дифференциальных уравнений первого порядка. Для решения жестких задач обычно используются неявные и полуявные вычислительные методы, результатом применения которых является точечная аппроксимация решения. С помощью нейросетевых методов строится их приближенное параметризованное решение в виде некоторой функции, в то время как классические методы имеют дискретный характер решения. Использование параметризованных сетей, которые позволяют получить приближенное решение на всем интервале изменения параметра, открывает широкие возможности. Описанный в данной работе подход к решению жесткого дифференциального уравнения можно применить и к уравнениям высшего порядка, а также перейти к краевым задачам, решению уравнений, заданных в частных производных и т.д.

Авторы работы [4] предлагают использование радиально-базисных нейронных сетей для решения уравнений в частных производных, играющих важную роль в различных областях науки и техники. В отличие от традиционных численных алгоритмов решения дифференциальных уравнений, нейросетевые модели устойчивы по отношению к неточностям в задании коэффициентов уравнений, начальных и граничных условий, погрешностям вычислений [5]. Кроме того, существует возможность распараллеливания задачи и возможность использования набора сетей.

В качестве примеров практического применения нейронных сетей для решения задач «классической» математики можно привести разработанные нейросетевые подходы решения уравнений теплопроводности, решения задачи о катализаторе, моделирования параметров воздушной среды в тоннелях, восстановления начального профиля ударной волны, моделирования процессов деформации и разрушения образцов на основе экспериментальных данных, управления беспилотными летательными аппаратами и т.д.

Рассмотрим, например, возможность применения нейронных сетей для управления квадрокоптером.

Основные работы, направленные на разработку и изучение алгоритмов построения управлений и сравнение их эффективности, включают в себя метод построения управления, основанный на теории Ляпунова [6]; алгоритм управления, в основе которого лежит пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) регулятор [7]; энергетические методы, применимые для пассивных систем с недостатком управляющих воздействий [8]; методы, основанные на визуальном управлении от видеокамеры (видеокамер); методы, основанные на управлении с помощью нейросетевого регулятора, используемого в задачах стабилизации, при поиске оптимальных параметров регулятора [9].

Команда американских ученых из Университета Миссури предлагает алгоритм управления группой квадрокоптеров, содержащий два двухслойных нейросетевых контроллера [10]. Назначение первого контроллера – синтез

управляющих воздействий ведущего коптера. Второй контроллер стабилизирует групповой полет на основе данных с беспроводных бортовых датчиков. В работе представлен метод оптимизации каналов связи между коптерами, основанный на теории графов.

В работе ученых из Политехнического университета Мадрида описан гибридный контроллер, состоящий из двух нейронных рекуррентных сетей с обратными связями. Авторы показывают, что при рассмотрении отдельных этапов полета достигается оптимальное управление коптером [11].

Авторы работы [12] описывают нейросетевой контроллер для управления высотой полета. Здесь используется совместная работа нейросетевого и ПИД регуляторов. Полученный алгоритм имеет быструю адаптацию к внешним воздействиям.

В работе [13] описано моделирование динамики квадрокоптера, изучение базовых траекторий, построение нейроалгоритмов управления для базовых траекторий и изучение влияния погрешностей системы на действие нейросетевого контроллера для задач взлета-посадки-парения. Нейросетевой подход к управлению летательными аппаратами предполагает создание алгоритма, способного адаптироваться к непрогнозируемым внешним возмущениям и погрешностям измерительных устройств.

Авторы описывают отдельный нейросетевой контроллер и принципы его работы на некоторых базовых траекториях. Схема синтеза управления с использованием нейросетевого контроллера состоит из блока, моделирующего датчики, нейронной сети и интегратора. Задачей блока нейронной сети является вычисление управляющих воздействий в зависимости от текущих параметров системы и требуемой точности. В основе этого блока лежит трехслойная нейронная сеть прямого распространения. Скрытый слой состоит из 10 нейронов. Весовая матрица и смещения вычисляются путем супервизорного обучения [14]. Для формирования обучающей выборки составляется семейство функций, которыми будет приближаться целевое решение. Далее с помощью численного моделирования решается обратная задача динамики по вычислению соответствующего семейства функций управления. Полученное семейство формирует набор выходов нейронной сети. В качестве входов используются параметры целевой траектории, а также информация, поступающая с блока датчиков. Блок интегратора интегрирует систему уравнений Лагранжа с учетом входящих параметров, в том числе управляющих воздействий. На выходе получается новое состояние системы, которое на следующем шаге цикла моделирования опять подается в нейронную сеть.

С помощью численного моделирования авторами рассматривались взлет-парение-посадка и полет по прямой, а также нейроуправление коптером, случаи работы регулятора для управления углом поворота, для взлета на заданную высоту с учетом погрешности датчика высоты и без нее. В результате проведенного эксперимента по моделированию показана возможность реализации нейроконтроллера управления квадрокоптером на типовых траекториях.

Успешные применения нейронных сетей к задачам математической физики внушают уверенность в том, что таким же образом можно решать значительно более широкий круг задач.

Но все же существуют проблемы, тормозящие развитие этого направления. Все описанные выше примеры применения нейронных сетей тесно переплетаются с задачами «классической» математики. Отсюда вытекает необходимость как хорошо владеть математическим аппаратом, так и четко представлять особенности нейросетевых технологий, в том числе знать используемые фреймворки и языки программирования. При разработке нейросетевых моделей необходимо решать ряд специфических вопросов, таких как определение количества слоев в нейронной сети, определение количества нейронов в каждом слое, способ установления связи между слоями и т.д. Кроме того, разработка нейросетевых моделей имеет высокие требования к вычислительным ресурсам.

Таким образом, при наличии высококвалифицированных специалистов и необходимых вычислительных ресурсов становится возможным внедрение в учебный процесс такой перспективной области науки, как нейронные сети.

Статья подготовлена при поддержке РФФИ: проект № 18-07-01446 и 17-07-01584.

Список литературы

1. *Chiaramonte, M. M. Solving differential equations using neural networks [Электронный ресурс] / М.М. Chiaramonte, М. Kiener // Режим доступа : <https://docgo.net/solving-differential-equations-using-neural-networks> (дата обращения : 15.01.2018).*

2. *Васильев, А. Н. Построение приближённых нейросетевых моделей по разнородным данным [Электронный ресурс] / А.Н. Васильев, Д.А. Тархов // Математическое моделирование. – 2007. – т.19, №12, с.43–51. - Режим доступа : <http://www.mathnet.ru/links/3da1b9f999fb5194a0767125004f018a/mm1225.pdf> (дата обращения: 15.01.2018).*

3. *Тархов, Д.А. Об использовании методов нейронных сетей для одного жесткого уравнения первого порядка // Д.А. Тархов, Т.В. Лазовская Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей XIV Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2014. – С. 171-175.*

4. *Коваленко, А.Н. О применении нейронных сетей для решения дифференциальных уравнений в частных производных / А.Н. Коваленко, А.А. Черноморец, М.А. Петина // Научные ведомости белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. – 2017. - №9 (258), выпуск 42. –с.103-110.*

5. *Васильев, А.Н. Нейросетевой подход к задачам математической физики / А.Н. Васильев, Д.А. Тархов, Т.А. Шемякина. // Санкт-Петербург : Нестор-История, 2015. - 259 с.*

6. Dzul, P.A. *Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini-rotorcraft* / P.A. Dzul, Lozano R. // *IEEE Transaction on Control System Technology*, 12(4). – p.510 – 516. - July 2004.
7. Bresciani T. *Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter* // *Department of Automatic Control, Lund University*. - 2008.
8. Фантони, И. *Нелинейное управление механическими системами с дефицитом управляющих воздействий* / И. Фантони, Р. Лозано. - Москва-Ижевск: ООО "Компьютерная динамика", 2012.
9. Евгенов А.А. *Нейросетевой регулятор системы управления квадрокоптером* // *Научное обозрение. Технические науки*. – 2014. – № 1. – С. 148-149. – Режим доступа: <https://science-engineering.ru/ru/article/view?id=208> (дата обращения: 17.01.2018).
10. Dierks, T. *Neural Network Control and Wireless Sensor Networkbased Localization of Quadrotor UAV Formations* / Dierks T., Jagannathan S. // *Aerial Vehicles*. 2009. - P. 601-620.
11. Munoz, R.S.M. *Modelling and Identification of Flight Dynamics in Mini-Helicopters Using Neural Networks* // Munoz R.S.M., Rossi C., Cruz A.B. // *Aerial Vehicles*. 2009. - P. 287-312.
12. Lavi B. *An Adaptive Neuro PID for Controlling the Altitude of quadcopter Robot* // *International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*. Poland. Volume: 18th. - 2014. - P.662-665.
13. Савицкий А.В., Павловский В.Е. *Модель квадрокоптера и нейросетевой алгоритм управления* // *Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша*. 2017. № 77. - 20 с. – Режим доступа: http://keldysh.ru/papers/2017/prep2017_77.pdf (дата обращения : 17.01.2018).
14. Голубев Ю.Ф. *Нейронные сети в мехатронике* // *Фундаментальная и прикладная математика*. 2005, т.11, № 8, С. 81-103.