

# О ПОДХОДЕ К АНАЛИЗУ И ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО И ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

**Яркова О.Н., канд. экон. наук, доцент,  
Чудинова О.С. канд. экон. наук, доцент  
Оренбургский государственный университет**

**Введение** Развитие экономики нового технологического поколения, так называемой цифровой экономики, предполагает переход на качественно более высокий уровень использования информационных технологий во всех сферах деятельности человека. Успех реализации этого масштабного трансформационного процесса во многом будет зависеть от способности системы образования готовить кадры, отвечающие потребностям цифровой экономики.

В новых экономических условиях востребованным будет специалист, способный решать новые задачи, возникающие на рабочем месте, такие как, например, электронная коммерция, бизнес-планирование и связанная с ними аналитическая работа по анализу больших объемов информации [1]. В формировании этих комплементарных (дополнительных) навыков важную роль играет математическая составляющая образования. Повышение качества математической и информационной подготовки позволит специалисту обрабатывать сложную информацию, думать системно, критически осмысливать решения, принимать их на многокритериальной основе, понимать сложных характер взаимосвязи рассматриваемых явлений и процессов. При этом очевидно, что высококвалифицированный специалист формируется в едином образовательном пространстве, под влиянием научных и технологических тенденций. В связи с этим подготовка кадров не может рассматриваться обособленно от науки, исследований и разработок, которые в цифровой экономике будут характеризоваться размыванием дисциплинарных и отраслевых границ[2].

Предлагаемая статья посвящена рассмотрению одной из актуальных задач цифровой экономики – задаче прогнозирования поведения сложных процессов и систем на основе временных рядов методами эконометрического и имитационного моделирования.

**Основная часть** Прогнозирование временных рядов является актуальной задачей в системах управления информацией в цифровой экономике. Прогнозирование экономических показателей позволяет проанализировать возможные риски и перспективы развития событий, заблаговременно учесть последствия, выработать оптимальные управленческие решения.

В научной литературе уделяется достаточно внимания вопросам прогнозирования временных рядов методами эконометрического моделирования [3-8], при этом для построения моделей применяются три основных метода оценивания: метод наименьших квадратов (МНК) и его

модификации, (обобщенный) метод моментов (ММ), метод максимального правдоподобия (ММП). Одним из основных условий изучения свойств МНК и ММ-оценок коэффициентов является нормальное распределение остатков построенных моделей по типу белого шума. Невозможность учета всех параметров, влияющих на исследуемый процесс, оказывает существенное влияние на свойства и характер распределения остатков [9]. Обобщая предложенные в научной литературе модели прогнозирования временных рядов, многие исследователи, к примеру, Кирьянов Б.Ф. и Петрова Ю.Ю. [10], Черных В.Ю. и Стенина М.М. [11], отмечают, что, зачастую, при построении многомерных эконометрических моделей, не удается добиться нормального закона распределения остатков, а это, в свою очередь, не позволяет адекватно оценить возможность применения построенных моделей на практике. В работах Newey W. и West K. [12, 13] доказывается асимптотическая нормальность соответствующим образом нормированной МНК-оценки коэффициентов модели, если остатки модели не являются процессом белого шума. В таких случаях рекомендуется скорректировать значения t-статистик, используемых для изучения свойств оценок [12-14]. Однако на практике такой подход трудно реализуем.

Для моделирования временных рядов предлагается использовать метод имитационного моделирования, позволяющий построить закон распределения переменных для каждого временного сечения исследуемого промежутка времени, которые затем могут быть использованы для уточнения модели с использованием метода максимального правдоподобия. ММП требует знания законов распределения наблюдаемых переменных, но при этом позволяет получать оценки параметров модели, распределений параметров и различных статистик [15].

Идеология предлагаемого подхода заключается в следующем. На первом этапе строится эконометрическая модель, к примеру VAR (модель векторной авторегрессии) порядка  $p$ , вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_t^1 = a_1 + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^p \alpha_{1,j}^k y_{t-j}^k + \sum_{l=1}^m \beta_1^l x_t^l + \varepsilon_{1,t}, \\ \dots \\ y_t^n = a_n + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^p \alpha_{n,j}^k y_{t-j}^k + \sum_{l=1}^m \beta_n^l x_t^l + \varepsilon_{n,t}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $y^r$  – эндогенные переменные,  $r = \overline{1, n}$ ;

$x^l$  – экзогенные переменные,  $l = \overline{1, m}$ ;

$a_r, \alpha_{r,j}^k, \beta_r^l$  – коэффициенты модели,  $r = \overline{1, n}, l = \overline{1, m}, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, p}$ ;

$\varepsilon_i$  – регрессионные остатки;

$t$  – момент времени.

При построении модели к остаткам предъявляется требование стационарности.

На втором этапе строится эмпирическая функция распределения  $F_i(a)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , регрессионных остатков для каждого  $i$ -го уравнения модели, построенной на первом этапе.

На третьем этапе проводится серия из  $L$  имитационных экспериментов, в которых остатки моделируются на основе эмпирической функции  $F_i(a)$ , методом обратной функции: значение  $z_i$  случайной величины  $\varepsilon_i$  в  $i$ -м имитационном эксперименте можно получить как  $z_i = F_i^{-1}(a)$ , где  $a$  - значение равномерно распределенной на интервале  $(0,1)$  случайной величины.

На выходе получаем  $L$  реализаций временного ряда для каждой эндогенной переменной модели

$$(y_i^r)^{iter} = y_i^r + z_{iter}, \quad r = 1, 2..n, \quad t = t_0, t_0 + h, \dots T, \quad iter = 1, 2..L, \quad (2)$$

где  $t_0$  – время начала периода исследования, совпадающее со временем первого наблюдения,

$h$  – шаг по времени,

$T$  – конец периода исследования.

Смоделированные значения  $(y_i^r)^{iter}$  позволят оценить плотности распределения  $\hat{p}_i^r(y)$  исследуемых переменных  $y_i^r$  для каждого момента времени. Это позволит для уточнения оценок коэффициентов модели применить метод максимального правдоподобия.

Для реализации предложенной методики авторами разработано программное средство, с помощью которого проводились все вычислительные эксперименты. На вход программы подаются: параметры модели, исходные значения показателей, для которых построена модель, регрессионные остатки модели. На выходе получаем для заданного прогнозного периода смоделированные значения реализаций случайного процесса, в общем случае многомерного, график плотности относительных частот и точечные оценки характеристик для заданных моментов времени периода исследования.

В качестве примера проведено моделирование взаимосвязи объема валового внутреннего продукта (ВВП) ( $vvp$ , в текущих ценах, млрд. руб.) и уровня безработицы в России ( $bezr$ , %). Информационной базой послужили данные официальной статистики о значении показателей за период с первого квартала 2000 года по второй квартал 2017 года (<http://www.gks.ru>). Графики временных рядов представлены на рисунке 1.

Последствия финансового кризиса 2008 года, нашедшие отражение в динамике показателей за период с 2009 по 2011 гг., учитываются при моделировании с помощью фиктивной переменной ( $kr$ ), принимающей для периодов из указанного диапазона значение 0 и значение 1 – для других

периодов. Исходя из теоретических предпосылок, есть основания предполагать наличие взаимного влияния показателей друг на друга.

В результате анализа автокорреляционной и частной автокорреляционной функций показателей и проверки гипотезы о единичном корне на основе расширенного критерия Дики-Фуллера установлено, что рассматриваемые временные ряды являются нестационарными с трендом дисперсии (ряды типа DS). Некоинтегрированность исходных временных рядов, а также наличие причинности по Гренджеру в двух направлениях для первых разностей показателей обосновали выбор векторной модели авторегрессии для описания взаимосвязи показателей.

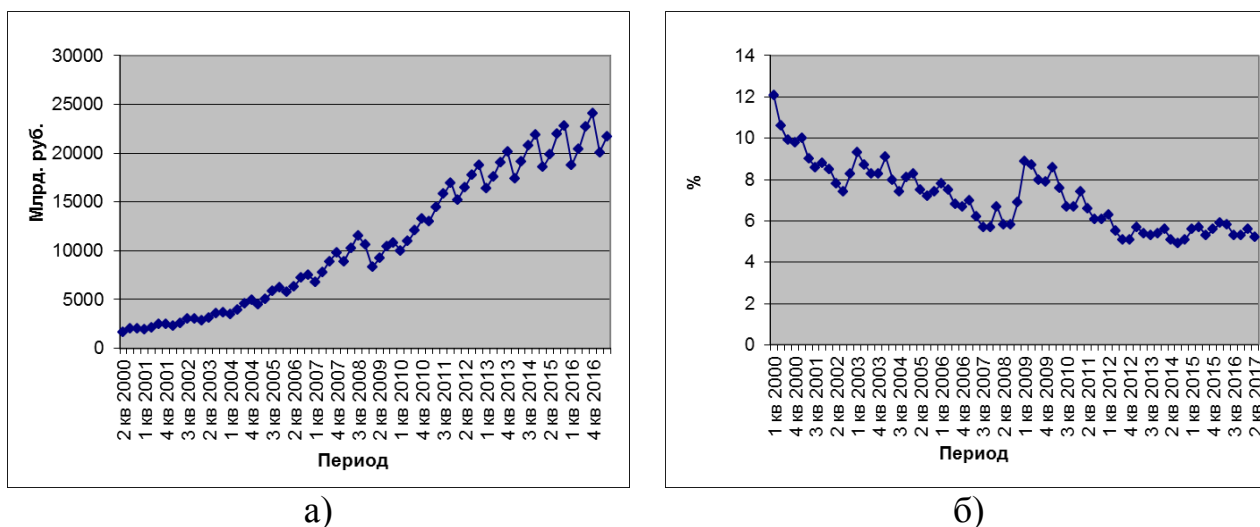


Рисунок 1. Динамика а) объема ВВП б) уровня безработицы в РФ с первого квартала 2000 г. по второй квартал 2017 г.

Оценка коэффициентов векторной модели авторегрессии осуществлялась по данным за период с первого квартала 2000 года по второй квартал 2016 года с помощью пакета Gretl. Данные за последние четыре периода приняты за контрольную выборку. Получена следующая оценка векторной модели авторегрессии (3)-(4) для первых разностей ВВП ( $\Delta vvp$ ) и уровня безработицы ( $\Delta bezr$ ) с порядком лага 3, экзогенной переменной  $kr$  и сезонными фиктивными переменными  $S_1, S_2, S_3$ :

$$\begin{aligned} \Delta \hat{v}p_t = & 1230,28 - 0,411 \Delta vvp_{t-1} - 0,492 \Delta vvp_{t-2} - 0,506 \Delta vvp_{t-3} - \\ & - 240,444 \Delta bezr_{t-1} - 475,548 \Delta bezr_{t-2} - 601,254 \Delta bezr_{t-3} - \\ & - 570,755 kr_t - 1508,18 S_{1,t} + 373,355 S_{2,t} + 601,473 S_{3,t}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta \hat{be}zr_t = & 0,638 - 0,000143 \Delta vvp_{t-1} + 0,0000463 \Delta vvp_{t-2} + 0,000125 \Delta vvp_{t-3} + \\ & + 0,292 \Delta bezr_{t-1} + 0,068 \Delta bezr_{t-2} - 0,027 \Delta bezr_{t-3} \\ & + 0,043 kr_t - 0,258 S_{1,t} - 1,811 S_{2,t} - 0,828 S_{3,t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Оценки коэффициентов детерминации для уравнений модели составили соответственно 0,738 и 0,672. Остатки построенной модели гомоскедастичны и неавтокоррелированы.

Моделирование остатков проводилось с помощью разработанного авторами программного средства. Проанализируем, какое количество имитаций достаточно для достижения приемлемой степени точности моделирования. Для этого провели серию расчетов с различным количеством имитаций. Для сравнения анализировались значения оценок числовых характеристик распределений исследуемых показателей. Результаты для математического ожидания по показателю ВВП в зависимости от числа имитаций представлены в таблице 1. Период прогнозирования составил 6 кварталов. Относительная погрешность расчетов ( $eps$ ) оценивалась следующим образом:  $eps = |(\theta^{(L-1000)} - \theta^{(L)}) / \theta^{(L-1000)}|$ , где  $\theta$  – исследуемая оценка числовой характеристики показателя, полученная в результате проведения  $L$  имитаций.

Таблица 1. Результаты расчетов для оценки математического ожидания показателя ВВП при различном количестве имитаций

| L    | 3 кв. 2016 | 4 кв.2016 | 1 кв.2017 | 2 кв.2017 | 3 кв.2017 | 4 кв.2017 | $eps$    |
|------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 1000 | 22618,65   | 23459,81  | 20022,51  | 21818,2   | 23362,11  | 24123,24  | -        |
| 2000 | 22639,66   | 23478,53  | 20028,14  | 21835,34  | 23395,89  | 24143,32  | 0,001446 |
| 3000 | 22645,2    | 23471,34  | 20025,79  | 21824,36  | 23384,80  | 24114,60  | 0,00119  |
| 4000 | 22644,25   | 23472,57  | 20023,14  | 21823,65  | 23387,42  | 24128,38  | 0,000571 |
| 5000 | 22632,23   | 23459,39  | 20020,22  | 21827,23  | 23389,95  | 24129,82  | 0,000562 |
| 6000 | 22633,21   | 23478,94  | 20032,64  | 21829,83  | 23373,88  | 24136,56  | 0,000834 |
| 7000 | 22640,02   | 23481,83  | 20030,82  | 21836,72  | 23395,09  | 24151,24  | 0,000907 |
| 8000 | 22630,53   | 23472,3   | 20025,22  | 21824,16  | 23386,16  | 24151,03  | 0,000575 |

Как видно из таблицы увеличение количества имитаций выше 4000 не позволяет существенно улучшить результаты. Таким образом, 4000 имитаций достаточно для моделирования. Проведем анализ ошибки аппроксимации для ВВП и уровня безработицы относительно наблюдаемых значений по контрольной выборке при  $L=4000$  имитаций.

В таблице 2 представлены прогнозные значения, значения контрольной выборки для ВВП ( $vvp$ ) и уровня безработицы ( $bezr$ ), значения оценок математического ожидания показателей ВВП ( $M[vvp^L]$ ) и уровня безработицы ( $M[bezr^L]$ ), полученные в результате проведения  $L$  (при  $L=4000$ ) имитаций при построении прогноза на 6 кварталов, и относительные ошибки аппроксимации.

Таблица 2. Результаты моделирования

|           | $vvp$ ,<br>млрд. руб. | $M[vvp^L]$ ,<br>млрд. руб. | $\left  \frac{vvp - M[vvp^L]}{vvp} \right $ | $bezr$ ,<br>% | $M[bezr^L]$ ,<br>% | $\left  \frac{bezr - M[bezr^L]}{bezr} \right $ |
|-----------|-----------------------|----------------------------|---|---------------|--------------------|--|
| 3 кв 2016 | 22721,25              | 22630,53                   | 0,004                                       | 5,3           | 5,327182           | 0,005  |
| 4 кв 2016 | 24076,88              | 23472,3                    | 0,025                                       | 5,3           | 5,108649           | 0,036  |
| 1 кв 2017 | 20090,94              | 20025,22                   | 0,003                                       | 5,6           | 5,624825           | 0,004  |
| 2 кв 2017 | 21691,13              | 21824,16                   | 0,006                                       | 5,2           | 5,450108           | 0,048  |

|           |   |          |   |   |          |   |
|-----------|---|----------|---|---|----------|---|
| 3 кв 2017 | - | 23387,84 | - | - | 4,97986  | - |
| 4 кв 2017 | - | 24128,85 | - | - | 4,929754 | - |

Гистограммы частот для  $vvr$  и  $bezr$ , полученные в результате моделирования, например, для 4 квартала 2017 г представлены на рисунке 2.

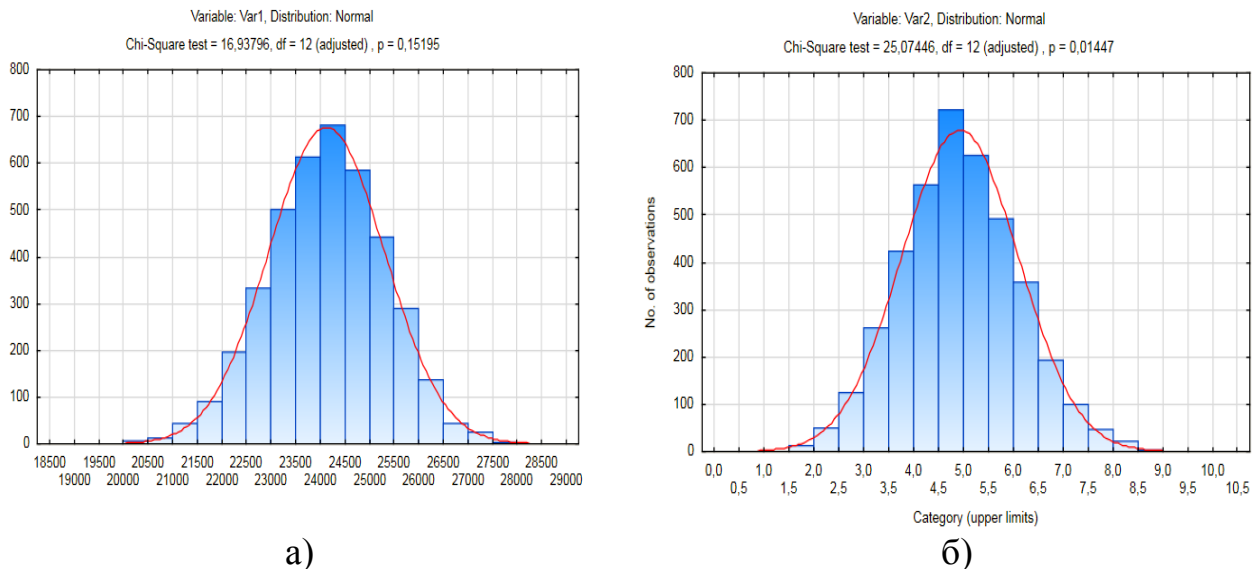


Рисунок 2. Гистограммы частот а) ВВП; б) уровня безработицы (прогноз на 4 квартал 2017 г.)

Результаты моделирования позволяют оценить плотности распределения исследуемых переменных для каждого момента времени и для уточнения оценок коэффициентов модели применить метод максимального правдоподобия [15].

**Заключение** Рассмотренная задача может быть поставлена как проблемно-ориентированная задача перед студентами четвертого курса направления подготовки 01.03.04 – Прикладная математика, профиль «Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач».

На начальной стадии решения любой проблемно-ориентированной задачи необходимо проанализировать актуальность и степень проработанности темы исследования. На этом этапе важно уметь работать с различными источниками информации, читать и переводить иностранную литературу, уметь обобщать материал и грамотно излагать свои мысли, быть теоретически подкованным в предметной области решаемой задачи. На формирование у студента соответствующих компетенций направлены такие дисциплины, как «Философия», «Иностранный язык», «Русский язык и культура речи», «Экономическая теория», блок дисциплин под общим названием «Эконометрика».

Далее на этапе построения многофакторной модели необходимо провести всесторонний анализ временных рядов. В этом процессе важную роль играют такие дисциплины, как «Основы информатики», формирующая навыки работы

с вычислительной техникой и пакетами прикладных программ; «Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов», являющаяся теоретическим фундаментом всех вероятностно-статистических методов моделирования и прогнозирования; «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Численные методы», дающие знания базовых понятий вектора, матрицы, характеристического уравнения, собственных чисел, конечных разностей, и методов их исследования; блок обязательных дисциплин под общим названием «Эконометрическое моделирование», закладывающий знания в области анализа данных, эконометрики, методов моделирования и прогнозирования.

На этапе моделирования остатков построенной модели необходимо умение разрабатывать алгоритмы и собственное наукоемкое программное обеспечение, знание численных методов решения вычислительных задач, знание методов имитационного моделирования, умение проводить анализ законов распределения случайных величин и случайных процессов. Такие знания дают следующие дисциплины учебного плана направления 01.03.04 – Прикладная математика: «Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов», «Программирование и аппаратные средства электронно-вычислительных машин», «Объектно-ориентированный анализ и программирование», «Разработка и применение прикладного программного обеспечения», «Численные методы», «Имитационное моделирование».

Таким образом, представленная в статье проблемно-ориентированная задача охватывает множество дисциплин учебного плана и в рамках компетентностного подхода закрепляет владение всеми видами компетенций (общекультурными, общепрофессиональными, профессиональными) в рамках производственно-технологического и научно-исследовательского видов деятельности, реализуемых на указанном направлении подготовки бакалавров.

#### *Список литературы*

1. Куприяновский, В.П. *Навыки в цифровой экономике и вызовы системы образования* / В. П. Куприяновский // *International Journal of Open Information Technologies*. – 2017. – Т. 5. – № 1. – С. 19-24.

2. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации» / *Собрание законодательства Российской Федерации*. 2016. – № 49. – Ст. 6887.

3. *Математическое моделирование социально-экономических, демографических, миграционных процессов региона в условиях ВТО* : монография / О. И. Бантикова [и др.]; под ред. А. Г. Реннера, – Оренбург : Университет, 2015. – 196 с. – ISBN 978-5-93424-733-2.

4. Туктамышева, Л. М. *Подход к математическому моделированию многомерных временных рядов* / Л. М. Туктамышева // *Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры : материалы Всерос. науч.-метод. конф., 29-31 янв. 2014 г., Оренбург* / М-во образования и

науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Оренбург, 2014. – С. 126-131.

5. Реннер, А. Г. Математическое моделирование социально-экономических, демографических, миграционных процессов в регионе с учетом вступления России в ВТО / А. Г. Реннер, О. И. Бантикова, Ю. А. Жемчужникова, О. И. Стебунова, Л. М. Туктамышева, О. С. Чудинова // *Вестн. Оренбург. гос. ун-та.* – 2015. – № 13. – С. 78-81.

6. Стебунова, О. И. Моделирование и сценарное прогнозирование внешней трудовой миграции в условиях вступления России в ВТО / О. И. Стебунова // *Вестн. Оренбург. гос. ун-та.* – 2014. – №14(175). – С. 465-470.

7. Арженовский, С. В. Прогнозирование динамики цены и оценка риска инвестиций в золото / С. В. Арженовский // *Экономический анализ: теория и практика.* – 2015. – №20(419). – С. 50-56

8. Звягин, Л.С. Новые подходы в эконометрических исследованиях и практическое использование инновационных эконометрических моделей / Л. С. Звягин // *Проблемы управления* – 2015. – № 12. – Т.4. – С. 43-54.

9. Чучуева, И. А. Прогнозирование временных рядов при помощи модели экстраполяции по выборке максимального подобия / И. А. Чучуева // *Наука и современность : сборник материалов Международной научно-практической конференции.* – Новосибирск, 2010. – С. 187 – 192.

10. Кирьянов, Б. Ф. Прогнозирование временных рядов с «особыми значениями» / Б.Ф. Кирьянов, Ю.Ю. Петрова // *Вестн. Новгород. гос. ун-та.* – 2004. – № 28. – С.92-96.

11. Черных, В. Ю. Прогнозирование нестационарных временных рядов при несимметричных функциях потерь / В. Ю. Черных, М. М. Стенина // *Машинное обучение и анализ данных,* – 2015.– №14. – Т. 1. – С. 1893-1909.

12. Newey, W. A Simple Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix / W. Newey, K. West // *Econometrica.* – 1987. – № 55. – С. 703-708.

13. West, K. D. Asymptotic Normality, When Regressors Have a Unit Root / K. D. West // *Econometrica.* – 1988. – № 56. – С. 1397-1417.

14. Носко, В. П. Эконометрика. Введение в регрессионный анализ временных рядов / В. П. Носко. – Москва, 2002. – 252 с.

15. Цыплаков, А. А. Некоторые эконометрические методы. Метод максимального правдоподобия в эконометрии / А. А. Цыплаков. – Новосибирск: НГУ, 1997. – 126 с.