

Огорелков Б.И., Бравичев С.Н.

РЕАКЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ НА ПЕРИОДИЧЕСКУЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ИМПУЛЬСОВ НАПРЯЖЕНИЯ

Представлен метод расчета переходных и установившихся процессов в линейных электрических цепях при воздействии на цепь периодической последовательности импульсов. Представленный метод отражает построение не только рациональной, но и визуальной модели рассматриваемых импульсов. Установившаяся реакция цепи получена в замкнутой форме.

При использовании операторного метода анализа электрической цепи главное затруднение заключается в нахождении изображения действующего импульса, изображения реакции цепи и ее оригинала. Если весь процесс, как и в классическом методе, разбить на интервалы, то изображение действующего импульса и реакции цепи можно также находить по интервалам. Пусть, например, на цепь действует импульс напряжения $u(t)$, изображенный на рис. 1, а.

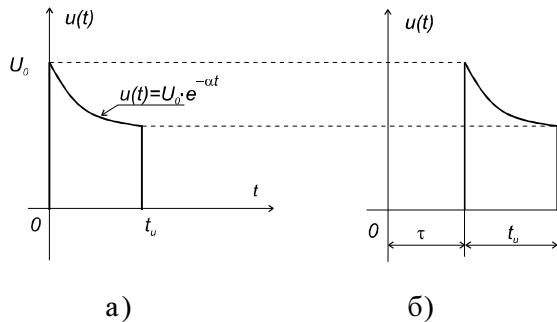


Рисунок 1

На первом интервале, во время действия импульса ($0 \leq t \leq t_u$), его операторное изображение находится также, как операторное изображение соответствующей $u(t)$ непрерывной функции, действующей от $t=0$ до $t=\infty$, то есть

$$U_u(p) = \int_0^{\infty} u(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt \quad (1)$$

Для рассматриваемого примера получим

$$U_u(p) = \frac{U_0}{\alpha + p} \quad (2)$$

На втором интервале ($t > t_u$), когда действие импульса закончилось, операторное изображение будет равно

$$U_m(p) = \int_0^{t_u} u(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt \quad (3)$$

так как $u(t)=0$ при $t > t_u$.

Для импульса, изображенного на рис.1, а,

соответственно получим:

$$\begin{aligned} U_m(p) &= \int_0^{t_u} U_0 \cdot e^{-\alpha t} \cdot e^{-pt} \cdot dt = \\ &= U_0 \int_0^{t_u} e^{-(\alpha+p)t} \cdot dt = \\ &= -\frac{U_0}{\alpha+p} \cdot e^{-(\alpha+p)t} \Big|_0^{t_u} = \\ &= -\frac{U_0}{\alpha+p} \cdot e^{-(\alpha+p)t_u} + \\ &+ \frac{U_0}{\alpha+p} = \frac{U_0}{\alpha+p} \cdot [1 - e^{-(\alpha+p)t_u}]. \end{aligned} \quad (4)$$

Во всех формулах используем индексы “и” и “пи”, означающие: “и” – во время действия импульса, “пи” – после окончания действия импульса.

Если на цепь действует смещенный на время τ импульс (рис.1, б), то его операторное изображение можно найти, пользуясь теоремой запаздывания:

$$f(t-\tau) \Leftrightarrow F(p) \cdot e^{-p\tau}, \quad (5)$$

где: $F(p) \Leftrightarrow f(t)$.

Так, например, для рассматриваемого примера будем иметь в случае смещенного импульса:

$$U_{u.см}(p) = U_u(p) \cdot e^{-p\tau} = \frac{U_0}{\alpha+p} \cdot e^{-p\tau}, \quad (6)$$

$$U_{m.см}(p) = U_m(p) \cdot e^{-p\tau} = \frac{U_0}{\alpha+p} \cdot [1 - e^{-(\alpha+p)t_u}] \cdot e^{-p\tau} \quad (7)$$

Следует отметить, что реакция цепи при $t > t_u$ (после окончания действия импульса) содержит лишь свободные составляющие процесса, соответствующие корням характеристического уравнения. В связи с этим при использовании операторного метода нахождение оригинала по теореме разложения требует учета не всех корней знаменателя изобра-

жения реакции, а лишь тех из них, которые являются корнями знаменателя передаточной функции. Это существенно упрощает расчет, особенно для импульсов сложной формы. Пусть определено изображение импульса с конечной длительностью $F_{ин}(p)$. При воздействии такого импульса на цепь с передаточной функцией

$K(p) = \frac{Q(p)}{S(p)}$ реакция при $t > t_u$ содержит лишь экспоненты $e^{P_k t}$ с показателями, в которые входят корни $S(p)=0$. Поэтому для реакции цепи при $t > t_u$ по теореме разложения получим:

$$F_{2ин}(p) = F_{ин}(p) \cdot K(p) = F_{ин}(p) \cdot \frac{Q(p)}{S(p)}, \quad (8)$$

$$f_2(t) = \sum_{k=1}^n F_{ин}(p_k) \cdot \frac{Q(p_k)}{S'(p_k)} \cdot e^{p_k t}, \quad (9)$$

где p_k – корни полинома $S(p)$, причем предполагается отсутствие кратных корней.

При действии на цепь периодической последовательности импульсов можно найти изображение нулевого импульса, как во время его действия $U_n(p)$, так и после окончания его действия $U_{ин}(p)$. Зная структуру цепи нетрудно найти операторное изображение выходной величины и перейти от изображения к оригиналу. Далее можно воспользоваться методом непосредственного суммирования. Однако результат можно получить и путем непосредственного определения операторного изображения серии импульсов и соответствующего ей изображения выходной величины.

Пусть на цепи действует периодическая последовательность импульсов, изображенная на рис.2.

Рассмотрим процесс во время действия n -го импульса ($nT \leq t \leq nT + t_u$).

В указанное время первые $n-1$ импульсов закончились, поэтому их операторное изображение, с учетом соответствующего запаздывания (5), будет равно

$$U_n(p) = U_{ин}(p) + U_{ин}(p) \cdot e^{-pT} + U_{ин}(p) \cdot e^{-2pT} + \dots + U_{ин}(p) \cdot e^{-(n-1)pT} = U_{ин}(p) \cdot (1 + e^{-pT} + e^{-2pT} + \dots + e^{-(n-1)pT}). \quad (10)$$

Выражение, стоящее в круглых скобках (10), представляет собой геометрическую прогрессию, со знаменателем $q = e^{-pT}$, первый член которой $a=1$, причем $g < 1$, так как всегда можно положить $\text{Re } p > 0$. Следовательно,

$$S_n(p) = 1 + e^{-pT} + e^{-2pT} + \dots + e^{-(n-1)pT} = \frac{1 - e^{-npT}}{1 - e^{-pT}}.$$

В результате получим:

$$\sum_{n=0}^n U_{ин}(p) = U_{ин}(p) \cdot S_n(p) = U_{ин}(p) \cdot \frac{1 - e^{-npT}}{1 - e^{-pT}}. \quad (11)$$

Операторное изображение n -го импульса во время его действия, с учетом запаздывания, будет равно

$$U_{u,n}(p) = U_n(p) \cdot e^{-npT}. \quad (12)$$

В общем случае предположим, что $U_n(p)$ найдено в виде рациональной дроби, то есть

$$U_n(p) = \frac{N(p)}{M(p)}, \quad (13)$$

тогда

$$U_{u,n}(p) = \frac{N(p)}{M(p)} \cdot e^{-npT}. \quad (14)$$

Суммируя (11) и (14) найдем изображение всей серии импульсов во время действия n -го импульса. Получим

$$U_{д}(p) = U_{ин}(p) \cdot \frac{1 - e^{-npT}}{1 - e^{-pT}} + \frac{N(p)}{M(p)} \cdot e^{-npT}. \quad (15)$$

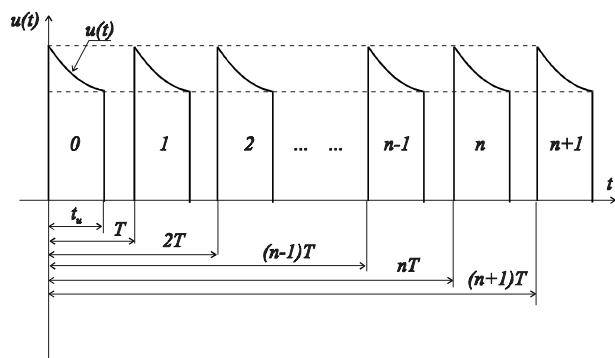


Рисунок 2

Во время паузы после окончания действия n -го импульса, когда $nT + t_u \leq t \leq (n+1)T$, то есть в промежутке между n -м и $n+1$ -м импульсами, все импульсы закончились, поэтому, с учетом запаздывания, как и в (11), получим

$$U_{п}(p) = U_{ин}(p) \cdot \frac{1 - e^{-(n+1)pT}}{1 - e^{-pT}}. \quad (16)$$

Если известна передаточная функция цепи $K(p) = \frac{Q(p)}{S(p)}$, то изображения искомой

выходной функции (напряжение или ток) на рассматриваемых интервалах будут соответственно равны:

$$F_{2д}(p) = U_m(p) \cdot \frac{1 - e^{-mpT}}{1 - e^{-pT}} \cdot \frac{Q(p)}{S(p)} + \frac{N(p) \cdot Q(p)}{M(p) \cdot S(p)} \cdot e^{-mpT}, \quad (17)$$

$$F_{2п}(p) = U_m(p) \cdot \frac{1 - e^{-(n+1)pT}}{1 - e^{-pT}} \cdot \frac{Q(p)}{S(p)}. \quad (18)$$

Очевидно, что первое слагаемое в (17) и все выражение (18) соответствуют реакции цепи на закончившиеся импульсы и поэтому их оригиналы содержат лишь свободные составляющие процесса, соответствующие корням характеристического уравнения. Поэтому нахождение оригиналов от них требует учета не всех корней знаменателей соответствующих изображений, а лишь тех из них, которые являются корнями передаточной функции. Второе слагаемое (17) требует учета всех корней знаменателя. Применяя теорему разложения к (17) и (18) и учитывая высказанные замечания, получим:

а) Во время действия n-го импульса:

$$f_2(t) = \sum_{k=1}^n U_m(p_k) \cdot \frac{1 - e^{-mp_k T}}{1 - e^{-p_k T}} \cdot \frac{Q(p_k)}{S'(p_k)} \cdot e^{p_k t} + \sum_{k=1}^n \frac{N(p_k) \cdot Q(p_k) \cdot e^{-mp_k T}}{M'(p_k) \cdot S(p_k) + M(p_k) \cdot S'(p_k)} \cdot e^{p_k t} + \sum_{i=1}^m \frac{N(p_i) \cdot Q(p_i) \cdot e^{-mp_i T}}{M'(p_i) \cdot S(p_i) + M(p_i) \cdot S'(p_i)} \cdot e^{p_i t},$$

где P_k - корни знаменателя передаточной функции $S(p)=0$;

p_1 - корни знаменателя $U_u(p):M(p)=0$;

k - текущий номер корня P_k ;

i - текущий номер корня P_i ;

n - количество корней P_k ;

m - количество корней P_i .

Так как $S(p_k) = 0$ и $M(p_i) = 0$, то

$$f_2(t) = \sum_{k=1}^n U_m(p_k) \cdot \frac{1 - e^{-mp_k T}}{1 - e^{-p_k T}} \cdot \frac{Q(p_k)}{S'(p_k)} \cdot e^{p_k t} + \sum_{k=1}^n \frac{N(p_k) \cdot Q(p_k) \cdot e^{-mp_k T}}{M(p_k) \cdot S'(p_k)} \cdot e^{p_k t} + \sum_{i=1}^m \frac{N(p_i) \cdot Q(p_i) \cdot e^{-mp_i T}}{S(p_i) \cdot M'(p_i)} \cdot e^{p_i t}. \quad (19)$$

б) Во время паузы между n и (n+1)-м импульсами ($nT + t_u \leq t \leq (n+1)T$):

$$f_2(t) = \sum_{k=1}^n U_m(p_k) \cdot \frac{1 - e^{-(n+1)p_k T}}{1 - e^{-p_k T}} \cdot \frac{Q(p_k)}{S'(p_k)} \cdot e^{p_k t}. \quad (20)$$

Установившиеся значения напряжений и токов в цепи с периодическими негармоническими возмущающими воздействиями, в том числе импульсами, можно найти непосредственно с помощью их операторных изображений, не используя предельный переход при $n \rightarrow \infty$ для оригиналов.

Пусть $f_1(t)$ - входное возбуждение – представляет собой периодическую функцию с периодом T , и пусть $f_{11}(t)$ - отрезок этой функции в первом периоде, то есть

$$f_{11}(t) = \begin{cases} f_1(t) & \text{при } 0 \leq t \leq T, \\ 0 & \text{при } t > T. \end{cases} \quad (21)$$

Предположим, что $f_{11}(t)$ имеет конечное число конечных разрывов и абсолютно интегрируема, то есть $\int_0^T |f_{11}(t)| \cdot dt$ - конечен. При

этих условиях функцию можно представить рядом Фурье, и они вполне достаточны, чтобы функция $f_1(t)$ имела Лапласово изображение. Требуется найти установившуюся реакцию цепи. Напомним, что установившаяся реакция цепи на периодическое возбуждение совпадает с вынужденной реакцией. Кроме того, она не зависит от начальных условий.

Один из способов определить искомую реакцию – разложить периодическую задающую функцию в ряд Фурье. Зная передаточную функцию, можно найти установившуюся реакцию на каждую гармоническую составляющую. Тогда полную установившуюся реакцию можно найти, сложив реакции на отдельные гармоники. Вообще, как известно, это будет бесконечный ряд:

$$f_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n \cdot e^{jn\omega_0 t}, \quad (20)$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ и b_n - коэффициенты ряда Фурье, определяемые как

$$b_n = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_1(t) \cdot e^{-jn\omega_0 t} \cdot dt. \quad (23)$$

Тогда установившаяся реакция

$$f_{2,y}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n \cdot K(jn\omega_0) \cdot e^{jn\omega_0 t}, \quad (24)$$

где $K(jn\omega_0)$ - передаточная функция n -й гармоники.

Однако, можно найти менее утомительный метод, который к тому же дает искомую установившуюся реакцию в замкнутом виде, как сумму небольшого числа членов.

Предположим, что передаточная функция $K(p)$ не имеет полюсов на оси $j\omega$ (включая $p = \infty$), так что свободная реакция в конечном итоге затухает и остается лишь вынужденная реакция. Если входной сигнал $f_1(t)$ является периодическим, то и вынужденная реакция $f_{2y}(t)$ также должна быть периодической с тем же периодом, то есть

$$f_{2y}(t) = f_{2y}(t + T). \quad (25)$$

Это выражение должно быть справедливым и при $0 \leq t < T$, то есть в течение первого периода. Другими словами, вынужденная реакция в первом периоде должна быть такой же, как и в любом другом периоде. Таким образом, нам нужно лишь найти вынужденную реакцию в первом периоде. Это и будет установившаяся реакция цепи.

Очень легко найти полную реакцию в первом периоде. Очевидно, полная реакция в первом периоде $0 \leq t < T$ не должна зависеть от последующего поведения $f_1(t)$. Иначе говоря, если вместо $f_1(t)$ взять $f_{11}(t)$, определенную в (21), реакция цепи не изменится, пока t не станет равным T . Можно воспользоваться тем, что с функцией $f_{11}(t)$ обращаться гораздо проще.

Следовательно, полная реакция в первом периоде

$$\begin{aligned} F_{21}(p) &= K(p) \cdot F_{11}(p), \\ f_{21}(t) &= L^{-1}[K(p) \cdot F_{11}(p)]. \end{aligned} \quad (26)$$

Формула (26) выражает полную реакцию цепи. Нам же нужна лишь та ее часть, которая соответствует установившемуся режиму. Остальное представляет свободную реакцию. Если удастся определить свободную реакцию, то вычтя ее из $f_2(t)$, получим ответ.

Поскольку функцию $f_1(t)$ можно описать как повторяющийся периодический отрезок функции за первый период, ее можно выразить через $f_{11}(t)$ как

$$f_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_{11}(t - kT) \cdot 1(t - kT). \quad (27)$$

Подвергнув это выражение преобразованию Лапласа, получим:

$$F_1(p) = \sum_{k=0}^{\infty} F_{11}(p) \cdot e^{-kpT} = F_{11}(p) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kpT}. \quad (28)$$

Когда $Re(p) > 0$, последняя строчка есть сходящийся геометрический ряд, так что можно написать:

$$F_1(p) = \frac{F_{11}(p)}{1 - e^{-pT}}, \quad Re(p) > 0. \quad (29)$$

Следовательно, полная реакция цепи для всех t

$$\begin{aligned} f_2(t) &= L^{-1}[F_1(p) \cdot K(p)] = \\ &= L^{-1}\left[\frac{F_{11}(p)}{1 - e^{-pT}} \cdot K(p)\right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Особые точки изображения реакции $F_2(p)$ состоят из особых точек функции $K(p)$ и функции $F_1(p)$. Согласно принятому допущению, особые точки, а именно полюсы функции $K(p)$, расположены в открытой левой полуплоскости и, следовательно, они дают члены вида $t^n \cdot e^{p_k t}$, где $Re(p_k) < 0$. Поэтому в полном решении особые точки $K(p)$ дают лишь свободные слагаемые. Особенности функции $F_1(p)$ состоят из нулей выражения $1 - e^{-pT}$ и особых точек функции $F_{11}(p)$. Сначала рассмотрим особые точки функции $F_{11}(p)$:

$$F_{11}(p) = \int_0^T f_{11}(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt. \quad (31)$$

Так как $|f_{11}(t)| \leq M$ для некоторого действительного M , то $F_{11}(p)$ имеет конечную величину при всех p и можно применить правило Лейбница о дифференцировании под знаком интеграла. Таким образом,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dp} F_{11}(p) &= \\ &= \int_0^T \frac{\partial}{\partial p} [f_{11}(t) \cdot e^{-pt}] dt = \\ &= - \int_0^T t \cdot f_{11}(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt \end{aligned} \quad (32)$$

Этот интеграл существует для всех конечных значений p . Следовательно, $F_{11}(p)$ дифференцируема во всей комплексной плоскости и, таким образом, является целой функцией (имеющей особую точку только в бесконечности). Следовательно, единственными особыми точками функции $F_1(p)$ являются нули выражения $1 - e^{-pT}$. Выражение $1 - e^{-pT}$ имеет нули, когда

$$e^{-pT} = 1; \quad (33,а)$$

$$p = jk\omega_0 \quad (k - \text{целое}), \quad (33,б)$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - основная частота.

Таким образом, $F_1(p)$ имеет бесконечное количество полюсов на оси $j\omega$ и, как можно проверить, все они простые. Вычислим вычет в одном из этих полюсов:

$$\begin{aligned} & \operatorname{Res}_{p \rightarrow jk\omega_0} [F_2(p) \cdot e^{pt}] = \\ & = \lim_{p \rightarrow jk\omega_0} \left\{ (p - jk\omega_0) \cdot \frac{F_{11}(p) \cdot K(p)}{1 - e^{-pT}} \cdot e^{pt} \right\} = \\ & = \frac{F_{11}(jk\omega_0) \cdot K(jk\omega_0)}{\left. \frac{d}{dp} (1 - e^{-pT}) \right|_{p=jk\omega_0}} \cdot e^{jk\omega_0 t} = \\ & = \frac{1}{T} F_{11}(jk\omega_0) \cdot K(jk\omega_0) \cdot e^{jk\omega_0 t}. \end{aligned} \quad (34)$$

Следовательно, частная реакция, вызванная полюсами функции $F_1(p)$, равна:

$$\begin{aligned} f_{2y}(t) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \operatorname{Res} [F_2(p) \cdot e^{pt}] = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} F_{11}(jk\omega_0) \cdot K(jk\omega_0) \cdot e^{jk\omega_0 t}. \end{aligned} \quad (35)$$

Выражение (35) представляет собой тот же ряд Фурье, что и (24). Чтобы убедиться в этом, вычислим $F_{11}(jk\omega_0)$ из уравнения (31):

$$F_{11}(jk\omega_0) = \int_0^T f_{11}(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} \cdot dt. \quad (36)$$

Сравнивая с коэффициентами ряда Фурье в формуле (10.23), убеждаемся, что

$$F_{11}(jk\omega_0) = T \cdot b_k, \quad (37)$$

откуда следует, что формула (35) и (24) представляют одну и ту же функцию.

Итак, в полной реакции цепи для всех t сум-

ма вычетов функции $\{F_2(p) \cdot e^{pt}\}$ в особых точках функции $F_1(p)$ составляет установившуюся реакцию, а сумма вычетов в особых точках функции $K(p)$ составляет свободную реакцию. Следовательно, решение для свободного процесса можно записать так

$$f_{2св}(t) = \sum_{pk-\text{полюсы } K(p)} \operatorname{Res} \left\{ \frac{F_{11}(p) \cdot K(p)}{1 - e^{-pT}} \cdot e^{pt} \right\} \quad (38)$$

Это равенство справедливо для всех значений t , в том числе и в первом периоде ($0 \leq t < T$).

Теперь задача решена. Нам нужно лишь вычесть эту свободную реакцию из полного решения для первого периода. В результате получим решение для установившейся реакции:

$$\begin{aligned} f_{2усп}(t) &= f_{21}(t) - f_{2св}(t) = \\ &= L^{-1} [F_{11}(p) \cdot K(p)] - \\ &- \sum_{pk-\text{в полюсах } K(p)} \operatorname{Res} \left\{ \frac{F_{11}(p) \cdot K(p)}{1 - e^{-pT}} \cdot e^{pt} \right\}. \end{aligned} \quad (39)$$

Заметим, что обе величины в правой части (39) зависят от особых точек функции $K(p)$, которые связаны со свободной реакцией. По этой причине установившуюся реакцию цепи на периодические функции иногда называют повторяющейся свободной реакцией.

Еще более существенное замечание, представляющее основной смысл (39) состоит в том, что в нем участвуют лишь конечные операции. Функция $K(p)$ как рациональная функция имеет лишь конечное число полюсов, поэтому не приходится вычислять бесконечное число вычетов. Выражение (39) для $f_{2усп}(t)$ написано в замкнутой форме, в виде суммы конечного числа функций.

Когда длительность импульса $t_u < T$, то есть входной сигнал на интервале периода имеет паузу, то, как это было принято ранее, его целесообразно разделить на два интервала: на интервале действия импульса ($0 < t \leq t_u$) его изображение находить по (1)

$$F_{1u}(p) = \int_0^{t_u} f_1(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt,$$

а на интервале паузы ($t_u \leq t \leq T$) по (3.3), то есть

$$F_{1nu}(p) = \int_0^{t_u} f_1(t) \cdot e^{-pt} dt.$$

При таком представлении входного сигнала в (10.39) получим

$$F_{11}(p) = \begin{cases} \text{при } 0 < t \leq t_u : \\ \left\{ \begin{array}{l} F_{1u}(p) - \text{в первом слагаемом,} \\ F_{1nu}(p) - \text{во втором слагаемом,} \end{array} \right. \\ \text{при } t_u \leq t \leq T : \\ F_{1nu}(p) - \text{в обоих слагаемых.} \end{cases} \quad (40)$$

С учетом такого представления запишем изображение установившегося значения реакции по (39) следующим образом:

а) В течение действия импульса ($0 \leq t \leq t_u$)

$$F_{2yem}(p) = F_{1u}(p) \cdot K(p) - \frac{F_{1nu}(p) \cdot K(p)}{1 - e^{-pT}} = F_{1u}(p) \cdot K(p) + \frac{F_{1nu}(p) \cdot K(p)}{e^{-pT} - 1}. \quad (41)$$

б) В течение паузы ($t_u \leq t \leq T$)

$$F_{2yem}(p) = F_{1nu}(p) \cdot K(p) - \frac{F_{1nu}(p) \cdot K(p)}{1 - e^{-pT}} = F_{1nu}(p) \cdot \left[1 - \frac{1}{1 - e^{-pT}} \right] \cdot K(p) = F_{1nu}(p) \cdot \frac{1 - e^{-pT} - 1}{1 - e^{-pT}} \cdot K(p) = F_{1nu}(p) \cdot K(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-pT}}. \quad (42)$$

Обобщая (41) и (42), запишем

$$F_{2yem}(p) = \begin{cases} F_{1u}(p) \cdot K(p) + \frac{F_{1nu}(p) \cdot K(p)}{e^{-pT} - 1} \text{ при } 0 \leq t \leq t_u, \\ F_{1nu}(p) \cdot K(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-pT}} \text{ при } t_u \leq t \leq T. \end{cases} \quad (43)$$

Полагая $F_{1u}(p) = \frac{N(p)}{M(p)}$, а $K(p) = \frac{Q(p)}{S(p)}$

получим

$$F_{2yem}(p) = \begin{cases} \frac{N(p) \cdot Q(p)}{M(p) \cdot S(p)} + F_{1nu}(p) \cdot \frac{1}{e^{-pT} - 1} \cdot \frac{Q(p)}{S(p)} \text{ при } 0 \leq t \leq t_u, \\ F_{1nu}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-pT}} \cdot \frac{Q(p)}{S(p)} \text{ при } t_u \leq t \leq T. \end{cases} \quad (44)$$

Если теперь P_k – корни $S(p)=0$, а P_i – корни $M(p)=0$, то, как и для (17) и (18) получим оригинал $f_{2yem}(t)$

$$f_{2yem}(t) = \begin{cases} \left[\sum_{k=1}^n \operatorname{Res}_{P_k} \left[\frac{N(p) \cdot Q(p)}{M(p) \cdot S(p)} \cdot e^{pt} \right] + \sum_{i=1}^m \operatorname{Res}_{P_i} \left[\frac{N(p) \cdot Q(p)}{M(p) \cdot S(p)} \cdot e^{pt} \right] + \sum_{k=1}^n \operatorname{Res}_{P_k} \left[\frac{F_{1nu}(p) \cdot Q(p)}{e^{-pT} - 1} \cdot \frac{Q(p)}{S(p)} \cdot e^{pt} \right] \right] \text{ при } 0 \leq t \leq t_u; \\ \left[\sum_{k=1}^n \operatorname{Res}_{P_k} \left[\frac{F_{1nu}(p) \cdot Q(p)}{1 - e^{-pT}} \cdot \frac{Q(p)}{S(p)} \cdot e^{pt} \right] \right] \text{ при } t_u \leq t \leq T. \end{cases} \quad (45)$$

В частном случае, когда все корни вещественные, получим:

$$f_{2,ycm}(t) = \begin{cases} \sum_{k=1}^n \frac{N(p_k) \cdot Q(p_k)}{M(p_k) \cdot S'(p_k)} \cdot e^{p_k t} + \\ + \sum_{i=1}^m \frac{N(p_i) \cdot Q(p_i)}{M'(p_i) \cdot S(p_i)} \cdot e^{p_i t} + \\ + \sum_{k=1}^n F_{1nu}(p_k) \cdot \frac{1}{e^{-p_k T} - 1} \cdot \frac{Q(p_k)}{S'(p_k)} \cdot e^{p_k t}, \\ \text{при } 0 \leq t \leq t_u \\ \\ \sum_{k=1}^n F_{1nu}(p_k) \cdot \frac{1}{1 - e^{p_k T}} \cdot \frac{Q(p_k)}{S'(p_k)} \cdot e^{p_k t}, \\ \text{при } t_u \leq t \leq T. \end{cases} \quad (46)$$

К выводам относительно определения установившегося значения реакции цепи на периодическую последовательность импульсов, установленную выражениями (39), (45) и (46), можно прийти несколько иначе, если начало отсчета времени перенести от начала действия нулевого импульса (начинающегося в момент коммутации) в начало действия очередного импульса по истечении бесконечного числа импульсов (рис.3).

При такой системе отсчета все прошедшие до момента $t' = 0$ импульсы ($n = \infty$) опережают очередной импульс на время $T, 2T, 3T, \dots, nT, \dots$. Поэтому операторное изображение прошедшей бесконечной серии импульсов в момент паузы ($t_u \leq t \leq T$) будет равно:

$$F_{1паузы}(p) = F_{1nu}(p) + F_{1nu}(p) \cdot e^{pT} + F_{1nu}(p) \cdot e^{2pT} + \dots + F_{1nu}(p) \cdot e^{npT} + \dots = F_{1nu}(p) \cdot (1 + e^{pT} + e^{2pT} + \dots + e^{npT} + \dots) = F_{1nu}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{pT}},$$

что полностью соответствует формуле (42).

Изображение установившегося значения

реакции цепи на этом интервале будет равно

$$F_{2,ycm}(p) = F_{1паузы}(p) \cdot K(p) = F_{1nu}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{pT}} \cdot \frac{Q(p)}{S(p)}, \quad (48)$$

что совпадает с (44) и, следовательно, оригинал $f_{2,ycm}(t)$ определяется по (39) или (45) и (46).

Во время действия очередного импульса ($0 \leq t' \leq t_u$) изображение входного сигнала для определения установившейся реакции можно представить как сумму изображения очередного импульса на интервале его действия $F_{1u}(p)$ и изображения бесконечной последовательности закончившихся импульсов

$$F_{1паузы}(p) = F_{1nu}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{pT}}$$

за вычетом соответствующего изображения очередного импульса после его завершения $F_{1nu}(p)$, то есть

$$F_{1д}(p) = F_{1u}(p) + F_{1nu}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{pT}} - F_{1nu}(p) = F_{1u}(p) + F_{1nu}(p) \cdot \left[\frac{1}{1 - e^{pT}} - 1 \right] = F_{1u}(p) + F_{1nu}(p) \cdot \frac{1}{e^{-pT} - 1} = \frac{N(p)}{M(p)} + F_{1nu}(p) \cdot \frac{1}{e^{-pT} - 1} \quad (49)$$

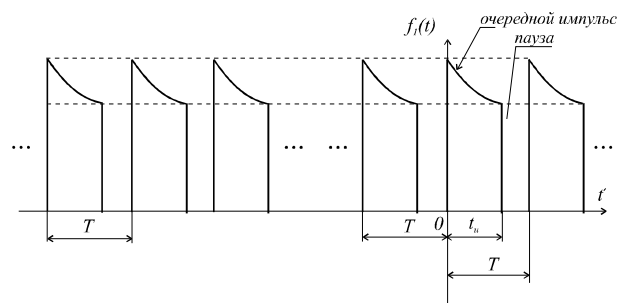


Рисунок 3

Следовательно, на интервале действия импульса,

$$\begin{aligned}
 F_{2, \text{уст}}(p) &= F_{1, \text{д}}(p) \cdot K(p) = \\
 &= \frac{N(p) \cdot Q(p)}{M(p) \cdot S(p)} + \\
 &+ F_{1, \text{ин}}(p) \cdot \frac{1}{e^{-pT} - 1} \cdot \frac{Q(p)}{S(p)}, \quad (50)
 \end{aligned}$$

что полностью совпадает с (41) и (44), поэтому установившаяся реакция на этом интервале соответствует (39), (45) или (46).

Список использованной литературы

1. Нейман Л.Р., Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники. т.1; т.2.-Л.: Энергоиздат, 1981.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. -М.: Высшая школа, 1984.
3. Теоретические основы электротехники, т.1. Основы теории линейных цепей// Под ред. Ионкина П.А.-М.: Высшая школа, 1976.
4. Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. -М.: Высшая школа, 1990.
5. Сешоу С., Балабаниян Н. Анализ линейных цепей// Под ред. Атабекова Г.И. - М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963.
6. Огорелков Б.И., Пискунова Ж.Г., Бравичев С.Н. Расчет переходных процессов в электрических цепях с импульсными ЭДС. - Оренбург, ОрПИ, 1990.
7. Огорелков Б.И., Бравичев С.Н. Установившаяся реакция электрической цепи на периодическую последовательность импульсов. //“Современные технологии в энергетике, электронике и информатике”. Материалы региональной научно-практической конференции. Выпуск 1//Оренбург. Оренбургский государственный университет, 1999.
8. Огорелков Б.И., Ушаков А.Н., Доброжанова Н.И. Метод переменных состояния. Методические указания и консультации для студентов. -Оренбург, ОрПИ, 1992.
9. Огорелков Б.И., Семенова Н.Г. Примеры расчета переходных процессов в электромеханических и электроэнергетических устройствах. Методические указания и консультации для студентов, - Оренбург, ОрПИ. 1993.
10. Огорелков Б.И., Ушакова Н.Ю., Семенова Н.Г. Переходные процессы в линейных цепях с сосредоточенными параметрами. Методические указания к выполнению расчетно-графических заданий. - Оренбург, ОрПИ, 1994.

Статья поступила в редакцию 6.08.99