И.М. Киянов

ДВА ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ВЫГОДНОСТИ ПРЕДНАПРЯЖЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ПОСТОЯННЫМ УСИЛИЕМ

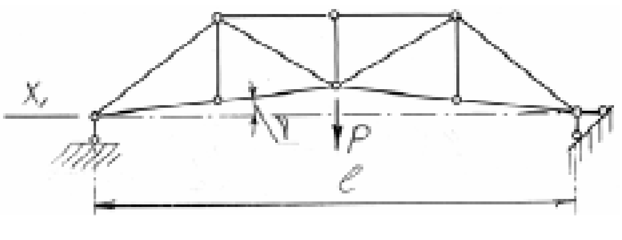
В конструкциях с постоянными усилиями в лишних связях открыты оптимальные параметры геометрии, соответствующие максимальной суммарной работе усилий в лишних связях и не зависящие ни от нагрузки, ни от степени преднапряжения /патент автора RU №2012749/. В статье приводятся два доказательства выгодности таких конструкций.

В системах строительной механики с постоянными при температурных и других перемещениях усилиями в лишних связях открыты оптимальные параметры геометрии /патент автора RU № 2012749/.

Формула открытия: «Если усилия в лишних связях систем строительной механики сохраняются постоянными при температурных и других перемещениях, то системы имеют оптимальные параметры геометрии, соответствующие максимальной суммарной работе усилий в лишних связях и не зависящие ни от нагрузки, ни от степени преднапряжения».

Основные системы конструкций с лишними связями, усилия в которых сохраняются постоянными, такие же, как и основные системы обычных статически неопределимых систем.

На рисунке показана основная система фермы с постоянным распором. Связь, сохраняющая распор постоянным, отброшена, и ее действие на ферму заменено постоянной силой X_I.



Распор X_I находится из канонического уравнения метода сил:

$$X_I\delta_{II} + \Delta_{IP} = 0\,; \qquad (1)$$

$$X_I = -\frac{\Delta_{IP}}{\delta_{II}}.$$

Параметром геометрии у фермы, показанной на рисунке, является угол наклона элементов нижнего пояса к горизонтали, угол γ. При оптимальном значении этого угла $\gamma_{оп}$ распор будет максимальным (нагрузка и прочие условия равны).

Находится $\gamma_{оп}$ из уравнения:

$$\frac{dX_I}{d\gamma} = \frac{d}{d_\gamma}\left(\frac{\Delta_{IP}}{\delta_{II}}\right) = 0 \qquad (2)$$

При оптимальном значении параметра геометрии работа постоянного усилия в связи, равная X_I Δ_{IP}, будет максимальной, так как при таком параметре геометрии не только распор X_I максимален, но и перемещение Δ_{IP} максимально. Доказывая это, запишем выражение (1) так:

$$X_I\delta_{II} = -\Delta_{IP}\,. \qquad (3)$$

При увеличении параметра геометрии от нуля до оптимального значения и выше скорости увеличения перемещений δ_{II} и Δ_{IP} меняются. Сначала скорость увеличения Δ_{IP} больше скорости увеличения δ_{II} и поэтому X_I увеличивается, но после оптимального значения параметра геометрии – наоборот. Поскольку же после оптимального значения параметра геометрии δ_{II} увеличивается быстрее, чем Δ_{IP}, а единица в правой части уравнения (3) остается постоянной, то X_I уменьшается быстрее, чем Δ_{IP} увеличивается. А это значит, что произведение X_I Δ_{IP} (работа) уменьшается по сравнению с той, которая соответствует оптимальному параметру геометрии.

Доказательство, приведенное здесь, действительно для всех случаев применения уравнения (2): балочные, арочные, висячие и другие конструкции.

Оптимальные параметры геометрии систем строительной механики с постоянными усилиями в лишних связях приведены в отличительной части формулы изобретения по патенту №2012749.

Ферма со связью, сохраняющей распор постоянными при температурных и других перемещениях, и с оптимальным углом наклона элементов нижнего пояса к горизонтали отличается от обычной фермы большей экономичностью, большей жесткостью и надежностью.

Экономическая выгодность преднапряжения постоянным усилием обуславливается не только отсутствием в конструкциях температурных напряжений и напряжений от ползучести и усадки материала, но также и тем, что такое преднапряжение обеспечивает повышенную жесткость. Оригинально и просто это доказывается с помощью принципа возможных перемещений.

Возьмем, например, балки, в которых преднапряжение создано с помощью затяжки. Сравним две балки: балку, имеющую обычное преднапряжение, и балку с постоянным преднапряжением. Пользуясь принципом возможных перемещений, запишем для этих балок уравнения, выражающие равенство работ внешних сил (нагрузок) и внутренних сил.

Уравнение для балки с обычным преднапряжением

$$W_{внеш} = W_{внт} - \frac{X_I + 2\omega_П R_O}{2}\Delta_{IP} \qquad (4)$$

Уравнение для балки с постоянным преднапряжением

$$W_{внеш} = W_{внт} - (X_I + \omega_n^1 R_O)\Delta_{IP} \qquad (5)$$

В этих уравнениях:

$W_{внеш}$ – возможная работа, совершаемая внешними силами (нагрузками);

$W_{внт}$ – возможная работа, совершаемая внутренними силами (результирующими напряжений) в балке;

$\frac{X_I + 2\omega_П R_O}{2}\Delta_{IP}$ – возможная работа усилия в затяжке без связи, сохраняющей усилие постоянным;

$(X_I + \omega_n^1 R_O)\Delta_{IP}$ – возможная работа усилий в затяжке со связью, сохраняющей усилие постоянным;

$\omega_П R_O$ – усилие предварительного напряжения в затяжке без связи, сохраняющей усилие постоянным;

$\omega_n^1 R_O$ – усилие предварительного напряжения в затяжке со связью, сохраняющей усилие постоянным;

X_I – усилие в затяжке, найденное из канонического уравнения метода сил (самонапрягающая сила);

R_O – расчетное сопротивление стали;

$\omega_1, \omega_П, \omega_n^1$ – площади поперечного сечения затяжек, соответствующие усилиям в них при максимальном использовании материала;

Δ_{IP} – возможное перемещение в затяжках.

В формуле I берется среднее значение силы в затяжке потому, что в процессе нарастания перемещения Δ_{IP} эта сила изменяется от $\omega_П R_O$ до максимального значения (нет связи, сохраняющей силу постоянной).

Если подставить в уравнение (4) и (5) $X_I = \omega_1 R_O$, то будем иметь:

$$W_{внеш} = W_{внт} - \frac{\omega_1 + 2\omega_П}{2} R_O \Delta_{IP} \qquad (6)$$

$$W_{внеш} = W_{внт} - (\omega_1 + \omega_n^1) R_O \Delta_{IP} \qquad (7)$$

Находим площадь ω_n^1, при которой уравнения (6) и (7) будут одинаковыми:

$$\frac{\omega_1 + 2\omega_П}{2} = \omega_1 + \omega_n^1;$$

$$\omega_n^1 = \frac{2\omega_П + \omega_1}{2}.$$

Двойное усилие преднапряжения $2\omega_П R_O$ не должно быть меньше самонапрягающей силы $\omega_1 R_O$.

Сравниваемые балки одинаковы, внешние силы (нагрузки) и возможные работы этих тоже одинаковы. Это значит, что и прогибы балок одинаковы. Поскольку же прогибы одинаковы, то и напряжения в балках одинаковы. При этом площадь поперечного сечения затяжки у балки с постоянным усилием преднапряжения значительно меньше.

Сравнение уравнений (6) и (7) показывает, что при равных условиях преднапряжение постоянным усилием дает экономию материала затяжки от самонапрягающей силы на 50%. Кроме этого, уменьшение растягивающего усилия в затяжке приводит к уменьшению сжимающего усилия в нижнем поясе балки. А это позволяет проще и дешевле обеспечить устойчивость нижнего пояса балки на продольный изгиб.

Балки с постоянным усилием предварительного напряжения могут быть металлическими, железобетонными и деревянными.

Выводы, приведенные для балок, в равной степени относятся к висячим и любым другим конструкциям с постоянным усилием преднапряжения.

Список использованной литературы:

1. Киянов И.М. Критерий оптимальности конструкций, близких к статически неопределимым: Информационный листок №213-74. – Оренбург, Оренбургский ЦНТИ, 1974.
2. Киянов И.М. Коэффициент эффективности фильтра усилий // Строительная механика и расчет сооружений. – 1980. №2 – С. 7-10
3. Киянов И.М. Выгодность преднапряжения строительных и мостовых конструкций постоянным усилием: Информационный листок №290-95. – Оренбург, Оренбургский ЦНТИ, 1995.
4. Киянов И.М. Ферма с постоянным распором /а.с. №414350, а.с. №614155, патент №2012749/: Информационный листок №131-97. – Оренбург, Оренбургский ЦНТИ, 1997.
5. Киянов И.М. Системы строительной механики с постоянными усилиями в лишних связях: Информационный листок №25-99. – Оренбург, Оренбургский ЦНТИ, 1999.