



Никиян Н.Г.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРЕХФАЗНЫХ АСИНХРОННЫХ МАШИН С УЧЕТОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ И ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ОТКЛОНЕНИЙ

**Существующая детерминированная математическая модель (ММ) трехфазной асинхронной машины (АМ) усовершенствована применительно к АМ малой мощности путем учета третьей гармоники магнитного поля в воздушном зазоре, влияния технологических и эксплуатационных отклонений на магнитные свойства сердечников, неравномерность воздушного зазора и несимметрию короткозамкнутой клетки ротора. На базе развитой детерминированной ММ разработана вероятностная ММ, которая может быть непосредственно использована в проектировании и производстве серийных АМ.**

Управление качеством продукции в производстве асинхронных двигателей (АД) требует создания математической модели точности (ММТ) показателей качества асинхронной машины (АМ). Под показателями качества (ПК) понимают энергетические и энергомеханические характеристики. ММТ АМ должна базироваться при этом на математической модели, обладающей высокой степенью адекватности реальной машине, другими словами, уровень ММ АМ должен обеспечивать достаточно правильный и точный учёт влияния входных отклонений на отклонения ПК. Такую ММ будем называть математической моделью реальной асинхронной машины (РАМ). Под входными отклонениями понимают отклонения размеров и физических свойств деталей и узлов, которые влияют на выходные характеристики РАМ.

В настоящее время в эксплуатации находится множество асинхронных двигателей с истекающим, или уже истекшим сроком службы и имеющими поэтому ряд отклонений, вызванных эксплуатационными причинами (несимметрия фазных обмоток статора; ухудшение магнитных характеристик стали вследствие старения; дефекты короткозамкнутой клетки ротора, возникшие вследствие частых пусков и реверсов; неравномерность воздушного зазора вследствие подработки подшипников и прочее). Недостаток финансовых средств вынуждает потребителей эксплуатировать АД, имеющие указанные отклонения. При этом возникает необходимость в ММ РАМ, с помощью которой можно рассчитать характеристики и допустимую нагрузку при наличии отклонений от нормы.

Таким образом, на первом этапе задача состоит в разработке ММ реальной асинхронной машины. Эта ММ является детерминированной.

На втором этапе требуется разработка ве-

роятностной ММ, которая базируется на указанной детерминированной модели. На кафедре электромеханики Оренбургского государственного университета была проведена работа по обоим этапам.

В известной литературе [1, 2] описана ММ идеализированной АМ, то есть машины, обладающей электрической и магнитной симметрией. В связи с этим такая ММ позволяет учитывать только те отклонения, которые не приводят к нарушению симметрии машины.

Отклонения геометрических размеров и физических свойств деталей и узлов – назовём их входными отклонениями – подразделяем на две категории. К первой категории будем относить отклонения, которые не приводят к нарушению симметрии АМ. И, соответственно, ко второй категории – те отклонения, которые вызывают нарушения симметрии.

К отклонениям первой категории относятся отклонения удельной проводимости провода обмотки статора, числа витков фазной обмотки, длины витка обмотки, отклонения размеров зубцовых слоёв и ярм статора и ротора, магнитных характеристик стали статора и ротора, удельной проводимости материала клетки ротора. Отклонения второй категории были указаны выше.

Совершенствование ММ производилось нами для широкого диапазона мощностей АМ от сотен ватт до тысячи киловатт.

### 1. Детерминированная математическая модель

Традиционный способ расчёта магнитной цепи [1, 2] даёт для двигателей мощностью не более 3 кВт невысокую точность определения намагничивающего тока. Поэтому с целью совершенствования нами был принят новый способ расчёта, заключающийся в том, что для магнитного контура, состоящего из двух зубцов

статора и двух зубцов ротора (Рисунок 1), магнитное напряжение определяют не только для первой гармоники индукции, но и для третьей, вызванной насыщением магнитной цепи /3/. Это позволило уменьшить погрешность расчёта намагничивающего тока относительно измеренного значения в среднем в 1,5 раза по сравнению с /1/. Учёт изменения магнитных характеристик стали магнитопровода под влиянием технологических факторов (штамповка листов статора и ротора, сварка сердечников статора и ротора, прошивка расточки и наружная обточка сердечника статора, шлифовка или чистовая обточка поверхности ротора) производился нами путём введения коэффициента технологических факторов /4, 5/:

$$k_{m\phi} = \frac{\sum F_{cm}}{\sum F_c} \quad (1)$$

где  $\sum F_{cm}$  – магнитное напряжение стальных участков магнитной цепи под влиянием технологических факторов;

$\sum F_c$  – то же, но без учёта влияния этих факторов.

Расчётным путём значение коэффициента  $k_{m\phi}$  может быть определено по выражению /6, 7/:

$$k_{m\phi} = \frac{H_{z_{H_s}} \cdot zn + (h_{z_s} - zn) \cdot H_{z_{\partial_s}}}{H_{z_{\partial_s}} \cdot h_{z_s}} + \frac{H_{z_{H_r}} \cdot zn + (h_{z_r} - zn) \cdot H_{z_{\partial_r}}}{H_{z_{\partial_r}} \cdot h_{z_r}} \quad (2)$$

где  $H_{z_{H_s}}$  и  $H_{z_{H_r}}$  – магнитные напряжённости наклепанного слоя (Рисунок 1) соответственно статора (индекс s) и ротора (индекс r) определяются по кривой намагничивания наклепанного слоя для магнитной индукции в наклепанном слое зубцов;

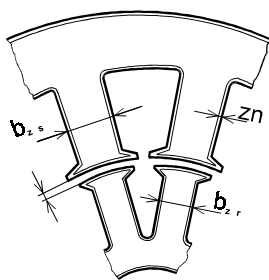


Рисунок 1– Фрагмент магнитной цепи АМ с зонами наклепа по контурам

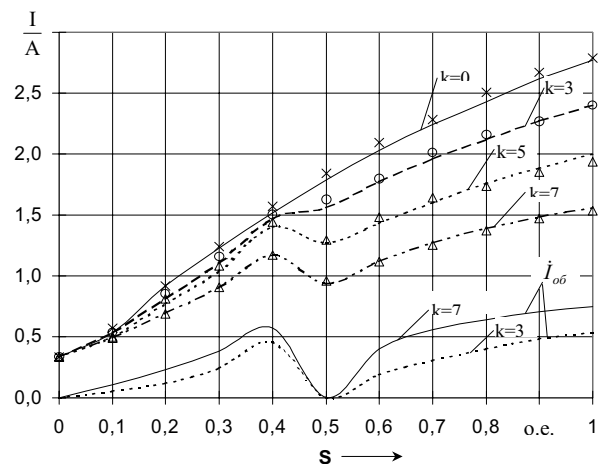


Рисунок 2.– Зависимость полного тока статора  $I$  и тока  $I_{об}$  частоты  $f_{об}$  от скольжения при разных числах  $k$  оборванных стержней ротора с изолированной клеткой двигателя АОЛ 22–2. Статический эксцентриситет  $\epsilon = 0,5$ .

$H_{z_{\partial_s}}$  и  $H_{z_{\partial_r}}$  – магнитные напряжённости для зубцов соответственно статора и ротора, определяемые по основной кривой намагничивания для эквивалентной индукции в зубцах;

$h_{z_s}$  и  $h_{z_r}$  – высота зубца соответственно статора и ротора;

$zn$  – ширина зоны наклепа.

Согласно /8/ при номинальном магнитном потоке машины в зависимости от условий производства и марки стали  $k_{m\phi} = 1,1 \div 2,0$ .

Существенное влияние на магнитные свойства электротехнической стали оказывает режим рекристаллизационного отжига холоднокатанных сталей марок 2011, 2012 и 2013. Достаточно высокая точность аппроксимации кривых намагничивания достигается с помощью выражения вида /3/:

$$H = bB + aSh kB, \quad (3)$$

где  $H$  и  $B$  – соответственно магнитная напряжённость и индукция в стали;

$a, b$  и  $k$  – коэффициенты аппроксимации напряжённости.

Кривые удельных потерь в стали при этом аппроксимируются функцией вида

$$P_{y\partial} = a_1 Sh k_1 B, \quad (4)$$

где  $a_1$  и  $k_1$  – коэффициенты аппроксимации потерь.

Изменение режима термообработки учитывается путём изменения коэффициентов аппроксимации.

Рассмотрим теперь учёт отклонений, приводящих к электрической и магнитной несимметрии АМ. По сути этот учёт приводит к необходимости создания математической модели РАМ с несимметрией фазных обмоток статора, несимметричной короткозамкнутой клеткой ротора и неравномерным воздушным зазором.

Неравномерность воздушного зазора называется эксцентриситетом ротора. Различают статический и динамический эксцентриситет. Динамический эксцентриситет обычно устраняют путём проточки поверхности ротора при вращении в подшипниках. Статический эксцентриситет – смещение оси вращения ротора относительно оси отверстия статора – влияет на величину намагничивающего тока, пусковые характеристики и силу одностороннего магнитного притяжения. Относительный эксцентриситет  $\varepsilon = e/\delta_0$ , где  $e$  – смещение оси вращения ротора относительно оси отверстия статора,  $\delta_0$  – номинальный воздушный зазор при концентричном роторе. Согласно статистическим данным в реальных АМ  $\varepsilon = 0,1 \div 0,8$ , а иногда может достигать до 1 (задевание ротора о статор).

В известной литературе /9/ неравномерный воздушный зазор (ВЗ) приводится к эквивалентному равномерному, однако без учёта зубчатости на статоре и роторе. Нами получено выражение для эквивалентного равномерного ВЗ  $\delta_{\varepsilon}$  при учёте зубчатости статора и ротора /10/:

$$\delta_{\varepsilon} = \delta_0 k_{\delta_{sr\varepsilon}}. \quad (5)$$

Коэффициент ВЗ, учитывающий эксцентриситет, а также двустороннюю зубчатость равен:

$$k_{\delta_{sr\varepsilon}} = \frac{1}{\Lambda_0}. \quad (6)$$

Коэффициент удельной магнитной проводимости при униполярном намагничивании равен:

$$\Lambda_0 = \frac{1-b_s/t_s - b_r/t_r}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} + \frac{b_s/t_s}{\sqrt{k_s^2 - \varepsilon^2}} + \frac{b_r/t_r}{\sqrt{k_r^2 - \varepsilon^2}}, \quad (7)$$

где

$$k_s = 1 + b_s/5\delta_0, \quad k_r = 1 + b_r/5\delta_0,$$

$b_s, t_s, b_r$  и  $t_r$  – соответственно ши-

рины шлицов пазов и шаги по пазам статора и ротора.

В настоящее время на кафедре электромеханики проводятся исследования влияния неравномерности ВЗ не только в радиальном, но и в осевом направлении, на параметры и характеристики АМ.

Несимметрия фазных обмоток статора легко выявляется и может быть устранена в большинстве случаев.

Несимметрию короткозамкнутой клетки ротора выявить значительно сложнее, поэтому больше вероятность эксплуатации АД с несимметричной клеткой ротора.

При нарушенной электрической симметрии ротора и симметричном статоре необходимо рассматривать полную систему уравнений напряжения АМ. Принятая в /2, 11/ запись уравнений в осях  $d$  и  $q$  обладает определёнными неудобствами при практических расчётах. Поэтому уравнения будем записывать в форме, не зависящей от ориентации осей относительно ротора.

Рассмотрим вначале АМ с симметричной короткозамкнутой клеткой на роторе. Принимаем допущения, обычные для теории АМ. Дифференциальные уравнения напряжений обмоток статора и ротора в неподвижных осях согласно /11/ в матричной форме могут быть записаны в следующем виде:

$$\|u_n\| = \|R_n\| \cdot \|i_n\| + \frac{d}{dt} \|\psi_n\|, \quad (8)$$

где матрицы напряжений и токов имеют форму столбцов, а матрица сопротивлений является диагональной. Матрица потокосцеплений равна:

$$\|\psi_n\| = \|L_n\| \cdot \|i_n\|, \quad (9)$$

где матрица  $\|L_n\|$  квадратная, состоящая из индуктивностей и взаимных индуктивностей. Общее число уравнений напряжения будет равно  $m_s + m_r$ , где  $m_s = 3$  – число фаз статора,  $m_r$  – число фаз ротора. Благодаря симметрии фазных обмоток статора вместо трёх фаз можно рассматривать только одну с учётом полей взаимной индукции с другими фазами, при этом число уравнений становится равным  $(1+m_r)$ .

Активные сопротивления фазы статора и контуров ротора, амплитуды взаимных индуктивностей и индуктивностей рассеяния в урав-

нениях (8) и (9) определяются по формулам, приведенным в /11/. Матричное уравнение (8) записано в неподвижных осях координат и поэтому имеет периодические коэффициенты. Чтобы получить уравнения с постоянными коэффициентами, записываем их в системе осей, вращающихся с синхронной скоростью. Согласно /12/ для установившегося режима работы машины из (8) получаем уравнения в комплексной форме для статора и  $n$ -го контура ротора:

$$\dot{U}_s = Z_{ss} \dot{I}_s + Z_{s1} \dot{I}_1 + \dots + Z_{sn} \dot{I}_n + \dots + Z_{sm_r} \dot{I}_{m_r}, \quad (10)$$

$$0 = Z_{ns} \dot{I}_s + Z_{n1} \dot{I}_1 + \dots + Z_{nn} \dot{I}_n + \dots + Z_{nm_r} \dot{I}_{m_r}, \quad (11)$$

где  $\dot{I}_s$  – ток фазы статора, а  $\dot{I}_1, \dots, \dot{I}_n, \dots, \dot{I}_{m_r}$  – токи контуров клетки ротора.

$Z_{ss}$  Полное сопротивление фазы статора, сопротивления взаимной индукции между контурами ротора и фазой статора для  $l$ -го контура ротора  $Z_{sl}$  и для  $n$ -го контура ротора  $Z_{sn}$  определяются по формулам, приведенным в /13/. Сопротивления взаимной индукции между фазой статора и контурами ротора для  $l$ -го контура ротора  $Z_{ls}$  и для  $n$ -го контура ротора  $Z_{ns}$  определяются также по формулам в /13/.

Рассмотрим теперь АМ с несимметричной клеткой на роторе. Принимаем, что дефект стержня обусловлен увеличением его активного сопротивления, а индуктивное сопротивление остаётся неизменным. Активное сопротивление  $n$ -го дефектного стержня представляем как сумму активного сопротивления  $R_c$  стержня при отсутствии дефекта и добавочного сопротивления  $\Delta R_n$ .

Несимметричная многофазная система токов ротора разлагается на симметричные составляющие прямой, обратной и промежуточных последовательностей. Расчёты показывают, что токи статора, обусловленные токами промежуточных последовательностей ротора, пренебрежимо малы, поэтому можно допустить, что в статоре существуют токи основной частоты  $f$  и частоты  $f_{об} = (1 - 2s)f$ , где  $s$  – скольжение. Принимаем, что токи частоты  $f_{об}$  обусловлены токами обратной последовательности ротора и существуют в отдельном, независимом контуре статора, который не имеет электромагнитной и электрической связи с контуром тока частоты  $f$ , но связан электромагнитно с контурами ротора. Напряжение на зажимах контура тока частоты  $f_{об}$  уравновешивается падением напряжения во внешней цепи. Оно обычно невелико и может быть принято равным нулю.

Уравнения напряжений контура частоты  $f_{об}$  и  $n$ -го контура ротора с учётом их взаимной связи будут иметь следующий вид:

$$0 = Z_{sob} \dot{I}_{об} + \dots + Z_{sob_1} \dot{I}_1 + \dots + Z_{sob_n} \dot{I}_n + \dots + Z_{sob_{m_r}} \dot{I}_{m_r}, \quad (12)$$

$$0 = Z_{ns} \dot{I}_s + Z_{nоб} \dot{I}_{об} + Z_{n1} \dot{I}_1 + \dots + Z_{nn} \dot{I}_n + \dots + Z_{nm_r} \dot{I}_{m_r}, \quad (13)$$

В уравнениях (12) и (13) обозначения сопротивлений имеют смысл, аналогичный сопротивлениям в уравнениях (10) и (11), но применительно к контуру статора с током частоты  $f_{об}$ . Формулы для определения этих сопротивлений приведены также в /13/.

При несимметрии роторной цепи уравнение напряжений статора (10) для токов основной частоты остаётся без изменения. Записав уравнения (10), (12), и (13) для всех контуров ротора, получим полную систему из  $(2 + m_r)$  уравнений. При этом в выражения для сопротивлений  $Z_{n,n-1}$ ,  $Z_{nn}$  и  $Z_{n,n+1}$ , соответствующие дефектным стержням, должны быть введены добавочные активные сопротивления  $\Delta R_n$ .

Проверка адекватности ММ реальной машине была выполнена для экспериментального двигателя на базе АОЛ 22-2 (габаритная мощность 600 Вт, 380/220 В, 2800 об/мин). Клетка ротора состояла из 18 медных стержней и латунных колец, изолированных от сердечника ротора. Сопротивления нормального стержня: активное  $-1,736 \cdot 10^{-4}$  Ом, индуктивное  $-1,77 \cdot 10^{-4}$  Ом; сегмента кольца: активное  $-1,618 \cdot 10^{-5}$  Ом, индуктивное  $-1,252 \cdot 10^{-6}$  Ом. Индуктивное сопротивление взаимной индукции  $X_m = 422$  Ом. Расчёты и эксперименты проводились при линейном напряжении 240 В и симметрии клетки ротора, а также для случаев обрыва стержней от 3 до 7, расположенных рядом друг с другом. Относительный эксцентриситет ротора составлял  $\epsilon = 0,5$ . В расчётах принималось  $\Delta R_n = 3,5$  Ом. Расчётные значения тока статора практически совпадают с измеренными (Рисунок 2), что подтверждает правильность и точность разработанной модели.

## 2 Вероятностная математическая модель РАМ

На базе созданной детерминированной ММ РАМ была разработана вероятностная ММ с учётом отклонений первой категории (не нарушающих симметрию) для АМ не более 3 кВт.

Для решения задачи использовался метод некомпозиционного планирования эксперимента /

14/. Зависимости между параметрами АД и его показателями качества представляют собой полиномы второго порядка

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2, \quad (14)$$

где  $b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}$  – коэффициенты полинома;

$x_i, x_j$  – переменные параметры (входные отклонения);

$y$  – исследуемая выходная характеристика (показатель качества АД);

$n$  – количество варьируемых факторов.

Варьирование факторами осуществлялось в пятимерном факторном пространстве, ограниченном предварительно заданными интервалами.

Согласно плану эксперимента на основании расчёта 46 вариантов АД с различным сочетанием отклонений размеров и физических характеристик активных материалов, после исключения незначимых коэффициентов были получены уравнения регрессии, связывающие значения показателей качества со значениями исследуемых факторов /15, 16/. Расчёты проводились для АД типа АИС 80 А4 УЗ. Проверка по критерию Фишера показала, что полученные уравнения регрессии адекватно описывают влияние отклонений размеров активной зоны и свойств активных материалов на ПК АД. Ниже для примера приведены уравнения регрессии, отражающие влияние отклонений свойств активных материалов на КПД  $\eta$  и коэффициент мощности  $\cos\varphi$  указанного АД:

$$\eta = 0,72040 - 0,00888\tilde{a} - 0,02329\tilde{k} + 0,09106\tilde{\gamma} + 0,00858\tilde{a}^2 - 0,01129\tilde{k}^2 - 0,02153\tilde{a}\tilde{k}; \quad (15)$$

$$\cos\varphi = 0,79510 - 0,01699\tilde{a} - 0,01221\tilde{b} - 0,04376\tilde{k} - 0,03371\tilde{k}^2 - 0,03415\tilde{a}\tilde{k}. \quad (16)$$

Реальные значения коэффициентов аппроксимации ( $a, b, k$ ) характеристики намагничивания стали (см. формулу (3)) определяют

ся по кодированным значениям  $(\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{k})$  по выражениям:

$$a = 0,1319 + 0,1309\tilde{a}, \frac{\text{А}}{\text{Гн}};$$

$$b = 321,75 + 200\tilde{b}, \frac{\text{ММ}}{\text{Гн}};$$

$$k = 5,331 + 2\tilde{k}, \frac{1}{\text{Тл}}.$$

Значение удельной магнитной проводимости материала клетки (алюминий с примесью) определяется аналогично:

$$\gamma = 32 + 4\tilde{\gamma}, \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}.$$

Методом Монте-Карло было проведено исследование полученных регрессионных уравнений на экстремум. Анализ минимальных и максимальных значений КПД и  $\cos\varphi$  показал, что их значения выходят за пределы, указанные в стандарте на электрические машины малой мощности ГОСТ 16264.0-85. На этом примере показано, что для выполнения требований стандарта необходимо избегать определённого сочетания различных входных отклонений.

**Заключение.** Общепринятая детерминированная ММ АМ развита и дополнена более точным способом расчёта магнитной цепи и способами учёта влияния технологических и эксплуатационных отклонений. В таком виде ММ может быть использована в производстве как составная часть комплекса для управления качеством выпускаемых АД. Эта ММ принята для использования на заводе АО Уралэлектро, г. Медногорск, намечается также внедрение ММ на энергетических предприятиях АО Оренбургэнерго для определения характеристик АД собственных нужд электростанций.

На базе развитой детерминированной ММ разработана вероятностная ММ, которая может быть непосредственно использована в проектировании и производстве серийных АД.

- 1 Методика электромагнитного расчёта трёхфазных короткозамкнутых асинхронных двигателей. РТМ ОАБ 689.501. ВНИИЭМ. – 1977.
- 2 Проектирование электрических машин / И.П. Копылов, Ф.А. Горяинов, Б.К. Клоков и др.; под ред. И.П. Копылова. – М.: Энергия, 1980. – 496 с.
- 3 Дадиванян Ф.П. Исследование магнитной цепи трёхфазных асинхронных машин малой мощности. Автореферат диссертации ... канд. техн. наук. – Ленинград, 1978.
- 4 Никиян Н.Г. Влияние технологии обработки сердечников асинхронных двигателей на их магнитные свойства // Изв. ВУЗ-ов. Электромеханика. – 1987. – № 8, с. 27–30.
- 5 Никиян Н.Г., Йондем М.Е. Влияние технологических факторов на магнитное напряжение сердечников асинхронных машин // Электромеханика. – 1988. – № 6, – с. 19–21.
- 6 Казаков В.Н., Никиян Н.Г. Способ расчёта магнитного напряжения сердечников электрических машин с учётом последствий их механической обработки // Сб. научн. работ XVII научн. конф. студентов. – Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург. – 1995. – С. 108–114.
- 7 Быковская Л.В. Учёт влияния технологии изготовления асинхронных двигателей в расчёте магнитной цепи

- // Тезисы докладов регион. научно-практич. конфер-и молодых учёных и спец-тов Оренбуржья (ч. I). – Оренбург: Изд-во ОГУ, 1999. – с. 166–167.
- 8 Никиян Н.Г., Йондем М.Е., Маилян А.Л. Устройство для определения магнитных характеристик статора асинхронного двигателя // Электротехническая промышленность, сер. Электрические машины. – 1979. Вып. 10 (104). – с. 8–9.
- 9 Геллер Б., Гамата В. Высшие гармоники в асинхронных машинах. – М.: Энергия. – 1981. – 352 с.
- 10 Йондем М.Е., Никиян Н.Г., Акопян Г.С. Магнитная проводимость воздушного зазора асинхронной машины при эксцентриситете ротора // Изв. ВУЗ-ов. Электромеханика. – 1985. – № 5. – с. 32–35.
- 11 Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.
- 12 Никиян Н.Г. Уравнения напряжений трёхфазной асинхронной машины с несимметричной короткозамкнутой клеткой ротора // Изв. АН Армении, сер. техн. наук. 1991. – т XLIV. – № 1. – с. 25–30.
- 13 Никиян Н.Г., Митрофанов С.В. Методы расчёта токов и потерь асинхронной машины с несимметричной клеткой ротора // Монография. – Оренбург: ОГУ, 1999 – 49 с.
- 14 Ивоботенко Б.А. Ильинский Н.Ф., Копылов И.П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия. – 1975. – 184 с.
- 15 Быковская Л.В., Быковский В.В. Влияние технологических отклонений на показатели качества асинхронных двигателей // Тезисы докладов регион-й конференции молодых учёных и спец-тов ( ч. III) – Оренбург: Изд-во ОГАУ. – 1998. – с. 109–110.
- 16 Никиян Н.Г., Быковская Л.В. Влияние свойств используемых материалов на показатели качества асинхронного двигателя // Современные технологии в энергетике, электронике и информатике. Материалы регион. научно-практ. конф. Вып. 1. – Оренбург. – Оренб. гос. ун-т. – 1999. – с. 54–58

**Статья поступила в редакцию 11.01.2000г.**