

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

«Оренбургский государственный университет»

А.Н. ХОЛОДИЛИН, Р.Ф. САГИТОВ, Р.Н. КАСИМОВ

# ПРАКТИКУМ ПО КУРСУ «ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ПИЩЕВЫХ ПРОИЗВОДСТВ»

Рекомендовано Ученым советом государственного общеобразовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования на факультете пищевых производств.

Оренбург 2008

УДК 664(075.8)  
ББК 36.81 я 73  
Х73

Рецензент кандидат технических наук, доцент В.П. Попов

**Холодилин. А.Н.**

Х73 Практикум по курсу «Процессы и аппараты пищевых производств»: учебное пособие./ А.Н. Холодилин, Р.Ф. Сагитов, Р.Н. Касимов. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2008. – 110 с.

ISBN

Лабораторный практикум содержит 3 раздела, в которых представлены теоретические сведения о процессах пищевых производств, приведены примеры практических заданий по курсу «Процессы и аппараты пищевых производств». В первом разделе представлены основные понятия и расчетные формулы при математическом, моделировании процесса перемещения частицы по рабочему органу машины, во втором представлены основы теплопередачи, в третьем рассмотрен процесс выпаривания в однокорпусных и многокорпусных установках.

Практикум предназначен для выполнения: практических занятий по дисциплине: «Процессы и аппараты пищевых производств», для студентов всех форм обучения специальностей «Машины и аппараты пищевых производств», «Технология молока и молочных продуктов», «Технология мяса и мясных продуктов», «Технология хлеба, макаронных и кондитерских изделий», «Технология хранения и переработки зерна».

УДК 664 (075.8)  
ББК 36.81 я 73

4001010000

К

ISBN

© А.Н. Холодилин,  
Р.Ф. Сагитов,  
Р.Н. Касимов,  
© ГОУ ОГУ, 2008

## Содержание

Введение.....	4
1 Система единиц измерения СИ.....	5
1.1 Переводные коэффициенты.....	5
1.2 Технические свойства сырья, полупродуктов и продуктов.....	7
2 Математическое моделирование процесса перемещения частицы по рабочему органу машины.....	15
2.1 Основные понятия и расчетные формулы.....	15
2.2 Задание движения и траектории.....	16
2.3 Скорость в декартовых координатах.....	17
2.4 Ускорение точки в декартовых координатах.....	19
2.5 Векторные формулы для скоростей и ускорений точек при вращении твёрдого тела.....	21
2.6 Ускорение Кориолиса.....	23
2.7 Дифференциальные уравнения относительного движения материальной точки.....	27
2.8 Контрольные задания.....	28
3 Основы теплопередачи.....	36
3.1 Теплопроводность.....	36
3.2 Теплоотдача.....	38
3.3 Контрольные задания.....	61
4 Выпаривание.....	69
4.1 Выпаривание в однокорпусной установке.....	69
4.2 Выпаривание в многокорпусной выпарной установке.....	75
4.3 Контрольные задания.....	78
Список использованных источников.....	82
Приложение А	
Приложение Б	

## **Введение**

Учебное пособие написано в дополнение к курсу лекций по процессам и аппаратам пищевых производств, предназначено для выполнения курсовой работы и проведения практических заданий.

В данном учебном пособии изложены основные понятия и расчетные формулы, необходимые для развития навыков математического моделирования процессов перемещения частиц по различным рабочим органам, а также расчета теплообменной аппаратуры и выпарных аппаратов. Приведены контрольные задания и пример оформления курсовой работы.

В приложениях приведены основные теплофизические и другие характеристики сырья, полупродуктов и продуктов пищевых производств, необходимых для выполнения технических расчетов.

# 1 Система единиц измерения СИ

## 1.1 Переводные коэффициенты.

С 1980 г. для всех областей науки, техники и народного хозяйства принята как обязательная Международная система единиц измерения СИ, в которой единицей длины является метр (м), массы – килограмм (кг), времени – секунда (с), термодинамической температуры – градус Кельвина (К). Система СИ устраняет путаницу в единицах измерения массы и силы; масса измеряется в килограммах, а сила – в ньютонах (Н). В связи с этим получили более точное выражение производные величины (давление, плотность, удельный вес, динамическая вязкость и др.), в которые входят единицы массы или силы.

Давление и механическое напряжение измеряются в Паскалях (Па), плотность  $\rho$  – в  $\text{кг}/\text{м}^3$ . Так как  $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н}/\text{м}^2$  как единица измерения численно очень мала, рекомендуют в расчетах применять ее кратные единицы: килопаскаль (кПа) и мегапаскаль (МПа).

В СИ отсутствует в качестве физической величины удельный вес с размерностью  $\text{кг}/\text{м}^3$  как равноценный плотности. Понятие удельного веса с размерностью  $\text{Н}/\text{м}^3$  не является справочной величиной и зависит от ускорения силы тяжести в точке измерения; в необходимых случаях удельный вес выражают через плотность как  $\gamma = \rho \cdot g$ .

Единицей измерения динамической вязкости в СИ служит паскаль-секунда (Па·с);  $1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2$ . Так как эта единица значительна по своей величине, для выражения динамической вязкости рекомендуют применять ее дольную единицу – миллипаскаль-секунду (мПа·с).

В отличие от других систем в СИ в качестве единицы работы, любого вида энергии и количества теплоты принята универсальная единица – джоуль (Дж); универсальной единицей мощности является ватт (Вт).

Ниже рассмотрим пример установления единиц измерения некоторых физических величин и соотношений между ними.

1.1.1 Размерность коэффициента динамической вязкости  $\mu$  в системе СИ установим из уравнения Ньютона, согласно которому сила трения  $P$  (Н), действующая между параллельно движущимися слоями жидкости или газа.

$$P = m \cdot F \cdot \omega/l, \quad (1)$$

где  $F$  – площадь Трения  $\text{м}^2$ ,  $\omega/l$  – градиент скорости.

Тогда размерность, коэффициента динамической вязкости

$$[\mu] = [Pl/(F\omega)] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{(\text{м}^2 \cdot \text{м})} \right] = [\text{Па} \cdot \text{с}].$$

В системе единиц СГС за единицу вязкости принят пуаз (П), равный 1 г/(см·с).

В системе единиц МКХСС размерность динамической вязкости  $[\mu] = [\text{кг}\cdot\text{с}/(\text{м}^2 \cdot \text{м})] = [\text{кгс}\cdot\text{с}/\text{м}^2]$ ; 1 кгс·с/м<sup>2</sup> называют технической единицей вязкости.

Найдем соотношения между единицами измерения динамической вязкости в системах СИ и СГС.

$$1 \text{ Па}\cdot\text{с} = 1 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2 = 1 \text{ кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/(\text{м}^2\cdot\text{с}) = 1 \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с}) = 1000 \text{ г}/100 \text{ см}\cdot\text{с} = 10 \text{ г}/(\text{см}\cdot\text{с}) = \\ = 10 \text{ П} = 1000 \text{ сП}; 1 \text{ сП} = 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с} = 1 \text{ мПа}\cdot\text{с}.$$

Учитывая, что ньютон измеряется в кг·м/с<sup>2</sup>, размерность  $\mu$ , можно представить и так:

$$[\mu] = \left[ \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2} \right] = \left[ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}}{(\text{м}^2\cdot\text{с}^2)} \right] = [\text{кг}/(\text{м}\cdot\text{с})].$$

1.1.2 Размерность коэффициента кинематической вязкости  $\nu$  найдем из соотношения

$$\nu = \mu / \rho; \tag{1.1}$$

$$[\nu] = [\mu / \rho] = \left[ \frac{\text{Н}\cdot\text{с}\cdot\text{м}^3}{(\text{м}^2\cdot\text{кг})} \right] = \left[ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{м}^3}{(\text{с}^2\cdot\text{м}^2\cdot\text{кг})} \right] = [\text{м}^2/\text{с}].$$

Таковую же размерность имеет  $\nu$  в системе единиц МКГСС.

$$[\nu] = \left[ \frac{(\text{кгс}\cdot\text{с}/\text{м}^2)}{(\text{кгс}\cdot\text{с}^2/\text{м}^4)} \right] = [\text{м}^2/\text{с}].$$

Единицей кинематической вязкости в системе СГС является стоке (Ст); 1 Ст = 1 см<sup>2</sup>/с.

1.1.3 Поверхностное натяжение жидкости  $\sigma$  (Дж/м<sup>2</sup>) – работа, необходимая для образования единицы новой поверхности при постоянной температуре.

Размерность  $\sigma$  в системе МКГСС  $[\sigma] = [\text{кгс}/\text{м}]$ , а в системе СИ  $[\sigma] = [\text{Дж}/\text{м}^2] = [\text{Н}\cdot\text{м}/\text{м}^2] = [\text{Н}/\text{м}]$ ; 1 кгс/м = 9,81 Н/м.

Величину  $\sigma$  определяют экспериментально.

1.1.4 Соотношение между единицами измерения коэффициента теплопроводности  $\lambda$  в ккал/(м·ч·град) и в Вт/(м·К) следующее:

$$1 \text{ ккал}/(\text{м}\cdot\text{ч}\cdot\text{град}) = 4187 \text{ Дж}/(\text{м}\cdot 3600\cdot\text{с}\cdot\text{К}) = 1,163 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}).$$

Рассмотрим примеры перевода расчетных формул в систему СИ.

Формулы, в которых все величины выражены в единицах одной какой-либо прежней системы единиц (например, в системах СГС, МКГСС) без применения внесистемных единиц (л. с., об/мин, ат, кГ/мм<sup>2</sup>, кГ/см<sup>2</sup>, ккал и др.), при переходе в систему СИ не изменяются. Например, формула для определения толщины стенки  $\delta$  цилиндрической части аппаратов, работающих под избыточным давлением, в системах МКГСС, СГС, МКС и СИ записывается одинаково при условии, что все величины, входящие в эту формулу, выражены в единицах одной системы:

$$\delta = \left[ \frac{p \cdot D}{(2\sigma_d \cdot \varphi - p)} \right] + C, \quad (1.2)$$

здесь  $D$  – внутренний диаметр аппарата;  $p$  – рабочее давление в нем;  $\sigma_d$  – допускаемое напряжение на растяжение;  $\varphi$  – коэффициент прочности шва;  $C$  – надбавка на коррозию и износ.

В системе СИ  $D$ ,  $\sigma$  и  $C$  – выражены в м, а  $\sigma_d$  и  $p$  – а Па.

В формулах, где массу, плотность, массовую скорость и массовый расход неправильно называют (и соответственно обозначают) весом, удельным весом, весовой скоростью и весовым расходом, следует заменить  $G$  на  $M$ ,  $\gamma$  на  $\rho$  и т. д. и правильно записывать соответствующие им единицы измерения.

## 1.2 Технические свойства сырья, полупродуктов и продуктов. Основные понятия и расчетные формулы

1.2.1 Плотность  $\rho$  – масса единицы объема вещества, кг/м<sup>3</sup>

$$\rho = m/V, \quad (1.3)$$

где  $m$  – масса веществ, кг;  $V$  – объем вещества, м<sup>3</sup>.

Плотность жидкостей, содержащих сухие вещества (сахарного сиропа, фруктовых соков, молока с сахаром и др.), при 20 °С  $\rho_{20}$  (в кг/м<sup>3</sup>)

$$c_{20} = 10[1,42 \cdot B + (100 - B)], \quad (1.4)$$

где B – содержание сухих веществ, %.

При температуре t °C  $\rho_t$  (в кг/м<sup>3</sup>)

$$c_t = c_{20} - 0,5 \cdot (t - 20). \quad (1.5)$$

Для бинарной суспензии, состоящей из воды и твердой фазы, плотность  $\rho_c$  (в кг/м<sup>3</sup>)

$$c_c = 1/[x_T/c_T + (1 - x_T)/c], \quad (1.6)$$

где  $x_T$  – массовая доля твердой фазы в суспензии;  $\rho_T$  и  $\rho_x$  – плотности твердой фазы и воды, кг/м<sup>3</sup>.

Плотность бинарных суспензий  $\rho_c$  (в кг/м<sup>3</sup>) можно рассчитать по формуле

$$c_c = c_T \cdot \varphi + c_{ж} (1 - \varphi), \quad (1.7)$$

где  $\varphi$  — объемная доля твердой фазы в суспензии.

$$\varphi = x_T \cdot c / c_T. \quad (1.8)$$

Плотность томатопродуктов (в кг/м<sup>3</sup>)

$$\rho = 1016,76 + 4,4 \cdot B - 0,53 \cdot t, \quad (1.9)$$

где B – содержание сухих веществ, %; t – температура продукта, °C.

Зависимость между плотностями жидкости при различных температурах выражается формулой

$$c_2 = c_1 \cdot [1 - B \cdot (t_2 - t_1)], \quad (1.10)$$



где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  плотности жидкости при температурах  $t_1$  и  $t_2$ , кг/м<sup>3</sup>;  $\beta$  – коэффициент объемного расширения жидкости.

При известной плотности водной суспензии  $\rho_c$  и плотности, твердой фазы  $\rho_T$  массовую концентрацию суспензии  $x_c$  (в %) рассчитывают по формуле

$$x_c = c_T \cdot (c_c - 1000) \cdot 100 / [c_c \cdot (c_T - 1000)]. \quad (1.11)$$

Плотность  $\rho$  (в кг/м<sup>3</sup>) газа или пара при температуре  $T$  (в К) и давлении  $P$  (в Па) на основании уравнения Клапейрона рассчитывают по формуле

$$\rho = P / (R \cdot T), \quad (1.12)$$

где  $R$  – газовая постоянная, Дж/ (кг·К),  $R = 8314 / M$ ;  $M$  – молекулярная масса газа (пара).

Плотность смеси газов или паров (в кг/м<sup>3</sup>)

$$c_{см} = y_1 \cdot c_1 + y_2 \cdot c_2 + \dots + y_n \cdot c_n, \quad (1.13)$$

где  $y_1, y_2, \dots, y_n$  – объемные доли компонентов газовой или паровой смеси;  $c_{см}, c_1, c_2, \dots, c_n$  – плотности смеси и соответствующих компонентов, кг/м<sup>3</sup>.

1.2.2 Объемную массу свободно насыпанного зернистого материала  $\rho_M$  (в кг/м<sup>3</sup>) можно рассчитать по плотности твердых частиц и порозности  $\epsilon$  слоя.

$$c_M = c_T \cdot (1 - \epsilon). \quad (1.14)$$

Для свободно насыпанных материалов, состоящих из неоднородных по форме частиц,  $\epsilon = 0,38—0,42$ .

1.2.3 Динамическую вязкость суспензий и эмульсий  $\mu$  определяют в зависимости от вязкости внешней среды  $\mu_c$  и объемной концентрации  $\phi$  находящихся в них частиц.

Для суспензий с объемным содержанием твердой фазы  $\phi < 10\%$  динамическая вязкость (в Па·с)

$$\mu = \mu_c \cdot (1 + 2,5 \cdot \phi). \quad (1.15)$$

При  $\phi > 10\%$  в этой формуле вместо 2,5 принимают 4,5.

Для соков, сиропов и сгущенного молока при  $20\text{ }^\circ\text{C}$   $m$ , (в мПа·с) составит

$$m = 0,94 \cdot e^{0,05+0,08 \cdot B}, \quad (1.16)$$

где  $B$  – концентрация сухих веществ, %.

Для натурального молока при  $20\text{ }^\circ\text{C}$   $\mu$ , (в мПа·с) будет:

$$\mu = 0,7 \cdot e^{(0,05+0,08 \cdot B)}. \quad (1.17)$$

При температуре, отличающейся от  $20\text{ }^\circ\text{C}$ ,

$$m_t = 12,9 \cdot m/t^{0,85}. \quad (1.18)$$

Для растворов сахарозы при  $15 < B < 65\%$  сухих веществ и при  $t < 70\text{ }^\circ\text{C}$   $\mu$  (в Па·с) будет:

$$\ln \mu = e^{(a \cdot B + b)} + C, \quad (1.19)$$

где  $a = 8,405 \cdot 10^{-7} \cdot t^2 - 1,65 \cdot 10^{-4} \cdot t + 0,03617$ ;

$b = -1,0161 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 1,098 \cdot 10^{-3} \cdot t - 0,48542$ ;

$c = 1,534 \cdot 10^{-4} \cdot t^2 - 0,03291 \cdot t - 6,8505$ .

Для высококонцентрированных растворов сахарозы (ульфелей), содержащих кристаллы,

$$\lg(\mu_y / \mu_p) = 0,01322 \cdot B \left\{ \left[ \frac{85}{85 - K_p} \right] - 1 \right\}, \quad (1.20)$$

где  $\mu_y$  – динамическая вязкость утфеля, Па·с;  $\mu_p$  – динамическая вязкость межкристального раствора при данной температуре, Па·с;  $K_p$  – содержание кристаллов в утфеле, %;  $B$  – содержание сухих веществ в утфеле, %.

Для растительного масла при температуре  $t$  °С

$$m_t = 0,175/10^{(0,31+0,026 \cdot t)}. \quad (1.21)$$

Динамическая вязкость томатопродуктов (в Па·с)

$$\mu = 0,0199 \cdot B^{2,94} \cdot t^{-1,17}, \quad (1.22)$$

где  $B$  – содержание сухих веществ в продукте, %;  $t$  – температура продукта, °С  
Динамическая вязкость насыщенного пара (в Па·с)

$$m = 1 / (0,955 - 1,42 \cdot 10^{-3} \cdot c_n), \quad (1.23)$$

где  $\rho_n$  – плотность насыщенного пара, кг/м<sup>3</sup>.

1.2.4 Теплоемкость растительного сырья в водных полупродуктах с [в Дж/(кг·К)] можно рассчитать по одной из следующих формул:

$$c = c_c \cdot (1 - 0,01 \cdot W) + 41,87 \cdot W, \quad (1.24)$$

где  $c_c$  – теплоемкость сухих веществ, Дж/(кг·К);  $W$  – содержание воды в продуктах, %.

Теплоемкость зерна [в Дж/(кг·К)]

$$c = 1550 + 26,4 \cdot W. \quad (1.25)$$

Теплоемкость томатопродуктов [в Дж/(кг·К)]

$$c = 4228,7 - 20,9 \cdot B - 10,88 \cdot t. \quad (1.26)$$

Для жидких продуктов сахарного производства  $c$  [в Дж/(кг·К)]

$$c = 4190 - 0,01 \cdot B \cdot [2510 - 7,54 \cdot t + 4,61 \cdot (100 - D_{\sigma})], \quad (1.27)$$

где  $D_{\sigma}$  – доброкачественность продукта, %.

Теплоемкость теста [в Дж/(кг·К)]

$$c = 1675 \cdot (1 + 0,015 \cdot W), \quad (1.28)$$

где  $W$  – влажность теста, % .

1.2.5 Теплопроводность чистых ассоциированных жидкостей (вода, спирты и др.) [в Вт/(м·К)]

$$\lambda = 3,58 \cdot 10^{-8} \cdot c \cdot c \sqrt[3]{c/M}, \quad (1.29)$$

где  $c$  – теплоемкость жидкости, Дж/(кг·К.);  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $M$  – молекулярная масса жидкости.

Теплопроводность бинарных смесей жидкостей [в Вт/(м·К)]

$$\lambda = \lambda_2 + 1,59 \cdot x_1 \cdot (\lambda_1 - \lambda_2) \cdot (1 - 0,37 \cdot x_1), \quad (1.30)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – теплопроводности чистых компонентов 1-й и 2-й смеси, в которой  $\lambda_1 > \lambda_2$ ;  $x_1$  – массовая доля компонента 1 в смеси.

Теплопроводность растворов сахарозы при  $0 < B < 65$  % сухих веществ и при  $0 < t < 80$  °С [в Вт/(м·К)]

$$\lambda = (1 - 5,479 \cdot 10^{-3} \cdot B) \cdot (0,5686 + 1,514 \cdot 10^{-3} \cdot t - 2,2 \cdot 10^{-6} \cdot t^2). \quad (1.31)$$

Теплопроводность томатопродуктов [в Вт/(м·К)]

$$\lambda = (528 - 4,04 \cdot B + 2,05 \cdot t) \cdot 10^{-3}. \quad (1.32)$$

Теплопроводность фруктовых соков, молока с сахаром, сиропов и других жидких сред, содержащих сухие вещества,  $\lambda$  [в Вт/(м·К)] при 20 °С

$$\lambda_{20} = 0,593 - 0,025 \cdot B^{0,53}. \quad (1.33)$$

При температуре  $t$  °С

$$\lambda_t = \lambda_{20} + 0,00068 \cdot (t - 20). \quad (1.34)$$

Для большинства органических жидкостей в пределах температур 0 – 120 °С  $\lambda = 0,25 - 0,12$  Вт/(м·К), для воды в пределах указанных температур  $\lambda = 0,55 - 0,68$  Вт/(м·К) и для продуктов, содержащих значительное количество жира,  $\lambda = 0,14/0,17$  Вт/(м·К).

1.2.6 Коэффициент молекулярной диффузии  $D_r$  (в м<sup>2</sup>/с) газа А в газе В

$$D_r = \frac{0,0435 \cdot T^{1,5}}{P \cdot (\nu_A^{1/3} + \nu_B^{1/3})^2} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}, \quad (1.35)$$

где  $T$  – температура среды, К;  $P$  – общее давление, Па;  $\nu_A$  и  $\nu_B$  – мольные объемы газов А и В, см<sup>3</sup>/моль;  $M_A$  и  $M_B$  – молекулярные массы газов А и В.

Если известен коэффициент диффузии  $D_{r1}$  при температуре  $T_1$  и давлении  $P_1$ , то при температуре  $T_2$  и давлении  $P_2$  коэффициент диффузии  $D_{r2}$  будет

$$D_{r2} = D_{r1} \cdot (T_2 / T_1)^{1,5} \cdot (P_1 / P_2). \quad (1.36)$$

Коэффициент диффузии газов или паров в жидкостях при 20 °С  $D_{ж}$  (в м<sup>2</sup>/с)

$$D_{ж} = 7,4 \cdot 10^{-12} \cdot (a \cdot M)^{0,5} \cdot T / (\mu_{ж} \cdot \nu^{0,6}), \quad (1.37)$$

где  $M$  – молекулярная масса жидкости;  $T$  – температура жидкости, К;  $\mu_{ж}$  – динамическая вязкость жидкости, мПа·с;  $\nu$  – мольный объем диффундирующего

компонента, см<sup>3</sup>/моль; а – опытный коэффициент, равный 1 для эфира, бензола и других неассоциированных жидкостей, 2,6 – для воды, 1,5 – для этилового спирта.

Если известен коэффициент диффузии  $D_{ж}$  при 20 °С, то коэффициент диффузии при температуре  $t$  будет

$$D_{жt} = D_{ж} \cdot [1 + b \cdot (t + 20)], \quad (1.38)$$

$\mu$  – динамическая вязкость жидкости при 20°С, Па·с;  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>.

Мольные объемы  $v$  (в см<sup>3</sup>/моль) веществ рассчитывают суммированием составляющих для атомов, групп и связей, входящих в состав вещества.

Численные значения коэффициентов диффузии в газах имеют значения  $0,3 \cdot 10^{-5} - 7 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с, а при диффузии газа или пара в жидкости –  $0,4 \cdot 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с.

1.2.7 Поверхностное натяжение жидкости  $\sigma$  (в Н/м) можно рассчитать по формуле

$$\sigma = (P_h \cdot \rho_{ж} / M)^4, \quad (1.39)$$

где  $P_h$  – паракор-постоянная, зависящая от поверхностного натяжения жидкости (ее значение находят суммированием составляющих для атомов, групп и связей);  $\rho_{ж}$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $M$  – молекулярная масса.

## 2 Математическое моделирование процесса перемещения частицы по рабочему органу машины

### 2.1 Основные понятия и расчетные формулы

Механическим движением тела называется изменение с течением времени его положения по отношению к другим телам.

Если обозначить  $O_1X_1Y_1Z_1$  как неподвижную систему координат, а  $OXYZ$  – подвижную, то абсолютным движением точки называют её движение относительно неподвижной системы осей координат, а относительным – её движение относительно подвижной. Переносным движением точки называют её движение вместе с подвижной системой координат в рассматриваемый момент времени относительно неподвижной.

Сила – это мера механического взаимодействия тел, определяющая интенсивность и направление этого взаимодействия.

Сила определяется тремя элементами: числовым значением, направлением и точкой приложения.

Согласно второму закону Ньютона, сила равна произведению массы на ускорение:

$$F = m \cdot a. \quad (2.1)$$

Трение – явление сопротивления относительному движению двух соприкасающихся тел.

Сила трения при относительном движении пропорциональна нормальной реакции, направлена против относительной скорости, не зависит от давления и модуля относительной скорости:

$$F = f \cdot N, \quad (2.2)$$

где  $f$  – безразмерный коэффициент, называют коэффициентом трения скольжения.

Согласно закона Кулона:

$$f = \operatorname{tg} \varphi, \quad (2.3)$$

где  $\varphi$  – угол трения. Угол между полной реакцией, построенной на наибольшей силе трения при данной нормальной реакции и направлением нормальной реакции.

## 2.2 Задание движения и траектории

Движение точки можно изучать, используя любую систему координат. Рассмотрим случай декартовых прямоугольных осей координат, которые являются также системой отсчета, относительно которой рассматривается движение точки. Движение точки в декартовых координатах считается заданным, если известны координаты точки как непрерывные, дважды дифференцируемые функции времени (рисунок 2.1), т.е. заданы уравнения движения точки в декартовых координатах:

$$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t). \quad (2.4)$$

Уравнения движения точки в декартовых координатах полностью определяют движение точки. Они позволяют найти положение точки, её скорость и ускорение в любой момент времени. Уравнения движения (2.4) есть также уравнения траектории точки в параметрической форме. Параметром является время  $t$ . Исключая время, например из первых двух уравнений и затем из второго и третьего, получим уравнения двух поверхностей:

$$F_1(x, y) = 0, F_2(y, z) = 0.$$

Это и есть уравнения траектории в координатной форме. Траекторией является линия пересечения двух поверхностей. Эти поверхности являются цилиндрическими, так как их уравнения не содержат одной из координат: первое – координаты  $z$ , второе – координаты  $x$ . Ось первой цилиндрической поверхности параллельна оси  $O_z$ , второй – оси  $O_x$ .

Исключая время из уравнений движения в другом порядке, получим траекторию точки как линию пересечения двух других цилиндрических поверхностей, например:

$$F_1(x, y) = 0, F_3(x, z) = 0.$$

При исключении параметра  $t$  из уравнений движения могут быть получены отрезки линий или точки, которые не содержатся в уравнениях (2.4). Эти дополнительные точки не следует считать точками траектории.



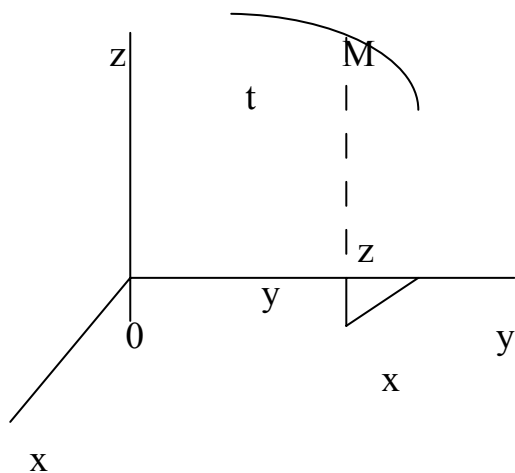


Рисунок 2.1 – Движение точки в декартовых координатах

### 2.3 Скорость в декартовых координатах

Разложим радиус-вектор и скорость точки на составляющие, параллельные осям координат (рисунок 2.2). Получим

$$\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}; \quad \bar{v} = v_x\bar{i} + v_y\bar{j} + v_z\bar{k}, \quad (2.5)$$

где  $x, y, z$  – координаты точки  $M$ ;

$\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  – единичные векторы осей координат;

$v_x, v_y, v_z$  – проекции скорости на оси координат.

Учитывая (2.5), согласно определению скорости, имеем

$$\bar{v} = d\bar{r}/dt = (d/dt) \cdot (x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}) = \dot{x}\bar{i} + \dot{y}\bar{j} + \dot{z}\bar{k}, \quad (2.6)$$

так как  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  не изменяются при движении точки  $M$ . Точки над  $x, y, z$  означают их производные по времени. Сравнивая (2.5) и (2.6), получаем для проекций скорости на декартовы оси координат следующие формулы:

$$v_x = dx/dt = \dot{x}; \quad v_y = dy/dt = \dot{y}; \quad v_z = dz/dt = \dot{z}. \quad (2.7)$$

Проекция скорости точки на какую-либо координатную ось равна первой производной по времени от соответствующей координаты этой точки. По проекции определяют числовое значение (модуль) скорости и конусы углов вектора скорости с осями координат:

$$\begin{aligned} \vartheta &= |\bar{\vartheta}| = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}; \\ \cos(\bar{\vartheta}, \hat{x}) &= \vartheta_x / \vartheta = \dot{x} / \vartheta; \\ \cos(\bar{\vartheta}, \hat{y}) &= \vartheta_y / \vartheta = \dot{y} / \vartheta; \\ \cos(\bar{\vartheta}, \hat{z}) &= \vartheta_z / \vartheta = \dot{z} / \vartheta. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Если точка движется в плоскости, то, выбрав оси координат  $O_x$  и  $O_y$  в этой плоскости, получим:

$$z = \text{const} = 0, \quad \vartheta_z = \dot{z} = 0, \quad \vartheta_x = \dot{x}, \quad \vartheta_y = \dot{y};$$

$$\bar{\vartheta} = \dot{x} \bar{i} + \dot{y} \bar{j}.$$

Соответственно

$$\vartheta = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2};$$

$$\cos(\bar{\vartheta}, \hat{x}) = \dot{x} / \vartheta;$$

$$\cos(\bar{\vartheta}, \hat{y}) = \dot{y} / \vartheta.$$

Для прямолинейного движения точки координатную ось, например  $O_x$ , направляют по траектории (рисунок 2.3). Тогда  $y = \text{const} = 0$  и  $z = \text{const} = 0$ . Проекция скорости и её модуль определяется по формулам:

$$\vartheta_x = \dot{x}; \quad \vartheta = |\dot{x}|.$$

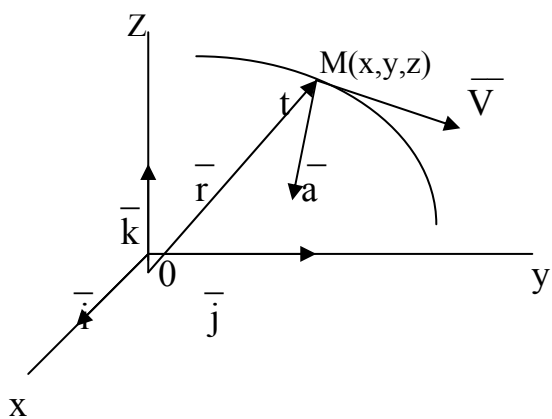


Рисунок 2.2 – Скорость точки в декартовых координатах

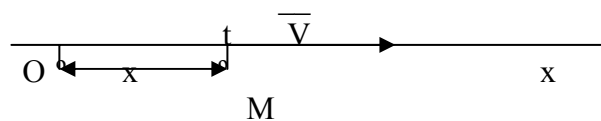


Рисунок 2.3 – Движение точки при прямолинейном движении

## 2.4 Ускорение точки в декартовых координатах

Разложим ускорение точки на составляющие, параллельные осям декартовой системы координат. Получим

$$\bar{a} = a_x \bar{i} + a_y \bar{j} + a_z \bar{k}, \quad (2.9)$$

где  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  – проекции ускорения на координатные оси.

Согласно определению ускорения и формулам (2.5) и (2.6), имеем

$$\begin{aligned} \bar{a} &= d\bar{v}/dt = (d/dt) \cdot (\vartheta_x \bar{i} + \vartheta_y \bar{j} + \vartheta_z \bar{k}) = (d\vartheta_x/dt)\bar{i} + (d\vartheta_y/dt)\bar{j} + (d\vartheta_z/dt)\bar{k} = \\ &= \ddot{x}\bar{i} + \ddot{y}\bar{j} + \ddot{z}\bar{k}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Сравнивая (2.10) и (2.11), получаем формулы для проекций ускорения на оси декартовой системы координат:

$$\begin{aligned} a_x &= d\vartheta_x/dt = \ddot{x}; \\ a_y &= d\vartheta_y/dt = \ddot{y}; \\ a_z &= d\vartheta_z/dt = \ddot{z}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Проекция ускорения на какую-либо координатную ось равна второй производной по времени от соответствующей координаты движущейся точки.

Числовое значение ускорения и косинусы углов вектора ускорения с осями координат определяем по формулам:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2};$$

$$\cos(\vec{a}, x) = a_x / a = \ddot{x} / a;$$

$$\cos(\vec{a}, y) = a_y / a = \ddot{y} / a;$$

$$\cos(\vec{a}, z) = a_z / a = \ddot{z} / a.$$

При движении точки на плоскости оси  $Ox$  и  $Oy$  выбирают в этой же плоскости. Тогда  $z = \text{const} = 0$ ,  $a_z = \ddot{z} = 0$ . Формулы для ускорения и его проекций на оси координат примут вид:

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j};$$

$$a_x = \ddot{x};$$

$$a_y = \ddot{y}.$$

Соответственно

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2};$$

$$\cos(\vec{a}, x) = \ddot{x} / a;$$

$$\cos(\vec{a}, y) = \ddot{y} / a.$$

Для прямолинейного движения ось  $Ox$  направим по траектории точки. Тогда  $y = \text{const} = 0$ ,  $z = \text{const} = 0$  и  $a_y = \ddot{y} = 0$ ,  $a_z = \ddot{z} = 0$ .

Формулы для ускорения и его проекции на ось  $Ox$  принимают вид:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \bar{\omega} \times \bar{r}; \\ a_x &= \omega^2 r_x. \end{aligned}$$

Соответственно для числового значения ускорения имеем

$$a = \omega^2 r.$$

## 2.5 Векторные формулы для скоростей и ускорений точек при вращении твердого тела

Скорость точки по модулю и направлению можно представить векторным произведением

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}, \quad (2.12)$$

где  $\bar{r}$  – радиус-вектор точки  $M$ , проведенный из произвольной точки оси вращения  $Oz$ , например точки  $O$  (рисунок 2.4).

Выражение (2.12) называется *векторной формулой Эйлера*. Убедимся в справедливости этой формулы проверкой. Действительно, вектор  $\bar{\omega} \times \bar{r}$  перпендикулярен плоскости, в которой расположены векторы, входящие в векторное произведение. По направлению он параллелен скорости  $\bar{v}$ , направленной по касательной к окружности. Модуль векторного произведения

$$|\bar{\omega} \times \bar{r}| = \omega r \sin(\bar{\omega}, \bar{r}) = \omega h = v,$$

так как  $r \cdot \sin(\bar{\omega}, \bar{r}) = h$ .

Таким образом, векторное произведение  $\bar{\omega} \times \bar{r}$  по модулю и направлению определяет скорость точки. Следует только считать этот вектор приложенным в точке  $M$ ; он не зависит от точки приложения вектора  $\bar{\omega}$  на оси вращения, а так же точки оси, в которой помещено начало вектора  $\bar{r}$ . В частности, в качестве радиуса вектора  $\bar{r}$  можно использовать вектор  $h$ , направив его из точки  $O_1$  в точку  $M$ .

Из определения ускорения и векторной формулы Эйлера имеем

$$\bar{a} = \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = \frac{d}{dt}(\bar{\omega} \times \bar{r}) = \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times \frac{d\bar{r}}{dt}.$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} d\bar{\omega}/dt &= \bar{\varepsilon}; \\ d\bar{r}/dt &= \bar{\vartheta}. \end{aligned}$$

Получаем

$$\bar{a} = \bar{\varepsilon} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times \bar{\vartheta}. \quad (2.13)$$

Первое слагаемое в (2.13) является касательным ускорением, а второе – нормальным, т.е.

$$\begin{aligned} \bar{a}_x &= \bar{\varepsilon} \times \bar{r}; \\ \bar{a}_n &= \bar{\omega} \times \bar{\vartheta} = \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}) = -\bar{h} \cdot \omega^2. \end{aligned} \quad (2.14)$$

В справедливости (2.14) убеждаемся вычислением их правых частей. Имеем

$$|\bar{\varepsilon} \times \bar{r}| = \varepsilon r \sin(\bar{\varepsilon}, \bar{r}) = \varepsilon h,$$

что совпадает с касательным ускорением. Направление вектора  $\bar{\varepsilon} \times \bar{r}$  параллельно вектору касательного ускорения (рисунок 2.5).

Для векторного произведения  $\bar{\omega} \times \bar{\vartheta}$  имеем

$$|\bar{\omega} \times \bar{\vartheta}| = \omega \vartheta \sin(\bar{\omega}, \bar{\vartheta}) = \omega \cdot \vartheta = h \cdot \omega^2 = dn,$$

так как векторы  $\vec{\omega}$  и  $\vec{\vartheta}$  взаимно перпендикулярны. Направление вектора  $\vec{\omega} \times \vec{\vartheta}$  параллельно вектору нормального ускорения и направлено от точки М к оси вращения, поэтому

$$\vec{a}_n = -\vec{h} \cdot \omega^2,$$

если условиться вектор  $\vec{h}$  направлять от оси вращения.

Справедливость формул (2.14) установлена.

Из определения скорости точки известно, что

$$\vec{\vartheta} = d\vec{r}/dt,$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки, проведенный из любой неподвижной точки, в частности из любой точки на оси вращения тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Но скорость точки при вращательном движении тела определяется по векторной формуле Эйлера

$$\vec{\vartheta} = \vec{\omega} \times \vec{r}.$$

Сопоставление двух формул для скорости точки дает формулу для вычисления производной по времени от вектора  $\vec{r}$ :

$$d\vec{r}/dt = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (2.15)$$

В этой формуле вектор  $\vec{r}$  имеет постоянный модуль, так как соединяет все время две точки твердого тела. Вектор  $\vec{\omega}$  являясь угловой скоростью вращения твердого тела вокруг неподвижной оси, выполняет так же роль угловой скорости вращения вектора  $\vec{r}$ , жестко скрепленного с телом.

## 2.6 Ускорение Кориолиса

Ускорение Кориолиса является результатом влияния двух движений: переносного и относительного. Часть его ( $\vec{\omega}_e \times \vec{\vartheta}_r$ ) получается вследствие изменения переносной скорости точки из-за относительного движения. Другая его часть, тоже ( $\vec{\omega}_e \times \vec{\vartheta}_r$ ), есть результат изменения относительной скорости

вследствие переносного движения. Это следует из анализа формул при выводе абсолютного ускорения.

Модуль ускорения Кориолиса определяется выражением

$$a_k = 2\omega_e \vartheta_r \sin(\bar{\omega}_e, \wedge \bar{\vartheta}_r). \quad (2.16)$$

Для определения ускорения Кориолиса очень удобно правило Н.Е. Жуковского. Пусть мы имеем точку М, движущуюся с относительной скоростью  $\bar{\vartheta}_r$ . Построим плоскость  $\Pi$ , перпендикулярную угловой скорости переносного вращения  $\bar{\omega}_e$ , и спроецируем  $\bar{\vartheta}_r$  на эту плоскость (рисунок 2.6).

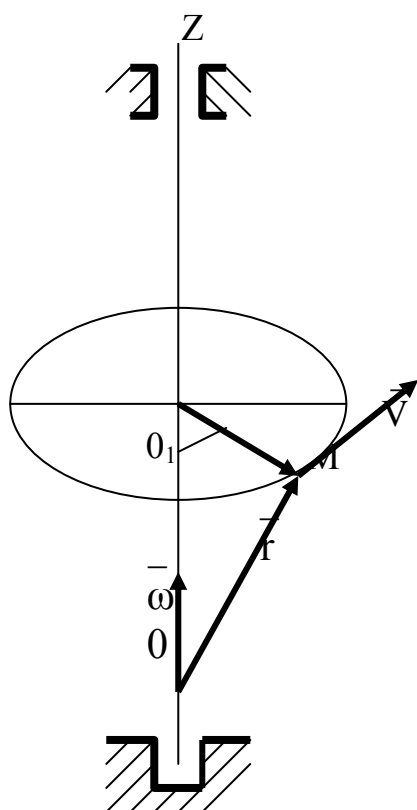


Рисунок 2.4 – Определение скорости движения точки при вращении

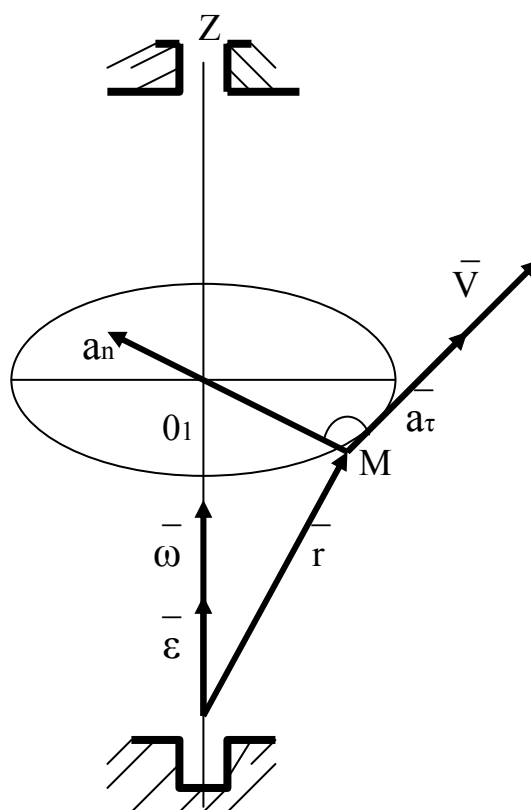


Рисунок 2.5 – Определение ускорения точки при вращении

Проекцию обозначим  $\vartheta_r^*$ . Она является вектором, её модуль

$$\vartheta_r^* = \vartheta_r \sin(\bar{\omega}_e, \wedge \bar{\vartheta}_r).$$



Тогда ускорение Кориолиса выразится в форме

$$a_k = 2\omega_e \mathfrak{G}_r^* \quad (2.16')$$

Получаем правило Н.Е. Жуковского: *модуль ускорения Кориолиса равен удвоенному произведению угловой скорости переносного вращения на модуль проекции относительной скорости на плоскость, перпендикулярную оси переносного вращения; чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости  $\mathfrak{G}_r^*$  повернуть на  $90^\circ$  вокруг оси переносного вращения, в направлении этого вращения.*

Рассмотрим случаи обращения в нуль ускорения Кориолиса. Из (2.16) следует, что  $a_k = 0$ , если:

- 1)  $\omega_e = 0$ , т.е. переносное движение является поступательным;
- 2)  $\mathfrak{G}_r = 0$ , т.е. в те моменты времени, в которые происходит изменение направления относительного движения;
- 3)  $\sin(\bar{\omega}_e, \bar{\mathfrak{G}}_r) = 0$ , т.е. когда скорость относительного движения  $\bar{\mathfrak{G}}_r$  параллельна угловой скорости переносного вращения  $\bar{\omega}_e$ .

Следует отметить, что при различном разложении одного и того же абсолютного движения точки на переносное и относительное получим разные ускорения Кориолиса.

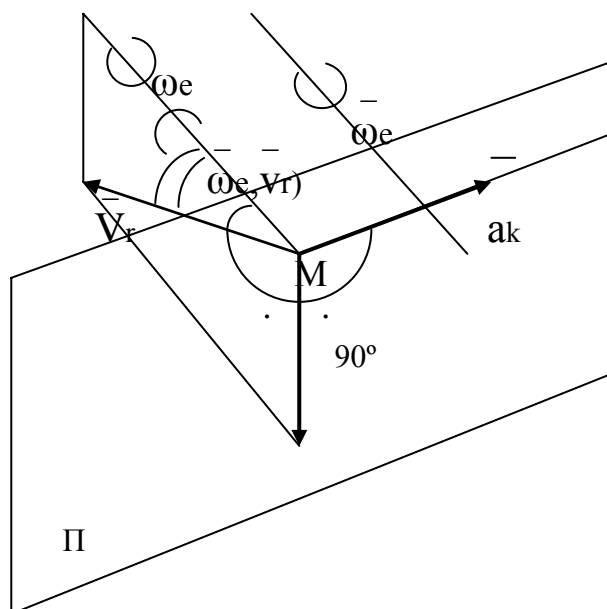


Рисунок 2.6 – Правило Н.Е. Жуковского

Во многих задачах динамики рассматривается движение материальной точки относительно системы отсчета, движущейся относительно инерциальной системы.

Дифференциальные уравнения движения материальной точки относительно таких подвижных, в общем случае неинерциальных, систем отсчета получают из уравнений движения точки относительно инерциальной системы отсчета и кинематической теоремы Кориолиса о сложении ускорений.

Имеем инерциальную систему отсчета  $O|x||y||z|$  и материальную точку массой  $m$ , на которую действуют приложенные силы  $\bar{F}$  и  $\bar{N}$  (рисунок 2.7), где  $\bar{F}$  – равнодействующая заданных активных сил;  $\bar{N}$  – равнодействующая сил реакций связей. Если  $\bar{a}$  – ускорение точки относительно инерциальной системы отсчета (абсолютное ускорение), то согласно уравнению движения точки в векторной форме имеем

$$m\bar{a} = \bar{F} + \bar{N}. \quad (2.17)$$

Если ввести другую, неинерциальную, систему отсчета  $Ox_1y_1z_1$ , которая в общем случае может двигаться относительно инерциальной как свободное твердое тело, то по теореме сложения ускорений имеем

$$\bar{a} = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_k, \quad (2.18)$$

где  $\bar{a}_e, \bar{a}_r, \bar{a}_k$  – соответственно переносное, относительное и кориолисово ускорения.

Подставляя значение абсолютного ускорения  $\bar{a}$  из (2.18) и (2.17) после переноса слагаемых, кроме  $m\bar{a}_r$ , из левой части в правую, получим

$$m\bar{a}_r = \bar{F} + \bar{N} + \bar{\Phi}_e + \bar{\Phi}_k, \quad (2.19)$$

где  $\bar{\Phi}_e = -m\bar{a}_e$ ;  $\bar{\Phi}_k = -m\bar{a}_k$  называются соответственно переносной и кориолисовой силами инерции. Получена динамическая теорема Кориолиса, или уравнение относительного движения точки в векторной форме: ***материальная точка движется относительно неинерциальной системы отсчета так же, как и относительно инерциальной, только к приложенным активным силам и реакциям связей следует добавить переносную и кориолисову силы инерции.***

Силы инерции  $\bar{\Phi}_e$  и  $\bar{\Phi}_k$  являются поправками на неинерциальность системы отсчета. Для инерциальной системы отсчета они равны нулю, так как в этом случае абсолютное и относительное движения точки совпадают. Переносная и кориолисова силы инерции участвуют в создании относительного ускорения совершенно так же, как и приложенные силы со стороны материальных тел. Но

силы инерции, по определению приложенных сил классической механики, не приложены к материальной точке, так как не участвуют в создании её ускорения относительно инерциальной системы отсчета.

## 2.7 Дифференциальные уравнения относительного движения материальной точки

Если координаты движущейся точки относительно подвижной системы координат  $Oxyz$  в момент времени  $t$  есть  $x, y, z$ , то в проекциях на подвижные оси координат (2.19) примет форму

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x + N_x + \Phi_{ex} + \Phi_{kx}; \\ m\ddot{y} &= F_y + n_y + \Phi_{ey} + \Phi_{ky}; \\ m\ddot{z} &= F_z + N_z + \Phi_{ez} + \Phi_{kz}. \end{aligned} \quad (2.19')$$

Это дифференциальные уравнения движения точки относительно подвижной системы координат в проекциях на декартовы подвижные оси координат. Они отличаются от дифференциальных уравнений абсолютного движения относительно инерциальной системы отсчета только наличием поправок на неинерциальность системы отсчета.

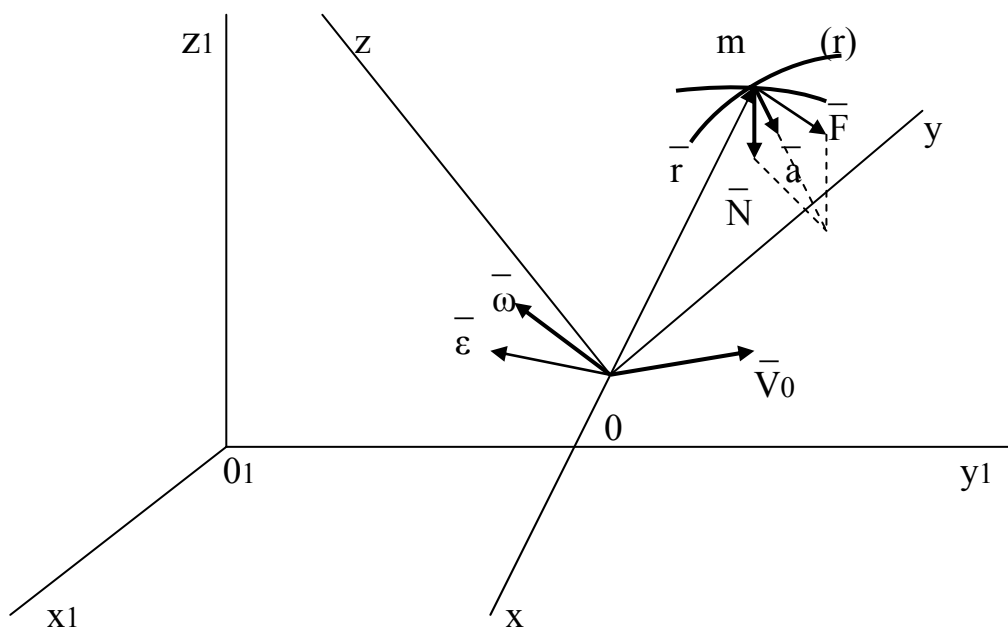


Рисунок 2.7 – Движение материальной точки относительно системы отсчёта

## 2.8 Контрольные задания

### Задание №1

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Конус расположен горизонтально, радиус наибольшего основания  $R$ . Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения о поверхность конуса  $f$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

### Задание №2

Смоделировать процессы перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного корпуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Конус расположен горизонтально и совершает гармонические возвратно-поступательные колебания вдоль оси вращения с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ . Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

### Задание №3

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , вокруг горизонтальной оси. На внутренней поверхности конуса, вдоль образующей, установлены лопатки. Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ , первоначальное положение частицы принять на расстоянии  $r$  от оси вращения.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

### Задание №4

Смоделировать процесс перемещения частицы массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Конус расположен горизонтально, внутри конуса, вдоль образующей, установлены неподвижные лопатки. Угол конусности  $2\alpha$ . Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №5

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Конус расположен горизонтально, внутри конуса, вдоль образующей, установлены неподвижные лопатки. Конус, совершает гармонические возвратно-поступательные колебания вдоль оси вращения, с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ . Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №6

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности вертикально расположенного усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Коэффициент трения частицы о поверхность конуса  $f$ , угол конусности  $2\alpha$ , радиус наибольшего основания  $R$ . Конус расположен большим основанием вверх. Первоначальное положение частицы принять на расстоянии  $r$  от оси вращения.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №7

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Конус расположен вертикально, большим основанием вверх, и совершает гармонические возвратно-поступательные колебания с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$  вдоль оси вращения. Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о поверхность конуса  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №8

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Конус расположен большим основанием вверх, на внутренней поверхности конуса, вдоль образующей, установлены лопатки. Угол конусности

$2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $g$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №9

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Конус расположен вертикально, большим основанием вверх. На внутренней поверхности конуса, вдоль образующей, установлены лопатки. Конус совершает гармонические возвратно-поступательные колебания вдоль оси вращения с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ . Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы принять на расстоянии  $g$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №10

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающаяся с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Конус расположен вертикально, большим основанием в верх, угол конусности  $2\alpha$ . Внутри конуса, вдоль образующей, установлены неподвижные лопатки. Радиус наибольшего основания конуса  $R$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Первоначальное положение частицы принять на расстоянии  $g$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №11

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Конус расположен вертикально, большим основанием вверх. Внутри конуса, вдоль образующей, установлены неподвижные лопатки. Конус совершает гармонические возвратно-поступательные колебания вдоль оси вращения с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ . Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы принять на расстоянии  $g$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

### Задание №12

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности вертикально расположенного усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Коэффициент трения частицы о поверхность конуса  $f$ , угол конусности  $2\alpha$ , радиус наибольшего основания равен  $R$ . Конус расположен большим основанием вниз. Первоначальное положение частицы принять на расстоянии  $r$  от оси вращения.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

### Задание №13

Смоделировать процесс перемещения частицы массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Конус расположен вертикально, большим основанием вниз, и совершает гармонические возвратно-поступательные колебания с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$  вдоль оси вращения конуса. Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о поверхность конуса  $f$ . Первоначальное положение частицы принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

### Задание №14

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Конус расположен вертикально, большим основанием вниз. На внутренней поверхности конуса, вдоль образующей установлены лопатки. Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

### Задание №15

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Конус расположен вертикально, большим основанием вниз. На внутренней поверхности конуса, вдоль образующей, установлены лопатки. Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на

расстоянии  $r$  от оси вращения конуса. Конус совершает геометрические возвратно-поступательные колебания вдоль оси вращения с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ .

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №16

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Конус расположен вертикально, большим основанием вниз. Внутри конуса, вдоль образующей, установлены неподвижные лопатки. Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ . Радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №17

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по горизонтальному диску. Диск совершает гармонические колебания по закону:

$$\varphi = \psi \cdot \sin \omega t,$$

где  $\varphi$  – угол поворота диска;

$\psi$  – угловая амплитуда колебаний;

$\omega$  – частота колебаний;

$t$  – время.

Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность диска  $f$ . Радиус диска  $R$ .

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Определить предельное значение частоты колебаний диска, при которой возможно начало относительного движения частицы, находящейся на расстоянии  $r$  от оси вращения.

3 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №18

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по горизонтальному диску с радиально расположенными лопастями. Диск радиусом  $R$ , вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ .



1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Определить предельное значение угловой скорости вращения диска, при которой возможно начало относительного движения частицы, находящейся на расстоянии  $r$  от оси вращения.

3 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

#### Задание №19

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по горизонтальному диску с радиально расположенными лопастями, диск вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность диска  $f$ . Лопасты расположенные неподвижно относительно поверхности диска. Радиус диска  $R$ .

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Определить предельное значение угловой скорости вращения диска, при которой возможно начало относительного движения частицы находящийся на расстоянии  $r$  от оси вращения

3 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №20

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по горизонтальному диску. Диск, радиусом  $R$ , вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . На диске, под углом  $\alpha$  к радиусу, установлены лопатки. Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность  $f$ .

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Определить предельное значение угловой скорости вращения диска, при которой возможно начало относительного движения частицы, находящейся на расстоянии  $r$  от оси вращения.

3 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №21

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по горизонтальному диску с лопастями расположенными под углом  $\alpha$  к радиусу, диск вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность диска  $f$ . Лопасты расположены неподвижно относительно поверхности диска. Радиус диска  $R$ .

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Определить предельное значение угловой скорости вращения диска, при которой возможно начало относительного движения частицы находящейся на расстоянии  $r$  от оси вращения.

3 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

### Задание №22

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности вертикально расположенного цилиндра радиусом  $R$ , вращающегося по закону:

$$\varphi = \Omega t + \psi \cdot \sin \omega t$$

где  $\varphi$  – угол поворота цилиндра;

$\Omega$  – постоянный компонент угловой скорости цилиндра;

$\Psi$  – угловая амплитуда колебания;

$\omega$  – частота колебаний;

$t$  – время.

Коэффициент трения частицы о поверхность цилиндра  $f$ .

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

3 Определить предельное значение критической скорости вращения цилиндра.

### Задание №23

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося по закону:

$$\varphi = \Omega t + \psi \cdot \sin \omega t,$$

где  $\varphi$  – угол поворота конуса;

$\Omega$  – постоянный компонент угловой скорости вращения конуса;

$\psi$  – угловая амплитуда колебаний;

$\omega$  – частота колебаний;

$t$  – время.

Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о поверхность конуса  $f$ , радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса. Конус расположен вертикально, большим основанием вверх.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

#### Задание №24

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося по закону:

$$\varphi = \Omega t + \psi \cdot \sin \omega t,$$

где  $\varphi$  – угол поворота цилиндра;

$\Omega$  – постоянный компонент угловой скорости цилиндра;

$\psi$  – угловая амплитуда колебания;

$\omega$  – частота колебаний;

$t$  – время.

Конус расположен вертикально, большим основанием вниз. Угол конусности  $2\alpha$ , коэффициент трения частицы о поверхность конуса  $f$ , радиус наибольшего основания конуса  $R$ . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии  $r$  от оси вращения конуса.

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

## 3 Основы теплопередачи

### 3.1 Теплопроводность

3.1.1 Уравнение теплопроводности для установившегося теплового потока через однослойную плоскую стенку:

$$q=Q/F=(t_r - t_x)/r=\lambda(t_r - t_x)/\delta, \quad (3.1)$$

где  $q$  – поверхностная плотность теплового потока (удельная тепловая нагрузка), Вт/м<sup>2</sup>;

$Q$  – тепловой поток (расход теплоты), Вт;

$F$  – площадь поверхности стенки, м<sup>2</sup>;

$t_r$  и  $t_x$  – температуры горячей и холодной поверхности стенки, К или °С;

$r=\delta/\lambda$  – термическое сопротивление стенки, (м<sup>2</sup>·К)/Вт;

$\delta$  – толщина стенки, м;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К).

3.1.2 Для цилиндрической однослойной стенки средняя площадь поверхности определяется по формуле:

$$F_{cp} = \pi d_{cp} L = \pi(d_2 - d_1) \cdot L / \ln \cdot (d_2 / d_1), \quad (3.2)$$

где  $d_1$  и  $d_2$  – внутренний и наружный диаметры, м;

$L$  – длина цилиндра, м.

Уравнение теплопроводности для установившегося теплового потока через однослойную цилиндрическую стенку:

$$Q=\lambda \cdot (t_r - t_x) \cdot F_{cp} / \delta=2\pi\lambda \cdot (t_r - t_x) \cdot L / \ln(d_2 / d_1). \quad (3.3)$$

Здесь  $\delta=(d_2 - d_1)/2$ .

3.1.3 При отсутствии экспериментальных данных коэффициент теплопроводности жидкости  $\lambda$  в [Вт/(м·К)] при температуре  $\approx 30^\circ\text{C}$  может быть рассчитан по формуле:

$$\lambda_{30} = A_{cp} \sqrt[3]{\rho/M}, \quad (3.4)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость жидкости, Дж/(кг·К);

$\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;

$M$  – молярная масса жидкости, кг/моль;

$A$  – коэффициент, зависящий от степени ассоциации жидкости.

Для ассоциированных жидкостей (например, воды)  $A = 3,58 \cdot 10^{-8}$ , для неассоциированных (например, бензола)  $A = 4,22 \cdot 10^{-8}$ .

Коэффициент теплопроводности жидкости при температуре  $t$  определяется по формуле:

$$\lambda_1 = \lambda_{30} [1 - \varepsilon(t - 30)], \quad (3.5)$$

где  $\varepsilon$  – температурный коэффициент.

Значение  $\varepsilon \cdot 10^3$  для некоторых веществ:

Анилин	1,4	Метиловый спирт	1,2	Хлорбензол	1,5
Ацетон	2,2	Нитробензол	1,0	Хлороформ	1,8
Бензол	1,8	Пропиловый спирт	1,4	Этилацетат	2,1
Гексан	2,0	Уксусная кислота	1,2	Этиловый спирт	1,4

Коэффициент теплопроводности водного раствора при температуре  $t$  определяется по формуле:

$$\lambda_{\text{тр}} = \lambda_{\text{р30}} \cdot \lambda_{\text{вт}} / \lambda_{\text{в30}}, \quad (3.6)$$

где  $\lambda_{\text{р}}$  и  $\lambda_{\text{в}}$  – коэффициенты теплопроводности раствора и воды.

3.1.4 Коэффициент теплопроводности газа в (Вт/(м·К)) при невысоких давлениях может быть вычислен по формуле:

$$\lambda = V \cdot c_v \cdot \mu, \quad (3.7)$$

где  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости газа, Па·с;

$V$  – показатель адиабаты,

$V = 0,25 \cdot (9k - 5)$ ;  $k = C_p / C_v$ ;

$C_p$  и  $C_v$  – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении и при постоянном объеме, соответственно, Дж/(кг·К).

Так как для газов данной атомности отношение  $C_p / C_v$  есть величина приблизительно постоянная, то для одноатомных газов  $V = 2,5$ , для двухатомных  $V = 1,9$ , для трехатомных  $V = 1,72$ .

Для расчета коэффициента теплопроводности смеси газов правило аддитивности в общем случае неприменимо.

### 3.2 Теплоотдача

3.2.1 В таблице 3.1 дан перечень основных случаев теплоотдачи и соответствующих расчетных уравнений.

Таблица 3.1 – Основные теплоотдачи соответствовали соседним формулам

Вид теплоотдачи	Номер уравнения
Конвективная теплоотдача, не сопровождающаяся изменением агрегатного состояния	
<b>1 Вынужденное движение</b>	(3.14) – (3.19)
1 Течение в трубах и каналах: развитое турбулентное течение $Re < 10000$ .	(3.20) – (3.25)
2 Поперечное обтекание пучков труб: гладких;	(3.26) – (3.30)
оробренных.	(3.31)
3 Течение вдоль плоской поверхности.	(3.32) – (3.33)
4Стекание жидкости пленкой по вертикальной поверхности.	(3.34) – (3.41)
5 Перемешивание жидкостей мешалками.	(3.38)
Теплоотдача при изменении агрегатного состояния	
<b>2 Свободное движение (естественная конвекция)</b>	
1 Пленочная конденсация пара.	(3.42) – (3.50)
2 Кипение жидкостей.	(3.51) – (3.56)

3.2.2 Основные критерии подобия, входящие в критериальные уравнения конвективной теплоотдачи.

Критерий Нуссельта, характеризующий интенсивность перехода теплоты на границе поток – стенка.

$$N_u = \alpha \cdot L / \lambda, \quad (3.8)$$

Критерий Прандтля, характеризующий отношение вязкостных и температуропроводных свойств теплоносителя.

$$P_r = c \cdot \mu / \lambda = \nu / a, \quad (3.9)$$

Критерий Рейнольдса, характеризующий соотношение сил инерции и трения в потоке.

$$R_e = \omega \cdot l \cdot \rho / \mu = \omega \cdot l / \nu, \quad (3.10)$$

Критерий Галилея, характеризующий соотношение сил тяжести, инерции и трения в потоке.

$$G_a = R_e^2 / F_r = g \cdot l^3 \cdot \rho^2 / \mu^2 = g \cdot l / \nu, \quad (3.11)$$

Критерий Грасгофа, характеризующий соотношение сил трения, инерции и подъемной силы, обусловленной различием плотностей в отдельных точках неизотермического потока.

$$G_r = G_a \cdot \beta \cdot \Delta t = g \cdot l^3 \cdot \beta \cdot \Delta t / \nu^2, \quad (3.12)$$

Критерий Пекле, характеризующий соотношение между теплотой, переносимой путем конвекции и путем теплопроводности при конвективном теплообмене.

$$P_e = R_e \cdot P_r = \omega \cdot l / a = \omega \cdot l_{cp} / \lambda, \quad (3.13)$$

Величины, входящие в выражения для критериев подобия, и их единицы измерения:  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\beta$  – коэффициент объемного расширения, К<sup>-1</sup>;  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  $\Delta t$  – разность температур стенки и жидкости (или наоборот), К;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости, Па·с;  $\nu$  – кинематический коэффициент вяз-

кости,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\alpha = \lambda / (c \cdot \rho)$  – коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $c$  – удельная теплоемкость (при постоянном давлении),  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $l$  – определяющий геометрический размер (для каждой формулы указывается, какой размер является определяющим),  $\text{м}$ ;  $\omega$  – скорость,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $r$  – удельная теплота парообразования (испарения),  $\text{Дж}/\text{кг}$ .

Физико-химические константы жидкости (газа), входящие в критериальные уравнения конвективной теплоотдачи, необходимо брать по справочным данным при так называемой определяющей температуре. Какая температура принимается за определяющую, указывается для каждого частного случая теплоотдачи.

3.2.3 Во многие критериальные уравнения конвективной теплоотдачи входит множитель  $(Pr / Pr_{ст})^{0,25}$ , учитывающий направление теплового потока и близкий к единице, когда температуры жидкости и стенки не сильно отличаются. При вычислении критерия  $Pr_{ст}$  значения физико-химических констант жидкости надо брать по температуре стенки.

Приближенные значения критерия  $Pr$  для капельных жидкостей можно определить по номограмме. Причем у капельных жидкостей с возрастанием температуры величина критерия  $Pr$  уменьшается.

Для газов  $Pr/Pr_{ст} = 1$  как при нагревании, так и при охлаждении, поскольку для газа данной атомности (при невысоких давлениях) критерий  $Pr$  является величиной приблизительно постоянной, не зависящей от температуры и давления.

Приближенные значения критерия  $Pr$  для газов, рекомендуемые для расчетов:

Одноатомные газы	0,67	Четырех- и много-	
Двухатомные газы	0,72	атомные газы	1,0
Трехатомные газы	0,8		

3.2.4 Теплоотдача при развитом турбулентном течении в прямых трубах и каналах ( $Re > 10\,000$ ).

Расчетная формула:

$$Nu = 0,021 \varepsilon_1 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0,25}. \quad (3.14)$$

Выражения для критериев  $Nu$ ,  $Re$ ,  $Pr$  – смотреть уравнения (2.8) и следующие.

Определяющая температура – средняя температура жидкости (газа), определяющий геометрический размер  $l$  – эквивалентный диаметр  $d_э$ :

$$d_э = 4 \cdot f / \Pi, \quad (3.15)$$

где  $f$  – площадь поперечного сечения потока;



$\Pi$  – полный периметр поперечного сечения потока, независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене.

Для труб круглого сечения  $d_s = d$ .

Значения поправочного коэффициента  $\varepsilon_1$ , учитывающего влияние на коэффициент теплоотдачи отношения длины трубы  $L$  к ее диаметру  $d$ , приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Значения коэффициента  $\varepsilon_1$  в зависимости отношения  $L/d$

Значение критерия Re	Значение коэффициента $\varepsilon_1$ при отношении $L/d$				
	10	20	30	40	>50
$10^4$	1,23	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,18	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,13	1,08	1,04	1,02	1
$10^5$	1,10	1,06	1,03	1,02	1
$10^6$	1,05	1,03	1,02	1,01	1

Для изогнутых труб (змеевиков) полученное по формуле (3.14) значение  $\alpha$  умножают на коэффициент  $x$ , учитывающий относительную кривизну змеевика:

$$\alpha_{зм} = x \cdot \alpha . \quad (3.16)$$

$$x = 1 + 3,54(d/D), \quad (3.17)$$

где  $d$  – внутренний диаметр трубы змеевика;

$D$  – диаметр витка змеевика.

Для газов расчетная формула (3.14) упрощается, так как в этом случае  $Pr/Pr_{ст} = 1$ , а  $Pr$  зависит только от атомности газа:

$$Nu = C \cdot \varepsilon_1 \cdot Re^{0,8}. \quad (3.18)$$

Например, для воздуха:

$$Nu = 0,018 Re^{0,8} \cdot \varepsilon_1. \quad (3.19)$$

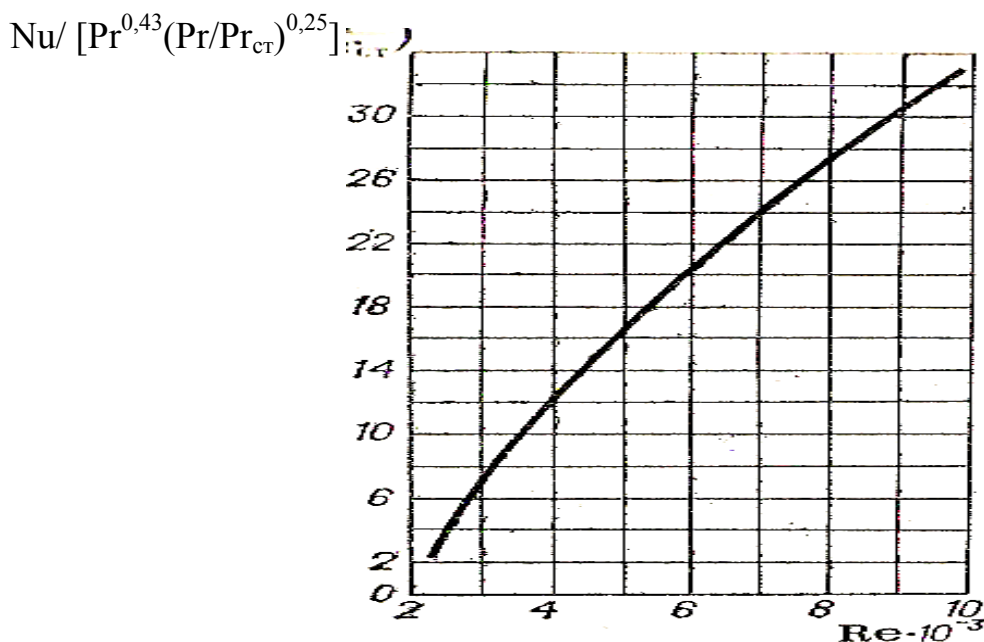


Рисунок 3.1 – Зависимость  $Nu / [Pr^{0,43} (Pr/Pr_{cr})^{0,25}]$  от критерия  $Re$  при значении  $GrPr < 8 \cdot 10^5$ .

3.2.5 Теплоотдача в прямых трубах и каналах при  $(GrPr) < 8 \cdot 10^5$  и  $Re < 10000$  для вертикального или горизонтального расположения труб (см. таблицу 3.3).

а)  $Re < 2300$ :

$$Nu = 1,55 \cdot \varepsilon_1 \cdot (Pe \cdot d/L)^{1/3} \cdot (\mu/\mu_{cr})^{0,14}. \quad (3.20)$$

Коэффициент  $\varepsilon_1$  ( $\varepsilon_1 \geq 1$ ) вводится, если перед обогреваемым участком трубы нет участка гидродинамической стабилизации. Величина  $\varepsilon_1$  обычно близка к единице и для приближенных расчетов может не учитываться. Остальные обозначения – смотреть уравнения (3.8) – (3.13). Для газов  $(\mu/\mu_{cr})$  не учитывается.

Определяющая температура  $t = 0,5(t_{cr} + t_{ж.ср})$ , где  $t_{ж.ср} = 0,5(t_{ж.нач} + t_{ж.кон})$ .

Формула (3.20) выведена при значениях  $0,00067 \leq (\mu/\mu_{cr})$  и  $20 \leq Pe \cdot (d/L)$ .

При значениях  $Pe \cdot (d/L) < 20$  величина  $Nu$  асимптотически стремится к предельному значению

$$Nu \approx 3,66; \quad (3.21)$$

б)  $2300 < Re < 10000$ . В этой области надежных расчетных формул нет. Приблизненно расчет (с запасом) можно выполнять по графику (рисунок 3.1). Проектировать теплообменники в этом режиме не рекомендуется.

3.2.6 Теплоотдача в прямых трубах и каналах при  $(GrPr) > 8 \cdot 10^5$  и  $Re < 10000$  (таблица 3.3)

Определяющая температура  $t = 0,5 (t_{ct} + t_{cp})$ .

а) Горизонтальное расположение труб ( $Re < 3500$ ):

$$Nu = 0,8(Re(d/L))^{0,4}(GrPr)^{0,1}(\mu/\mu_{ct})^{0,14}. \quad (3.22)$$

Обозначения – см. в уравнениях (3.8) – (3.13). Для газов  $(\mu/\mu_{ct})$  не учитывают.

Формула (3.22) выведена при значениях  $20 \leq Re(d/L) \leq 120$ ;  $10^6 \leq (GrPr) \leq 1,3 \cdot 10^7$ ;  $2 \leq Pr \leq 10$ .

При  $Re(d/L) \leq 10$  значение  $Nu$  определяют по уравнению

$$Nu = 0,5Re(d/L). \quad (3.23)$$

б) Горизонтальное расположение труб ( $Re > 3500$ ):

$$Nu = 0,022Re^{0,8}Pr^{0,4}(\mu/\mu_{ct})^n, \quad (3.24)$$

где  $n = 0,14$  при нагревании,  $n = 0,25$  при охлаждении.

Формулы (3.22) и (3.24) выведены на основании экспериментальных данных при  $(GrPr) < 13 \cdot 10^6$ . Для приближенных расчетов эти формулы можно применять и при  $(GrPr) > 13 \cdot 10^6$ .

в) Вертикальное расположение труб при несовпадении свободной и вынужденной конвекции (движение жидкости в вертикальной трубе снизу вверх при охлаждении и сверху вниз при нагревании):

$$Nu = 0,037Re^{0,75}Pr^{0,4}(\mu/\mu_{ct})^n, \quad (3.25)$$

где  $n = 0,11$  при нагревании,  $n = 0,25$  при охлаждении.

Формула (3.25) выведена при значениях  $250 < Re < 10000$ ;  $1,5 \cdot 10^6 < (GrPr) < 12 \cdot 10^6$ . Для приближенных расчетов эту формулу можно применять и при  $(GrPr) > 12 \cdot 10^6$ .

Сводка расчетных формул при  $Re < 10\,000$  приведена в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Расчетные формулы при  $Re < 10000$

Значение $GrPr$	Расположение прямых труб	Пределы применения	Номер формулы или рисунка
менее $8 \cdot 10^5$	Любое	$Re < 2300$ $20 \leq Pe(d/L)$ $Pe(d/L) < 20$	(3.20) (3.21) Рис. 3.1
Более $8 \cdot 10^5$	Горизонтальное	$300 < Re < 10000$	(3.22)
	Вертикальное при несовпадении свободной и вынужденной конвекции	$20 \leq Pe(d/L) \leq 120$ $Re < 3500$ $Pe(d/L) \leq 10$ $Re > 3500$ $250 < Re < 10000$	(3.23) (3.24) (3.25)

### 3.2.7 Теплоотдача при поперечном обтекании пучка гладких труб

а) Аппараты с однократно-перекрестным движением жидкости. Пример – межтрубное пространство аппарата, изображенного на рисунке 3.2. Течение жидкости по В – В.

Вид расчетной формулы зависит от величины критерия  $Re$ . При  $Re < 1000$  для коридорных и шахматных пучков:

$$Nu = 0,56 \varepsilon_{\varphi} Re^{0,5} Pr^{0,36} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} . \quad (3.26)$$

При  $Re > 1000$  для коридорных пучков

$$Nu = 0,22 \varepsilon_{\varphi} Re^{0,65} Pr^{0,36} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} . \quad (3.27)$$

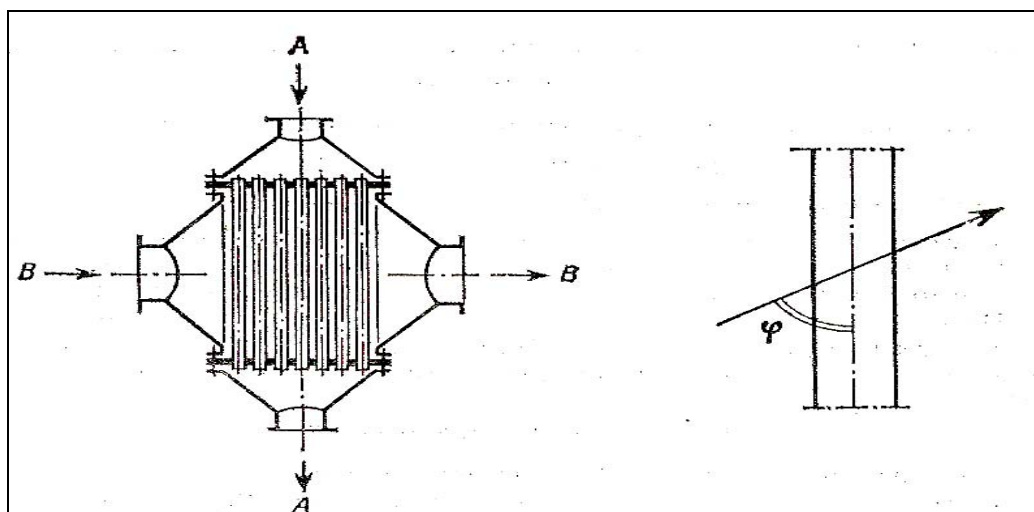


Рисунок 3.2 – Схема аппарата с однократно-перекрестным движением потока

Рисунок 3.3 – Угол атаки

Для шахматных пучков:

$$Nu = 0,4 \varepsilon_{\varphi} Re^{0,6} Pr^{0,36} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} . \quad (3.28)$$

Определяющая температура – средняя температура жидкости, определяющий размер – наружный диаметр трубы. Расчет скорости  $w$  – см. формулу (3.30).

Коэффициентом  $\varepsilon_{\varphi}$  учитывается влияние угла атаки (рисунок 3.3). Значения  $\varepsilon_{\varphi}$  приведены в таблице 3.4.

По формулам (3.26) – (3.28) находят значения коэффициентов теплоотдачи для третьего и последующих рядов труб в пучке. При достаточно большом числе рядов эти значения приближенно можно считать средними для всего пучка.

Для газов, формулы упрощаются, так как  $Pr/Pr_{ст} = 1$ , а  $Pr$  зависит только от атомности газа. Для воздуха при  $Re > 1000$  и шахматном расположении труб:

$$Nu = 0,356 \varepsilon_{\varphi} Re^{0,6} . \quad (3.29)$$

б) Аппараты с многократно-перекрестным движением жидкости

Пример – межтрубное пространство кожухотрубчатых теплообменников с поперечными перегородками (рисунок 3.4) и течением жидкости по В – В.

Применительно к кожухотрубчатым теплообменникам с поперечными перегородками (рисунок 3.4) в формулах (3.26) – (3.28) принимают коэффициент  $\varepsilon_{\varphi} = 0,6$ , учитывая, что теплоноситель в межтрубном пространстве лишь часть

пути движется поперек труб и при угле атаки, меньшем 90°; кроме того, он может протекать через щели между перегородками и кожухом или трубами.

Таблица 3.4 – Значения коэффициента  $\epsilon_\varphi$  от угла атаки  $\varphi$

Обозначение	Значение								
	90	80	70	60	50	40	30	20	10
$\varphi$	90	80	70	60	50	40	30	20	10
$\epsilon_\varphi$	1	1	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

Поперечные перегородки в межтрубном пространстве рекомендуется размещать на таком расстоянии одна от другой, чтобы живое сечение продольного потока в сегментном вырезе перегородки было равно живому сечению поперечного потока у края перегородки.

Расчетная скорость потока:

$$\omega = V/S_{с.ж} , \quad (3.30)$$

где  $V$  – расход жидкости, м<sup>3</sup>/с;

$S_{с.ж}$  – площадь проходного сечения в вырезе перегородки, м<sup>2</sup>. Для стандартных теплообменников в ГОСТах приводятся площади проходных сечений.

### 3.2.8 Теплоотдача при обтекании пучка труб с поперечными ребрами

Расчетная формула имеет вид:

$$Nu = C(d/t)^{-0,54}(h/t)^{-0,14}Re^n Pr^{0,4} . \quad (3.31)$$

В этой формуле (рисунок 3.5):  $d$  – наружный диаметр несущей трубы, м;  $t$  – шаг ребер, м;  $h = (D - d)/2$  – высота ребра, м.

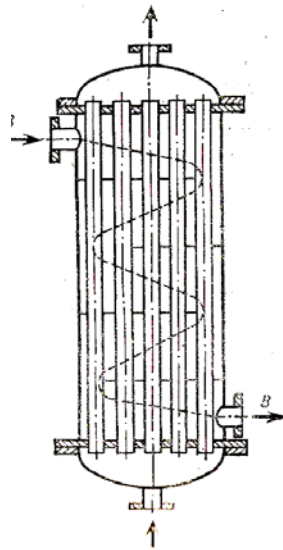


Рисунок.3.4 – Кожухотрубчатый теплообменник с сегментными поперечными перегородками

Для коридорных пучков  $C = 0,116$ ,  $n = 0,72$ ; для шахматных пучков  $C = 0,25$ ,  $n = 0,65$ .

Определяющая температура – средняя температура жидкости, определяющий размер – шаг ребер  $t$ .

Формула (3.31) применима при значениях  $Re = 3000 \div 25000$  и  $3 < (d/t) < 4,8$ .

По вычисленному из уравнения (2.31) коэффициенту теплоотдачи определяют по графику (рисунок 3.6) так называемый приведенный коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{пр}$ , который и подставляют в формулу для коэффициента теплопередачи (отнесенного к полной площади наружной поверхности  $F_n$ ):

$$K = 1/((1/\alpha_{пр})+(1/\alpha^2 \cdot F_n/F_v)+\sum r_{ст}),$$

где  $F_n$  – площадь полной наружной поверхности оребренной трубы на единицу длины, включая поверхность ребер;  $F_v$  – площадь внутренней поверхности несущей трубы на единицу длины;  $\alpha_2$  – коэффициент теплоотдачи для потока, проходящего внутри трубы,  $Вт/(м^2 \cdot К)$ ;  $\sum r_{ст}$  – сумма термических сопротивлений стенки и загрязнений.

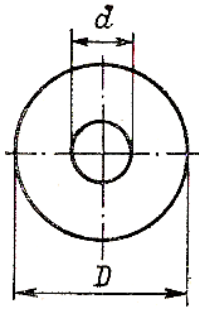


Рисунок 3.5 – Труба с поперечными ребрами

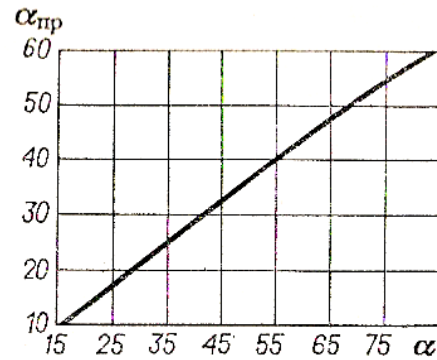
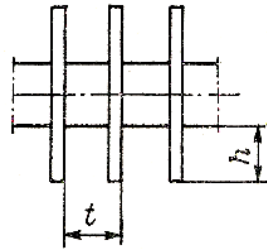


Рисунок 3.6 – Зависимость  $\alpha_{pp}$  от  $\alpha_0$

### 3.2.9 Теплоотдача при течении вдоль плоской поверхности

При движении теплоносителя в каналах, образованных гофрированными пластинами в пластинчатых теплообменниках, коэффициент теплоотдачи рассчитывают по уравнению:

а) в случае турбулентного режима движения теплоносителя по уравнению

$$Nu = a Re^b Pr^{0,43} (Pr/Pr_{cr})^{0,25} . \quad (3.32)$$

Для пластин площадью  $0,2 \text{ м}^2$  типа 0,2К  $a = 0,086$ ,  $b = 0,73$ , допустимые пределы использования уравнения  $Re = 100 - 30000$ ,  $Pr = 0,7 - 20$ ;

Для пластин площадью  $0,3 \text{ м}^2$   $a = 0,1$ ,  $b = 0,73$ ,  $Re = 100 - 30000$ ,  $Pr = 0,7 - 50$ ;

Для пластин площадью  $0,5 \text{ м}^2$  типа 0,5 Е (с гофрами в «ёлочку»),  $a = 0,135$ ,  $b = 0,73$ ,  $Re = 50 - 30000$ ,  $Pr = 0,7 - 80$ ;

Для пластин площадью  $0,5 \text{ м}^2$  типа 0,5 Г (с горизонтальными гофрами),  $a = 0,165$ ,  $b = 0,65$ ,  $Re = 200 - 50000$ ,  $Pr = 0,7 - 50$ ;

б) в случае ламинарного режима движения теплоносителя по уравнению

$$Nu = a Re^{0,33} Pr^{0,33} (Pr/Pr_{cr})^{0,25} . \quad (3.33)$$



Таблица 3.5 – Коэффициент  $a$  определяют из следующих данных

Тип пластины (площадь)	$a$	Re не более	Pr не менее
0,15	0,4	100	20
0,2 К	0,5	100	20
(0,3м <sup>2</sup> )	0,6	100	50
0,5 Е	0,63	50	80
0,5 Г	0,46	200	50

Коэффициент теплопередачи при конденсации пара на гофрированной поверхности пластин при  $(t_{\text{конд}} - t_{\text{ст1}}) = \Delta t < 10$  град рассчитывают по формуле:

$$a = a \sqrt[4]{\lambda^3 p^2 r g / \mu \Delta t L},$$

в которую в качестве высоты поверхности подставляют приведенную длину канала  $L$ . При  $\Delta t \geq 10$  град справедлива другая формула:

$$Nu = a Re^{0.7} Pr^{0.4}, \quad (3.33')$$

где  $Re = Lg/\mu r = G_1 L/\mu F$  ( $F$  – полная поверхность теплообмена, м<sup>2</sup>;  $G_1$  – расхода пара, кг/с);  $Pr = c\mu/\lambda$ ;  $Nu = aL/\lambda$ .

При  $\Delta t < 30 - 40$  °С физические свойства конденсата можно определить при температуре конденсации.

Таблица 3.6 – Коэффициент  $a$  зависит от типа пластин

Тип (площадь) пластин	$a$
0,15	342
0,2 К	338
(0,3м <sup>2</sup> )	322
0,5 Е	240
0,5 Г	376

В последнем случае  $Re^{0.6}$

### 3.2.10 Теплоотдача при стекании жидкости пленкой по вертикальной поверхности

а) При турбулентном стекании пленки ( $Re > 2000$ ):

$$Nu = 0,01 (Ga Pr Re)^{1/3} . \quad (3.34)$$

б) При ламинарном стекании пленки ( $Re < 2000$ ):

$$Nu = 0,67 (Ga^2 Pr^3 Re)^{1/9} . \quad (3.35)$$

Определяющая температура – средняя температура пограничного слоя, равная  $0,5(t_{ст} + t_{ж.сп.})$ . Определяющие размеры в критериях  $Nu$ ,  $Ga$  и  $Re$  разные:

$$Nu = \alpha H / \lambda; \quad Ga = H^3 \rho^2 g / \mu^2; \quad Re = \omega d_3 g / \mu$$

где  $H$  — высота поверхности, м;  $d_3 = 4f/\Pi$  – эквивалентный диаметр пленки, м;  $f$  – площадь поперечного сечения пленки,  $m^2$ ;  $\Pi$  – омываемый пленкой периметр, м.

Применительно к трубчатым пленочным теплообменникам, в которых жидкость стекает пленкой по внутренней поверхности вертикальной трубы, имеем:

$$F = \pi(d - b)b; \quad \Pi = \pi d; \quad d_3 = 4f/\Pi = 4(d - b)b/d,$$

где  $d$  – внутренний диаметр трубы, м;  $b$  – толщина пленки, м.

Если в пленочном теплообменнике, состоящем из  $n$  труб, в 1 стекает по трубам  $G$  кг жидкости, то из уравнения расхода получаем:

$$\omega \rho = G / (fn) = G / [n(d - b) bn].$$

Следовательно

$$Re = \omega d_p \rho / \mu = 4G / (\pi d n \mu) = 4\Gamma / \mu, \quad (3.36)$$

где  $\Gamma = G / (\pi d n) = G / \Pi$  – линейная плотность орошения, кг/(м·с).

При  $Re \leq 1500$  толщина пленки  $b$  определяется теоретическим уравнением:

$$b = \sqrt[3]{3G\mu / (\Pi \rho^2 g)}. \quad (3.37)$$

### 3.2.11 Теплоотдача при перемешивании жидкостей мешалками

Коэффициент теплоотдачи в аппаратах со змеевиками, рубашками и мешалкой можно рассчитать по уравнению:

$$Nu = C Re^m Pr^{0,33} (\mu / \mu_{ст})^{0,14} \Gamma^{-1}, \quad (2.38)$$

где  $Nu = \alpha d_M / \lambda$ ;  $Re = \rho n d_M^2 / \mu$ ;  $\Gamma = D / d_M$ ;  $D$  – диаметр сосуда;  $n$  – частота вращения мешалки;  $d_M$  – диаметр окружности, сметаемой мешалкой;  $\mu_{ст}$  – динамический коэффициент вязкости жидкости при температуре стенки рубашки или змеевика;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости жидкости при средней температуре  $0,5 (t_{ст} + t_{ж.ср})$ .

Значения остальных физических констант надо брать при средней температуре жидкости в сосуде  $t_{ж.ср}$ .

Для аппаратов с рубашками  $C = 0,36$ ,  $m = 0,67$ ; для аппаратов со змеевиками  $C = 0,87$ ,  $m = 0,62$ .

Формула (3.38) дает удовлетворительные результаты для турбинных, пропеллерных и лопастных мешалок с  $\Gamma = D / d_M = 2,5 \div 4$  в аппаратах диаметром до 1,5 м.

### 3.2.12 Теплоотдача при свободном движении (при естественной конвекции)

Расчетные уравнения:

1) Теплоотдача снаружи горизонтальных труб при  $10^3 < GrPr < 10^9$ :

$$Nu = 0,5 (Gr Pr)^{0,25} (Pr / Pr_{ст})^{0,25}. \quad (3.39)$$

2) Для вертикальных поверхностей плоских и цилиндрических:

а) при  $10^3 < GrPr < 10^9$

$$Nu = 0,76 (Gr Pr)^{0,23} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} . \quad (3.40)$$

б) при  $GrPr > 10^9$

$$Nu = 0,15 (GrPr)^{0,33} Pr/Pr_{ст})^{0,25} . \quad (3.41)$$

Определяющая температура–температура окружающей трубу среды; определяющий размер: для горизонтальных труб – диаметр , для вертикальных поверхностей – высота.

### 3.2.13 Теплоотдача при пленочной конденсации пара

В приведенных ниже формулах все физические свойства определяются по температуре конденсации (насыщения)  $t_{конд}$ .

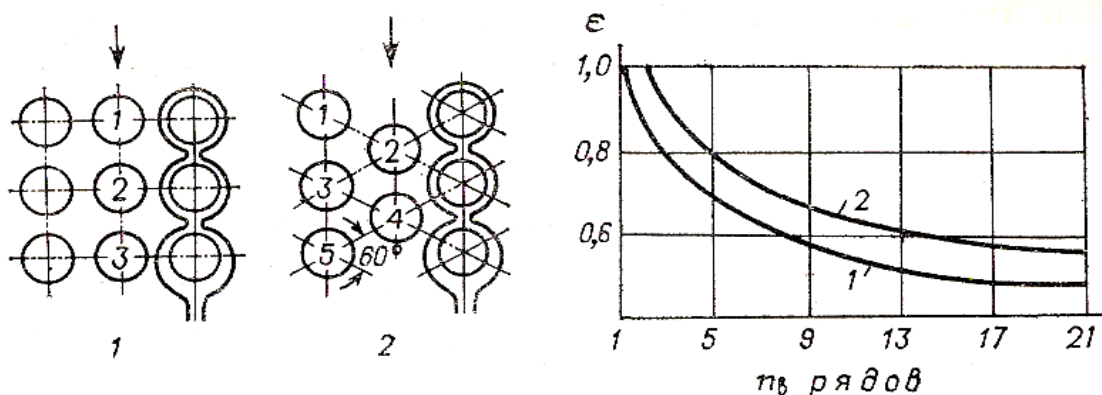


Рисунок 3.7 – Зависимость усредненного для всего пучка коэффициента  $\epsilon$  числа труб по вертикали  $n_v$  и порядок определения  $n_v$  для коридорного (1) и шахматного (2) расположения труб

#### 1) Конденсация чистого насыщенного пара

а) Конденсация пара на наружной поверхности пучка вертикальных труб высотой  $H$  при ламинарном режиме течения пленки конденсата с учетом волнообразования в пленке:

$$\alpha_{конд} = 2,04 \epsilon_t \sqrt[4]{\lambda^3 \rho^2 r / (\mu \Delta t H)} = 3,78 \epsilon_t \sqrt[3]{\rho^2 dn / (\mu G)} , \quad (3.42)$$

где  $\varepsilon_t$  – поправочный коэффициент, учитывающий зависимость физических свойств конденсата от температуры;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности конденсата, Вт/(мК);  $\rho$  – плотность конденсата, кг/м<sup>3</sup>;  $r$  – теплота конденсации (парообразования), Дж/кг;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости конденсата, Па·с;  $\Delta t$  – разность температур конденсации и поверхности стенки, К;  $d$  – наружный диаметр труб, м;  $n$  – число труб;  $G$  – массовый расход конденсирующегося пара, кг/с.

Примечание. Зависимости (3.42) связывает уравнение:

$$rG = \alpha_{\text{конд}} \Delta t (\pi d n H). \quad (3.43)$$

Для водяного пара в случае конденсации на пучке вертикальных труб при  $\varepsilon_t = 1$ :

$$\alpha_{\text{конд}} = 2,04 A_t / (H \Delta t)^{0,25} = 3,78 B_t \sqrt[3]{dn / G}, \quad (3.44)$$

где  $A_t = \sqrt[4]{\lambda^3 \rho^2 r / (\mu \Delta t H)}$ ;  $B_t = \lambda \sqrt[3]{\rho^2 / \mu}$ . Значения  $A_t$  и  $B_t$  для воды в зависимости от температуры конденсации  $t_{\text{конд}}$  приведены в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Температура конденсации водяного пара

Обозначение	Значение					
Температура конденсации водяного пара $t_{\text{конд}}$ , С <sup>о</sup>	100	110	120	140	160	180
$A_t$	6960	7100	7240	7420	7490	7520
$B_t$	1010	1040	1070	1120	1150	1170

б) Конденсация на наружной поверхности пучка горизонтальных труб  
Средний для всего пучка коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha_{\text{ср}} = 1,28 \varepsilon_t \sqrt[4]{\lambda^3 \rho^2 r / (\mu \Delta t d)} = 2,02 \varepsilon_t \lambda \sqrt[3]{\rho^2 n L / (\mu G)}, \quad (3.45)$$

где  $\varepsilon_t$  – коэффициент, зависящий от расположения труб в пучке и расчетного числа труб  $n_b$ , в каждом вертикальном ряду (рисунок 3.7);  $L$  – длина труб, м.

Остальные обозначения – см . формулу (3.42).

Число труб  $n_b$  можно определить по ГОСТ 15118 – 79 (см. таблицу 3.9).

Для водяного пара в случае конденсации на пучке горизонтальных труб при  $\varepsilon_t = 1$ :

$$\alpha_{cp} = 1,28 \varepsilon A_t / (d \Delta t)^{0,25} = 2,02 \varepsilon B_t \sqrt[3]{nL / G} . \quad (3.46)$$

Значения  $A_t$  и  $B_t$  — смотреть таблицу 3.7.

При технических расчетах в тех случаях, когда второй коэффициент теплоотдачи значительно ниже, для конденсирующегося водяного пара можно принимать приближенно  $\alpha_{конд} = 10\ 000 \div 12000$  Вт/(м<sup>2</sup>К).

в) Подставляя в формулы для  $\alpha_{конд}$  значение  $\Delta t_{конд} = q / \alpha_{конд}$  (где  $q$  – удельная тепловая нагрузка, Вт/м<sup>2</sup>), получаем:

- для вертикальных поверхностей

$$\alpha_{конд} = 1,21 \lambda (\rho^2 r g / \mu d)^{1/3} q^{-1/3} ; \quad (3.47)$$

- для одиночных горизонтальных труб

$$\alpha_{конд} = 0,645 \lambda (\rho^2 r g / \mu d)^{1/3} q^{-1/3} . \quad (3.48)$$

г) Конденсация пара внутри горизонтальных труб и змеевиков

Общая критериальная зависимость для случая конденсации водяного пара приводится к виду:

$$\alpha_{конд} = 1,36 A q^{0,5} L^{0,35} d^{-0,25} . \quad (3.49)$$

Или

$$\alpha_{конд} = 1,85 A^2 \Delta t_{конд} L^{0,7} d^{-0,5} , \quad (3.50)$$

где  $A$  – коэффициент , объединяющий физико-химические константы воды и

пара (его значения в зависимости от температуры конденсации приведены на рисунке 3.8);  $q$  – удельная тепловая нагрузка, Вт/м<sup>2</sup>;  $L$  – длина трубы, м;  $d$  – внутренний диаметр трубы, м.

При конденсации пара в змеевиках длина змеевика не должна быть очень большой, так как в нижней части длинных змеевиков скапливается конденсат, что ухудшает теплоотдачу; кроме того, уменьшается давление пара, что приводит к снижению полезной разности температур.

По практическим данным, для паровых змеевиков начальная скорость пара в змеевике не должна превышать 30 м/с.

## 2) Конденсация пара, содержащего неконденсирующийся газ (воздух)

Если пар содержит воздух или другой неконденсирующийся газ, то теплоотдача при конденсации сильно ухудшается. На рисунке 3.9 приведены полученные опытным путем значения отношения  $\varepsilon_r = \alpha_v / \alpha_{\text{конд}}$  в зависимости от концентрации  $Y$  воздуха в паре.

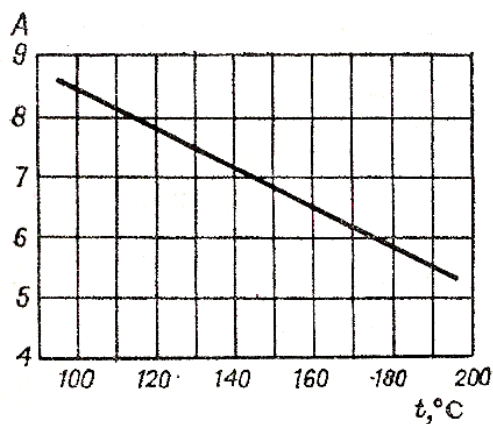


Рисунок 3.8 – Значения коэффициента A

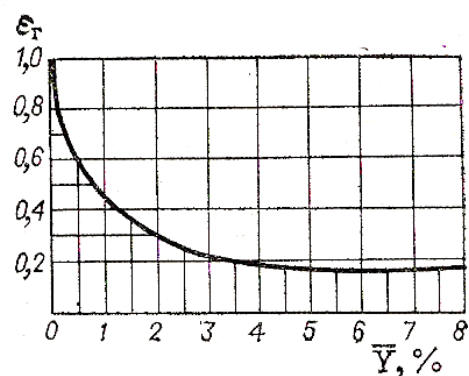


Рисунок 3.9 – Зависимость поправочного коэффициента  $\varepsilon_r$  от концентрации воздуха в паре.

Здесь  $\alpha_{\text{конд}}$  – коэффициент теплоотдачи при конденсации чистого пара, рассчитываемый по уравнениям (3.42) – (3.50);  $\alpha_v$  – то же при содержании воздуха в паре;  $Y$  – относительная массовая концентрация воздуха в паре, кг воздуха/кг пара (или % (масс.)).

### 3.2.14 Теплоотдача при кипении жидкостей

При развитом пузырьковом кипении, когда удельная тепловая нагрузка  $q$  меньше критической  $q_{\text{кр.1}}$ , коэффициент теплоотдачи для кипящей жидкости может быть рассчитан по уравнению, связывающему коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{\text{кип}}$  с тепловым потоком (или с движущей силой  $\Delta t_{\text{кип}}$ ) и физико-химическими свойствами жидкости:

$$\alpha_{\text{кип}} = b \left( \frac{\lambda^2}{\nu \sigma T_{\text{кип}}} \right)^{1/3} q^{2/3} . \quad (3.51)$$

Или

$$\alpha_{\text{кип}} = b^3 \left( \frac{\lambda^2}{\nu \sigma T_{\text{кип}}} \right) \Delta t^2 . \quad (3.52)$$

Здесь  $b$  – безразмерный коэффициент, зависящий только от отношения плотностей жидкости и пара:

$$b = 0,075 \left[ 1 + 10 \left( \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{п}}} - 1 \right)^{-2/3} \right] , \quad (3.53)$$

где – (значения коэффициента  $b$  даны на рисунке 3.10);  $\sigma$  – поверхностное натяжение, Н/м;  $T_{\text{кип}}$  – температура кипения, К;  $q$  – удельная тепловая нагрузка, Вт/м<sup>2</sup>; все физико-химические константы следует брать при температуре кипения.

По формуле (3.51) можно рассчитывать коэффициенты теплоотдачи при кипении жидкости в большом объеме и в трубах. Отклонения экспериментальных данных от рассчитанных по формуле (3.51) лежат в пределах  $\pm 35\%$ . Значительное влияние на теплоотдачу при кипении жидкостей оказывают материал, состояние, чистота поверхности нагрева.

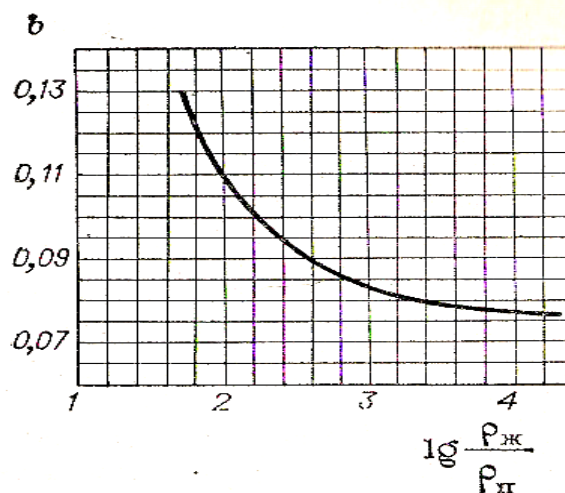


Рисунок 3.10 – Значения коэффициента  $b$



Для кипящей воды формула (3.51) имеет вид:

$$\alpha_{\text{кип}} = \frac{3,4p^{0,18}}{1 - 0,0045p} q^{2/3}, \quad (3.54)$$

где  $p$  – давление (абсолютное), кгс/см<sup>2</sup>.

Величина критической тепловой нагрузки  $q_{\text{кр.1}}$  при кипении жидкости на горизонтальных трубах в большом объеме определяется уравнением (при  $\rho_{\text{ж}} \gg \rho_{\text{п}}$ ):

$$q_{\text{кр.1}} = 0,14r \sqrt{\rho_{\text{п}}} \sqrt[4]{\sigma g \rho_{\text{ж}}}, \quad (3.55)$$

где  $r$  – теплота парообразования, Дж/кг.

Отклонения экспериментальных данных от рассчитанных по формуле (3.54) также лежат в пределах  $\pm 35\%$ .

Для приближенного расчета коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкости в большом объеме на внешней поверхности пучков труб и в вертикальных испарителях в области умеренных тепловых нагрузок (до  $0,4q_{\text{кр}}$ ) и давлений  $p_{\text{абс}} = 0,2 \div 10$  кгс/см<sup>2</sup> ( $\sim 2 \cdot 10^{-2} - 1$  МПа) можно применять формулу:

$$\alpha_{\text{кип}} = 2,72 \phi p_{\text{абс}}^{0,4} q^{0,7}, \quad (3.56)$$

где ( $\phi$  – множитель, учитывающий физические свойства жидкости;  $p_{\text{абс}}$  выражено в кгс/см<sup>2</sup>).

Экспериментально найденные значения ( $\phi$  (для кипения на поверхности труб из цветных металлов)):

Бензол	0,31	9 % водный раствор NaCl	0,86
Газолин	0,27	24% водный раствор NaCl	0,62
Гептан	0,46	10% водный раствор Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	0,91
Вода	1	Керосин	0,31 – 0,56
26% водный раствор глицерина	0,83	Метиловый спирт	0,36
		Этиловый спирт	0,45

25% водный раствор  
сахара 0,57

### Теплопередача в поверхностных теплообменниках

Основную группу теплообменных аппаратов, применяемых в промышленности, составляют поверхностные теплообменники, в которых теплота от горячего теплоносителя передается холодному теплоносителю через разделяющую их стенку. Другую группу составляют теплообменники смешения, в которых теплота передается при непосредственном соприкосновении горячего и холодного теплоносителей.

#### 3.2.15 Уравнение теплопередачи:

$$Q = KF\Delta t_{cp}, \quad (3.57)$$

где  $Q$  – тепловой поток (расход передаваемой теплоты), Вт;  $K$  – коэффициент теплопередачи, Вт/ (м<sup>2</sup>·К);  $F$  – площадь поверхности теплопередачи, м<sup>2</sup>;  $\Delta t_{cp}$  – средняя разность температур горячего и холодного теплоносителя, К.

Удельная тепловая нагрузка (удельный тепловой поток):

$$q = Q/F = K \Delta t_{cp}. \quad (3.58)$$

Для плоской поверхности коэффициент теплопередачи  $K$ , в формулах (3.57) и (3.58) равняется:

$$K = 1 / \left( \frac{1}{\alpha_r} + \sum r_{cm} + \frac{1}{\alpha_x} \right), \quad (3.59)$$

где ( $\alpha_r$  и  $\alpha_x$  – коэффициенты теплоотдачи для горячего и холодного теплоносителя, Вт/ (м<sup>2</sup>·К);  $\sum r_{cm}$  – сумма термических сопротивлений всех слоев, из которых состоит стенка, включая слои загрязнений, (м<sup>2</sup>·К) /Вт.

Уравнения (3.57) – (3.59) с достаточной точностью можно применять и для расчета теплопередачи через цилиндрическую стенку, если  $d_{вн} > 0,5d_{нар}$ .

Площадь поверхности теплопередачи трубчатых аппаратов  $F_a$  (в  $m^2$ ) определяют (с небольшим запасом) по формуле:

$$F_a = \pi d_x n L . \quad (3.60)$$

Здесь  $d_x = d_{вн}$ , если  $\alpha_{нар} \gg \alpha_{вн}$ ;  $d_x = 0,5(d_{нар} + d_{вн})$ , если  $\alpha_{нар} \ll \alpha_{вн}$ ;  $n$  – число труб;  $L$  – длина (высота) труб, м.

Для трубчатого теплообменника, состоящего из  $n$  труб каждая длиной  $L$  (в м), уравнение теплопередачи может быть представлено в виде:

$$Q = K_L n L \Delta t_{ср}. \quad (3.61)$$

Здесь коэффициент теплопередачи на 1 м длины  $K_L$  [в Вт/(мК)] равен:

$$K_L = \pi / \left( \frac{1}{\alpha_{вн} d_{вн}} + \sum \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_{нар}}{d_{вн}} + \frac{1}{\alpha_{нар} d_{нар}} + \sum \frac{r_{загр}}{d_{загр}} \right), \quad (3.62)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала стенки, Вт/(мК).

При редких чистках аппарата или сильной коррозии значение  $1/r_{загр}$  может уменьшаться до 500 Вт/(м<sup>2</sup>·К) и ниже.

3.2.16 Средняя разность температур  $\Delta t_{ср}$ , входящая в уравнение теплопередачи, определяется следующим образом.

а) Для противотока и прямотока:

$$\Delta t_{ср} = (\Delta t_б - \Delta t_м) / (2,3 \lg \frac{\Delta t_б}{\Delta t_м}), \quad (3.63)$$

где  $\Delta t_б$  и  $\Delta t_м$  – большая и меньшая разности температур на концах теплообменника.

Если отношение  $(\Delta t_б / \Delta t_м) < 2$ , то с достаточной точностью вместо уравнения (3.63) можно применять уравнение

$$\Delta t_{cp} = (\Delta t_{\delta} + \Delta t_m)/2. \quad (3.64)$$

Необходимо отметить, что из уравнения (3.63) следует: если  $\Delta t_{\delta} = 0$  или  $\Delta t_m = 0$ , то и  $\Delta t_{cp} = 0$ ; если  $\Delta t_{\delta} = \Delta t_m$ , то  $\Delta t_{cp} = \Delta t_{\delta} = \Delta t_m$ .

Если температура одного из теплоносителей в процессе теплопередачи не меняется вдоль поверхности (конденсация насыщенного пара, кипение жидкости), то среднюю разность температур  $\Delta t_{cp}$  также определяют по уравнениям (3.63) или (3.64).

Формулы (3.63) и (3.64) применимы при условии, что в теплообменнике значение коэффициента теплопередачи  $K$  и произведение массового расхода на удельную теплоемкость  $Gc$  для каждого из теплоносителей можно считать постоянными вдоль всей поверхности теплообмена.

В тех случаях, когда вдоль поверхности теплообмена значительно меняется величина коэффициента теплопередачи  $K$  (или величина произведения  $Gc$ ), применение средней логарифмической разности температур [уравнение (3.63)] становится недопустимым.

В этих случаях дифференциальное уравнение теплопередачи решают методом графического интегрирования.

б) Для смешанного, тока в многоходовых теплообменниках и для перекрестного тока:

$$\Delta t_{cp} = \varepsilon_{\Delta t} \Delta t_{пр}, \quad (3.65)$$

где  $\varepsilon_{\Delta t}$  – поправочный коэффициент к средней разности температур  $\Delta t_{пр}$ , вычисленной для противотока.

Значение коэффициента  $\varepsilon_{\Delta t}$  берется из специальных графиков.

В многоходовых теплообменниках с простым смешанным током (один ход в межтрубном пространстве и четное число ходов в трубном – см. рисунок 3.15 и 3.17) среднюю разность температур можно рассчитать по формуле:

$$\Delta t_{cp} = A / (2,3 \lg \frac{\Delta t_{\delta} + \Delta t_m + A}{\Delta t_{\delta} + \Delta t_m - A}), \quad (3.66)$$

где  $\Delta t_{\delta}$  и  $\Delta t_m$  – большая и меньшая разности температур на концах теплообменника при противотоке с теми же начальными и конечными

температурами теплоносителей;  $A = \sqrt{\delta T^2 + \delta t^2}$ ;  $\delta T$  – изменение температуры горячего теплоносителя ( $\delta T = T_n - T_k$ );  $\delta t = t_k - t_n$  – изменение температуры холодного теплоносителя.

3.2.17 Определение средних температур теплоносителей. В большинстве критериальных уравнений теплоотдачи значения физико-химических констант теплоносителя отнесены к его средней температуре, которая находится следующим образом.

Для того теплоносителя, у которого температура изменяется в теплообменнике на меньшее число градусов, средняя температура определяется как средняя арифметическая между начальной и конечной:

$$\Delta t_{cp. 1} = (\Delta t_{n1} + \Delta t_{k1})/2.$$

Для второго теплоносителя среднюю температуру находят по формуле:

$$\Delta t_{cp. 2} = \Delta t_{cp. 1} \pm \Delta t_{cp.} \quad (3.67)$$

Последнее уравнение справедливо и в том случае, когда температура первого теплоносителя постоянна вдоль поверхности теплообмена.

### 3.3 Контрольные задания

#### Задание № 1

Тепло горячей воды, движущейся внутри круглой горизонтальной трубы передается воздуху, омывающему трубу по наружной поверхности свободным потоком.

Требуется определить коэффициенты теплоотдачи водой внутренней поверхности трубы и наружной её поверхностью воздуху, а также коэффициент теплопередачи от воды к воздуху, отнесенный к 1 м длины трубы и её диаметру.

Для расчета принять:

- 1) внутренний диаметр трубы  $d_1$ , мм;
- 2) толщину стенки трубы  $\delta$ , мм;
- 3) длину трубы  $l$ , м;
- 4) материал трубы  $\lambda$ , Вт/м\*град;
- 5) среднюю температуру воды  $t_1$ , °С;
- 6) среднюю скорость воды  $\omega$ , м/с;
- 7) температуру воздуха, окружающего трубу  $t_2 = 20$  °С.

Таблица 3.8 – Контрольные данные по вариантам

№ варианта	d <sub>1</sub> , мм	δ, мм	l, м	Материал	λ, Вт/м*град	ω, м/с	t <sub>1</sub> , °С
1	20	2,5	2,0	Сталь	30	0,2	50
2	30	3,0	1,5		35	0,3	60
3	46	2,5	2,2		40	0,4	70
4	64	3,0	4,0		25	0,5	80
5	100	4,0	5,0		38	0,6	90
6	20	2,5	1,0	Латунь	70	0,6	90
7	30	3,0	1,3		75	0,5	80
8	46	2,5	1,1		80	0,4	70
9	64	3,0	1,55		73	0,3	60
10	100	4,0	3,6		82	0,2	50
11	20	2,5	0,9	Сталь	40	1,0	50
12	30	3,0	1,5		42	1,2	60
13	46	2,5	3,0		50	1,4	70
14	64	3,0	2,0		48	1,6	80
15	100	4,0	4,0		35	1,8	90
16	20	2,5	0,8	Красная медь	372	0,25	90
17	30	3,0	1,4		378	0,35	80
18	46	2,5	1,85		384	0,45	70
19	64	3,0	2,5		390	0,55	60
20	100	4,0	4,2		395	0,65	50
21	20	2,5	1,0	Сталь	37	0,05	50
22	30	3,0	1,2		42	0,04	60
23	46	2,5	1,95		39	0,03	70
24	64	3,0	2,8		40	0,02	80
25	100	4,0	3,5		45	0,01	90
26	20	2,5	1,25	Латунь	72	1,1	50
27	30	3,0	2,0		76	1,2	60
28	46	2,5	1,75		80	1,3	70
29	64	3,0	2,2		82	1,4	80
30	100	4,0	5,4		78	1,5	90

### Задание № 2

В вертикальной трубе квадратного сечения  $a \times a$ , длиной  $l$ , снизу вверх, движется воздух.

Определить :

- 1) режим движения;
- 2) коэффициент теплоотдачи воздухом стенке трубы, если средняя скорость воздуха  $v$ , м/с, температура воздуха на входе  $t_{B1}$ ; на выходе  $t_{B2}$ , средняя температура стенки  $t_c$ .

Таблица 3.9 – Контрольные данные по вариантам

№ варианта	$a$ , мм	$v$ , м/с	$t_{B1}$ , °C	$t_{B2}$ , °C	$t_c$ , °C	$l$ , мм
1	2	3	4	5	6	7
1	30	1,5	200	60	50	7000
2	40	1	150	50	40	6000
3	50	0,5	300	70	100	9000
4	60	0,75	250	60	90	5000
5	70	1,75	200	50	70	4000
6	80	2,25	400	70	100	8000
7	90	2,0	300	80	90	6000
8	100	3,5	500	60	60	11000
9	90	2,25	450	50	70	7000
10	80	2,0	250	40	40	9000
11	70	1,5	350	70	80	5000
12	60	2,25	400	55	90	10000
13	50	1,75	300	65	70	8000
14	40	1,5	250	40	60	7000
15	30	1,25	400	80	80	6000
16	40	0,75	200	50	50	9000
17	50	2,0	350	60	70	11000
18	60	1,5	500	80	50	8000
19	70	2,0	450	70	60	6000
20	80	2,25	300	60	50	7000

### Задание № 3

Теплообменное устройство, состоящее из горизонтального короба размером  $a \times b$ , длиной  $l$ , покрыто слоем изоляции. Внутри короба расположено  $n$  труб диаметром  $d$ . Расстояние между центрами труб  $S_1$  и  $S_2$ .

Определить коэффициент теплоотдачи от горячего воздуха, протекающего по коробу, к поверхности труб, по которым протекает вода. Средняя по длине температура воздуха в устройстве  $t_B$ , а средняя скорость воздуха  $v$ .

Таблица 3.10 – Контрольные данные по вариантам

№ варианта	a, мм	b, мм	l, мм	n	d, м	$S_1$ , мм	$S_2$ , мм	$t_B$ , °C	$v$ , м/с
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	500	500	4	9	75	150	15	600	18
2	500	500	6	12	38	70	70	750	16
3	700	700	4	19	42	100	100	900	12
4	400	400	8	9	45	70	60	1050	10
5	800	600	4	9	50	100	60	1200	14
6	600	600	6	9	73	130	130	250	6
7	400	400	4	6	76	100	100	400	8
8	700	700	6	12	83	150	150	550	10
9	500	600	4	12	70	100	100	700	12
10	700	600	8	9	60	180	160	850	9
11	400	400	6	9	50	80	80	1000	15
12	500	500	9	12	45	100	100	650	11
13	600	600	4	9	102	120	120	800	17
14	700	700	6	12	95	100	80	950	7
15	500	600	10	9	89	150	150	1100	19
16	500	500	6	16	70	100	100	500	5
17	300	300	4	9	68	80	80	400	6
18	600	600	8	16	60	100	100	350	3
19	800	800	6	12	57	120	120	850	14
20	700	500	4	9	54	130	100	1200	18



#### Задание № 4

Разработать конструкцию теплообменника типа труба в трубе для нагревания воды в количестве  $W$ , от  $t_{\text{н}}^{\text{в}}$  до  $t_{\text{к}}^{\text{в}}$  горячим конденсатом, движущимся в межтрубном пространстве. Начальная температура конденсата  $t_{\text{н}}^{\text{к}}$ , конечная  $t_{\text{к}}^{\text{к}}$ . Внутренняя труба диаметром  $d$ , из (материал), а наружная диаметром  $D$  из Ст.3. Длина одного элемента  $l$ . Движение сред в теплообменнике А.

Таблица 3.11 – Контрольные данные по вариантам

№ варианта	$W$ , л	$t_{\text{н}}^{\text{в}}$ , °C	$t_{\text{к}}^{\text{в}}$ , °C	$t_{\text{н}}^{\text{к}}$ , °C	$t_{\text{к}}^{\text{к}}$ , °C	$d$ , мм	Материал	$D$ , мм	$l$ , м	А
1	0,75	12	77	97	85	30×1,5	Сталь	64×3,0	2,5	Прямочное
2	0,3	18	60	90	70	20×1,5		64×2,0	3,0	
3	0,5	5	60	100	80	30×2,0		95×2,5	3,5	
4	1,0	10	70	90	80	30×1,5		90×3,0	3,0	
5	0,45	5	65	95	85	40×2,0		89×3,0	2,5	
6	0,8	7	73	100	80	38×1,5		90×2,5	2,0	
7	1,0	15	65	95	85	38×2,0	Нерж. Сталь	100×2,0	3,0	Противоточное
8	1,0	3	67	90	80	42×2,0		95×3,0	2,0	
9	0,55	10	80	100	90	40×2,0		100×3,5	2,5	
10	0,6	8	72	90	80	36×1,5		102×3,0	3,0	
11	0,45	10	70	95	85	34×1,5	Латунь	89×2,5	2,0	Противоточное
12	0,75	22	78	100	90	36×1,5		76×2,0	2,5	
13	1,0	16	84	100	90	38×1,5		83×3,0	3,0	
14	0,65	18	72	90	80	40×2,0		89×3,0	2,5	
15	0,45	6	74	95	85	32×1,5		90×3,5	2,0	
16	0,5	8	62	90	70	38×2,0	Медь	100×3,5	2,0	Прямочное
17	0,75	12	68	100	80	42×2,0		85×3,0	2,5	
18	0,6	5	75	100	80	38×2,0		90×3,5	3,0	
19	0,8	14	76	100	90	36×2,0		80×2,5	2,5	
20	0,55	8	70	94	86	34×2,0	102×3,5	2,0		

#### Задание № 5

Разработать одноходовой кожухотрубчатый теплообменник состоящий из  $n$  труб диаметром  $d$  из (материал А), для нагревания  $W$  продукта за время  $\tau$  от  $t_{\text{н}}$  до  $t_{\text{к}}$ . Сухой насыщенный пар, давлением  $p$ , подается в межтрубное пространство.

Внутренний диаметр кожуха теплообменника  $D$ . Процесс теплопередачи установившийся.

Таблица 3.12 – Контрольные данные по вариантам

№ варианта	n	A	d, мм	W, литры	Продукт	$\tau$ , ми	$t_{н^*}$ , °C	$t_{к^*}$ , °C	p, кПа	D, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	19	Нерж. сталь	20×2	1450	Вода	6	10	90	225	159
2	61			2800		10	15	80	190	273
3	19			2100		7	10	95	210	159
4	61			3900		8	8	70	185	273
5	19			2100		4	15	95	200	159
6	37	Латунь	25×2	3600		6	12	90	205	273
7	13			2700		9	17	95	215	159
8	37			4200		12	7	85	180	273
9	13			3800		10	15	85	195	159
10	13			2900		7	12	85	165	159
11	61	Нерж. сталь	20×2	1600	Молоко	10	10	80	200	273
12	19			2100		15	15	80	190	159
13	19			1400		12	20	80	185	159
14	19			2000		8	10	75	170	159
15	19			1800		6	15	75	180	159
16	37	Медь	25×2	3200	Вино фруктовое	10	10	70	160	273
17	37			2400		6	10	65	125	273
18	13			4100		14	10	60	110	159
19	13			2600		8	15	70	135	159
20	37			3000		4	15	65	140	273

#### Задание № 6

Разработать двухходовой (по трубному пространству) кожухотрубчатый теплообменник для нагревания воздуха в трубном пространстве от  $t_n$  до  $t_k$  при атмосферном давлении. Расход воздуха, считая при нормальных условиях, составляет  $G$ .

В одном ходу теплообменника  $n$  труб диаметром  $d$  из (материал  $A$ ). В межтрубное пространство подается насыщенный водяной пар под абсолютным

давлением  $p$ , влажностью 5%. Коэффициент теплоотдачи пара  $\alpha_1$ . Рассчитать необходимый расход пара, если потери тепла в окружающую среду. Составляют 7%.

Таблица 3.13 – Контрольные данные по вариантам

№ варианта	$t_n, ^\circ\text{C}$	$t_k, ^\circ\text{C}$	G	n, шт	Материал	d, мм	p, МПа	$\alpha_1, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	14	85	4500	7	Нерж. сталь	20×2,0	0,18	9850
2	15	90	5250	9			0,20	10000
3	15	95	5700	13			0,22	10500
4	20	100	6250	17			0,215	10750
5	22	105	7400	19			0,21	11000
6	14	100	6750	17	Латунь	25×2,0	0,23	11500
7	15	95	6500	13			0,19	11750
8	15	90	4750	9			0,20	11000
9	20	95	5000	7			0,23	10750
10	24	100	4250	5			0,25	10000
11	16	90	7850	18	Медь	20×2,0	0,19	10500
12	18	85	7500	15			0,185	11000
13	20	95	6750	13			0,21	11500
14	22	90	6000	9			0,24	11750
15	24	100	5450	7			0,26	12000
16	20	95	7250	17	Бронза	25×2,0	0,22	11500
17	18	90	7500	19			0,29	11250
18	16	85	6250	13			0,18	11000
19	14	90	5400	9			0,24	10750
20	15	95	7000	21			0,26	10500

#### Задание № 7

Рассчитать и подобрать нормализованный вариант конструкции пластинчатого теплообменника из нержавеющей стали для обработки  $G$  кг/с, продукта. Начальная температура продукта  $t_n, ^\circ\text{C}$ , конечная  $t_k, ^\circ\text{C}$ . Для подогрева используется насыщенный водяной пар давлением  $p$  МПа. Площадь поверхности пластины  $S$  м, толщина  $\delta$  мм, эквивалентный диаметр канала  $d$  м, приведенная длина канала  $l$  м.

Таблица 3.14 – Контрольные данные по вариантам

№ варианта	G, кг/с	Продукт	t <sub>н</sub> , °С	t <sub>к</sub> , °С	p, МПа	S, м <sup>2</sup>	δ, мм	d, м	l, м
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,75	50% сахарный р-р	20	60	0,1	0,15	1,0	0,0074	0,32
2	1,0		25	65	0,110	0,2	1,2	0,0076	0,45
3	1,25		30	80	0,115	0,3	1,5	0,0080	1,12
4	1,50		25	75	0,120	0,5	2,0	0,0080	1,15
5	1,75		30	75	0,125	0,6	1,0	0,0074	0,893
6	2,0	Молоко	10	75	0,130	0,15	1,2	0,0076	0,32
7	2,2		15	80	0,135	0,2	1,5	0,0080	0,45
8	2,4		20	80	0,140	0,3	2,0	0,0080	1,12
9	2,6		10	70	0,145	0,5	1,0	0,0074	1,15
10	1,75		15	75	0,150	0,6	1,2	0,0076	0,893
11	2,2	Пиво	10	80	0,155	0,15	1,5	0,0076	0,32
12	2,4		15	80	0,160	0,2	2,0	0,0080	0,45
13	2,6		20	80	0,165	0,3	1,0	0,0074	1,12
14	2,8		10	75	0,170	0,5	1,2	0,0074	1,15
15	3,0		10	70	0,165	0,6	1,5	0,0076	0,893
16	2,8	Вино	10	70	0,160	0,15	2,0	0,0080	0,32
17	2,6		15	70	0,155	0,2	1,0	0,0080	0,45
18	2,4		10	65	0,150	0,3	1,2	0,0076	1,12
19	2,2		15	65	0,145	0,5	1,5	0,0076	1,15
20	2,0		20	70	0,140	0,5	2,0	0,0074	0,893

## 4 Выпаривание

### 4.1 Выпаривание в однокорпусной установке

При расчете выпарных аппаратов используют уравнения материального и теплового балансов и уравнение теплопередачи.

4.1.1 Материальный баланс по нелетучему растворенному веществу определяется уравнением

$$S_0 b_0 = (S_0 - W) b_K, \quad (4.1)$$

где  $S_0$  – количество разбавленного исходного раствора, кг;  $b_0$  – начальная концентрация растворенного вещества, %;  $W$  – количество выпаренного растворителя, кг;  $b_K$  – конечная концентрация растворенного вещества, %.

Из уравнения (4.1)

$$W = S_0 (1 - b_0 / b_K). \quad (4.2)$$

Если выпарной аппарат работает в стационарном режиме, то вместо количеств в уравнение (3.1) подставляют расходы раствора и испаренного растворителя.

4.1.2 Уравнение теплового баланса аппарата

$$Q = D_0 (i_0'' - i_0') = (S_0 - W) i_K - S_0 i_0 + W i'' + Q_{\text{п}}, \quad (4.3)$$

где  $Q$  – количество переданной теплоты, кДж;

$D_0$  – количество греющего агента, кг;

$i_0''$  – начальная энтальпия греющего агента, кДж/кг;

$i''$  – энтальпия образующегося вторичного пара, кДж/кг;

$i_0'$  – конечная энтальпия греющего агента, кДж/кг;

$i_K$  – энтальпия выпаренного раствора, кДж/кг;

$i_0$  – энтальпия исходного, раствора, кДж/кг;

$Q_{\text{п}}$  – потери теплоты в окружающую среду, кДж.

Если выпарной аппарат работает непрерывно, то так же, как и в материальном балансе, вместо количеств в уравнение (4.3) следует подставить расходы.

Если греющий агент – водяной пар, а теплотой, расходуемой на концентрирование (тепловой дегидратации), потерями в окружающую среду можно пренебречь, и уравнение теплового баланса примет вид

$$Q = D_0 r_0 = S_0 (c_k t_k - c_0 t_0) + W (i'' - c_k t_k), \quad (4.4)$$

где  $r_0$  – теплота конденсации греющего пара, кДж/кг;

$c_k$  и  $c_0$  – соответственно удельная теплоемкость сгущенного и исходного растворов, кДж/(кг\*К);

$t_k$  – температура кипения выпаренного раствора, °С;

$t_0$  – температура исходного раствора, °С.

4.1.3 Расход греющего пара в выпарном аппарате определяется по формуле:

$$D_0 = Q / (i_0'' - i_0') x, \quad (4.5)$$

где  $x$  — паросодержание (степень сухости) греющего пара.

Удельный расход пара на выпаривание представляет собой отношение общего расхода пара к количеству выпаренной воды:

$$d = D_0 / W. \quad (4.6)$$

Если раствор поступает в выпарной аппарат в перегретом состоянии ( $t_0 > t_k$ ), то первая статья теплового баланса в уравнении (3.4) имеет отрицательный знак, при этом в результате самоиспарения части растворителя расход теплоты в аппарате сокращается.

Величина

$$Q_G = S_0 c_0 (t_0 - t_k), \quad (4.7)$$

носит название теплоты самоиспарения.

4.1.4 Общее количество выпаренной воды в уравнении (4.3) рассчитывают по уравнению

$$W = D_0 ((i_0'' - i_0') / (i'' - c_v t_k)) + S_0 c_0 ((t_0 - t_k) / (i'' - c_v t_k)) - (Q_{\text{п}} / (i'' - c_v t_k)). \quad (4.8)$$

Если обозначить

$\alpha = (i_0'' - i_0') / (i'' - c_v t_k)$  – коэффициент испарения, показывающий количество воды, выпариваемой за счет использования теплоты 1 кг греющего пара;

$\beta = (t_0 - t_k) / (i'' - c_v t_k)$  – коэффициент самоиспарения, показывающий количество воды, выпаренной за счет использования теплоты 1 кг раствора, если  $t_0 > t_k$  и  $\beta > 0$ , или количество недовыпаренной воды, если  $t_0 < t_k$  и  $\beta < 0$ ;  $c_v$  – удельная теплоемкость воды, кДж/(кг\*К),

уравнение (4.8) можно записать в виде

$$W = D_0 (\alpha + S_0 c_0 \beta) \delta, \quad (4.9)$$

где  $\delta < 1$  – коэффициент, учитывающий тепловые потери.

4.1.5 Расчет поверхности теплообмена выпарных аппаратов основан на использовании основного уравнения теплопередачи при стационарном режиме:

$$F = Q / (k \Delta t_{\text{ст}}), \quad (4.10)$$

где  $k$  – коэффициент теплопередачи выпарного аппарата, Вт/(м<sup>2</sup>\*К).

В уравнении (4.10)  $\Delta t_{\text{ст}}$  представляет собой среднюю разность температуры греющего агента и температуры кипения раствора:

$$\Delta t_{\text{ст}} = (t - t_k)_{\text{ср}}. \quad (4.11)$$

Если греющим агентом является насыщенный водяной пар, то средний температурный напор, являющийся полезной разностью температур  $t_{\text{пол}}$ , определяется по формуле:

$$\Delta t_{\text{пол}} = t_{\text{гр}} - t_{\text{к.ср}}, \quad (4.12)$$

где  $t_{\text{гр}}$  – постоянная температура конденсации греющего пара, К;  
 $t_{\text{к.ср}}$  – температура кипения жидкости при давлении в среднем по высоте слое,  
 К.

4.1.6 В общем случае полезная разность температур определяется по формуле

$$\Delta t_{\text{пол}} = t_{\text{гр}} - t_{\text{вт}} - \Delta t_{\text{фх}} - \Delta t_{\text{г.э}}, \quad (4.13)$$

где  $t_{\text{вт}}$  – температура вторичного пара при давлении над свободной поверхностью раствора в аппарате, К;

$\Delta t_{\text{фх}}$  – повышение температуры кипения раствора за счет физико-химической депрессии, К;

$\Delta t_{\text{г.э}}$  – повышение температуры кипения раствора за счет гидростатического эффекта, гидростатической температурной депрессии, К.

Давление в среднем по высоте слое аппарата определяется по формуле

$$p_{\text{ср}} = p + H_{\text{ср}} \rho_{\text{ср}} g, \quad (4.14)$$

где  $p$  – давление у поверхности жидкости, Па;

$H_{\text{ср}}$  – разность между верхним уровнем жидкости в выпарном аппарате и средним уровнем по отношению к поверхности теплообмена, смоченной жидкостью, м;

$\rho_{\text{ср}}$  – средняя плотность кипящего раствора, кг/м<sup>3</sup>;

$g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Из-за наличия в кипящем растворе пузырьков пара плотность  $\rho_{\text{ср}}$  меньше плотности  $\rho$  жидкости, причем их отношение зависит от интенсивности кипения. При отсутствии экспериментальных данных приближенно можно считать  $\rho_{\text{ср}}/\rho = 0,5 \div 0,6$ .



4.1.7 Повышение температуры кипения вследствие гидростатического эффекта составляет

$$\Delta t_{г.э} = t_{к.ф} - t_{к}, \quad (4.15)$$

где  $t_{к}$  – температура кипения жидкости при давлении у поверхности жидкости, К.

Температура кипения жидкости соответствует условию равенства давления ее паров внешнему давлению. Она зависит от давления и состава жидкости. Для чистых жидкостей температуру кипения, зависящую только от давления, можно определить на основании экспериментальных данных (таблиц, диаграмм), приводимых в справочниках, или уравнений зависимости давления паров от температуры. Если экспериментальных данных недостаточно, температура кипения раствора рассчитывается аналитически. Для этого используются методы Дюринга, Брату, Стабникова и Тищенко.

4.1.8 Для расчета температуры кипения раствора по методу Дюринга необходимо знать температуру кипения рабочей жидкости при двух различных давлениях, а также зависимость температуры кипения от давления для какой-либо жидкости, принимаемой в качестве стандартной.

Уравнение Дюринга имеет вид:

$$K = (t_{к} - t_{к1}) / (t'_{к} - t'_{к1}) = (t_{к2} - t_{к1}) / (t'_{к2} - t'_{к1}), \quad (4.16)$$

где  $t_{к}$  – искомая температура кипения при давлении  $p$ ;

$t_{к1}$  – температура кипения рабочей жидкости при давлении  $p_1$ ;

$t'_{к}$  – температура кипения стандартной жидкости при давлении  $p$ ;

$t'_{к1}$  – температура кипения стандартной жидкости при давлении  $p_1$ ;

$t_{к2}$  – температура кипения рабочей жидкости при давлении  $p_2$ ;

$t'_{к2}$  – температура кипения стандартной жидкости при давлении  $p_2$ .

4.1.9 С достаточной для технических расчетов точностью физико – химическая депрессия сахарных растворов, фруктовых соков и молока может быть рассчитана по формуле:

$$\Delta_{\Phi-x} = 0,38\lambda^{(0,05+0,045B)}, \quad (4.17)$$

а для томатных соков:

$$\Delta_{\Phi-x} = 0,025B^{1,1}P^{0,17}, \quad (4.18)$$

где  $B$  – концентрация сухих веществ в продукте, % масс;

$P$  – давление в аппарате, Па.

4.1.10 Температуру кипения растворов при различных давлениях можно определить и по приближенному уравнению Тищенко, если известна температура кипения раствора той же концентрации при нормальном давлении:

$$\Delta t_{\Phi x} = (\Delta t_{\Phi x})_n (T/T_n)^2 (r_n/r), \quad (4.19)$$

где  $\Delta t_{\Phi x}$  – повышение температуры кипения в присутствии растворенного вещества при любом давлении;

$(\Delta t_{\Phi x})_n$  – повышение температуры кипения при нормальном атмосферном давлении;

$T$  – температура кипения чистого растворителя при заданном давлении над раствором, К;

$T_n$  – температура кипения чистого растворителя при нормальном атмосферном давлении, К;

$r_n$  – теплота парообразования растворителя при атмосферном давлении;

$r$  – теплота парообразования растворителя при давлении кипения раствора.

4.1.11 Теплоемкость растворов приближенно может быть вычислена по общей формуле

$$C = C_1 x_1 + C_2 x_2 + C_3 x_3 + \dots, \quad (4.20)$$

где  $C_1, C_2, C_3$  – теплоемкости компонентов;

$x_1, x_2, x_3$  – массовые доли компонентов.

Для двухкомпонентных разбавленных ( $x < 20\%$ ) водных растворов (вода + растворенное вещество) формула (4.20) приводится к виду:

$$C = 4,19(1 - (b/100)), \quad (4.21)$$

где  $b$  – концентрация растворенного вещества, % мас.

Для концентрированных водных растворов ( $x > 20\%$ ) расчет ведут по формуле (4.20).

Теплоемкость химического соединения при отсутствии экспериментальных данных можно определить по формуле

$$MC = n_1C_1 + n_2C_2 + n_3C_3 + \dots, \quad (4.22)$$

где  $M$  – молекулярная масса;

$c$  – массовая теплоемкость химического соединения, кДж/(кг\*К);

$n_1, n_2, n_3$  – число атомов элементов, входящих в соединение;

$C_1, C_2, C_3$  – атомная теплоемкость.

Значения атомных теплоемкостей приведены в приложении Б5.

## 4.2 Выпаривание в многокорпусной выпарной установке

Для расчета многокорпусной выпарной установки составляют схему из  $(4n-1)$  уравнений ( $n$  – число корпусов выпарной установки). Решается эта система методом последовательных приближений. В число  $(4n-1)$  уравнений системы входят  $n$  уравнений материального баланса,  $n$  уравнений теплового баланса и  $n$  уравнений теплопередачи, а также  $(n-1)$  дополнительных условий (соотношения между поверхностями теплообмена, расходами и давлениями в точках отбора пара и т. д.). Номера корпусов считаются от 1 до  $n$  по направлению движения пара. Наиболее часто выпарные установки работают по принципу прямотока. Для противотока или смешанного тока следует изменить индексы параметров раствора в соответствии со схемой его циркуляции.

4.2.1 Материальный баланс  $n$ -го корпуса по нелетучему растворенному веществу

$$S_{n-1}b_{n-1} = S_n b_n = (S_{n-1} - W_n) b_n, \quad (4.23)$$

где  $S_{n-1}$  – расход раствора, поступающего из (n–1) – го корпуса, кг/с;  
 $b_{n-1}, b_n$  – концентрация раствора в (n–1) – м и n–м корпусах, кг/кг или %;  
 $S_n$  – расход раствора, покидающего n-й корпус, кг/с;  
 $W_n$  – количество вторичного пара, образующегося в n–м корпусе, кг/с.

Для большинства конструкций выпарных аппаратов характерно интенсивное перемешивание раствора, поэтому можно считать, что концентрация раствора во всем аппарате практически равна его концентрации на выходе.

#### 4.2.2 Тепловой баланс n-го корпуса

$$Q_n = (W_{n-1} - E_{n-1})r_{n-1} = S_{n-1}(i_n - i_{n-1}) + W_n(i_n'' - i_n), \quad (4.24)$$

где  $Q_n$  – количество теплоты, переданной в единицу времени в n-м корпусе, кВт;

$W_{n-1}$  – количество вторичного пара, образующегося в (n–1)-м корпусе, кг/с;

$E_{n-1}$  – расход экстрапара, отбираемого после (n–1)-го корпуса, кг/с;

$r_{n-1}$  – теплота парообразования, соответствующая давлению пара в (n–1)-м корпусе, кДж/кг;

$i_n, i_{n-1}$  – энтальпия раствора в n-м и (n–1)-м корпусах, кДж/кг;

$i_n''$  – энтальпия вторичного пара, образующегося в n-м корпусе, кДж/кг.

#### 4.2.3 Уравнение теплопередачи n-го корпуса

$$Q_n = K_n F_n (t'_{n-1} - t_{к.ср\ n}), \quad (4.25)$$

где  $K_n$  – коэффициент теплопередачи n-го корпуса;

$F_n$  – поверхность теплообмена n-го корпуса;

$t'_{n-1}$  – температура вторичного пара (n–1)-го корпуса;

снижение температуры вторичного пара при переходе из корпуса в корпус за счет гидравлических сопротивлений обычно принимают  $\Delta t_{г.с} = 1 \div 2$  К;

$t_{к.ср\ n}$  – температура кипения раствора в n-м корпусе при давлении в среднем по высоте слое.

В уравнениях (4.24), (4.25) не учтены потери теплоты в окружающую среду. Практически потери теплоты составляют 5 – 7% полезного тепла.

4.2.4 Полезная разность температур для всей установки определяется по формуле:

$$\Delta t_{\text{пол}} = t_{\text{гр}}^1 - t_{\text{вт}}^n - \sum_1^n \Delta t_{\text{пот}}, \quad (4.26)$$

где  $t_{\text{гр}}^1$  – температура греющего пара 1-го корпуса;

$t_{\text{вт}}^n$  – температура вторичного пара последнего корпуса;

$\sum_1^n \Delta t_{\text{пот}}$  – сумма температурных потерь во всех корпусах;

$$\sum_1^n \Delta t_{\text{пот}} = \sum_1^n \Delta t_{\text{фг}} + \sum_1^n \Delta t_{\text{г.э}} + \sum_1^n \Delta t_{\text{г.с}}. \quad (4.27)$$

4.2.5 Распределение полезной разности температур, рассчитанной по формуле (4.26), между отдельными корпусами установки производится по двум вариантам:

а) в случае расчета на минимальную общую поверхность  $\sum_1^n F_{\text{мин}}$   $i$ -го корпуса пропорционально  $\sqrt{Q/k}$ .

$$\Delta t_{\text{пол } i} = (\Delta t_{\text{пол}} \sqrt{Q_i/k_i}) / \sum_{i=1}^{i=n} \sqrt{Q_i/k_i}. \quad (4.28)$$

б) в случае расчета на равную поверхность корпусов  $F_1 = F_2 = F_3 = \dots = F_n$  пропорционально отношению  $Q/k$ .

$$\Delta t_{\text{пол } i} = (\Delta t_{\text{пол}} \cdot (Q_i/k_i)) / \sum_{i=1}^{i=n} Q_i/k_i. \quad (4.29)$$

Принятие условий, связанных с характеристикой и количествами отбираемого в различных местах установки пара, которые определяются, исходя из конкретных местных условий, требует отказа от расчета по соотношению между поверхностями теплообмена корпусов, за исключением случаев, когда задается только расход отбираемого пара.

4.2.6 Оптимальное число корпусов выпарной установки можно определить по формуле:

$$n = \sqrt{\frac{k(t - t'_k)\theta z_0}{P_a(i'' - c_v t_k)} \left[ 1,15P_{\Pi} + \frac{i'' - c_v t_k}{t_k - t_n} \times \left( P_v + P_{\text{э}} \cdot 10^5 \frac{273 - t_n}{p_{\text{абс}} - p} \right) \right]}, \quad (4.30)$$

где  $k$  – средний коэффициент теплопередачи всей установки;

$t$  – температура греющего пара, °С;

$t'_k$  – температура кипения раствора в последнем корпусе, °С;

$\theta$  – число часов работы установки в сутки;

$z_0$  – количество рабочих дней в году;

$P_a$  – годовая стоимость амортизации и ремонта аппаратуры;

$i''$  – энтальпия вторичного пара последнего корпуса, кДж/кг;

$C_v$  – удельная теплоемкость воды, кДж/(кг\*К);

$t_k, t_n$  – принимаемые конечная и начальная температуры охлаждающей воды в конденсаторе, °С;

$P_{\Pi}$  – стоимость 1 кг пара;

$P_v$  – стоимость 1 кг воды;

$P_{\text{э}}$  – стоимость 1 кВт·ч электроэнергии;

$p_{\text{абс}}$  – абсолютное давление в конденсаторе (принимается в зависимости от температуры вторичного пара, поступающего в конденсатор);

$p$  – парциальное давление водяного пара в газообразной смеси, отсасываемой вакуум-насосом [принимается при температуре  $t_n + (5 \div 7^\circ)\text{C}$ ].

### 4.3 Контрольные задания

#### Задание №1

Рассчитать выпарный аппарат непрерывного действия для концентрирования  $G$  кг/с сахарного раствора, при атмосферном давлении, от  $V_n$  до  $V_k$  СВ. Для нагрева используют насыщенный водяной пар давлением  $P_1$ .

Раствор поступает в аппарат с температурой  $t_1$ . Длину кипяtilьных труб принять равной  $L$ , диаметр  $38 \times 2,0$ , материал  $M$ , потери тепла в окружающую среду - 5%.

Таблица 4.1 – Контрольные данные по вариантам

Обозначение							
№ варианта	G, кг/с	Вн, %	Вк, %	P <sub>1</sub> , кПа	t <sub>1</sub> , °C	L, м	М
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,28	10	30	240	20	2,0	Бронза
2	0,42	20	35	270	25	2,0	
3	0,56	15	45	290	30	2,0	
4	0,28	10	35	260	35	3,0	
5	0,69	10	50	280	45	3,0	
6	0,83	20	40	300	50	3,0	
7	0,97	20	50	300	40	4,0	
8	1,10	15	45	350	20	4,0	Латунь
9	0,97	10	30	380	25	4,0	
10	0,83	20	50	400	30	4,0	
11	0,69	20	40	290	40	3,0	
12	0,97	15	65	350	35	3,0	
13	1,25	15	50	400	25	3,0	
14	0,28	10	40	300	45	2,0	
15	0,42	20	45	320	50	2,0	Медь
16	0,56	10	30	280	20	2,0	
17	0,69	10	50	300	25	2,0	
18	0,83	20	40	250	30	2,0	
19	0,97	10	60	300	35	3,0	
20	1,10	20	60	280	45	3,0	
21	1,25	20	50	380	35	4,0	
22	1,39	20	65	400	40	4,0	Сталь нержаве- ющая
23	1,53	10	40	350	20	4,0	
24	1,67	10	30	380	25	4,0	
25	1,25	20	40	400	30	3,0	
26	1,10	20	35	370	35	3,0	
27	0,97	15	65	390	40	3,0	
28	0,83	30	50	340	45	2,0	

Продолжение таблицы 4.1

1	2	3	4	5	6	7	8
29	0,69	20	40	240	50	2,0	Сталь нержаве- ющая
30	0,56	10	60	270	60	2,0	

## Задание №2

Рассчитать N корпусную выпарную установку с естественной циркуляцией, для концентрирования  $G_n$  кг/ч сахарного раствора от начальной концентрации  $B_n$ , до конечной  $B_k$  при следующих условиях:

1. Обогрев производится насыщенным водяным паром давлением  $P_1$ .
2. Давление в барометрическом конденсаторе  $P_{бк}$ .
3. Длину кипяtilьных труб принять равной  $L$ , диаметр  $38 \times 2,0$ , материал  $M$ .
4. Раствор поступает в первый корпус подогретым до температуры кипения.
5. Потери тепла в окружающую среду принять равными 3%.

Таблица 4.2 – Контрольные данные по вариантам

Обозначение № варианта	N, шт	$G_n$ , кг/ч	$B_n$ , %	$B_k$ , %	$P_1$ , кПа	$P_{бк}$ , кПа	L, м	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	1000	10	40	390	15	2,0	Сталь нержавею- щая
2	2	2000	20	50	400	20	2,0	
3	2	3000	30	65	430	18	2,0	
4	2	4000	15	45	440	20	3,0	Бронза
5	2	4500	20	55	450	15	3,0	
6	2	3500	20	60	420	20	3,0	
7	2	2500	10	50	410	15	2,0	
8	2	1500	15	50	400	15	2,0	Медь
9	2	5000	20	65	460	20	3,0	
10	2	5500		55	470	16	3,0	
11	3	40000	10	50	1003,7	14,7	4,0	Сталь нержавеюща я
12	3	6000	20	65	400	20	3,0	
13	3	8000	10	60	450	19	2,0	
14	3	10000	20	50	410	15	4,0	
15	3	12000	30	65	470	30	4,0	Медь
16	3	11000	10	65	460	25	3,0	



Продолжение таблицы 4.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
17	3	9000	15	60	450	15	3,0	Медь
18	3	7000	20	60	440	20	2,0	Бронза
19	3	5000	25	65	430	18	2,0	
20	3	4000	20	50	420	17	2,0	
21	4	10000	10	50	450	15	2,0	Сталь нержавею- щая
22	4	11000	15	60	470	20	2,0	
23	4	12000	20	65	460	10	2,0	
24	4	13000	10	60	470	14	3,0	Бронза
25	4	14000	10	65	460	17	3,0	
26	4	15000	15	50	430	18	3,0	
27	4	16000	15	65	440	15	3,0	
28	4	17000	20	50	450	20	4,0	Медь
29	4	18000	20	55	460	22	4,0	
30	4	19000	20	60	470	19	4,0	

## Список использованных источников

1. Бугров А.С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного / А.С. Бугров, С.М. Никольский – М.: Наука, ГРФМЛ, 1989. – 464 с.
2. Кавецкий Г.Д. Процессы и аппараты пищевых производств / Г.Д. Кавецкий, А.В. Королев – М.: Агропромиздат, 1991. – 432 с.
3. Кавецкий Г.Д. Процессы и аппараты пищевой технологии / Г.Д. Кавецкий, Б.В. Васильев – М.: Колос, 1999. – 551 с.
4. Кандауров И.И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве / И.И. Кандауров 2-е изд. – Л.: Стройиздат, Ленинград, отд., 1988. – 280 с.
5. Космодемьянский Ю.В. Процессы и аппараты пищевых производств / Ю.В. Космодемьянский – М.: Колос, 1997. – 208 с.
6. Кошевой Е.Л. Технологическое оборудование предприятий производства растительных масел / Е.Л. Кошевой – Санкт-Петербург, ГИОРД, 2001. – 368 с.
7. Кошевой Е.П. Экстракция двуокисью углерода в пищевой технологии / Е.П. Кошевой, Х.Р. Блягоз. – Майкоп, Изд. Майкопского гос. Технологического института, 2000. – 496 с.
8. Машины и аппараты пищевых производств. В 2 томах / С.Т. Антипов, И.Т. Кретов, А.Н. Остриков, В.А. Панфилов, О.А. Ураков. – М.: Высшая школа, 2001, Т 1 – 1478 с; Т 2 – 1384 с.
9. Мерко И.Т. Совершенствование технологических процессов сортового помола пшеницы / И.Т. Мерко – М.: Колос, 1979. – 191 с.
10. Павлов К.Ф. Примеры и задачи по курсу «Процессы и аппараты химической технологии» / К.Ф. Павлов, П.Г. Романков, А.А. Носков. – Л.: Химия, 1981.
11. Процессы и аппараты пищевых производств / В.Н. Стабников, В.М. Лысянский, В.Д. Попов. – М.: Агропромиздат, 1985. – 503 с.
12. Расчет и проектирование печей хлебопекарного и кондитерского производств / А.А. Михелев, Н.М. Ицкович, М.Н. Сигал, А.В. Володарский. – М.: Пищевая промышленность, 1979. – 326 с.
13. Расчеты и задачи по процессам и аппаратам пищевых производств / под ред. С.М. Гребенюка. – М.: Агропромиздат, 1987.
14. Штокман Е.А. Очистка воздуха от пыли на предприятиях пищевой промышленности / Е.А. Штокман – М.: Агропромиздат, 1989. – 312 с.
15. Плаксин Ю.М. Процессы и аппараты пищевых производств / Ю.М. Плаксин, Н.П. Малохов, В.А. Ларин – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Колос, 2006. – 760 с.
16. Стабников В.П. Процессы и аппараты пищевых производств / В.П. Стабников, В.М. Лысянский, В.Д. Попов – М.: Агропромиздат, 1985. – 503 с.
17. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики / Н.Н. Никитин – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1990. – 607 с.

**Приложение А**  
**(обязательное)**  
**Пример оформления курсовой работы**

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное агентство по образованию

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет пищевых производств  
Кафедра МАХПП

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

по дисциплине «Процессы и аппараты пищевых производств»  
ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К

Руководитель работы  
\_\_\_\_\_ Сидоров К.Е.  
" \_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2008г.

Проверил  
студент гр. 05 МАПП  
\_\_\_\_\_ Петров М.Г.  
" \_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2008г.

Оренбург 2008

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное агентство по образованию

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет пищевых производств  
Кафедра МАХПП

### Задание на курсовую работу

- 1 Задание №1. Смоделировать процесс относительного движения частицы
- 2 Задание №2. Определить коэффициент теплоотдачи
- 3 Задание №3. Рассчитать двухкорпусную выпарную установку

Дата выдачи задания « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

Руководитель.....Сидоров К.Е.

Исполнитель

студент группы 05 МАПП.....Петров М.Г.

Срок защиты работы « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К			
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата				
Разраб.		Петров М.Г.			Курсовая работа	Лит.	Лист	Листов
Провер.		Сидоров К.Е.					2	12
Н. Контр.						ГОУ ОГУ, кафедра МАХПП		
Утверд.								

## Содержание

1	Задание№1. Смоделировать процесс относительного движения частицы....	3
2	Задание№2. Определить коэффициент теплоотдачи.....	6
3	Задание№3. Рассчитать двухкорпусную выпарную установку.....	9
	Список использованных источников	

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
85						3
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

## Задание №1. Смоделировать процесс относительного движения частицы

Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой  $m$ , по горизонтальному диску, диск вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность диска  $f$ , радиус диска  $R$  (рисунок 1).

1 Составить план сил, действующих на частицу.

2 Определить предельное значение угловой скорости вращения диска, при которой возможно начало относительного движения частицы, находящейся на расстоянии  $r$  от оси вращения.

3 Составить дифференциальное уравнение относительного движения частицы, провести их преобразования и анализ.

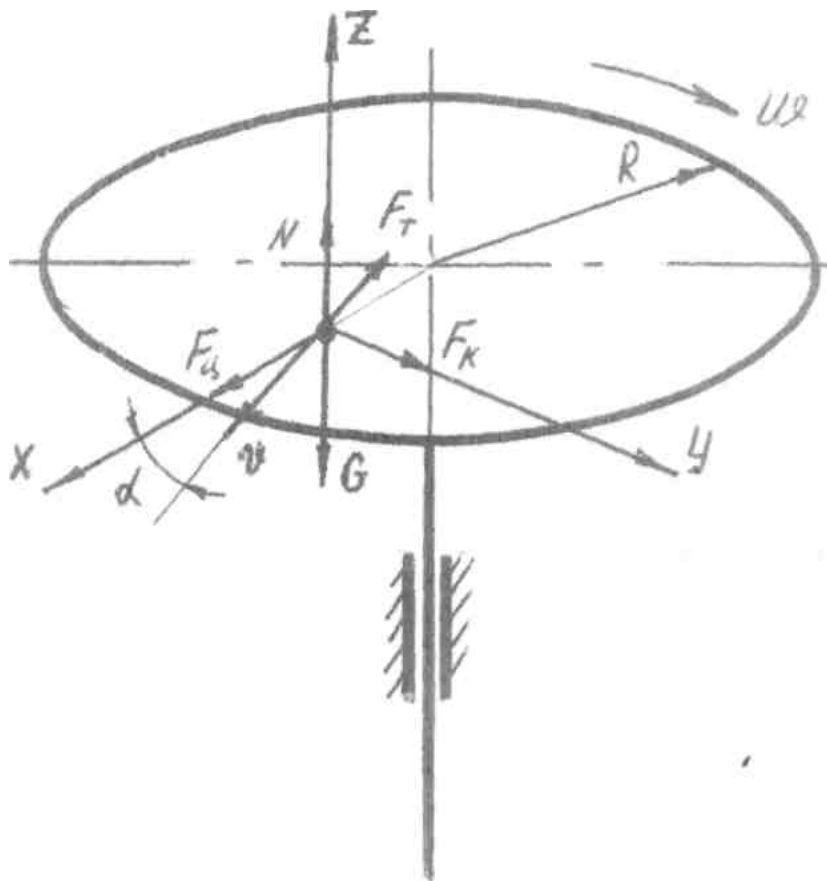


Рисунок 1 – Схема движения плоской частицы по горизонтальному диску

На частицу действуют:

- сила тяжести  $G = mg$  ;
- центробежная сила инерции  $F_u = m\omega^2 R$  ;
- нормальная реакция опоры (диска)  $N = mg$  ;
- сила инерции Кориолиса  $F_k = 2m\omega v$  ;

						ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист 86
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			3

– сила трения  $F_t = fN'$ .

Для того чтобы частица, находящаяся на расстоянии  $r$  от оси вращения, начала совершать относительное движение, необходимо, чтобы движущие силы были больше, или равны силам препятствующим относительному движению, т.е.  $F_{ц} > F_t$  или  $mw^2r \geq fmg$ , откуда

$$w = \sqrt{\frac{fg}{r}}. \quad (1)$$

Для определения скорости относительного движения частицы, составим дифференциальные уравнения относительного движения в проекциях на оси координат.

$$m\ddot{x} = F_{ц} - F_t \cos \alpha; \quad (2)$$

$$m\ddot{y} = F_{ц} - F_t; \quad (3)$$

$$m\ddot{z} = N - G; \quad (4)$$

Введем условия однозначности. Перемещения частицы вдоль оси  $z$  – нет, следовательно:  $z = 0$ ;  $\dot{z} = 0$ ;  $\ddot{z} = 0$ .

Находим нормальную реакцию опоры:

$$N = G. \quad (5)$$

Определим направляющие  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{y\ddot{z}}{\sqrt{x\ddot{z}^2 + y\ddot{z}^2}}; \quad (6)$$

$$\cos \alpha = \frac{x\ddot{z}}{\sqrt{x\ddot{z}^2 + y\ddot{z}^2}}. \quad (7)$$

Подставляя полученные выражения (6), (7) в уравнения (2) и (3) получим:

$$m\ddot{x} = F_{ц} - F_t \frac{y\ddot{z}}{\sqrt{x\ddot{z}^2 + y\ddot{z}^2}}; \quad (8)$$

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
87						4
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

$$m\ddot{x} = F_k - F_t \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad (9)$$

ИЛИ

$$m\ddot{x} = mw^2x - fmg \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad (10)$$

$$m\ddot{y} = 2m\dot{x}w - fmg \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad (11)$$

$$\ddot{x} = w^2x - fg \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad (12)$$

$$\ddot{y} = 2\dot{x}w - fg \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad (13)$$

$$\alpha = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}. \quad (14)$$

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
						88 5
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		



## Задание №2. Определить коэффициент теплоотдачи

Через трубу диаметром 15 мм и длиной 6м протекает вода при турбулентном режиме течения, имеющая среднюю температуру 343 К. Как изменяется коэффициент теплоотдачи, если в воду добавить 25% по объему угля (диаметр частиц 150 мкм, оставив мощность и температуру прежним? Температуру стенки 323 К.

Мощность затрачиваемая на прокачивание жидкости, равна  $N = V\Delta p = \text{const}$ . Выразив перепад давления через коэффициент гидравлического сопротивления

$\Delta p = \xi \frac{1}{d} \rho \frac{w^2}{2}$ , используя зависимости  $V = Fw$  и  $\xi = \frac{0,316}{\text{Re}^{0,25}}$  и обозначив общую

часть через  $A = \frac{0,316}{2} \cdot \frac{1}{d_{\text{мп}}^4} F$ , имеем  $N = A \text{Re}^{2,75} \frac{\mu^3}{\rho^2}$  или  $\text{Re}^{0,8} = \left( \frac{N}{A} \cdot \frac{\rho^2}{\mu^2} \right)^{0,8/2,75}$ .

Используя для жидкостной суспензии зависимость:

$$\text{Nu}_c = \frac{a_c d_{\text{мп}}}{\lambda_c} = 0,026 \text{Re}_c^{0,8} \text{Pr}_c^{0,4} \left( \frac{r}{1-r} \right)^{0,015} \cdot \left( \frac{p_{\text{ж}}}{p_{\text{т}}} \right)^{0,12} \cdot \left( \frac{c_{\text{рж}}}{c_{\text{рт}}} \right)^{0,15} \cdot \left( \frac{d_{\text{мп}}}{d_{\text{ч}}} \right)^{0,02},$$

а для жидкости формулу Михеева:

$$\text{Nu}_{\text{ж}} = \frac{d_{\text{ж}} d_{\text{тр}}}{\lambda_{\text{ж}}} = 0,021 \text{Re}_{\text{ж}}^{0,8} \text{Pr}_{\text{ж}}^{0,43} \left( \frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w} \right)^{0,25},$$

Имеем

$$\frac{\alpha_c}{\alpha_{\text{ж}}} = 1,24 \left( \frac{p_c}{p_{\text{ж}}} \right)^{0,582} \cdot \left( \frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_c} \right)^{0,472} \cdot \left( \frac{c_{\text{pc}}}{c_{\text{рж}}} \right)^{0,4} \cdot \left( \frac{\lambda_c}{\lambda_{\text{ж}}} \right)^{0,6} \cdot \left( \frac{r}{1-r} \right)^{0,015} \cdot \left( \frac{p_{\text{ж}}}{p_{\text{т}}} \right)^{0,12} \times$$

$$\times \frac{\left( \frac{c_{\text{рж}}}{c_{\text{рт}}} \right)^{0,15} \cdot \left( \frac{d_{\text{тр}}}{d_{\text{ч}}} \right)^{0,02}}{\text{Pr}_{\text{ж}}^{0,03} \cdot \left( \frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w} \right)^{0,25}}.$$

						ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
89							6
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

Вычислим отдельные множители, входящие в полученное выражение. Физические параметры веществ берутся при средней температуре среды  $t_f$  из таблицы:

$$\frac{\rho_c}{\rho_{ж}} = \frac{\rho_T}{\rho_{ж}} r + 1 - r = \frac{1400}{978} \cdot 0,25 + 0,75 = 1,108;$$

$$\frac{\mu_c}{\mu_{ж}} = 1 + 2,5r + 7,17r^2 + 16,2r^3 = 1 + 2,5 \cdot (0,25) + 7,17 \cdot (0,25)^2 + 16,2 \cdot (0,25)^3 = 2,33;$$

$$\left( \frac{\mu_c}{\mu_{ж}} \right)^{0,472} = 0,6699.$$

Теплоемкость суспензии определяется как средневзвешенная соответствующих параметров твердого тела и жидкости:

$$\frac{c_{pc}}{c_{pж}} = \frac{c_{pT} r + (1-r)c_{pж}}{p_T r + (1-r)p_{ж}} = \frac{1,305}{4,18} \cdot 1,4 \cdot 0,25 + 0,75 \cdot 0,978 = 0,779;$$

$$\left( \frac{c_{pc}}{c_{pж}} \right)^{0,4} = 0,9067.$$

$$\frac{\lambda_c}{\lambda_{ж}} = \left[ \frac{2\lambda_{ж} + \lambda_T - 2r(\lambda_{ж} - \lambda_T)}{2\lambda_{ж} + \lambda_T + r(\lambda_{ж} - \lambda_T)} \right] = \left[ \frac{2 \cdot 4,8 + 0,669 - 2 \cdot 0,25 \cdot (4,8 - 0,669)}{2 \cdot 4,8 + 0,669 + 0,25 \cdot (4,8 - 0,669)} \right] = 0,780$$

$$\left( \frac{\lambda_c}{\lambda_{ж}} \right)^{0,6} = 0,861;$$

$$Pr_{жс} = 2,25; Pr_{жс} = 1,028.$$

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
						90
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		7

$$\left(\frac{r}{1-r}\right)^{0,015} = \left(\frac{0,25}{0,75}\right)^{0,015} = 0,9863;$$

$$\left(\frac{p_{\text{ж}}}{p_{\text{т}}}\right)^{0,12} = \left(\frac{978}{1400}\right)^{0,12} = 0,957;$$

$$\left(\frac{c_{\text{рж}}}{c_{\text{рт}}}\right)^{0,15} = \left(\frac{4,18}{1,305}\right)^{0,15} = 1,191;$$

$$\left(\frac{d_{\text{мп}}}{d_{\text{ч}}}\right)^{0,02} = \left(\frac{15}{0,15}\right)^{0,02} = 1,096.$$

Подставляя отдельные множители в выведенное выражение, получим:

$$\frac{\alpha_{\text{с}}}{\alpha_{\text{ж}}} = 1,24 \cdot 1,063 \cdot 0,6699 \cdot 0,9067 \cdot 0,861 \cdot \frac{0,9863 \cdot 0,957 \cdot 1,191 \cdot 1,096}{1,028 \cdot 0,9204} = 0,9.$$

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
91						8
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

### Задание №3. Рассчитать двухкорпусную выпарную установку

В двухкорпусную выпарную установку поступает 2500 кг/ч раствора, теплоемкость которого  $C_0 = 3,8$  кДж/(кг·К); Теплоемкость упаренного раствора  $C_k = 3,2$  кДж/(кг·К). Температура кипения раствора в первом корпусе при давлении  $p = 196$  кПа -  $120$  °С, во втором корпусе при давлении  $p = 87$  кПа -  $100$  °С. Расход греющего пара при температуре  $140$  °С -  $1000$  кг/ч. Определить количество выпаренной воды для трех вариантов температуры поступающего раствора:

- 1)  $t_0 = 20$  °С;
- 2)  $t_0 = 120$  °С;
- 3)  $t_0 = 140$  °С.

Количество выпаренной воды рассчитывают по формуле.

По сколько потери тепла не учитываются, то  $\delta = 1$ .

1) Рассчитывают количество выпаренной воды для варианта при  $t_0 = 20$  °С

а) Для первого корпуса по таблице приложения Б9 определили:

$$i_0'' = 2740 \text{ кДж/кг, при } t_{гр} = 140 \text{ } ^\circ\text{С};$$

$$i_0' = 589,5 \text{ кДж/кг, при } O_{кажд} = t_{гр} = 140 \text{ } ^\circ\text{С}.$$

По таблице приложения Б10 определим:

$$i'' = 2710 \text{ кДж/кг при } p = 196 \text{ кПа};$$

$$a_1 = \frac{2740 - 589,5}{2710 - 4,19 \cdot 120} = 0,97;$$

$$b_1 = \frac{20 - 120}{2710 - 4,19 \cdot 120} = - 0,452.$$

Количество выпаренной воды  $W$  для первого корпуса

$$W_1 = 1000 - (0,97 \cdot 2500 - 3,8 \cdot 0,452) = 540 \text{ кг/ч}.$$

б) Для второго корпуса  $D_1 = W_1 = 540$  кг/ч;

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
						92
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		9

$$W_2 = W_1 \cdot [a_2 + (S_0 - W/c_k - B_2)].$$

По таблице приложения Б10 определим:

$$i_0'' = 2710 \text{ кДж/кг},$$

при  $p_2 = 87 \text{ кПа}$

$$a_2 = \frac{2710 - 502,4}{2668 - 4,19 \cdot 100} = 0,99;$$

$$B_2 = \frac{120 - 100}{2668 - 4,19 \cdot 100} = 0,913 \cdot 10^{-2}.$$

Количество выпаренной воды  $W_2$  для второго корпуса:

$$W_2 = 540 \cdot [0,99 + (2500 - 540) \cdot 3,2 - 0,913 \cdot 10^{-2}] = 564,3 \text{ кг/ч}$$

Общее количество выпаренной воды:

$$W = W_1 + W_2 = 540 + 564,3 = 1004,3 \text{ кг/ч}.$$

2) Рассчитывают количество выпаренной воды для варианта при  $t_0 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$

а) Для первого корпуса  $c = 0,97$  как и для первого варианта:

$B = 0$ , так как  $t_0 = t_k$ .

Количество выпаренной воды для первого корпуса

$$W_1 = 1000 - (0,97 + 0) = 970 \text{ кг/ч}.$$

б) Для второго корпуса

$$D_1 = W_1 = 970 \text{ кг/ч};$$

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
93						10
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

$a_2 = 0,99$  и  $v_2 = 0,913 \cdot 10^{-2}$  как и для первого варианта.

Количество выпаренной воды  $W_2$  для второго корпуса:

$$W_2 = 970 \cdot [0,99 + (2500 - 970) - 3,2 - 0,913 \cdot 10^{-2}] = 1015 \text{ кг/ч.}$$

Общее количество выпаренной воды:

$$W = W_1 + W_2 = 970 + 1015 = 1985 \text{ кг/ч.}$$

3) Рассчитывают количество выпаренной воды для варианта при  $t_0 = 140 \text{ }^\circ\text{C}$

а) Для первого корпуса:

$a_1 = 0,97$  как и для первого варианта;

$$v_1 = \frac{140 - 120}{2710 - 4,19 \cdot 120} = 0,903 \cdot 10^{-2}$$

$$W_1 = 1000 \cdot (0,97 + 2500 \cdot 3,8 \cdot 0,903 \cdot 10^{-2}) = 1056 \text{ кг/ч.}$$

б) Для второго корпуса:

$D_1 = W_1 = 1056 \text{ кг/ч.}$

$a_2 = 0,99$ , как и для первого варианта.

Таким образом, производительность установки по выпаренной воде выше в том случае, когда температура раствора, поступающего на выпаривание, выше температуры кипения.

					ГОУ ОГУ 260601.51.08.15 К	Лист
						94
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		11

## Список использованных источников

1. Гребенюк С.М. Расчеты и задачи по процессам и аппаратам пищевых производств / С.М. Гребенюк, Н.С. Михеева, Ю.П. Грачев – М.: Агропромиздат, 1987. – 304с.
2. Плаксин Ю.М. Процессы и аппараты пищевых производств / Ю.М. Плаксин, Н.Н. Малохов, В.А. Ларин – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Колос, 2006. – 760с.
3. Стабников В.Н. Процессы и аппараты пищевых производств / В.Н. Стабников, В.М. Лысянский, В.Д. Попов – М.: Агропромиздат, 1985. – 503с.
4. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики / Н.Н. Никитин – 5-е изд., доп. и перераб. – М.: Высшая школа, 1990. – 607с.

					ГОУ ОГУ 260601.41.08.15 К	Лист
95						12
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

## Приложение Б (обязательное)

Таблица Б.1 – Коэффициенты теплопроводности некоторых материалов.

Материал	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\lambda$ , Вт/(м·К)
1	2	3
Асбест	600	0,151
Асбокартон	1000 – 1400	0,157
Асбоцементные плиты	300	0,087
Асфальт	1800 – 2000	0,07 – 0,08
Бетон	1900 – 2200	0,9 – 1,3
Битум	950 – 1000	0,302 – 0,348
Бумажная изоляция	200 – 250	0,07 – 0,08
Бутовая кладка	1700 – 2200	0,9 – 1,4
Стекловата	130	0,038
Вата минеральная	200	0,052 – 0,064
Войлок		
минеральный	200	0,064
строительный	160	0,046 – 0,058
Газобетон теплоизоляционный	400 – 600	0,110 – 0,6
Дерево	500 – 800	0,14 – 0,23
Железобетон	2200 – 2400	1,4 – 1,5
Земля и насыпи	1600 – 1800	0,7 – 0,93
Камышит в щитах	250 – 300	0,07 – 0,09
Совелит	450	0,097
Текстолит	1380	0,24
Шлакобетон	1000 – 1500	0,4 – 0,7
Цементная штукатурка	1800	0,99 – 1,16
Алюминий	2700	202
Кладка кирпичная обыкновенная	1700	0,696 – 0,812
Кладка из кирпича		
огнеупорного	1840	1,044
изоляционного	600	0,116 – 0,2088



Продолжение таблицы Б.1

1	2	3
Лед	920	2,32
Опилки древесные	250 – 300	0,09 – 0,12
Пенобетон	550 – 570	0,14 – 0,17
Пеностекло	200 – 400	0,12 – 0,15
Плиты		
пробковые	150 – 180	0,045 – 0,06
минераловатные	350	0,075
древесноволокнистые	400	0,054
Минеральная пробка	325	0,064
Пенопласт	30	0,0464
Рубероид	600 – 800	0,14 – 0,17
Бронза	8,000	63,8
Латунь	8500	92,8
Медь	8800	383
Сталь нержавеющая	7900	17,4
Чугун	7500	46,4 – 92,8
Сталь	7850	46,5

Таблица Б.2 – Физические свойства сухого воздуха при  $p=760$  мм рт. ст.=98 кПа

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$c, \text{кДж/(кг}\cdot\text{K)}$	$\lambda\cdot 10^2, \text{Вт/(м}\cdot\text{K)}$	$\mu\cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{c}$	Pr
1	2	3	4	5	6
- 20	1,395	1,009	2,28	16,2	0,716
- 10	1,342	1,009	2,36	16,7	0,712
0	1,293	1,005	2,44	17,2	0,707
10	1,247	1,005	2,51	17,6	0,705
20	1,205	1,005	2,59	18,1	0,703
30	1,165	1,005	2,67	18,6	0,701
40	1,128	1,005	2,76	19,1	0,699
50	1,093	1,005	2,83	19,6	0,698
60	1,060	1,005	2,90	20,1	0,696

Продолжение таблицы Б.2

1	2	3	4	5	6
70	1,029	1,009	2,96	20,6	0,694
80	1,000	1,009	3,05	21,1	0,692
90	0,972	1,009	3,13	21,5	0,690
100	0,946	1,009	3,21	21,9	0,688
120	0,898	1,009	3,34	21,9	0,688
140	0,854	1,013	3,49	23,7	0,684
160	0,815	1,017	3,64	24,5	0,682
180	0,779	1,022	3,78	25,3	0,681

Таблица Б.3 – Физические параметры воды

t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$i \cdot 10^{-3}$ , Дж/кг	$c \cdot 10^{-3}$ , Дж/(кг·К)	$\lambda \cdot 10^2$ , Вт/(м·К)	$\mu \cdot 10^6$ , Па·с	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	$\beta \cdot 10^4$ , 1/К	Pr
0	1000	0	4,23	55,1	1790	1,70	- 0,63	13,7
10	1000	41,9	4,19	57,5	1310	1,31	+0,70	9,52
20	998	83,8	4,19	59,9	1000	1,01	1,82	7,02
30	996	126	4,18	61,8	804	0,81	3,21	5,42
40	992	168	4,18	63,4	657	0,66	3,87	4,31
50	988	210	4,18	64,8	549	0,556	4,49	3,54
60	983	251	4,18	65,9	470	0,478	5,11	2,98
70	978	293	4,19	66,8	406	0,415	5,70	2,55
80	972	335	4,19	67,6	355	0,365	6,32	2,21
90	965	376	4,19	68,0	314	0,326	6,95	1,95
100	958	419	4,23	68,2	283	0,295	7,52	1,75
120	943	502	4,27	68,5	238	0,252	8,84	1,47
140	926	590	4,27	68,5	201	0,217	9,72	1,26

Таблица Б.4 – Теплофизические характеристики сахарных растворов

Концентрация мас, %	t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\lambda$ , Вт/(м·К)	c, Дж/(кг·К)	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	Pr
1	2	3	4	5	6	7
20	50	1068	0,5706	3760	0,9065	6,38
	60	1063	0,5809	3775	0,7605	5,26

Продолжение таблицы Б.4

1	2	3	4	5	6	7
20	70	1059	0,5893	3790	0,6420	4,37
	80	1054	0,5965	3805	0,5610	3,76
30	50	1113	0,5368	3546	1,2820	9,71
	60	1108	0,5458	3568	1,0820	7,84
	70	1103	0,5536	3591	0,9063	6,49
	80	1098	0,5604	3614	0,7750	5,48
40	50	1162	0,502	3333	2,140	16,52
	60	1157	0,510	3363	1,701	12,97
	70	1152	0,518	3393	1,389	10,48
	80	1146	0,524	3423	1,153	8,62
50	50	1215	0,468	3119	4,173	33,82
	60	1210	0,475	3157	3,148	25,30
	70	1205	0,482	3195	2,442	19,47
	80	1199	0,488	3232	1,956	15,50
65	60	1321	0,426	2847	15,14	112,0
	70	1316	0,433	2893	10,45	74,3
	80	1310	0,438	2943	7,54	51,8

Таблица Б.5 – Теплофизические свойства молока

t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	c, Дж/(кг·K)	$\lambda$ , Вт/(м·K)	$\mu \cdot 10^3$ , Па·с	Pr
10	1032	3870	0,489	2,52	20,0
20	1029	3890	0,495	1,82	14,3
30	1025	3900	0,500	1,35	10,6
40	1021	3910	0,506	1,1	8,5
50	1016	3870	0,516	0,87	6,5
60	1011	3856	0,518	0,72	5,35
70	1005	3852	0,524	0,63	4,65
80	1000	3850	0,530	0,58	4,2

Таблица Б.6 – Теплофизические характеристики некоторых пищевых продуктов при 20 °С

Продукты	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$c$ , кДж/(кг·К)	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$\alpha \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	$\mu \cdot 10^3$ , Па·с
Мед	1345	2,428	0,344	0,105	—
Молоко	1031	3,935	0,495	0,122	1,80
Обезжиренное молоко	1036	3,956	0,574	0,114	1,74
Патока	1430	2,700	0,394	0,102	—
Сгущенное молоко	1280	2,260	0,267	0,092	1245
Пахта	1032	3,940	0,450	0,114	1,67
Сливки 25%-ной жирности	1010	4,639	0,360	0,077	8,09
Сметана	1070	3,182	0,349	0,102	—
Сыворотка	1027	4,082	0,541	0,128	1,65
Масло сливочное	930	2,206	0,201	0,098	—
Мука	762	1,708	0,122	0,094	—
Сахар	878	1,407	0,158	0,128	—
Сыр жирный	1080	2,428	0,349	0,133	—
Творог жирный	1060	3,265	0,430	0,124	—

Таблица Б.7 – Теплофизические характеристики продуктов пивоваренного производства

Продукты	$t$ , °С	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$c$ , кДж/(кг·К)	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$\alpha \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с
1	2	3	4	5	6
Пиво Ленинградское					
Заторная масса	40	1097	3,569	0,410	0,105
	80	1097	3,646	0,456	0,114
Сусло неохмеленно е	50	1072	3,671	0,560	0,142
	80	1056	3,726	0,583	0,149
Сусло охмеленное	50	1072	3,679	0,570	0,144
	80	1056	3,730	0,605	0,154
Готовое пиво	50	1020	3,860	0,550	0,140
	80	1020	3,873	0,579	0,146

Продолжение таблицы Б.7

1	2	3	4	5	6
Пиво Жигулевское					
Заторная масса	20	1081	3,626	0,462	0,117
	80	1081	3,718	0,541	0,134
Сусло неохмеленное	50	1077	3,758	0,563	0,139
	80	1058	3,810	0,605	0,150
Сусло охмеленное	50	1048	3,915	0,586	0,143
	90	1015	3,960	0,620	0,154
Готовое пиво	50	1008	4,007	0,556	0,138
	90	1000	4,028	0,597	0,148

Таблица Б.8 – Теплофизические характеристики некоторых продуктов винодельческого производства

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$c, \text{кДж/(кг}\cdot\text{K)}$	$\lambda, \text{Вт/(м}\cdot\text{K)}$	$\alpha \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	$\mu \cdot 10^4, \text{Па}\cdot\text{с}$
Мускат белый					
10	1089	3,610	0,373	0,095	47,07
20	1086	3,612	0,392	0,100	31,28
30	1082	3,615	0,416	0,105	22,75
40	1077	3,617	0,430	0,111	17,55
50	1071	3,620	0,448	0,116	14,41
60	1065	3,622	0,474	0,122	13,43
70	1059	3,625	0,500	0,128	12,36
Вино фруктовое					
10	1015	4,080	0,360	0,087	29,51
20	1012	4,083	0,384	0,093	20,79
30	1008	4,086	0,407	0,099	15,30
40	1003	4,089	0,430	0,105	12,06
50	998	4,092	0,453	0,111	10,69
60	993	4,095	0,477	0,117	10,30
70	988	4,096	0,498	0,123	9,80

Таблица Б.9 – Водяной пар в состоянии насыщения (по температуре)

t, °C	P·10 <sup>-3</sup>	г, кДж/кг	і, кДж/кг	і', кДж/кг	ρ, кг/м <sup>3</sup>
1	2	3	4	5	6
10	1,23	2476,9	2518,7	41,99	0,0094
11	1,31	2474,3	2520,4	46,19	0,0100
12	1,40	2472,3	2522,5	50,38	0,0106
13	1,50	2469,7	2524,2	54,57	0,0113
14	1,59	2467,6	2526,3	58,75	0,0120
15	1,71	2465,1	2527,9	62,94	0,0128
16	1,82	2462,6	2529,6	67,13	0,0136
17	1,94	2460,1	2531,3	71,31	0,0144
18	2,06	2457,6	2532,9	75,50	0,0153
19	2,19	2455,5	2535,0	79,68	0,0163
20	2,34	2453,0	2536,7	83,86	0,0173
21	2,49	2450,5	2538,4	88,04	0,0183
22	2,64	2448,4	2540,5	92,22	0,0194
23	2,82	2445,9	2542,2	96,41	0,0205
24	2,98	2443,8	2544,3	100,59	0,0217
25	3,17	2441,3	2546,9	104,77	0,0230
26	3,36	2438,8	2547,6	108,95	0,0243
27	3,56	2436,7	2549,7	113,13	0,0257
28	3,78	2434,2	2551,4	117,31	0,0272
29	4,00	2432,1	2553,5	121,48	0,0287
30	4,24	2429,6	2555,1	125,66	0,0304
31	4,46	2427,0	2556,8	129,84	0,0320
32	4,86	2424,9	2558,9	134,02	0,0338
33	5,10	2422,4	2560,6	138,20	0,0356
34	5,33	2419,9	2562,3	142,38	0,0376
35	5,63	2417,8	2564,3	146,56	0,0396
36	5,95	2415,3	2566,0	150,74	0,0417
37	6,27	2412,8	2567,7	154,92	0,0439
38	6,63	2410,7	2569,8	159,09	0,0462
39	6,99	2408,2	2571,5	163,27	0,0486

Продолжение таблицы Б.9

1	2	3	4	5	6
40	7,35	2405,7	2573,1	167,45	0,0511
41	7,75	2403,6	2575,2	171,63	0,0538
42	8,20	2401,1	2576,9	175,81	0,0565
43	8,64	2398,6	2578,6	179,99	0,0594
44	9,10	2396,1	2580,2	184,17	0,0623
45	9,57	2393,6	2581,9	188,35	0,0654
46	10,10	2391,0	2583,6	192,53	0,0686
47	10,62	2388,9	2585,7	196,71	0,0721
48	11,15	2386,4	2587,4	200,89	0,0756
49	11,75	2383,9	2598,0	205,07	0,0792
50	12,35	2381,8	2591,1	209,26	0,0830
51	12,99	2379,3	2592,8	213,44	0,0869
52	13,61	2376,8	2594,5	217,62	0,0911
53	14,40	2374,7	2596,6	221,80	0,0953
54	15,01	2372,2	2598,2	225,98	0,0997
55	15,75	2369,7	2599,9	230,17	0,1043
56	16,38	2367,6	2602,0	234,35	0,1092
57	17,30	2365,1	2603,7	238,54	0,1141
58	18,20	2362,6	2605,4	242,72	0,1193
59	19,05	2360,1	2607,0	246,92	0,1246
60	19,92	2357,6	2608,7	251,09	0,1301
61	20,84	2355,0	2610,4	255,28	0,1359
62	21,81	2352,5	2612,1	259,46	0,1419
63	22,81	2350,0	2613,7	263,65	0,1481
64	23,88	2347,5	2615,4	267,84	0,1545
65	25,01	2345,0	2617,1	272,02	0,1611
66	26,20	2342,5	2618,8	276,21	0,1681
67	27,38	2340,0	2620,4	280,40	0,1752
68	28,31	2337,5	2622,1	284,59	0,1826
69	29,80	2335,4	2624,2	289,78	0,1902
70	31,10	2332,9	2625,9	292,97	0,1979

Продолжение таблицы Б.9

1	2	3	4	5	6
71	32,45	2330,3	2627,6	297,16	0,2063
72	34,10	2327,8	2629,2	301,36	0,2147
73	35,45	2325,3	2630,9	305,55	0,2234
74	37,00	2322,8	2632,6	309,74	0,2325
75	38,45	2320,3	2634,2	313,94	0,2416
76	40,17	2317,8	2635,9	318,13	0,2514
77	41,90	2315,3	2637,6	322,33	0,2614
78	43,60	2312,8	2639,3	326,52	0,2716
79	45,50	2310,3	2640,9	330,72	0,2823
80	47,40	2307,7	2642,6	334,92	0,2929
81	49,40	2305,2	2644,3	339,11	0,3045
82	51,49	2302,7	2646,0	343,31	0,3162
83	53,40	2300,2	2647,5	347,51	0,3281
84	55,70	2297,7	2649,3	351,71	0,3406
85	57,60	2295,2	2651,0	355,92	0,3531
86	60,20	2292,7	2652,7	360,12	0,3065
87	62,40	2290,2	2654,3	364,32	0,3800
88	65,00	2287,6	2656,0	368,53	0,3941
89	67,50	2284,7	2657,3	378,73	0,4085
90	71,00	2282,2	2658,9	376,94	0,4229
91	72,70	2279,7	2660,6	381,15	0,4386
92	75,70	2277,2	2662,7	385,36	0,4543
93	78,40	2274,7	2664,4	389,57	0,4705
94	82,50	2272,2	2666,1	393,78	0,4871
95	84,50	2269,2	2667,3	397,99	0,5039
96	87,70	2266,7	2669,0	402,20	0,5218
97	91,00	2264,2	2670,7	406,42	0,5400
98	94,30	2261,7	2672,3	410,63	0,5586
99	97,70	2258,8	2673,6	414,85	0,5777
100	101,30	2256,3	2675,3	419,06	0,5974
101	104,99	2254,6	2677,9	423,28	0,6177



Продолжение таблицы Б.9

1	2	3	4	5	6
102	108,78	2252,0	2679,5	427,50	0,6384
103	112,67	2249,3	2681,0	431,73	0,6597
104	116,68	2246,6	2682,6	435,95	0,6817
105	120,80	2243,9	2684,1	440,17	0,7036
106	125,04	2241,3	2685,7	444,40	0,7273
107	129,41	2238,6	2687,2	448,63	0,7510
108	133,90	2235,9	2688,8	452,85	0,7754
109	138,52	2233,2	2690,3	457,08	0,8004
110	143,26	2230,5	2691,8	461,32	0,8254
111	148,14	2227,7	2693,3	465,55	0,8523
112	153,16	2225,0	2694,8	469,78	0,8793
113	158,32	2222,3	2696,3	474,02	0,9070
114	163,61	2219,5	2697,8	478,26	0,9354
115	169,05	2216,8	2699,3	482,50	0,9635
116	174,64	2214,1	2700,8	486,74	0,9942
117	180,38	2211,2	2702,2	490,98	1,0248
118	186,26	2208,5	2703,7	495,22	1,0561
119	192,33	2205,7	2705,2	499,47	1,0882
120	198,54	2202,9	2706,6	503,7	1,1199
121	204,91	2200,1	2708,1	508,0	1,1547
122	211,45	2197,3	2709,5	512,2	1,1892
123	218,15	2194,4	2710,3	516,5	1,2244
124	225,03	2191,6	2712,3	520,7	1,2606
125	232,09	2188,8	2713,3	525,0	1,2969
126	239,32	2186,0	2715,2	529,2	1,3354
127	246,74	2183,1	2716,6	533,5	1,3742
128	254,34	2180,1	2717,9	537,8	1,4138
129	263,13	2177,3	2719,3	542,0	1,4543
130	270,12	2174,4	2720,7	546,3	1,4959
131	278,30	2171,5	2722,1	550,6	1,5383
132	286,68	2168,6	2723,4	554,8	1,5817

Продолжение таблицы Б.9

1	2	3	4	5	6
133	295,27	2165,7	2724,8	559,1	1,6261
134	304,06	2162,7	2726,1	563,4	1,6715
135	313,06	2159,7	2727,4	567,7	1,7179
136	322,27	2156,8	2728,8	572,0	1,7653
137	331,71	2153,9	2730,1	576,2	1,8138
138	341,37	2150,9	2731,4	580,5	1,8632
139	351,25	2147,9	2732,7	584,8	1,9139
140	361,36	2144,9	2734,0	589,1	1,956
141	371,70	2141,8	2735,2	593,4	2,0184
142	382,28	2138,8	2736,5	597,7	2,0723
143	383,11	2135,8	2737,8	602,0	2,1275
144	404,18	2132,7	2739,0	606,3	2,1838
145	415,50	2129,7	2740,3	610,6	2,2491
146	427,07	2126,6	2741,5	614,9	2,2999
147	348,90	2123,5	2742,5	619,2	2,3598
148	450,99	2120,4	2743,9	623,5	2,4209
149	463,34	2117,3	2745,1	627,8	2,4833
150	475,97	2114,1	2746,3	632,2	2,5471
151	488,87	2111,0	2747,5	636,5	2,6121
152	502,05	2107,9	2748,7	640,8	2,6783
153	515,52	2104,7	2749,8	645,1	2,7460
154	529,26	2101,5	2751,0	649,5	2,8150
155	543,31	2098,3	2752,1	653,8	2,8855
156	557,64	2095,2	2753,3	658,1	2,9573
157	572,28	2092,0	2754,4	662,4	3,0305
158	587,22	2088,7	2755,5	666,8	3,1051
159	602,48	2085,5	2756,6	671,1	3,1813
160	618,04	2082,2	2757,7	675,5	3,2589
161	633,93	2079,0	2758,8	679,8	3,3381
162	650,14	2075,6	2759,8	684,2	3,4188
163	666,68	2072,4	2760,9	688,5	3,5010

Продолжение таблицы Б.9

1	2	3	4	5	6
164	683,55	2069,0	2761,9	692,9	3,5847
165	700,75	2065,7	2763,0	697,3	3,6702
166	718,30	2062,4	2764,0	701,6	3,7573
167	736,20	2059,0	2765,0	706,0	3,8460
168	754,45	2055,6	2766,0	710,4	3,9364
169	773,05	2052,3	2767,0	714,7	4,0284
170	792,02	2048,9	2768,0	719,1	4,1222
171	811,39	2045,4	2768,9	723,5	4,2176
172	831,06	2042,0	2769,9	727,9	4,3148
173	851,14	2038,5	2770,8	732,3	4,4140
174	871,61	2035,1	2771,8	736,7	4,5149
175	892,46	2031,6	2772,7	741,1	4,6176
176	913,70	2028,1	2773,6	745,5	4,7236
177	935,34	2024,6	2774,6	749,9	4,8286
178	957,39	2021,0	2775,3	754,3	4,9374
179	979,84	2017,5	2776,2	758,7	5,0474
180	1002,70	2014,0	2777,1	763,1	5,1596

Таблица Б.10 – Водяной пар в состоянии насыщения (по давлению).

$p \cdot 10^{-3}$ , Па	t, °C	i, кДж/кг	г, кДж/кг	i', кДж/кг
1	2	3	4	5
10	45,88	2584,4	2392,6	191,84
11	47,71	2587,8	2388,1	199,68
12	49,45	2590,9	2384,0	206,94
13	51,06	2593,7	2380,0	213,70
14	52,58	2596,4	2376,4	220,03
15	54,00	2598,9	2372,9	225,98
16	55,34	2601,3	2369,7	231,60
17	56,62	2603,6	2366,6	236,93
18	57,83	2605,7	2363,7	242,00
19	58,98	2607,4	2360,9	246,83

Продолжение таблицы Б.10

1	2	3	4	5
20	60,09	2609,6	2358,1	251,46
21	61,15	2611,5	2355,6	255,89
22	62,16	2613,2	2353,1	260,14
23	63,14	2614,9	2350,7	264,24
24	64,08	2616,6	2348,4	268,18
25	64,99	2618,1	2346,1	271,99
26	65,87	2619,7	2344,0	275,68
27	66,72	2621,1	2341,9	279,24
28	67,55	2622,6	2339,9	282,70
29	68,35	2624,0	2337,3	286,05
30	69,12	2625,3	2336,0	269,31
32	70,62	2627,8	2332,2	295,55
34	72,03	2630,3	2328,8	301,48
36	73,37	2632,5	2325,4	307,12
38	74,66	2634,7	2322,2	312,50
40	75,89	2636,8	2319,2	317,65
42	77,06	2638,8	2316,2	322,60
44	78,19	2640,7	2313,3	327,36
46	79,28	2642,5	2310,5	331,95
48	80,33	2644,3	2308,9	335,35
50	81,35	2646,0	2305,4	340,57
55	83,74	2650,0	2299,4	350,61
60	85,95	2653,6	2293,7	359,93
65	88,02	2657,0	2288,4	368,62
70	89,96	2660,2	2283,4	376,77
75	91,78	2663,2	2278,8	384,45
80	93,51	2666,0	2274,3	391,72
85	95,14	2668,6	2270,0	398,63
90	96,71	2671,1	2265,9	405,21
95	98,20	2673,5	2262,0	411,49
100	99,63	2675,7	2258,2	417,51

Продолжение таблицы Б.10

1	2	3	4	5
110	102,32	2680,0	2251,2	428,84
120	104,81	283,8	2244,4	439,36
130	107,13	2687,4	2238,2	449,19
140	109,32	2690,8	2234,4	458,42
150	111,37	2693,9	2226,8	467,13
160	113,32	2696,8	2221,4	475,38
170	115,17	2699,3	2216,3	483,22
180	116,93	2702,1	2211,4	490,70
190	118,62	2704,6	2206,8	497,85
200	120,23	2706,9	2202,2	504,70
210	121,78	2709,2	2197,9	511,3
220	123,27	2711,3	2193,9	517,6
230	124,71	2713,3	2189,6	523,7
240	126,09	2715,3	2185,7	529,6
250	127,43	2717,2	2181,8	535,4
260	128,73	2719,0	2178,1	540,9
270	129,98	2720,7	2174,5	546,2
280	131,20	2722,3	2170,9	551,4
290	132,39	2723,9	2167,4	556,5
300	133,54	2725,5	2164,1	561,4
310	134,66	2727,0	2160,8	566,2
320	135,76	2728,4	2157,5	570,9
330	136,82	2729,8	2154,3	575,5
340	137,86	2731,2	2151,3	579,9
350	138,88	2732,5	2148,2	584,3
360	139,87	2733,8	2145,3	588,5
370	140,84	2735,0	2142,3	592,7
380	141,79	2736,2	2139,4	596,8
390	142,72	2737,4	2136,6	600,8
400	143,62	2738,5	2133,8	604,7
410	144,52	2739,7	2131,2	608,5

Продолжение таблицы Б.10

1	2	3	4	5
420	145,39	2740,7	2128,4	612,3
430	146,25	2741,8	2125,8	616,0
440	147,09	2742,8	2123,2	619,6
450	147,92	2743,8	2120,6	623,2
460	148,73	2744,8	2118,1	626,7
470	149,93	2745,8	2115,7	630,1