

О ВВЕДЕНИИ ПОНЯТИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА И ЗАКОНА ЕГО СОХРАНЕНИЯ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Перунова М.Н.

Оренбургский государственный университет, г. Оренбург

Законы сохранения играют в физике ключевую роль поскольку являются отражением фундаментального свойства материи – симметрии. Законы сохранения в механике вытекают из свойств пространства и времени. Этих свойств три – однородность времени, однородность пространства и его изотропность. По этой причине законов сохранения в механике тоже три – закон сохранения энергии, сохранения импульса и момента импульса.

Традиционно в школьном курсе физики изучают два закона сохранения – импульса и энергии. Закон сохранения момента импульса в общеобразовательных классах несправедливо замалчивают, очевидно, по причине математических сложностей, связанных введением понятия момента импульса. Тем не менее, изучение этого закона предусмотрено программами профильного обучения [1].

В учебнике под редакцией А.А. Пинского [2] вводится понятие момента импульса тела с закрепленной осью вращения $L = I\omega$ путем преобразования основного закона динамики вращательного движения. О моменте импульса материальной точки не говорится, закон сохранения момента импульса рассматривается на примере одного изолированного тела. Отсутствует понятие момента импульса системы тел, а ведь свойством сохранения обладает именно полный импульс замкнутой системы тел, а не одного тела в отдельности.

В учебнике Г.Я. Мякишева [3] для профильных классов вопрос сохранения момента импульса не рассматривается вообще, не смотря на то, что программа профильной школы под редакцией этого автора [1] предусматривает его изучение.

В пособии С.М. Козела [4] для учащихся и абитуриентов момент импульса вводится формально: назовем моментом импульса произведение момента инерции тела на его угловую скорость $L = I\omega$. Сохранение момента импульса рассматривается опять же на примере одного тела, затем проводится обобщение на случай замкнутой системы тел.

Необходимость рассмотрения закона сохранения момента импульса в курсе механики обусловлена рядом причин:

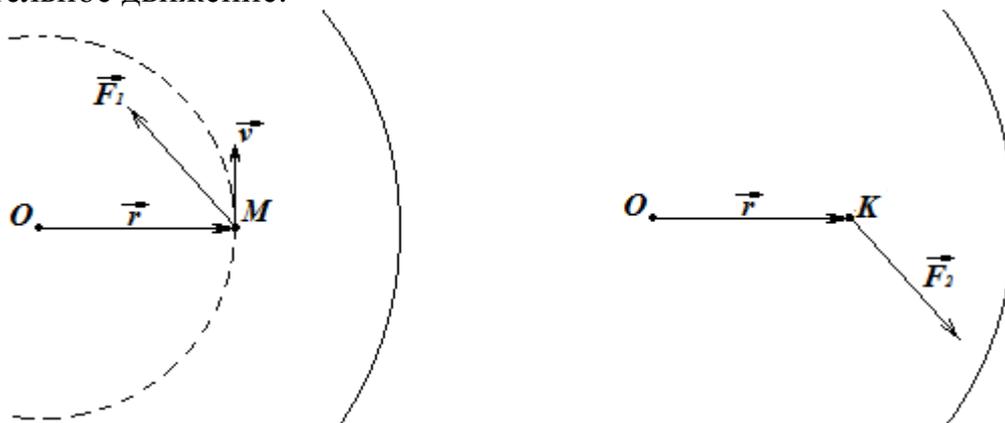
1. формирование целостной картины мира у учащихся;
2. использование понятия момента импульса в квантовой и ядерной физике (первый постулат Бора, спин элементарной частицы, строение многоэлектронных атомов).

Покажем, как можно решить проблему введения понятия момента импульса и закона его сохранения в профильном физико-математическом классе.

Представим цирковой аттракцион «мотоциклист на вращающемся диске» и рассмотрим систему «мотоциклист – диск».

Мотоциклист начинает двигаться по диску по круговой траектории радиуса r . Сила, позволяющая мотоциклисту разогнаться по круговой траектории, - сила трения покоя \vec{F}_1 между ведущим колесом и поверхностью диска. Эта сила сообщает мотоциклисту нормальное и тангенциальное ускорения.

Согласно третьему закону Ньютона на диск действует сила трения покоя $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$. Эта сила создает вращающий момент, приводящий диск во вращательное движение.



Записываем для мотоциклиста второй закон Ньютона, а для диска основной закон динамики вращательного движения:

$$\begin{cases} m\vec{a} = \vec{F}_1 \\ I\vec{\varepsilon} = \vec{M}_2 + \vec{M}_{mp} \end{cases} \quad (1)$$

Учтем, что ускорение – это производная от скорости, а момент силы – векторное произведение радиус-вектора на силу:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}; \quad \vec{M}_2 = \vec{r} \times \vec{F}_2$$

Уравнения (1) принимают вид

$$\begin{cases} m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_1 \\ I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}_2 + \vec{M}_{mp} \end{cases}$$

Умножим обе части каждого уравнения на dt и учтем, что изменение скорости находится как разность конечного и начального значений.

$$\begin{cases} m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \vec{F}_1 dt \\ I(\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1) = (\vec{r} \times \vec{F}_2 + \vec{M}_{mp}) dt \end{cases} \quad (2)$$

Умножим векторно первое уравнение на радиус-вектор \vec{r} и сложим уравнения:

$$\vec{r} \times m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) + I(\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1) = (\vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \vec{M}_{mp}) dt \quad (3)$$

Силы трения покоя, с которыми взаимодействуют мотоциклист и диск,

равны по модулю и противоположны по направлению $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$. Следовательно, $\vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 = \vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = 0$. Уравнение (3) принимает вид

$$(\vec{r} \times m\vec{v}_2 + I\vec{\omega}_2) - (\vec{r} \times m\vec{v}_1 + I\vec{\omega}_1) = \vec{M}_{mp} dt \quad (4)$$

Пусть трение в оси диска отсутствует (трение можно существенно уменьшить, используя подшипники). Тогда выражение (4) принимает вид

$$\begin{aligned} (\vec{r} \times m\vec{v}_2 + I\vec{\omega}_2) - (\vec{r} \times m\vec{v}_1 + I\vec{\omega}_1) &= 0 \\ \vec{r} \times m\vec{v}_2 + I\vec{\omega}_2 &= \vec{r} \times m\vec{v}_1 + I\vec{\omega}_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Проанализируем полученный результат.

1. Мы рассмотрели два произвольных момента движения системы «диск – мотоциклист». В процессе движения скорости каждого из тел системы изменяются, однако величина $(\vec{r} \times m\vec{v} + I\vec{\omega})$ остается неизменной в любой момент времени. Эту величину называют полным моментом импульса системы. По существу выражение

$$(\vec{r} \times m\vec{v} + I\vec{\omega}) = const$$

является математической записью закона сохранения момента импульса: *полный момент импульса замкнутой системы тел есть величина постоянная.*

2. Отдельные слагаемые суммы $(\vec{r} \times m\vec{v} + I\vec{\omega})$ носят название момента импульса тела. Момент импульса материальной точки $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$, момент импульса тела с закрепленной осью вращения $\vec{L} = I\vec{\omega}$.

Момент импульса тела – векторная величина – для тела с закрепленной осью вращения момент импульса совпадает по направлению с угловой скоростью и проходит вдоль оси вращения. Направление момента импульса материальной точки определяется по правилу буравчика.

Полный импульс системы равен векторной сумме моментов импульса тел, входящий в систему. Очевидно, количество слагаемых в этой сумме определяется количеством тел в системе.

3. Нетрудно увидеть аналогию между понятиями импульса и момента импульса тела.

Импульс тела $\vec{p} = m\vec{v}$ – количество поступательного движения по Ньютону – это произведение массы m , меры инертности тела, на скорость \vec{v} . Момент импульса тела с закрепленной осью $\vec{L} = I\vec{\omega}$ имеет ту же структуру – произведение меры инертности тела на скорость. Выражение для расчета момента импульса материальной точки путем математических преобразований тоже сводится к произведению момента инерции точки на угловую скорость

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times m(\vec{\omega} \times \vec{r}) = m(\vec{\omega} \cdot (\vec{r} \cdot \vec{r}) - \vec{r} \cdot (\vec{r} \cdot \vec{\omega})) = mr^2 \cdot \vec{\omega}$$

В связи с этим момент импульса можно назвать *количеством вращательного движения.*

Сама рассмотренная ситуация – аналог реактивного движения. Если часть покоящейся системы приходит в поступательное движение в одном направлении, оставшаяся часть получает импульс в противоположном направлении. Аналогично, если в покоящейся системе тел какое-то тело

приходит во вращательное движение, обязательно должно появиться вращение в противоположном направлении.

4. Из выражения (4) видно, что изменить полный момент импульса системы могут только внешние силы. Действие внутренних сил приводит лишь к перераспределению момента импульса между телами, входящими в систему.

Дальнейшее развитие понятия момента импульса и закона его сохранения можно осуществить при качественном рассмотрении следующих ситуаций:

1. устойчивость вращения гироскопа при отсутствии момента внешних сил;

2. устойчивость движущегося велосипеда по сравнению с покоящимся велосипедом;

3. неизменность плоскости орбиты планеты, вращающейся вокруг Солнца;

4. объяснение второго закона Кеплера и, как следствие, изменение скорости планеты или КА при движении по эллиптической орбите;

5. вращение фигуриста, прыгуна в воду, акробата (как выполнить сальто или винтовое вращение);

6. проседание кузова автомобиля при резком торможении или старте.

Полезно решить расчетные задачи с применением закона сохранения момента импульса: маневрирование КА на орбите, баллистический маятник (пуля попадает в закрепленный за один конец стержень и т.п.), пуля попадает в покоящийся шар, цилиндр. Все рассматриваемые качественные и расчетные задачи должны проиллюстрировать область применения закона сохранения момента импульса – вращательное движение в системе тел.

Предлагаемый дедуктивный подход к введению понятия момента импульса и его сохранения обладает рядом преимуществ: он экономичен во времени, на первом этапе знакомства с физической величиной обнаруживается ее важнейшее свойство – способность сохраняться в замкнутых системах.

Список литературы

1. Программы для общеобразовательных учреждений. Физика. Астрономия. 7 – 11 кл. / сост. В.А. Коровин, В.А. Орлов. – 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2010. – 334, [2] с.

ISBN 987-5-358-07507-8

2. Физика. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений и шк. с углубл. Изучением физики: профил. уровень / [О.Ф. Кабардин, В.А. Орлов, Э.Е. Эвенчик и др.]; под ред. А.А. Пинского, О.Ф. Кабардина; Рос. акад. наук, Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение». – 13-е изд.- М.: Просвещение, 2011.- 431 с.: ил. – (Академический школьный учебник). – ISBN 987-5-09-025616-2

3. Мякишев, Г.Я. Физика. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, Н.Н. Сотский; под ред. В.И. Николаева, Н.А. Парфентьевой. – 19-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 366 с.: ил. – (Классический курс). – ISBN 987-5-09-022776-6

4. Козел, С.М. Физика. 10-11 классы: пособие для учащихся и абитуриентов. В 2 ч. Ч. 1. / С.М. Козел. – М.: Мнемозина, 2010. – 287 с.: ил. – ISBN 987-5-346-011629-8