

РАСЧЕТ ЛАМИНАРНОГО ДВУХФАЗНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛАСТИНЕ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СООТНОШЕНИЙ

На основе интегральных соотношений импульса и энергии предложен приближенный метод расчета пузырькового пограничного слоя. Выведены соответствующие уравнения, приводятся результаты численного исследования теплообмена.

Рассматривается поток вязкой электропроводной жидкости с монодисперсными пузырьками идеального газа, протекающий в скрещенных однородном магнитном и электрическом полях. Эффектами слипания, дробления, взаимодействия между пузырьками, энергией их хаотического движения, а также капиллярными эффектами на границе раздела фаз пренебрегаем.

Интерес для инженерных расчетов представляют задачи обтекания и теплообмена на твердой поверхности, решить которые удается в рамках представлений о пограничном слое [1].

Приближенный метод расчета таких течений основывается на применении интегральных соотношений импульса и энергии [2], которые применительно к двухфазным течениям имеют отличия от своих однофазных аналогов. Выведем эти соотношения для ламинарного течения на плоской поверхности.

Проведя оценку порядка слагаемых в уравнениях импульсов фаз [3], для плоского установившегося течения на пластине $\vec{v}_i = \{u_i, v_i, 0\}$ получим

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_2 v_2) = 0, \quad (2)$$

$$\rho_1 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \rho_1 v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} = -\alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} + f_{1x} - F_{12x} + \frac{\partial \tau_1}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\rho_2 u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \rho_2 v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} = -\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + F_{12x}. \quad (4)$$

В этих уравнениях индекс «1» относится к жидкой (несущей) фазе, а «2» – к дисперсной (пузырькам газа), α_i – объемное содержание i -фазы, ρ_i и ρ_i^0 – приведенная и истинная плотности i -ой фазы соответственно, причем $\rho_i = \rho_i^0 \alpha_i$, \vec{v}_i – скорость, $\vec{f}_1 = \vec{j}_1 \times \vec{B}$ – приведенная плотность электромагнитной силы, \vec{j}_1 и \vec{j}_1^0 – приведенная и истинная плотности электрического тока,

причем $\vec{j}_1 = \alpha_1 \vec{j}_1^0$; $\vec{B} = \{0, 0, -B\}$, $B = \text{const}$ – индукция магнитного поля (рассматривается случай малых магнитных чисел Рейнольдса), \vec{F}_{12} – сила взаимодействия между фазами, обусловленная скоростной неравновесностью фаз и определяемая моделью силового взаимодействия (электромагнитное выталкивание, сопротивление обтеканию, сила Магнуса или Жуковского, сила инерции присоединенных масс и др) [3].

В случае, если среди сил \vec{F}_{12} нет поперечных, то система уравнений (1)-(4) методами теории погранслоя приводится к виду [4]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} [\rho_1 u_1 (U_1 - u_1)] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho_1 v_1 (U_1 - u_1)] + \\ & + \rho_1 (U_1 - u_1) \frac{dU_1}{dx} = -DF_{12} - \frac{\partial \tau_1}{\partial y}, \\ & \frac{\partial}{\partial x} [\rho_2 u_2 (U_2 - u_2)] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho_2 v_2 (U_2 - u_2)] + \\ & + \rho_2 (U_2 - u_2) \frac{dU_2}{dx} = DF_{12}. \end{aligned}$$

Проинтегрируем их поперёк динамического пограничного слоя в пределах от $y = 0$ до $y = \delta(x)$, при этом примем во внимание правило дифференцирования интеграла по параметру с переменным верхним пределом [5] и условия на границах погранслоя:

$$\begin{aligned} y = 0: & u_1 = 0, u_2 = 0, \tau_1 = \tau_{1W}, v_1 = 0, v_2 = 0; \\ y = \delta(x): & u_1 = U_1, u_2 = U_2, v_1 = 0, v_2 = 0, \tau_1 = 0, \end{aligned}$$

тогда получим:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta(x)} \rho_1 u_1 (U_1 - u_1) dy + \frac{dU_1}{dx} \int_0^{\delta(x)} \rho_1 (U_1 - u_1) dy = \\ = \tau_{1W} - \int_0^{\delta(x)} DF_{12} dy, \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta(x)} \rho_2 u_2 (U_2 - u_2) dy + \frac{dU_2}{dx} \int_0^{\delta(x)} \rho_2 (U_2 - u_2) dy =$$

$$= \int_0^{\delta(x)} DF_{12} dy.$$

Введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \delta_1^{**} &= \int_0^{\delta(x)} \alpha_1 \frac{u_1}{U_1} \left(1 - \frac{u_1}{U_1}\right) dy, \\ \delta_2^{**} &= \int_0^{\delta(x)} \alpha_2 \frac{u_2}{U_2} \left(1 - \frac{u_2}{U_2}\right) dy, \\ \delta_1^* &= \int_0^{\delta(x)} \alpha_1 \left(1 - \frac{u_1}{U_1}\right) dy, \\ \delta_2^* &= \int_0^{\delta(x)} \alpha_2 \left(1 - \frac{u_2}{U_2}\right) dy, \end{aligned} \quad (5)$$

- соответственно толщины потери импульсов в фазах δ_i^{**} (5) и толщины вытеснения δ_i^* (6), тогда интегральные соотношения импульсов в фазах принимают канонический вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (\rho_1^0 U_1^2 \delta_1^{**}) + \rho_1^0 U_1 \frac{dU_1}{dx} \delta_1^{**} &= \tau_{1w} - \int_0^{\delta} DF_{12} dy, \\ \frac{d}{dx} (\rho_2^0 U_2^2 \delta_2^{**}) + \rho_2^0 U_2 \frac{dU_2}{dx} \delta_2^{**} &= \int_0^{\delta} DF_{12} dy. \end{aligned}$$

Обозначим отношение скоростей фаз в потенциальной части потока $U_2/U_1 = S$ – коэффициент проскальзывания фаз и $\rho_* = \rho_1^0/\rho_2^0$ – приведенная плотность, тогда, складывая предыдущие уравнения, после некоторых преобразований получим интегральное соотношение импульсов для смеси в целом

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + (2\delta^{**} + \delta^*) \frac{U_1'}{U_1} + \frac{\delta^*}{\rho_*} SS' = \frac{\tau_{1w}}{\rho_1^0 U_1^2}, \quad (7)$$

где штрих означает производную по x , а толщина вытеснения δ^* и толщина потери импульса δ^{**} для смеси определены следующими выражениями:

$$\delta^{**} = \delta_1^{**} + S^2 \frac{\delta_2^{**}}{\rho_*}, \quad \delta^* = \delta_1^* + S^2 \frac{\delta_2^*}{\rho_*}. \quad (8)$$

Замечательной особенностью интегрального соотношения импульсов (7) является то, что все многообразие силового взаимодействия между фазами в их скоростной неравновесности учитывается в нём через интегральную характеристику – коэффициент проскальзывания фаз S .

Следует отметить, что при $S = \text{const}$ уравнение (7) по форме записи совпадает с интегральным соотношением Кармана [4].

Выведем также интегральное соотношение энергии пограничного слоя, исходя из уравнения притока теплоты [3], которое в приближении пограничного слоя при установившемся течении несжимаемой жидкости (дозвуковые скорости течения) и температурной равновесности в фазах принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [\rho_1 u_1 (T_\infty - T)] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho_1 v_1 (T_\infty - T)] &= \\ &= \frac{1}{c_1^0} \frac{\partial q_{1y}}{\partial y} - \alpha_1 \frac{Q_v^0}{c_1^0} + \alpha_1 u_1 \frac{Q_{v,\infty}^0}{c_1^0 U_1}, \end{aligned}$$

где c_i^0 – истинная удельная массовая изобарная теплоемкость i -ой фазы потока, а величина $Q_v^0 = Q_{дж}^0 + Q_\mu^0 + Q_v^0$ – плотность объемных источников тепловыделения за счет джоулевой, вязкой и «скоростной» диссипации энергии, индекс ∞ относится к параметрам потока вне погранслоя.

При течении пузырькового потока, в котором объёмное содержание газовой фазы невелико $\alpha_2 \ll 1$ и $\rho_1^0 \gg \rho_2^0$, можно пренебречь диссипацией энергии из-за скоростной неравновесности фаз. В этом случае плотность объемных источников тепловыделения будет определяться только джоулевой и вязкой диссипацией $Q_v^0 = Q_{дж}^0 + Q_\mu^0$. Вне пограничного слоя вязкая диссипация отсутствует и $Q_\mu^0 = 0$, тогда $Q_{v,\infty}^0 = Q_{дж,\infty}^0$. Внутри пограничного слоя $Q_v^0 = Q_{дж}^0 + Q_\mu^0$, при этом в силу закона сохранения электрического тока

$$Q_{дж,\infty}^0 = Q_{дж}^0 = \text{const}, \quad \text{а } Q_\mu^0 = \mu_1 \left(\frac{du_1}{dy} \right)^2,$$

поэтому последнее выражение перепишем так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [\rho_1 u_1 (T_\infty - T)] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho_1 v_1 (T_\infty - T)] &= \\ &= \frac{1}{c_1^0} \frac{\partial q_{1y}}{\partial y} - \alpha_1 \frac{Q_{дж}^0}{c_1^0} \left(1 - \frac{u_1}{U_1}\right) - \frac{\alpha_1}{c_1^0} \mu_1 \left(\frac{du_1}{dy} \right)^2. \end{aligned}$$

Проинтегрируем это уравнение поперек теплового погранслоя в пределах от $y = 0$ до $y = \delta_T(x)$, учтем условия на границах теплового слоя

$$y = 0: \mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1 = \mathbf{0}, T = T_W, \mathbf{q}_{1y} = -\lambda_{\text{эф}} \frac{\partial T}{\partial y};$$

$$y = \delta_T: \mathbf{u}_1 = \mathbf{U}_1, \mathbf{v}_1 = \mathbf{0}, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial y} = \mathbf{0},$$

где $\lambda_{\text{эф}}$ – эффективная теплопроводность двухфазного потока, перейдем к избыточным температурам, положив, что $\mathbf{I} = T_{\infty}(\mathbf{x}) - T(\mathbf{x})$, $\theta = T(\mathbf{x}) - T_W$ тогда уравнение погранслоя примет вид

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} + (\delta_T^{**} + \delta_T^*) \frac{Q_{\text{дж}}^0}{\rho_1^0 c_1^0 U_1 I} + \delta_T^{**} \frac{U_1'}{U_1} = \frac{\lambda_{\text{эф}}}{\rho_1^0 c_1^0 U_1 I} \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} - \alpha_1 \frac{\mu_1}{\rho_1^0 c_1^0 U_1 I} \int_0^{\delta_T} \left(\frac{d\mathbf{u}_1}{dy} \right)^2 dy, \quad (9)$$

где

$$\lambda_{\text{эф}} = \lambda_1^0 \left[1 + \frac{3}{2} \frac{\alpha_2}{1 - \sqrt[3]{\frac{9\pi}{16} \alpha_2^2}} \right]^{-1} \approx \lambda_1^0 \left(1 - \frac{3}{2} \alpha_2 \right)$$

– λ_1^0 – истинная теплопроводность несущей фазы [6].

В приближенном методе расчета погранслоя для интегрирования уравнений (7) и (9) задаются профилями скорости и температуры. В случае динамического погранслоя профили скоростей фаз можно найти, удовлетворив следующим условиям на границе слоя:

$$y = 0: \mathbf{u}_1 = \mathbf{0}, \mathbf{u}_2 = \mathbf{0}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_1}{\partial y^2} = \mathbf{0}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_2}{\partial y^2} = \mathbf{0};$$

$$y = \delta(x): \mathbf{u}_1 = \mathbf{U}_1, \mathbf{u}_2 = \mathbf{U}_2, \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial y} = \mathbf{0}, \frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial y} = \mathbf{0},$$

что приводит к таким выражениям [2]:

$$\frac{\mathbf{u}_1}{U_1} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3, \quad \frac{\mathbf{u}_2}{U_2} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3. \quad (10)$$

Профиль температур находят, удовлетворяя условиям на границах теплового погранслоя:

$$y = 0: \theta = 0, \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0; \quad y = \delta_T(x): \theta = \mathbf{I}, \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0,$$

что даёт
$$\frac{\theta}{\mathbf{I}} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3.$$

При заданных профилях (10) и (11) и параметрах \mathbf{U}' и \mathbf{S}' система уравнений (7) и (9) может интегрироваться численно. В случае обтекания пластины безградиентным потоком она допускает элементарное решение.

Действительно, положив в уравнениях (7) и (9) $\mathbf{U}' = \mathbf{0}, \mathbf{S}' = \mathbf{0}$, перепишем их в виде

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{\mu_1}{\rho_1^0 U_1^2} \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{3}{2} \frac{\mu_1}{\rho_1^0 U_1} \frac{1}{\delta(x)}, \quad (12)$$

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} + (\delta_T^{**} + \delta_T^*) \frac{Q_{\text{дж}}^0}{\rho_1^0 c_1^0 U_1 I} + \alpha_1 \frac{\mu_1 U_1}{\rho_1^0 c_1^0 I} \delta(x) = \frac{\lambda_{\text{эф}}}{\rho_1^0 c_1^0 U_1 I} \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0}. \quad (13)$$

Здесь, в уравнении (13), предполагалось, что $\delta_T < \delta$.

Рассмотрим вначале решение уравнения (12) для динамического пограничного слоя. Профили скорости дают возможность вычислить толщину потери импульса и, при условии $\rho_* \gg 1$, дают ($\eta = y/\delta$)

$$\delta^{**} = \delta_1^{**} + \frac{S^2}{\rho_*} \delta_2^{**} \approx \delta_1^{**} = \alpha_1 \delta(x) \int_0^1 \left(\frac{3}{2} \eta - \frac{1}{2} \eta^3 \right) \left(1 - \frac{3}{2} \eta + \frac{1}{2} \eta^3 \right) d\eta = \frac{39}{280} \alpha_1 \delta(x),$$

подставляя эту толщину в уравнение (12) и учитывая, что при $x=0$ $\delta=0$, получаем решение

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{1 + \alpha_2}{1 - \alpha_2}} \sqrt{\frac{280}{13} \frac{v_1^0 x}{U_1}}.$$

Здесь $\alpha_1 = 1 - \alpha_2 = \text{const}$.

При $\alpha_2 = 0$ решение (14) переходит в свой однофазный аналог [2]. Следует отметить, что в полученное решение не входят силы, ответственные за скоростную неравновесность. Это объясняется тем, что информация о межфазном взаимодействии хранится в толщине потери импульсов дисперсной фазы δ_2^{**} , которая из-за большого значения параметра ρ_* становится несущественной. Таким образом, решение (14) можно было бы назвать безинерционным.

На рис. 1 показаны графики зависимости толщины двухфазного и однофазного динамического пограничного слоя: кривая 1 – приведенная толщина $\delta(x)/L$ однофазного, а 2 – двухфазного пограничного слоя по длине пластины: $\zeta = x/L$,

L-длина пластины. Толщина двухфазного слоя рассчитывалась при газосодержании $\alpha_2 = 10\%$, параметры жидкой фазы соответствовали воде при температуре 50°C.

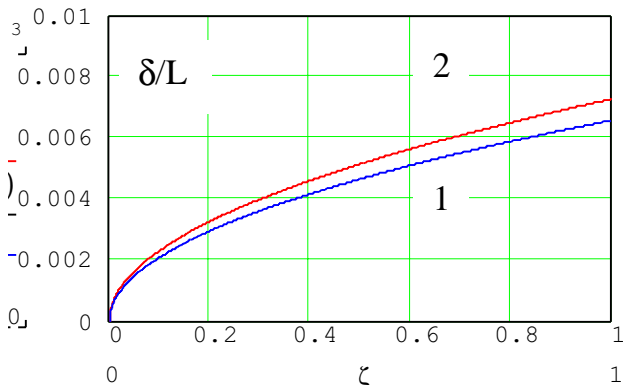


Рис. 1. Графики зависимости относительной толщины d/L ламинарного динамического пограничного слоя от приведенной длины $z=x/L$: 1 – однофазный, 2 – двухфазный ламинарные пограничные слои.

Приведенные графики показывают, что дисперсная фаза в несущем потоке приводит к увеличению толщины динамического пограничного слоя.

При интегрировании уравнения теплового пограничного слоя нужно учитывать две возможности: тепловой погранслою утоплен в динамическом $\delta_T < \delta$ и тепловой слой толще динамического $\delta_T > \delta$.

Рассмотрим первый случай, имеющий место при числах Прандтля $Pr = v_1^0 \rho_1^0 c_1^0 / \lambda_1^0 \geq 1$ – обычные жидкости.

Если ввести критерии задачи

$$Po = \frac{Q_{дж}^0 L}{\lambda_1^0 \frac{H}{L}}, \quad Pe = \frac{U_1 L}{\lambda_1^0 \frac{H}{L}}, \quad Ec = \frac{U_1^2}{c_1^0 H}, \quad Re = \frac{\rho_1^0 U_1 L}{\mu_1^0}$$

– соответственно числа Померанцева, Пекле, Эккерта и Рейнольдса, то уравнение (13) принимает вид

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} + (\delta_T^{**} + \delta_T^*) \frac{Po}{Pe L} + \alpha_1(1 + \alpha_2) \frac{Ec}{Re} \frac{L}{\delta(x)} \int_0^{\delta_T} \left(\frac{d}{d\eta} \left(\frac{u_1}{U_1} \right) \right)^2 d\eta = \frac{3}{2} \frac{1 - \frac{3}{2} \alpha_2}{Pe} \frac{L}{\delta_T(x)} \quad (15)$$

Используя профили скоростей и температуры, рассчитаем входящие в это выражение толщины и интеграл.

Пусть $\delta_T/\delta = h < 1$ и $\eta = y/\delta$, тогда

$$\int_0^{\delta_T/\delta} \left(\frac{d}{d\eta} \left(\frac{u_1}{U_1} \right) \right)^2 d\eta = \int_0^h \left(\frac{d}{d\eta} \left(\frac{3}{2} \eta - \frac{1}{2} \eta^3 \right) \right)^2 d\eta = \frac{9}{4} h - \frac{3}{20} h^3 + \frac{9}{20} h^5,$$

$$\delta_T^{**} = \int_0^{\delta_T} \alpha_1 \frac{u_1}{U_1} \left(1 - \frac{\theta}{H} \right) dy = \frac{3}{20} \alpha_1 \delta h^2 \left(1 - \frac{1}{14} h^2 \right),$$

$$\delta_T^* = \int_0^{\delta_T} \alpha_1 \left(1 - \frac{\theta}{H} \right) dy = \alpha_1 \delta h \left(1 - \frac{3}{4} h + \frac{1}{8} h^2 \right)$$

Подставляя эти выражения в уравнение теплового пограничного слоя и учитывая решение (14), сведем его к функции $h(x)$:

$$\frac{dh}{d\zeta} = \frac{13}{280} \frac{1 - \alpha_2}{1 + \alpha_2} \frac{1}{Pr} \frac{1 - \frac{3}{2} \alpha_2}{\zeta h(\zeta) \Psi(h)} - \frac{3}{40} \frac{1 - \alpha_2}{\zeta \Psi(h)} - (1 - \alpha_2) \frac{\frac{3}{20} \Pi(h) + \chi(h)}{\Psi(h)} \frac{Po}{Pe} - \frac{65}{1680} (1 - \alpha_2)^2 \frac{Ec}{\Psi(h) \zeta}, \quad (16)$$

где $\zeta = x/L$ – приведенная продольная координата, а функции от h определены следующими выражениями

$$\Pi(h) = h^2 \left(1 - \frac{h^2}{14} \right), \quad \Psi(h) = 2h \left(1 - \frac{h^2}{7} \right),$$

$$\chi(h) = h \left(1 - \frac{3}{4} h - \frac{h^2}{8} \right)$$

Найдем более точные условия, чем $Pr \geq 1$ [2], которые обеспечивают условие «утопленности» теплового погранслоя в динамическом.

Действительно, если правая часть уравнения (16) в точке $\zeta=0$ будет отрицательной, то функция $h(\zeta)$ станет убывающей. Доопределив её при $x=0$ $h(0)=1$, получим искомое условие:

$$Pr > Pr_{кр1} = \frac{13}{21} \frac{1}{1 + \alpha_2} \frac{1}{1 + 0.5 Ec}$$

Рассмотрим интегрирование уравнения теплового пограничного слоя (15), когда его

толщина превышает толщину динамического, т.е. $\delta_T \geq \delta$.

В этом случае необходимо учесть, что при $y > \delta$, $u_1 = U_1$, тогда для толщин пограничного слоя получаем:

$$\begin{aligned} \delta_T^{**} &= \int_0^{\delta_T} \alpha_1 \frac{u_1}{U_1} \left(1 - \frac{\theta}{I}\right) dy = \\ &= \alpha_1 \delta \left(-\frac{3}{8} + \frac{3}{8} h + \frac{3}{20} \frac{1}{h} + \frac{29}{1120} \frac{1}{h^3} \right) \\ \delta_T^* &= \int_0^{\delta_T} \alpha_1 \left(1 - \frac{u_1}{U_1}\right) dy = \alpha_1 \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u_1}{U_1}\right) dy = \frac{3}{8} \alpha_1 \delta, \end{aligned}$$

и учитывая, что

$$\int_0^{\delta} \left(\frac{d}{dy} \left(\frac{u_1}{U_1} \right) \right)^2 dy = \frac{6}{5} \frac{1}{\delta(x)}, \text{ т.к. при } y > \delta \quad u_1 = U_1,$$

приводим уравнение теплового пограничного слоя к виду

$$\begin{aligned} \frac{dh}{d\zeta} &= \frac{13}{280} \frac{1 - \frac{3}{2} \alpha_2}{1 + \alpha_2} \frac{1}{Pr} \frac{1}{\zeta h(\zeta) \Psi(h)} - \\ &- \frac{\left(\frac{3}{8} + \zeta(h) \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{Po}{Pe} \zeta \right)}{\Psi(h) \zeta} - \frac{39}{700} (1 - \alpha_2) \frac{Ec}{\Psi(h) \zeta}, \end{aligned} \quad (17)$$

где функции от h определены равенствами

$$\begin{aligned} \zeta(h) &= -\frac{3}{8} + \frac{3}{8} h + \frac{3}{20} \frac{1}{h} + \frac{29}{1120} \frac{1}{h^3}, \\ \Psi(h) &= \frac{3}{8} - \frac{3}{20} \frac{1}{h^2} - \frac{87}{1120} \frac{1}{h^4} \end{aligned}$$

Потребовав, чтобы производная в точке $\zeta=0$ была положительной, и доопределив функцию $h(0)=1$, можно найти условия, которым должны удовлетворять критерии задачи, чтобы тепловой слой был толще динамического: $\delta_T > \delta$:

$$Pr < Pr_{кр2} = \frac{26}{147} \frac{1 - \frac{3}{2} \alpha_2}{1 + 2 \frac{Po}{Pe} + 0.2 Ec}$$

На рис. 2 показаны решения уравнений (16) и (17) для двух жидкостей: кривая 1 – вода при температуре 50°C и 2 – жидкий галлий при температуре 100°C с объёмным содержанием пузырьков воздуха $\alpha_2 = 10\%$.

Функция $h(\zeta)$ для воды рассчитывалась при $Pr = Ec = 0$ и $Pr = 6,18$, а для галлия – при следующих критериях

$$\begin{aligned} Pr &= 0,02, \quad I = 100^0 C, \quad Pe = 1,12 * 10^5, \\ Ec &= 3,9 * 10^{-7}, \quad Po = 7,69. \end{aligned}$$

Из приведенных графиков видно, что на всей длине пластины в воде (кривая 1) выполняется условие утопленности теплового слоя, а в жидком галлии (кривая 2) – обратное условие. Объёмные источники тепловыделения, имеющие место в потоке жидкого металла, оказывают слабое влияние на величину h при указанных критериях задачи.

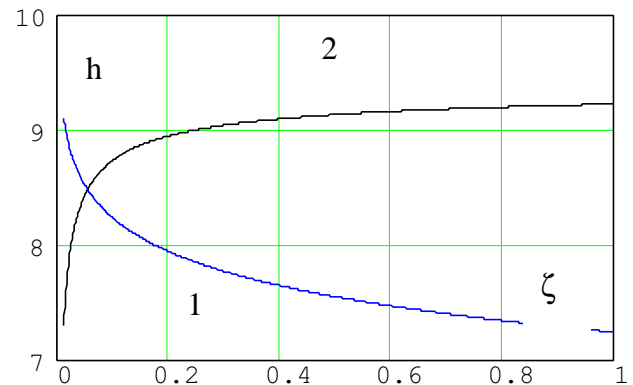


Рис. 2. Зависимость $h = \delta_T/\delta$ по длине пластины $\zeta = x/L$ в двухфазном пограничном слое: кривая 1 – несущий поток вода (масштаб по оси абсцисс увеличен в 10 раз), кривая 2 – жидкий галлий.

В широком их диапазоне эффектами тепловыделения Q_v можно пренебречь. Критическое число Прандтля для кривой 1 составляло $Pr_{кр1} = 0,563$, а для кривой 2 – $Pr_{кр2} = 0,167$. На рис. 3 показаны графики зависимости приведенной толщины δ/L теплового (кривая 1) и динамического (кривая 2) пограничного слоя для двухфазного жидкометаллического потока галлия при объёмном газосодержании 10% и указанных выше параметрах. Условие «утопленности» динамического слоя обеспечивается малыми числами Прандтля в жидкометаллических потоках [2].

На рис. 4 приведен график зависимости местного коэффициента теплоотдачи β ($Вт/м^2 * ^0C$) и местного числа Нуссельта $Nu_x = \beta x / \lambda_1^0$ от местного числа Рейнольдса $Re_x = U_1 x / \nu_1^0$, соответствующие теплового пограничному слою на рис. 3. Характер изменения местного коэффициента теплоотдачи похож на аналогичную зависимость в однофазной жидкости, но наличие газовой фазы приводит к некоторому снижению β .

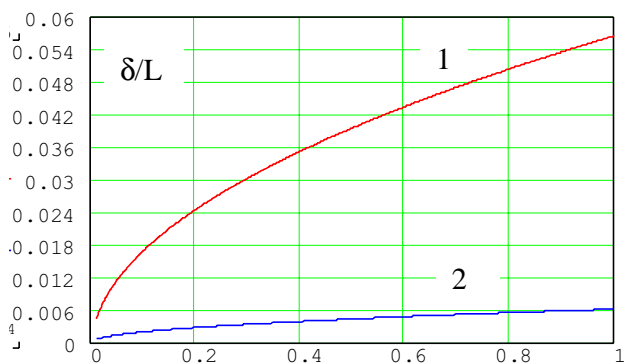


Рис. 3. Зависимость приведенной толщины теплового (кривая 1) и динамического (кривая 2) пограничного слоя по длине пластины z (динамический слой утоплен в тепловом).

Следует отметить, что устойчивость и сходимость численных алгоритмов решения уравнения теплового пограничного слоя нарушается на интервале чисел Прандтля $Pr_2 < Pr < Pr_1$.

Полученные уравнения теплового пограничного слоя могут быть использованы при расчете гидродинамики и теплообмена двухфазных жидкометаллических потоков в некоторых энергетических установках.

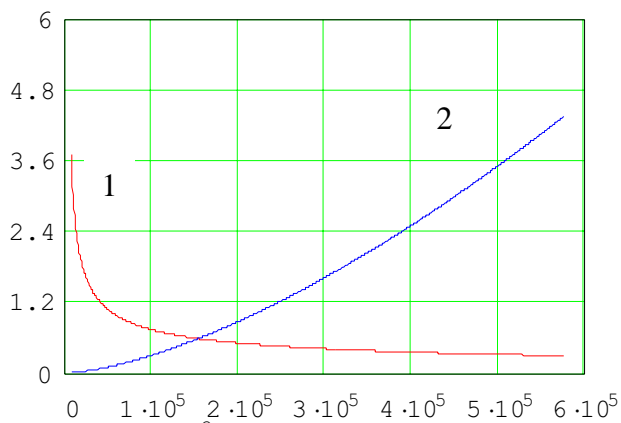


Рис. 4. Зависимость местного коэффициента теплоотдачи $b/1000$ и числа Нуссельта $Nu*1000$ в двухфазном жидкометаллическом потоке от местного числа Рейнольдса: $b/1000$ -кривая 1, $1000Nu$ – кривая 2.

Список использованной литературы:

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973 – 847 с.
2. Повх И.Л. Техническая гидромеханика. Л.: Машиностроение, 1976. – 502 с.
3. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. – 336 с.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. – 711 с.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2. М.: Наука, 1969. – 800 с.
6. Васильев А.П. Экспериментальное исследование электропроводности двухфазного потока// ИФЖ. – 1980. – Т.39, №4. – С. 649 – 653.