

## ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА СПЕЧЕННЫХ ЗАГОТОВОК ПРИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

В статье рассматривается один из возможных вариантов решения тепловой задачи. Цель – построения базовой математической модели процесса нагрева изделий из спеченных пористых материалов. Приведено решение задачи для деталей типа втулка из железоуглеродистых материалов.

Ориентация народного хозяйства на ускоренное развитие "среднего и малого бизнеса" привела к созданию большого числа предприятий с небольшим объемом производства и широкой номенклатурой выпускаемой продукции. В то же время очевидно, что высокая эффективность работы может быть достигнута только при ограниченной стабильной номенклатуре и значительных объемах производства. Согласование требований рынка и массового производства возможно за счет применения технологий, позволяющих доводить массовую продукцию до требований предприятий "среднего и малого бизнеса". К таким технологиям относится термическая обработка (ТО) деталей из спеченных материалов с использованием ТВЧ, например, втулок запорной арматуры газопроводов.

Изменение номенклатуры изделий требует и изменения технологии ТО. Это и определяет необходимость создания "инструмента" гибкого изменения технологического процесса, базовой математической модели процесса индукционного нагрева (БМПИН).

Традиционно БМПИН описывается нелинейной взаимосвязанной системой уравнений Максвелла и Фурье дополняемой необходимой системой краевых условий.

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \sigma \bar{E}; \quad \operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial \tau}; \quad \operatorname{div} \bar{B} = 0; \quad \operatorname{div} \bar{E} = 0;$$

$$c(t)\gamma \frac{\partial t}{\partial \tau} - \operatorname{div}(\lambda(t) \operatorname{grad} t) + c(t)\gamma(t) \bar{V} \operatorname{grad} t = -\operatorname{div}[\bar{E} \cdot \bar{H}]$$

где  $\bar{H}, \bar{B}, \bar{E}$  - векторы напряжений магнитного, электрического полей и магнитной индукции;

$\sigma, c, \gamma$  - удельные значения электропроводности, теплоемкости и плотности нагреваемого материала;

$\lambda$  - коэффициент теплопроводности;

$\bar{V}$  - вектор скорости перемещения нагреваемого тела;

$t$  - температурное поле;

$\tau$  - время.

Процесс нагрева непосредственно осуществляется индуцируемыми электромагнитной волной внутренними источниками тепла, объемная плотность которых  $F$  определяется дивергенцией вектора Пойнтинга :

$$F = -\operatorname{div}[\bar{E}, \bar{H}].$$

Обычно, в первом приближении основных закономерностей оптимальных процессов используется в качестве базовой одномерная линейная модель. Она сводится к одномерному линейному уравнению Гельмгольца для комплексной напряженности  $H'$  магнитного поля и линейному одномерному неоднородному уравнению теплопроводности для температурного поля  $t(x, \tau)$ .

Одно из возможных представлений базовой модели температурного поля в процессе индукционного нагрева тел (из компактных материалов) простейшей формы будет иметь вид:

$$\frac{\partial \theta(l, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 \theta(l, \varphi)}{\partial l^2} + \frac{\Gamma}{l} \cdot \frac{\partial \theta(l, \varphi)}{\partial l} + W(\xi, l) u(\varphi)$$

Попытка формально применить полученное решение к изделиям из пористых спеченных железоуглеродистых материалов показала очень большое различие (более чем на порядок) реальных и рассчитанных по этой модели значений температуры и скорости нагрева. В первую очередь это определяется наличием пор и, как следствие, изменением внутри изделия конфигурации магнитного поля. И во вторую очередь непостоянством в процессе нагрева значений электро- и теплопроводности.

Проведенные эксперименты для наиболее распространенных железоуглеродистых конструкционных материалов второй группы (с пористостью 10%, ..., 15% и плотностью 6.7, ..., 7.1 г/см<sup>3</sup>) позволили установить, что: величину теплопроводности можно определить по соотношению

$$\lambda(T) = 9.1837 * e^{-245.3552/T},$$

а удельную теплоемкость по

$$C_{уд}(T) = 97.232338 * (6.0946107 * e^{-0.0043747803 * T}),$$

где  $T$  - температура в  $^{\circ}C$ .

Глубина проникновения тока в металл, с учетом удельного сопротивления  $\rho(T)$

$$\rho(T) = 111.6785 - 110.7229 * e^{sn},$$

( $sn = -151.3911 * t^{-1.4606}$ ), для материалов второй группы, может быть определена по соотношению

$$h(\omega, T) = \sqrt{\frac{2\rho(T)}{\omega\mu}},$$

где  $\mu = 4 * \pi * 10^{-7}$  — абсолютная магнитная проницаемость, а  $\omega$  — частота питающего тока.

Для конструкционных деталей второй группы и наиболее часто применимых частот установок ТВЧ происходит сквозной прогрев стенки изделия. Применительно к детали типа "втулка" уравнение теплопроводности может иметь вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a * F1(t) + \frac{a}{\lambda} \omega,$$

где  $T$  - температура поверхности втулки,  
 $t$  - время нагрева,  
 $a = 1.8 * 10^{-6}$  - усредненная температуропро-

водность,

$\lambda = 6.75806$  - усредненная теплопроводность,

$\xi = 7.15176$  - глубина активного слоя,

$\alpha = 0.284824$  - относительная глубина активного слоя,

$P_0$  - удельная мощность,

$P_{max}$  - максимальная мощность установки 100 кВт,

$\omega$  - объемная плотность источников тепла,

$$\omega = \frac{P_0 * 2}{\xi * (1 + \alpha)}.$$

Одно из решений этого уравнения может иметь вид

$$T(t) = \frac{-a \int F1(t) \xi \lambda + F1(t) \xi \alpha + 2 P_0 dt - C_1 \xi \lambda + C_1 \xi \lambda \alpha}{\xi(-1 + \alpha) \lambda},$$

или с учетом значений переменных, входящих в это уравнение

$$T(t) = 0.18 * 10^{-5} \int F1(t) dt + 0.1041488775 * 10^{-6} * P_0 * t + C_1,$$

полагая, что в начальный момент времени температура на поверхности втулки равна температуре окружающей среды, коэффициент  $C_1$  может быть найден из условия

$$T(0, C_1) = 20,$$

и тогда окончательное решение будет иметь вид

$$T(t) = 0.18 * 10^{-5} \int F1(t) dt + 0.1041488775 * 10^{-6} * P_0 * t + 20.000.$$

Интегрирование выражения

$0.18 * 10^{-5} \int F1(t) dt$  позволит в общем случае получить некоторую зависимость  $F(t)$ .

В этом случае функция  $F(t)$ , представляющую вектор неучтенных воздействий можно определить только в результате обработки данных эксперимента. И тогда, полагая, что

$f(t, P_0) = 0.1041488775 * 10^{-6} * P_0 * t + 20$ , решение исходного уравнения можно представить в виде:

$$T(t, P_0) = F(t) + f(t, P_0).$$

Аналогичный результат может быть получен и из исходных уравнений модели при условии, что

$$\frac{dT(t)}{dt} = S(t) + W(\xi, l) P_0,$$

где

$$W(\xi, l) = \xi \frac{\text{ber}'^2 \xi l - \text{bei}'^2 \xi l}{\text{ber} \xi * \text{ber}' \xi - \text{bei} \xi * \text{bei}' \xi},$$

$$\xi = \frac{X \sqrt{2}}{\sqrt{2 / (\mu \omega \sigma)}}.$$

Фиксирование значений  $\mu$ ,  $\omega$  и  $\sigma$  позволяет получить решение дифференциального уравнения в виде

$$T(t) = \int S(t) dt + kl * P_0 + C_2.$$

С учетом допущений сделанных выше решение уравнения также может быть представлено в виде

$$T(t, P_0) = F_1(t) + f_1(P_0).$$

Таким образом, можно утверждать, что предлагаемая авторами БМПИИ, при наложенных на нее ограничениях, объективно отражает процесс распределения тепла по объему изделия при нагреве изделия на установках ТВЧ.

Проведенная экспериментальная работа показала хорошую сходимость (расхождение менее 15%) экспериментальных и расчетных значений по времени нагрева при постоянной температуре.

Все это позволяет считать, что предлагаемая модель может быть рекомендована в качестве базовой при проектировании технологических процессов как в "ручном режиме", так и различного рода АСПП.

---

#### Список использованной литературы

1. Слухоцкий А.Е. и др. Установки индукционного нагрева. — Л.: Энергоиздат, 1981. — 328 с.
2. Раппопорт Э.Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. — М.: металлургия, 1993. — 279 с.
3. Р.Шеннон Имитационное моделирование — систем искусство и наука. — М.: Мир, 1978. — 418 с.
4. Аладьев В.З., Шишаков М.Л. Введение в среду пакета Математика 2.2. — М.: Филин, 1997. — 539 с.
5. Riddle A. Applied Electronic Engineering with Mathematica. N.Y.: Wesley, 1994.