

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра радиофизики и электроники

**А.П. РУСИНОВ**

# **ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПТОЭЛЕКТРОНИКИ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ**

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом  
государственного образовательного учреждения  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2009

УДК 537.533.3 (07)

ББК 32.86я7

Р 88

Рецензент

кандидат физико-математических наук, доцент Т.М. Чмерева

<b>Р 88</b>	<b>Русинов, А.П.</b> <b>Физические основы оптоэлектроники: методические указания к решению задач/ А.П. Русинов - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009.- 24 с.</b>
-------------	---

Методические указания содержат необходимый минимум теоретических сведений и задачи для выполнения расчетно-графических заданий и контрольных работ по курсу «Физические основы оптоэлектроники» и «Квантовая электроника» для студентов специальностей 010801 – «Радиофизика и электроника» и 010707 – «Медицинская физика».

© Русинов А.П., 2009

© ГОУ ОГУ, 2009

## Содержание

1 Геометрическая оптика. Поляризация света .....	4
2 Электромагнитные волны .....	5
3 Отражение света от границы раздела двух сред. Формулы Френеля .....	6
4 Гауссовы пучки .....	8
5 Лучевые матрицы.....	10
6 Распространение света в световодах .....	12
7 Распространение света в оптическом волокне .....	14
8 Литература, рекомендуемая для изучения дисциплины.....	24

# 1 Геометрическая оптика. Поляризация света

- Закон преломления света:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1.1)$$

где  $\varphi$  - угол падения,  $\psi$  - угол преломления,  $n_1$  и  $n_2$  - абсолютные показатели преломления соответственно первой и второй сред,  $n_{21} = n_2 / n_1$  - относительный показатель преломления.

- Абсолютный показатель преломления среды:

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.2)$$

где  $c$  - скорость света в вакууме,  
 $v$  - скорость света в данной среде.

- Закон Брюстера:

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{бр}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.3)$$

где  $\varphi_{\text{бр}}$  - угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована,  $n_1$  и  $n_2$  - абсолютные показатели преломления соответственно первой и второй сред.

- Световой вектор - вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ .
- Плоскость пропускания поляризатора- плоскость, в которой колебания светового вектора проходят свободно.
- Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (1.4)$$

где  $I$  - интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор;  $I_0$  - интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;  $\alpha$  - угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

- Степень поляризации света:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (1.5)$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  - максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

## Задачи

- 1.1 При каком значении угла падения  $\theta$ , луч, отраженный от поверхности воды, будет перпендикулярен к преломленному лучу?
- 1.2 Имеются две оптические среды с плоской границей раздела. Пусть  $\varphi_{\text{лпр}}$  - предельный угол падения луча, и  $\varphi_1$  - угол падения, при котором

- преломленный луч перпендикулярен к отраженному (предполагается, что луч идет из оптически более плотной среды). Найти относительный показатель преломления этих сред, если  $\sin\varphi_{\text{пр}}/\sin\varphi_1 = \eta = 1,28$ .
- 1.3 Угол Брюстера при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен  $57^\circ$ . Определить скорость света в этом кристалле.
  - 1.4 Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной  $d=6,0$  см. Угол падения  $\varphi=60^\circ$ . Найти величину смещения луча, прошедшего через эту пластину.
  - 1.5 При падении естественного света на некоторый поляризатор проходит  $\eta_1=30\%$  светового потока, а через два таких поляризатора -  $\eta_2=13,5\%$ . Найти угол  $\alpha$  между плоскостями пропускания этих поляризаторов.
  - 1.6 Пучок естественного света падает на систему из  $N=6$  поляризаторов, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол  $\alpha=30^\circ$  относительно плоскости пропускания предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит через эту систему?
  - 1.7 Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных одинаковых поляроидов, причем плоскость пропускания среднего поляроида составляет угол  $\alpha=60^\circ$  с плоскостями пропускания двух других поляроидов. Каждый поляроид обладает поглощением таким, что при падении на него линейно поляризованного света максимальный коэффициент пропускания составляет  $\tau=0,81$ . Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы?
  - 1.8 Степень поляризации  $P$  частично поляризованного света равна  $0,5$ . Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимальной?
  - 1.9 Степень поляризации частично поляризованного света  $P=0,25$ . Найти отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.
  - 1.10 На пути частично поляризованного света поместили поляризатор. При повороте поляризатора на угол  $\varphi=60^\circ$  из положения, соответствующего максимуму пропускания, интенсивность прошедшего света уменьшилась  $\eta=3,0$  раза. Найти степень поляризации падающего света.

## 2 Электромагнитные волны

### Задачи

- 2.1 Электромагнитная волна с частотой  $\nu=3$  МГц переходит из вакуума в немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=4$ . Найти приращение ее длины волны.
- 2.2 Плоская электромагнитная волна  $\mathbf{E}=\mathbf{E}_m \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})$  распространяется в вакууме. Считая векторы  $\mathbf{E}_m$  и  $\mathbf{k}$  известными, найти вектор  $\mathbf{H}$  как функция времени  $t$  в точке радиус-вектором  $\mathbf{r}=\mathbf{0}$ .

- 2.3 Найти параметры  $k'$  и  $k''$  плоской однородной волны, распространяющейся в следующих средах: а) стекло  $f=10^5$  Гц, б) полистирол  $f=10^7$  Гц, в) олово  $f=10^{10}$  Гц.

Таблица 2.1 Параметры  $\epsilon$  и  $\sigma$  распространенных веществ

Вещество	$\epsilon$	$f$ , Гц	$\sigma$ , См/м
Стекло натровое	7,5	$10^3—10^5$	$2 \cdot 10^{-10}$
Полистирол	2,55	$10^6 - 10^8$	$10^{-15}$
Кварц плавленный	3,8	$10^3—10^8$	$10^{-16}$
Серебро		„	$6,139 \cdot 10^7$
Олово	—	—	$0,869 \cdot 10^7$
Ртуть	—	—	$0,1044 \cdot 10^7$

- 2.4 Фазовая скорость волны изменяется по закону  $v = v_0 \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\omega^2}}$ , где  $v_0 = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{const}$ . Найти групповую скорость волны.

### 3 Отражение света от границы раздела двух сред. Формулы Френеля

- Пусть  $\varphi$ - угол падения,  $\psi$  - угол преломления.
- Коэффициент отражения света по амплитуде для света перпендикулярной поляризации:

$$r_{\perp} = \frac{E_{\text{отр}\perp}}{E_{\text{пад}\perp}} . \quad (3.1)$$

- Коэффициент отражения света по амплитуде для света параллельной поляризации:

$$r_{\parallel} = \frac{E_{\text{отр}\parallel}}{E_{\text{пад}\parallel}} . \quad (3.2)$$

- Коэффициенты пропускания по амплитуде для света перпендикулярной и параллельной поляризации:

$$t_{\perp} = \frac{E_{\text{прош}\perp}}{E_{\text{пад}\perp}} , \quad t_{\parallel} = \frac{E_{\text{прош}\parallel}}{E_{\text{пад}\parallel}} . \quad (3.3)$$

- Коэффициент отражения света по интенсивности:

$$R = \frac{I_{\text{отр}}}{I_{\text{пад}}} . \quad (3.4)$$

- Коэффициент пропускания света по интенсивности:

$$T = \frac{I_{\text{прош}}}{I_{\text{пад}}} . \quad (3.5)$$

При этом:  $R + T = 1$ .

- Относительный показатель преломления :

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (3.6)$$

- Формулы Френеля позволяют рассчитать коэффициенты отражения и пропускания:

$$r_{\perp} = \frac{Z_2 \cos \varphi - Z_1 \cos \psi}{Z_2 \cos \varphi + Z_1 \cos \psi} = \frac{\cos \varphi - n_{12} \cos \psi}{\cos \varphi + n_{12} \cos \psi} = -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}, \quad (3.7)$$

$$t_{\perp} = \frac{2 Z_2 \cos \varphi}{Z_2 \cos \varphi + Z_1 \cos \psi} = \frac{2 \cos \varphi}{\cos \varphi + n_{12} \cos \psi} = \frac{2 \cos \varphi \cdot \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi)}, \quad (3.8)$$

$$r_{\parallel} = \frac{Z_1 \cos \varphi - Z_2 \cos \psi}{Z_1 \cos \varphi + Z_2 \cos \psi} = \frac{n_{12} \cos \varphi - \cos \psi}{n_{12} \cos \varphi + \cos \psi} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}, \quad (3.9)$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 Z_2 \cos \varphi}{Z_1 \cos \varphi + Z_2 \cos \psi} = \frac{2 \cos \varphi}{n_{12} \cos \varphi + \cos \psi} = \frac{2 \cos \varphi \cdot \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi) \cdot \cos(\varphi - \psi)}, \quad (3.10)$$

$$R_{\perp} = \left( \frac{Z_2 \cos \varphi - Z_1 \cos \psi}{Z_2 \cos \varphi + Z_1 \cos \psi} \right)^2, \quad R_{\parallel} = \left( \frac{Z_1 \cos \varphi - Z_2 \cos \psi}{Z_1 \cos \varphi + Z_2 \cos \psi} \right)^2, \quad (3.11)$$

$$T_{\perp} = \frac{4 Z_1 Z_2 \cos \varphi \cdot \cos \psi}{(Z_2 \cos \varphi + Z_1 \cos \psi)^2}, \quad T_{\parallel} = \frac{4 Z_1 Z_2 \cos \varphi \cos \psi}{(Z_1 \cos \varphi + Z_2 \cos \psi)^2}. \quad (3.12)$$

- Интенсивность падающего, отраженного и прошедшего света:

$$I_{\text{пад}} = \frac{c n_1}{2 Z_0} (E_{\text{пад}\perp}^2 + E_{\text{пад}\parallel}^2) \cos \varphi, \quad (3.13)$$

$$I_{\text{отр}} = \frac{c n_1}{2 Z_0} (E_{\text{отр}\perp}^2 + E_{\text{отр}\parallel}^2) \cos \varphi, \quad (3.14)$$

$$I_{\text{прош}} = \frac{c n_2}{2 Z_0} (E_{\text{прош}\perp}^2 + E_{\text{прош}\parallel}^2) \cos \psi, \quad (3.15)$$

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120 \pi \approx 377 \text{ Ом}$  - волновое сопротивление вакуума,

$Z = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}}$  - волновое сопротивление среды.

### Задачи

- 3.1 На поверхность из стекла ( $n=1,6$ ) под углом  $25^\circ$  из воздуха падает линейно поляризованная волна, электрический вектор которой колеблется в плоскости падения. Определить коэффициенты отражения  $R$  и пропускания  $T$ .
- 3.2 На поверхность из стекла ( $n=1,65$ ) под углом  $35^\circ$  из воздуха падает линейно поляризованная волна, электрический вектор которой колеблется в плоскости, образующей угол  $30^\circ$  с плоскостью падения. Найти коэффициенты отражения  $R$  и пропускания  $T$ .

- 3.3 Естественный свет падает из стекла с  $n=1,65$  под углом  $40^\circ$  на границу с некоторым раствором, показатель преломления  $n_2$  которого зависит от концентрации растворенного вещества и может изменяться в широком пределе. При каком показателе преломления  $n_2$  отраженный свет линейно поляризован, и каков при этом коэффициент отражения?
- 3.4 Из стекла ( $n=1,55$ ) на границу раздела с воздухом под углом  $60^\circ$  падает световая волна. Найти критический угол и сдвиг фаз колебаний напряженности электрического поля  $\delta_\perp$  и  $\delta_\parallel$ .
- 3.5 Найти область углов падения линейно поляризованной волны из воздуха на поверхность воды ( $n=1,33$ ), при которой коэффициент отражения  $R$  больше  $0,5$ . Плоскость колебаний электрического вектора волны перпендикулярна плоскости падения.
- 3.6 Естественный свет падает под углом Брюстера на стеклянную пластинку ( $n=1,65$ ). Найти коэффициент отражения  $R$ .
- 3.7 Вывести формулу для связи сдвига фаз колебаний перпендикулярной и лежащей в плоскости падения компонент электрического поля волны при полном отражении.
- 3.8 Естественный свет падает под углом Брюстера из воздуха на поверхность стекла с показателем преломления  $n=1,5$ . Найти интенсивность отраженного света, приняв за единицу интенсивность падающего света.
- 3.9 Линейно поляризованная волна интенсивностью  $j_0=1$  мВт/см<sup>2</sup> падает из воздуха ( $n=1$ ) на стекло с показателем преломления  $n_1=1,4$  под углом  $\varphi=35^\circ$ . Плоскость падения вектора  $E$  составляет угол  $\alpha=30^\circ$  с плоскостью падения. Определить интенсивность прошедшего и отраженного света.
- 3.10 Линейно поляризованная волна интенсивностью  $I_0=5$  мВт/см<sup>2</sup> падает из воздуха с  $n_1=1$  на стекло ( $n_2=1,5$ ) под углом  $45^\circ$ . Плоскость колебаний вектора  $E$  составляет угол  $45^\circ$  с плоскостью падения. Определить угол наклона вектора  $E$  к плоскости падения в прошедшей и отраженной волнах.

## 4 Гауссовы пучки

- Гауссовым пучком называется пучок, поперечное распределение напряженности электрического поля в котором определяется функцией Гаусса:

$$E(x, y) = E_0 \exp(-r^2/2\omega_0^2), \quad (4.1)$$

где  $E_0$  - амплитуда напряженности электрического поля на оси пучка,

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$  - есть расстояние от оси пучка в плоскости, перпендикулярной оси  $Oz$ ,

$\omega_0$  - радиус пучка в перетяжке,

перетяжка - самое узкое место пучка (см. рисунок 4.1).



Рис. 4.1. – Ход лучей в гауссовом пучке

Здесь  $z=0$  - плоскость перетяжки, пунктиром изображены волновые поверхности.

- Интенсивность пучка пропорциональна квадрату амплитуды ( $I \sim E^2(x, y)$ ) и описывается соответственно также функцией Гаусса:

$$I = I_0 \exp(-r^2/\omega_0^2), \quad (4.2)$$

где  $I_0$ - интенсивность на оси пучка.

- Ширина распределения интенсивности  $\omega(z)$  меняется вдоль оси  $Oz$  по закону

$$\omega^2 = \omega_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right], \quad (4.3)$$

где  $\lambda$  - длина волны,  $z$  - расстояние от перетяжки.

- Радиус кривизны волновой поверхности  $R(z)$  по мере распространения меняется по закону:

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right]. \quad (4.4)$$

На больших расстояниях от начала координат  $R$  совпадает с расстоянием от перетяжки до волнового фронта  $z$ . Это означает, что в дальней зоне волновой фронт гауссова пучка приближается к волновому фронту сферической волны, распространяющейся из точки, расположенной на оси пучка в месте его фокальной перетяжки.

### Задачи

- 4.1 Дана тонкая линза с фокусным расстоянием  $f$ , расположенная в плоскости перетяжки гауссова пучка, радиус которой  $\omega_1$ . Найти новое положение плоскости перетяжки. ( Указание. Решение следует искать с помощью комплексного параметра  $q$ ). Длина волны  $\lambda$ .

- 4.2 Дана тонкая линза с фокусным расстоянием  $f$ , расположенная в плоскости перетяжки гауссова пучка, радиус которой  $\omega_1$ . Найти радиус выходную пучка в плоскости новой перетяжки.. (Указание. Решение следует искать с помощью комплексного параметра  $q$ ). Длина волны  $\lambda$ .
- 4.3 Тонкая линза, помещенная в перетяжку гауссова пучка радиуса  $\omega_1=1\text{мм}$ , создает новую перетяжку на расстоянии  $l=5\text{ см}$ . Найти фокусное расстояние линзы. Длина волны  $\lambda=0,5\text{ мкм}$ . (Указание. Решение следует искать с помощью комплексного параметра  $q$  ).
- 4.4 Найти групповую скорость гауссова пучка в среде с квадратичным показателем преломления с известной зависимостью постоянной распространения:  $\beta_{lm} = k \left[ 1 - \frac{2}{k} \sqrt{\frac{n_1}{n_0}} (l+m+1) \right]^{\frac{1}{2}}$ , где  $l, m$  – номера моды.
- 4.5 Найти фазовую и групповую скорость гауссова пучка в некоторой среде, если постоянная распространения выражается следующим образом:  $\beta = k \sqrt{1 - \frac{n_1}{n_2} g k^2}$ , где  $g = \text{const}$ .

## 5 Лучевые матрицы

- При распространении параксиальных лучей параметры луча  $r$  и  $r'$  на 1 плоскости можно связать с параметрами  $r$  и  $r'$  на 2 плоскости следующим образом:

$$r_2 = Ar_1 + Br_1', \quad r_2' = Cr_1 + Dr_1' \quad (5.1)$$

Здесь  $r$  - расстояние от оси  $Oz$ ,  $r' = \frac{dr}{dz}$ . В матричном виде:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_1' \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

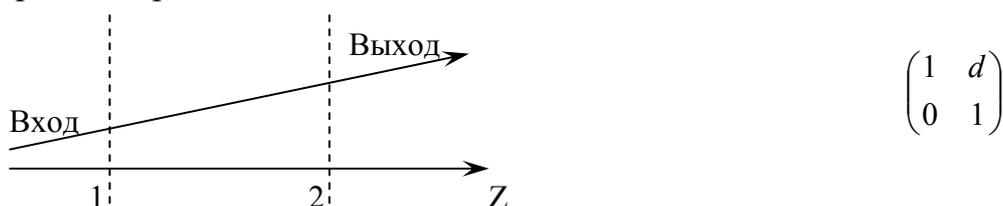
Коэффициенты  $A, B, C, D$  образуют лучевую матрицу.

Если луч света проходит через несколько сред, результирующая матрица находится в виде произведения соответствующих лучевых матриц для каждой среды:

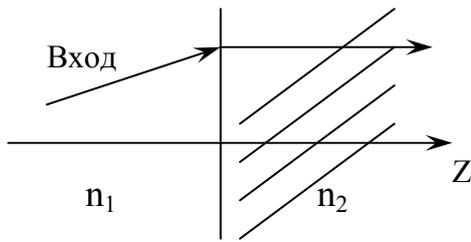
$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix}. \quad (5.3)$$

- Лучевые матрицы для некоторых простейших элементов и сред

### 1. Однородная среда длиной $d$

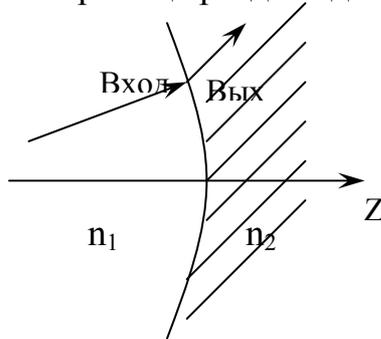


### 2. Граница раздела диэлектриков с показателями преломления $n_1$ и $n_2$



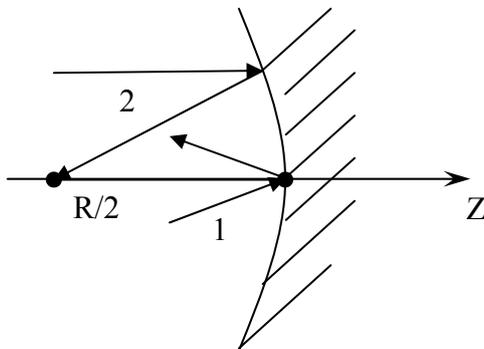
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$$

3. Сферическая граница раздела диэлектриков радиуса R



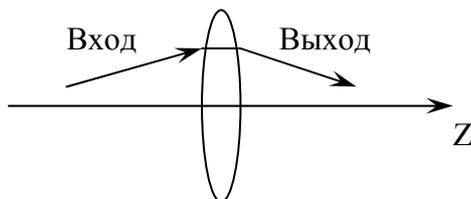
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$$

4. Сферическое зеркало с радиусом кривизны R



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}$$

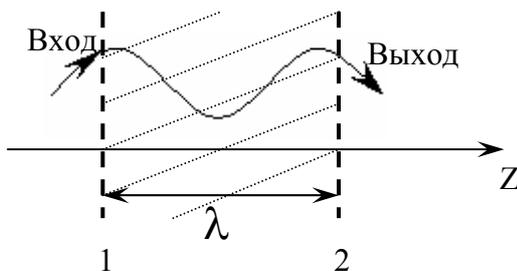
5. Линза с фокусным расстоянием f



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

6. Среда с квадратичным профилем показателя преломления длиной l.

$$n = n_0 \left( 1 - \frac{k_2}{2k} r^2 \right), k_2 = \text{const.}$$



$$\begin{pmatrix} \cos\left(\sqrt{\frac{k_2}{k}} \times \lambda\right) & \sqrt{\frac{k}{k_2}} \sin\left(\sqrt{\frac{k_2}{k}} \times \lambda\right) \\ -\sqrt{\frac{k_2}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k_2}{k}} \times \lambda\right) & \cos\left(\sqrt{\frac{k_2}{k}} \times \lambda\right) \end{pmatrix}$$

## Задачи

- 5.1 Определить элементы A, B, C, D матрицы для луча, прошедшего через однородную среду длиной  $d$  и границу раздела диэлектриков. Показатели преломления сред  $n_1$  и  $n_2$  соответственно.
- 5.2 Определить элементы A, B, C, D матрицы для луча, прошедшего через однородную среду длиной  $d$  и сферическую границу раздела диэлектриков. Радиус сферической границы  $R$ , показатели преломления сред  $n_1$  и  $n_2$ .
- 5.3 Определить элементы A, B, C, D матрицы для луча, прошедшего через однородную среду длиной  $d$  и сферического зеркала с радиусом кривизны  $R$ .
- 5.4 Определить элементы A, B, C, D матрицы для луча, прошедшего через однородную среду длиной  $d$  и среду с квадратичной зависимостью показателя преломления длиной  $l$ .
- 5.5 Определить элементы A, B, C, D матрицы для луча, прошедшего через линзовую систему, состоящую из двух линз с фокусными расстояниями  $f_1$  и  $f_2$ , расстояние между которыми равно  $d$ .
- 5.6 Определить элементы лучевой матрицы для луча, прошедшего через две стеклянные пластинки толщиной 2 см (показатель преломления первой пластинки 1,4, второй пластинки 1,6).
- 5.7 Покажите, что матрица A, B, C, D для луча, прошедшего через линзовую систему, состоящую из двух линз с фокусными расстояниями  $f_1$  и  $f_2$ , расположенными друг от друга на расстоянии  $d$ , есть матрица унитарная, то есть  $AD-BC=1$ .
- 5.8 Определить элементы A, B, C, D, матрицы для луча, прошедшего через два полупрозрачных зеркала с радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$ , расположенными на расстоянии  $d$ . Рассмотреть случай, когда луч проходит через систему без отражения от зеркал.

## 6 Распространение света в световодах

- Критическая частота для плоского металлического световода:

$$\omega_{\text{кр}} = \frac{\pi m c}{2a \sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (6.1)$$

где  $m=1, 2, 3, \dots$  - номер моды,  $2a$  - толщина световода,  $c$  - скорость света.

- Угол  $\theta$ , под которым распространяется волна в световоде, зависит от частоты  $\omega$  и номера моды  $m$ :

$$\sin \theta = \frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}. \quad (6.2)$$

- Одномодовый режим работы для плоского металлического световода:

$$\omega_{\text{кр}1} \leq \omega < \omega_{\text{кр}2} \quad (6.3)$$

- Фазовая скорость волны:

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta}, \quad (6.4)$$

где  $\beta = k \cos \theta$  - продольное волновое число.

- Фазовая скорость волны для плоского металлического световода:

$$v_{\phi} = \frac{c}{n \sqrt{1 - \left( \frac{\omega_{кр}}{\omega} \right)^2}}. \quad (6.5)$$

- Групповая скорость:

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{d\beta}. \quad (6.6)$$

- Критическая частота для плоского диэлектрического световода:

$$\omega_{кр} = \frac{\pi m c}{2a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}. \quad (6.7)$$

Здесь  $m=0, 1, 2, \dots$  - номер моды,  $n_1$  и  $n_2$  - показатели преломления сердцевины и оболочки соответственно,  $2a$  - толщина световода. Так как существует мода с номером  $m=0$ , у диэлектрического световода нет частоты отсечки.

- Критическая длина волны для плоского диэлектрического световода:

$$\lambda_{кр} = 4a \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{m}. \quad (6.8)$$

- В плоском диэлектрическом световоде будет распространяться только одна мода при выполнении условия:

$$\lambda > \lambda_{кр1}, \quad \lambda_{кр1} = 4a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (6.9)$$

- Максимально возможный размер волновода, при котором будет распространяться только одна мода на данной частоте или длине волны:

$$(2a)_{\max} \leq \frac{\lambda}{2 \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}. \quad (6.10)$$

### Задачи

- 6.1 Сколько мод будет распространяться в плоском диэлектрическом волноводе толщиной 4 см на длине волны 1 см, если  $n_1=1.42$ ,  $n_2=1.41$ ? Под каким углом будет распространяться вторая мода?
- 6.2 Сколько мод будет распространяться в плоском воздушном металлическом волноводе толщиной 2 см на длине волны 1 см. Под каким углом будет распространяться вторая мода?
- 6.3 Показать, что в плоском металлическом волноводе фазовая скорость вычисляется по следующей формуле:  $v = \frac{c}{n \sqrt{1 - \omega_{кр}^2 / \omega^2}}$
- 6.4 По диэлектрическому световоду с размерами сердцевины  $2a$ , показателем преломления  $n_1$  у сердцевины и  $n_2$  у оболочки распро-

страняется электромагнитная волна длиной  $\lambda$ . Рассчитать: а) число мод, распространяющихся в волноводе, б) длину волны в вакууме, для которой волновод работает в одномодовом режиме, в) максимальный размер волновода, который на данной длине волны будет работать в одномодовом режиме, г) во сколько раз уширится гауссов импульс длительностью 10 нс на 100 км длины?

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 а, мкм	10	20	30	40	50	10	20	30	40	50
$n_1$	1.51	1.52	1.54	1,53	1,52	1,54	1,51	1.52	1,51	1,54
$n_2$	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
$\lambda$ , мкм	0.63	0,53	1,3	0,85	0.63	0,53	1.36	0,85	0,63	0,53

## 7 Распространение света в оптическом волокне

- **Относительная разность показателей преломления:**

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}, \quad (7.1)$$

где  $n_1$  - показатель преломления сердцевины волокна,  $n_2$  - показатель преломления оболочки.

- **Числовая апертура NA** связана с максимальным углом  $\Omega_m$  вводимого в волокно излучения из свободного пространства, при котором световой луч испытывает полное отражение и распространяется в волокне :

$$NA = \sin \Omega_m. \quad (7.2)$$

Для волокна со ступенчатым показателем преломления числовая апертура:

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (7.3)$$

Для градиентного волокна локальная числовая апертура зависит от  $r$  - расстояния от оси волокна:

$$NA(r) = \sqrt{n_1^2(r) - n_2^2}. \quad (7.4)$$

- **Нормированная частота V:**

$$V = \frac{\pi d NA}{\lambda}, \quad (7.5)$$

где  $d$  - диаметр сердцевины волокна.

- **Количество мод**, распространяющихся в волокне. В волокне распространяется только одна мода при выполнении условия :

$$V < 2,405.$$

- **Количество мод**, распространяющихся в волокне при больших значениях параметра  $V$ .

а) для волокна со ступенчатым профилем показателя преломления:

$$N = \frac{V^2}{2}, \quad (7.6)$$

б) для волокна с произвольным профилем показателя преломления  $n(r) = n_1 \sqrt{1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a}\right)^\alpha}$ , где  $a$  - радиус сердцевины,  $\alpha$  - некоторый параметр:

$$N = \frac{\alpha}{2(\alpha + 2)} V^2 . \quad (7.7)$$

• **Длина волны отсечки** (волоконная длина волны отсечки) - минимальная длина волны, при которой волокно поддерживает только одну распространяемую моду:

$$\lambda_{CF} = \pi \cdot d \cdot NA / 2,405 . \quad (7.8)$$

• **Дисперсия** - уширение импульсов - определяется как квадратичная разность длительностей импульсов на выходе и входе кабеля длины  $L$  [3] :  $t(L) = \sqrt{t_{\text{вых}}^2 - t_{\text{вх}}^2}$  и имеет размерность времени.

Обычно дисперсия нормируется в расчете на 1 км, и измеряется в пс/км:

$$\tau = t / L . \quad (7.9)$$

Дисперсия в общем случае характеризуется тремя основными факторами, рассматриваемыми ниже:

- ✓ различием скоростей распространения направляемых мод (**межмодовой дисперсией  $\tau_{\text{mod}}$** ),
- ✓ направляющими свойствами световодной структуры (**волноводной дисперсией  $\tau_w$** ),
- ✓ свойствами материала оптического волокна (**материальной дисперсией  $\tau_{\text{mat}}$** ).

Волноводная и материальная дисперсии вместе составляют **хроматическую дисперсию  $\tau_{\text{chr}}$** .

В некоторых случаях необходимо учитывать также **поляризационную дисперсию  $\tau_{\text{pmd}}$** .

Результирующая дисперсия  $\tau$  определяется из формулы

$$\tau = \sqrt{\tau_{\text{mod}}^2 + \tau_{\text{chr}}^2 + \tau_{\text{pmd}}^2} . \quad (7.10)$$

• **Межмодовая дисперсия и полоса пропускания**

Межмодовая дисперсия возникает вследствие различной скорости распространения у мод, и имеет место только в многомодовом волокне. Для ступенчатого многомодового волокна ее можно вычислить соответственно по формуле:

$$\tau_{\text{mod}} = \frac{t}{L} = \frac{n_1 \Delta}{c} , \quad (7.11)$$

для градиентного многомодового волокна с параболическим профилем показателя преломления по формуле:

$$\tau_{\text{mod}} = \frac{t}{L} = \frac{n_1 \Delta^2}{2c} , \quad (7.12)$$

где  $n_1$  - показатель преломления сердцевины,  $\Delta = (n_1 - n_2) / n_1$  ,  
 $n_2$  - показатель преломления оболочки.

Формулы (3) и (4) справедливы при длине волокна  $L < L_c$ , где  $L_c$ - длина межмодовой связи. (для ступенчатого волокна порядка 5 км, для градиентного - порядка 10 км. Обычно длины линий связи между активными устройствами при использовании многомодового волокна не превосходят 2 км и значительно меньше длины межмодовой связи. Поэтому можно пользоваться вышеприведенными формулами.

- **Полоса пропускания** характеризует способность волокна передавать определенные объемы информации в единицу времени. Чем шире полоса, тем выше информационная емкость волокна. При расчете полосы пропускания  $W$  можно пользоваться формулой:

$$W = 0,44 / \tau . \quad (7.13)$$

Полоса пропускания измеряется в МГц·км.

- **Физический смысл полосы пропускания  $W$**  - это максимальная частота модуляции передаваемого сигнала при длине линии 1 км. Если дисперсия линейно растет с ростом расстояния, то полоса пропускания обратно пропорционально зависит от расстояния.

- **Хроматическая дисперсия**

Хроматическая дисперсия состоит из материальной и волноводной составляющих и имеет место при распространении как в одномодовом, так и в многомодовом волокне. Однако наиболее отчетливо она проявляется в одномодовом волокне, в виду отсутствия межмодовой дисперсии.

- **Материальная дисперсия** обусловлена зависимостью показателя преломления волокна от длины волны. В выражение для дисперсии одномодового волокна входит дифференциальная зависимость показателя преломления от длины волны:

$$\tau_{mat} = \Delta\lambda \cdot \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} = \Delta\lambda \cdot L \cdot M(\lambda) . \quad (7.14)$$

Зависимость параметра  $\lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$  от длины волны для объемного образца для чистого кварца приведена на рисунке 7.1., параметры источников излучения даны в таблице 7.1.

$$Y = \lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$$

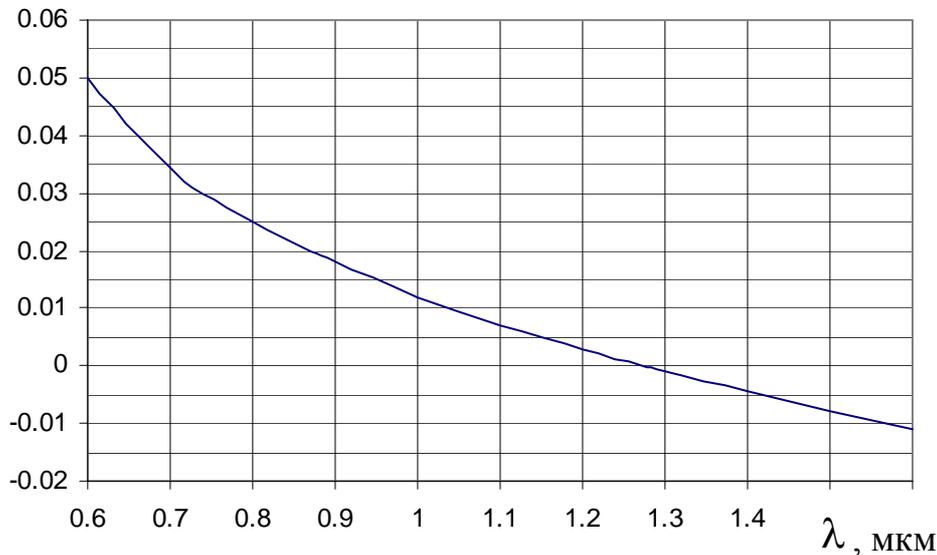


Рисунок 7.1 – Зависимость параметра  $\lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$  от длины волны для чистого кварца

- **Волноводная дисперсия** обусловлена зависимостью коэффициента распространения моды от длины волны:

$$\tau_w = \Delta\lambda \cdot \frac{2n_1^2 \Delta}{c \lambda} = \Delta\lambda \cdot L \cdot N(\lambda), \quad (7.15)$$

где коэффициенты  $M(\lambda)$  и  $N(\lambda)$  - удельные материальная и волноводная дисперсии соответственно, а  $\Delta\lambda$ (нм) - спектральная ширина источника излучения.

Хроматическую дисперсию (с учетом материальной и волноводной дисперсии) можно найти по следующей формуле:

$$\tau_{chr} = \Delta\lambda D(\lambda), \quad (7.16)$$

где  $D(\lambda) = M(\lambda) + N(\lambda)$  - результирующий коэффициент удельной хроматической дисперсии.  $D(\lambda)$  измеряется в пс/(нм·км).

При определенной длине волны (примерно  $1310 \pm 10$  нм для ступенчатого одномодового волокна) хроматическая дисперсия (а следовательно и коэффициент  $D(\lambda)$ ) обращается в нуль. Длина волны, при которой это происходит, называется **длиной волны нулевой дисперсии**  $\lambda_0$ . Обычно указывается некоторый диапазон длин волн, в пределах которых может варьироваться  $\lambda_0$  для данного конкретного волокна.

Для одномодового ступенчатого и многомодового градиентного волокна используется для аппроксимации эмпирическая формула Селмейера (Sellmeier, [2]):

$$\tau_{\text{chr}} = A + B\lambda^2 + C\lambda^{-2}.$$

Коэффициенты А, В, С являются подгоночными, и выбираются так, чтобы экспериментальные точки лучше ложились на  $\tau(\lambda)$ . Тогда удельная хроматическая дисперсия вычисляется по формуле:

$$D(\lambda) = \partial\tau / \partial\lambda = 2(B\lambda - C\lambda^{-3}) = \frac{S_0}{4}(\lambda - \lambda_0^4 / \lambda^3), \quad (7.17)$$

где  $\lambda_0$  - длина волны нулевой дисперсии, новый параметр  $S_0$  - наклон нулевой дисперсии (его размерность пс/(нм<sup>2</sup>\*км)),

$\lambda$  - рабочая длина волны, для которой определяется удельная хроматическая дисперсия.

Для волокна со смещенной дисперсией эмпирическая формула временных задержек записывается в виде:

$$\tau_{\text{chr}} = A + B\lambda + C \lambda \ln \lambda,$$

а соответствующая удельная дисперсия определяется как:

$$D(\lambda) = \partial\tau / \partial\lambda = B + C + C \ln \lambda = \lambda_0 S_0 \ln(\lambda / \lambda_0) \quad (7.18)$$

где  $\lambda_0$  - длина волны нулевой дисперсии,

$S_0$  - наклон нулевой дисперсии,

$\lambda$  - рабочая длина волны, для которой определяется удельная хроматическая дисперсия.

К уменьшению хроматической дисперсии ведет использование более когерентных источников излучения, например лазерных передатчиков, и использование рабочей длины волны более близкой к длине волны нулевой дисперсии.

### Поляризационная модовая дисперсия

Поляризационная модовая дисперсия  $\tau_{\text{pmd}}$  возникает вследствие различной скорости распространения двух взаимно перпендикулярных поляризационных составляющих моды. Коэффициент удельной дисперсии Т нормируется в расчете на 1 км и имеет размерность (пс/км<sup>1/2</sup>), а  $\tau_{\text{pmd}}$  растет с расстоянием по закону:

$$\tau_{\text{pmd}} = T \cdot L^{1/2}. \quad (7.19)$$

Из-за небольшой величины  $\tau_{\text{pmd}}$  может проявляться исключительно в одномодовом волокне, причем когда используется передача широкополосного сигнала (полоса пропускания 2,4 Гбит/с и выше) с очень узкой спектральной полосой излучения 0,1 нм и меньше. В этом случае хроматическая дисперсия становится сравнимой с поляризационной модовой дисперсией.

Таблица 7.1 – Параметры источников излучения

№	Источник излучения	Длина волны излучения, нм	Диапазон	Ширина спектра источника, нм
1	Светодиод на основе GaAs	850	ИК	30
2	Лазерный диод на основе GaAs	850	ИК	3

Таблица 7.2 – Параметры многомодового оптоволокна ( по данным [2] ).

Тип волокна	Длина волны, нм	$\Delta$	$n_1$	Длина волны нулевой дисперсии $\lambda_0$ , нм	Наклон нулевой дисперсии $S_0$ , пс/(нм <sup>2</sup> ·км)
grad MMF 50/125	850 1310 1550	0,013	1,47	1297-1316	<0,101
grad MMF 62,5/125	850 1310 1550	0,02	1,46	1322-1354	<0,097

Таблица 7.3 – Параметры одномодового волокна ( по данным [2] ).

Тип волокна	Длина волны, нм	Межмодовая дисперсия $\tau_{mod}$ , пс/км	Длина волны нулевой дисперсии $\lambda_0$ , нм	Наклон нулевой дисперсии $S_0$ , пс/(нм <sup>2</sup> ·км)
SF 8/125	1310 1550	0	1301,5-1321,5	<0,092
DSF 8/125	1310 1550	0	1535 1565	<0<085

- Полное затухание в волокне определяется в виде суммы:

$$\alpha = \alpha_{\text{соб}} + \alpha_{\text{рад}} \quad (7.20)$$

где  $\alpha_{\text{соб}}$  - **собственные потери**,  $\alpha_{\text{рад}}$  - **кабельные** (или радиационные) потери.

Затухание  $\alpha$  измеряется в Дб/км.

- **Собственные потери** обусловлены поглощением и рассеянием излучения в волокне. На рисунке 7.2 и 7.3 приводится общий вид собственных потерь.

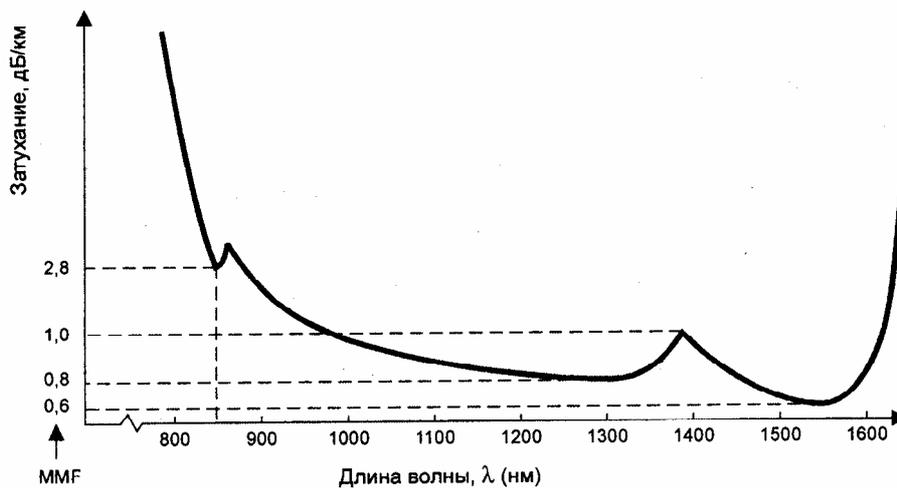


Рисунок 7.2 – Собственные потери в оптическом волокне для многомодового волокна [2].

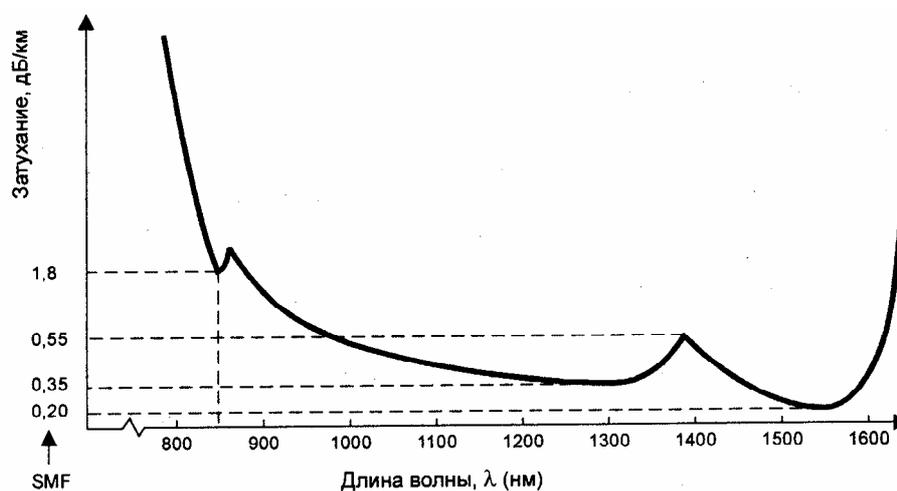


Рисунок 7.3 – Собственные потери в оптическом волокне для одномодового волокна [2].

- **Кабельные (или радиационные потери)** обусловлены скруткой, деформациями, изгибами волокон, возникающими при производстве и установке кабеля. При соблюдении ТУ номинальный вклад со стороны кабельных потерь не должен превышать 20% полного затухания.

### Задачи

- 7.1 Вычислите значения числовой апертуры NA, максимального угла ввода излучения в волокно  $\Omega_m$ , а также величину дисперсионного параметра  $\frac{\Delta T}{L}$  для ступенчатых волокон со следующими параметрами: а)  $n_1 = 1,470$ ;  $n_2 = 1,455$ ; б)  $n_1 = 1,46$ ;  $n_2 = 1,40$ ; в)  $n_1 = 1,46$ ;  $n_2 = 1$  (волокно без

оболочки). Окружающая среда - воздух ( $n_0=1$ ). Дисперсионный параметр  $\frac{\Delta T}{L}$  выразите в нс/км.

**Сделайте вывод.** В выводе отметить, как влияет увеличение разницы показателей преломления  $\Delta n$  на величину  $NA$ ,  $\Omega_m$  и величину межмодовой дисперсии.

**Ответьте письменно на контрольные вопросы:**

- 1) Что такое числовая апертура?
- 2) Что такое дисперсия?
- 3) Какие виды дисперсии Вы знаете?
- 4) Что такое межмодовая дисперсия?

7.2 Ознакомьтесь с расчетом материальной дисперсии в объемной среде. Пользуясь графиком (см. рис. 7.1), найдите при распространении в чистом кварце уширение импульса на единицу длины  $t/L$  и произведение ширины полосы пропускания на расстояние  $(\Delta f)L$  :

- а) для светодиода на основе GaAs,
- б) для лазерного диода на основе GaAs.

Параметры источников см. в таблице 7.1. Величину  $\tau/L$  выразите в нс/км,  $(\Delta f)L$  в МГц·км.

**Сделайте вывод.** В выводе отметить, как влияет уменьшение относительной ширины спектра излучения на величину материальной дисперсии ( $\tau = t/L$ ) и ширину полосы пропускания.

**Ответьте письменно на контрольные вопросы:**

- 1) Что такое ширина спектра источника излучения  $\Delta\lambda$  ?
- 2) Что такое относительная ширина спектра излучения?
- 3) Что понимается под длительностью  $\tau$  ?
- 4) Что такое материальная дисперсия?

7.3 Определите число мод, которое будет распространяться в волокне с показателем преломления сердцевинки 1,460 и показателем преломления оболочки 1,44. Диаметр сердцевинки 100 мкм, диаметр оболочки 140 мкм. Расчет провести для длин волн: а)  $\lambda = 850$  нм, б)  $\lambda = 1550$  нм.

7.4 Определите число мод, которое будет распространяться в градиентном волокне с диаметром сердцевинки 50 нм и диаметром оболочки 125 нм. Показатель преломления сердцевинки 1,460, показатель преломления оболочки 1,455. Расчет провести для двух длин волн: а)  $\lambda = 850$  нм, б)  $\lambda = 1550$  нм.

7.5 Имеется ступенчатое волокно с показателем преломления сердцевинки 1,46;  $\Delta = 0,27\%$ . Найти диаметр сердцевинки волокна, в котором будет распространяться только одна мода. Расчет провести для двух длин волн: а)  $\lambda = 1550$  нм, б)  $\lambda = 1310$  нм.

7.6 Диаметр сердцевинки волокна 8,3 мкм, диаметр оболочки 125 мкм. Показатель преломления сердцевинки 1,468;  $\Delta = 0,36\%$ . Сколько мод

будет распространяться в волокне на длине волны : а)  $\lambda = 1310$  нм, б)  $\lambda = 850$  нм ?

**Ответьте письменно на контрольные вопросы:**

- 1) Что такое нормированная частота?
  - 2) Как найти количество мод, распространяющихся в волокне:
    - а) для малых значений параметра  $V$ ,
    - б) для больших значений параметра  $V$ ?
  - 3) При каком условии в волокне распространяется только одна мода?
- 7.7 Показать, что число мод в волокне вычисляется для большого количества мод по следующей формуле:
  - а) для волокна со ступенчатым профилем показателя преломления ( $\alpha=\infty$ )  $N=V^2/2$ ;
  - б) для градиентного волокна с псевдопараболическим профилем показателя преломления ( $\alpha=2$ )  $N=V^2/4$ ;
  - в) для волокна с треугольным профилем показателя преломления ( $\alpha=1$ )  $N=V^2/6$ .Для каждого случая нарисовать профиль показателя преломления (построить график зависимости  $n(r)$ ).
- 7.8 Оптическое волокно имеет сердцевину с показателем преломления 1,465,  $\Delta = 0,041\%$ . Требуется обеспечить одномодовый режим работы при возбуждении лазерным источником, работающим на длине волны 1550 нм, для волокна, имеющего:
  - а) ступенчатый профиль показателя преломления ( $\alpha=\infty$ ),
  - б) псевдопараболический профиль показателя преломления ( $\alpha=2$ ),
  - в) треугольный профиль показателя преломления ( $\alpha=1$ ).Определить максимально возможный диаметр сердцевины для каждого из трех случаев.
- 7.9 Рассмотреть волокно grad MMF 50/125 (параметры волокна см. в таблице 7.2). Найти удельную полосу пропускания сигнала при использовании светодиодов с  $\Delta\lambda = 35$  нм на длине волны  $\lambda=850$  нм. Можно ли передавать по этому волокну сигнал с частотой модуляции 20 МГц при длине оптического сегмента 4 км?
- 7.10 Рассмотреть волокно grad MMF 62,5/125 (параметры волокна см. в таблице 7.2). Найти удельную полосу пропускания сигнала при использовании светодиодов с  $\Delta\lambda = 35$  нм на длине волны  $\lambda=1310$  нм. Можно ли передавать по этому волокну сигнал с частотой модуляции 125 МГц при длине оптического сегмента 2 км?
- 7.11 Рассмотреть одномодовое волокно SF 8/125 (параметры волокна см. в таблице 7.3). Найти удельную полосу пропускания сигнала при использовании лазера с  $\Delta\lambda = 2$  нм на длине волны  $\lambda=1310$  нм. Можно ли передавать по этому волокну сигнал с частотой модуляции 125 МГц при длине оптического сегмента 100 км?
- 7.12 Рассмотреть одномодовое волокно SF 8/125 (параметры волокна см. в таблице 7.3). Найти удельную полосу пропускания сигнала при

использовании лазера с  $\Delta\lambda = 0,1$  нм на длине волны  $\lambda = 1550$  нм. Можно ли передавать по этому волокну сигнал с частотой модуляции 778 МГц при длине оптического сегмента 100 км?

- 7.13 Найти затухание в волокне из задачи 9 на указанной длине оптического сегмента. Учесть собственные потери в волокне (использовать соответствующий график) и кабельные потери. Затухание выразить в Дб. Сравнить полученное затухание с динамическим диапазоном стандартного приемопередатчика, который составляет 25 Дб. Если затухание превышает динамический диапазон в 25 Дб, найти максимальное расстояние, на которое можно передать сигнал.

**Ответьте письменно на контрольные вопросы:**

- 1) Какие факторы влияют на затухание (потери) в волокне?
  - 2) Что такое Дб (децибелл)?
  - 3) Что такое кабельные потери?
- 7.14 Найти затухание в волокне из задачи 11 на указанной длине оптического сегмента. Учесть собственные потери в волокне (использовать соответствующий график) и кабельные потери. Затухание выразить в Дб. Сравнить полученное затухание с динамическим диапазоном стандартного приемопередатчика, который составляет 25 Дб. Если затухание превышает динамический диапазон в 25 Дб, найти максимальное расстояние, на которое можно передать сигнал ( т. е. расстояние, на котором затухание составит 25 Дб).
- 7.15 Оценить расстояние  $L_o$ , при котором хроматическая  $\tau_{chr}$  и поляризационная модовая дисперсия  $\tau_{pmd}$  сравниваются по величине, если коэффициент хроматической дисперсии  $D = 2$  пс/(нм·км), коэффициент поляризационной модовой дисперсии  $T = 0,5$  пс/ $\sqrt{\text{км}}$ , а ширина спектрального излучения  $\Delta\lambda = 0,05$  нм.

## **8 Литература, рекомендуемая для изучения дисциплины**

- 1 Гауэр, Дж. Оптические системы связи / Дж.Гауэр - М.: Радио и связь, - 1989, -502 с.
- 2 Убайдуллаев, Р.Р. Волоконно-оптические сети / Р.Р. Убайдуллаев - М.: Эко-Трендз, -2000, -270 с.
- 3 Волоконно-оптические системы передачи и кабели: справочник.- М.: Радио и связь, 1993. -264 с.
- 4 Иродов, И.Е. Задачи по общей физике / И.Е. Иродов -М.: Наука, -1998, - 416 с.
- 5 Носов, Ю.Р. Оптоэлектроника / Ю.Р. Носов.- 2-е изд. перераб. и доп. -М. : Радио и связь 1989. - 360 с. : ил.
- 6 Мартынов, В.Н. Полупроводниковая оптоэлектроника: учеб. пособие для вузов / В.Н. Мартынов Г.И. Кольцов. -М. : "МИСИС" 1999. – 400 с.
- 7 Курбатов, Л.Н. Оптоэлектроника видимого и инфракрасного диапазонов спектра / Л.Н. Курбатов. - М. : Изд-во МФТИ 1999. - 320с.-ISBN 5-89155-041-5.
- 8 Вейнбергов, В.Б. Оптика световодов / В.Б. Вейнбергов - 2-е изд. перераб. и доп. -Л. : Машиностроение 1977. - 320 : ил.