

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Оренбургский государственный университет"

Кафедра математических методов и моделей в экономике

А.Г. ГАНСКАЯ, Н.П. ФОТ

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2009

УДК 519.852 (07)
ББК 22.18я73
Г 19

Рецензент - кандидат экономических наук, К.И.Майстренко

Ганская А.Г.

Г19 Линейное программирование: методические указания по выполнению расчетно-графической работы для студентов экономических специальностей /А.Г. Ганская, Н.П. Фот – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2009. – 68 с.

Методические указания предназначены для выполнения расчетно-графической работы по дисциплине «Математическое программирование» по теме «Линейное программирование» для студентов экономических специальностей.

Методические указания содержат общие положения по выполнению РГР, индивидуальные задания на выполнение РГР, требования к выполнению и оформлению РГР, вопросы самоконтроля, пример расчета РГР, теоретический материал по темам выполняемых заданий, список используемой литературы

УДК 519.852 (07)
ББК 22.18я73

© Ганская А.Г.,
Фот Н.П., 2009
© ГОУ ОГУ, 2009

Содержание

Введение.....	4
1 Общее положение.....	5
1.1 Цель и назначение работы.....	5
1.2 Содержание РГР.....	5
1.3 Рекомендации по выполнению РГР.....	5
2 Задания на выполнение РГР.....	5
2.1 Задание №1.....	5
2.2. Задание №2.....	6
2.3 Задание №3.....	6
3 Варианты заданий.....	7
3.1 Варианты задания №1.....	7
3.2 Варианты задания №2.....	12
3.3 Варианты задания №3.....	21
4 Вопросы самоконтроля.....	30
5 Требования к оформлению РГР.....	31
Список использованных источников.....	34
Приложение А Пример расчета РГР.....	35
Приложение Б.....	55
Приложение В.....	65
Приложение Г.....	67

Введение

В современных условиях развития рыночных отношений большое значение приобретает принятие грамотных экономически обоснованных управленческих решений. Неверно принятые решения, как правило, приводят к снижению эффективности работы предприятий, т.е. уменьшению его доходов, что влечет за собой уменьшение доходов сотрудников предприятий, невозможность развития предприятия и т.д., а также может привести в итоге к финансовому краху предприятия.

Поэтому для повышения качества и оперативности принимаемых решений используют экономико-математические методы и модели, особенно ориентированные на использование ЭВМ.

1 Общее положение

1.1 Цель и назначение работы

Целью выполнения расчетно-графической работы является закрепление знаний, умения и навыков, необходимых для математического моделирования социально-экономических процессов. А также, приобретение навыков работы с программными пакетами «Линейное программирование», «Дискретное программирование» и т.д.

1.2 Содержание РГР

1.2.1 Условия заданий

1.2.2 Решение заданий

1.2.3 Выводы по решению каждого задания

1.2.4 Список используемой литературы

1.3 Рекомендации по выполнению РГР

Рекомендуется при выполнении РГР использовать АПК «Линейное программирование», АПК «Дискретное программирование».

2 Задания на выполнение РГР

2.1 Задание №1

На фабрике с помощью 5 видов красителей ($A_1 \div A_5$) создается 4 разновидности рисунков для тканей ($P_1 \div P_4$). При известной отпускной стоимости 1м ткани каждого рисунка (руб.), известном расходе каждого красителя на окраску 1м ткани (γ) и известном запасе каждого красителя (кг):

2.1.1 определить план выпуска ткани каждого рисунка, обеспечивающий максимальный доход от реализации тканей;

2.1.2 составить двойственную задачу и найти ее решение;

2.1.3 определить теневые цены на каждый краситель; указать дефицитные и недефицитные красители;

2.1.4 указать, на сколько недоиспользуются недефицитные красители;

2.1.5 показать доход, план выпуска тканей каждого рисунка и недоиспользование недефицитных красителей при увеличении запасов дефицитных красителей на 1 ед.;

2.1.6 показать допустимые пределы изменения запасов красителей;

2.1.7 показать допустимые пределы изменения цен на выпускаемые виды тканей;

2.1.8 оценить целесообразность введения в план производства выпуск ткани с разновидностью рисунка (P_5), если нормы затрат красителей на 1 ед. ткани

соответственно равны 6,2,1,4,4 г и доход, ожидаемый от реализации новой ткани, равен 5000 руб.;

2.1.9 показать, допустимо ли увеличение всех дефицитных красителей одновременно на 10 кг.

2.2. Задание №2

Коммивояжер должен объехать 10 городов. Выезжая из одного из них (все равно какого) коммивояжер должен объехать все города и вернуться в исходный город, преодолев минимальное расстояние.

При этом в каждый город он может и должен только 1 раз въехать и только 1 раз выехать. При известных расстояниях между городами (км) составить экономико-математическую модель задачи и решить задачу методом ветвей и границ.

2.3 Задание №3

На предприятии необходимо выполнить последовательно 12 видов работ ($R_1 \div R_{12}$). 12 сотрудников предприятия ($S_1 \div S_{12}$) затрачивают на выполнение каждого вида работ различное время в часах. Распределить работников по видам работ так, чтобы общее время на выполнение работ было минимально. Очередность выполнения работ не имеет значения.

Составить экономико-математическую модель задачи и решить задачу с помощью венгерского алгоритма.

3 Варианты заданий

3.1 Варианты задания №1

Номер варианта	Вид красителей	Разновидность рисунка. Расход красителей на окраску 1м ткани (г)				Запасы красителей (кг)
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
1	A ₁	3	1	2	10	25
	A ₂	4	3	8	6	120
	A ₃	2	3	7	9	155
	A ₄	8	5	12	11	250
	A ₅	2	3	4	1	100
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	49	33	76	109	
2	A ₁	2	1	1	9	105
	A ₂	3	5	7	7	115
	A ₃	1	2	6	8	100
	A ₄	7	1	11	10	205
	A ₅	1	2	3	0	195
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	44	20	63	92	
3	A ₁	4	3	3	11	302
	A ₂	5	7	9	9	273
	A ₃	3	5	8	10	501
	A ₄	9	3	13	12	200
	A ₅	3	5	5	2	255
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	62	57	76	118	
4	A ₁	8	6	6	22	605
	A ₂	10	14	18	18	452
	A ₃	5	10	16	20	953
	A ₄	18	6	26	24	403
	A ₅	6	10	10	4	500
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	124	114	152	236	

Номер варианта	Вид красителей	Разновидность рисунка. Расход красителей на окраску 1м ткани (г)				Запасы красителей (кг)
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
5	A ₁	4	2	2	18	200
	A ₂	6	10	14	14	252
	A ₃	2	4	12	16	230
	A ₄	14	2	22	20	415
	A ₅	1	4	6	0	393
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	88	40	126	184	
6	A ₁	6	5	4	20	503
	A ₂	8	12	16	16	715
	A ₃	4	6	14	18	400
	A ₄	16	4	24	22	315
	A ₅	3	6	8	2	281
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	101	100	162	264	
7	A ₁	7	6	5	21	1006
	A ₂	9	13	17	16	1501
	A ₃	5	7	15	19	833
	A ₄	17	5	24	23	730
	A ₅	4	7	9	2	250
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	124	125	195	274	
8	A ₁	7	6	5	21	500
	A ₂	9	13	17	16	1402
	A ₃	5	7	15	19	203
	A ₄	17	5	24	23	600
	A ₅	4	7	9	2	150
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	124	125	195	274	
9	A ₁	6	5	4	20	1010
	A ₂	8	12	16	16	1553
	A ₃	4	4	14	18	822
	A ₄	16	6	24	22	735
	A ₅	3	6	8	2	230
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	101	100	162	264	

Номер варианта	Вид красителей	Разновидность рисунка. Расход красителей на окраску 1м ткани (г)				Запасы красителей (кг)
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
10	A ₁	4	2	2	18	502
	A ₂	6	10	14	14	718
	A ₃	2	4	12	16	395
	A ₄	14	2	22	20	320
	A ₅	1	4	6	22	275
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	88	40	126	236	
11	A ₁	1	10	7	4	1103
	A ₂	3	5	6	8	830
	A ₃	12	2	13	7	731
	A ₄	2	6	11	9	822
	A ₅	7	8	15	9	1450
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	64	92	135	86	
12	A ₁	2	7	8	14	931
	A ₂	15	9	6	1	725
	A ₃	4	5	11	21	841
	A ₄	8	3	13	12	1052
	A ₅	9	7	5	1	635
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	107	99	128	162	
13	A ₁	8	12	14	3	1023
	A ₂	7	1	7	6	981
	A ₃	3	4	8	10	725
	A ₄	5	6	11	21	841
	A ₅	4	4	8	1	900
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	91	89	152	106	
14	A ₁	4	2	13	11	2011
	A ₂	5	6	4	4	980
	A ₃	7	14	7	13	1503
	A ₄	8	21	12	11	2100
	A ₅	1	5	10	8	800
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	78	125	136	140	

Номер варианта	Вид красителей	Разновидность рисунка. Расход красителей на окраску 1м ткани (г)				Запасы красителей (кг)
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
15	A ₁	11	10	15	14	2631
	A ₂	7	8	3	2	820
	A ₃	4	5	12	10	1500
	A ₄	3	4	8	9	953
	A ₅	14	1	3	6	700
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	115	96	142	132	
16	A ₁	22	20	30	28	3200
	A ₂	14	16	6	4	1500
	A ₃	4	5	12	10	1532
	A ₄	6	8	16	19	953
	A ₅	14	1	3	6	700
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	202	196	145	230	
17	A ₁	11	10	15	14	2353
	A ₂	14	16	6	4	1700
	A ₃	8	10	24	20	1531
	A ₄	6	4	8	9	952
	A ₅	28	2	6	12	708
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	175	154	193	176	
18	A ₁	2	7	8	14	935
	A ₂	30	18	12	2	1523
	A ₃	4	5	11	21	844
	A ₄	16	6	26	24	2131
	A ₅	9	7	5	1	633
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	163	141	182	190	
19	A ₁	4	14	16	28	1731
	A ₂	15	9	6	1	725
	A ₃	8	5	22	42	1603
	A ₄	8	3	13	1	1055
	A ₅	18	14	10	2	1270
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	138	135	206	190	

Номер варианта	Вид красителей	Разновидность рисунка. Расход красителей на окраску 1м ткани (г)				Запасы красителей (кг)
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
20	A ₁	2	20	14	8	2232
	A ₂	3	5	6	8	830
	A ₃	4	4	26	14	1505
	A ₄	2	6	11	2	831
	A ₅	14	16	30	18	2533
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	112	160	224	132	
21	A ₁	1	10	7	4	1000
	A ₂	6	10	12	16	1830
	A ₃	12	2	13	7	751
	A ₄	4	12	22	4	1743
	A ₅	7	8	15	9	1452
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	80	128	181	122	
22	A ₁	4	2	2	18	505
	A ₂	12	20	28	28	1500
	A ₃	2	4	12	16	394
	A ₄	28	4	44	40	653
	A ₅	1	4	6	22	840
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	103	114	240	344	
23	A ₁	8	4	4	36	1000
	A ₂	6	10	14	14	720
	A ₃	4	8	24	32	810
	A ₄	14	2	22	20	323
	A ₅	2	8	12	22	551
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	106	96	184	394	
24	A ₁	6	5	4	20	1103
	A ₂	16	24	32	32	3210
	A ₃	4	4	14	18	831
	A ₄	32	12	48	44	1535
	A ₅	3	6	8	2	250
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	165	163	296	376	

Номер варианта	Вид красителей	Разновидность рисунка. Расход красителей на окраску 1м ткани (г)				Запасы красителей (кг)
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
25	A ₁	12	10	8	40	2225
	A ₂	8	2	16	16	1631
	A ₃	4	4	14	18	1733
	A ₄	32	12	48	44	1520
	A ₅	6	12	16	4	450
	Стоимость одного метра ткани (руб.)	174	106	238	410	

3.2 Варианты задания №2

Вариант №1

	Астр.	Волг.	Екат.	Ирк.	Мах.	Моск.	Мурм.	Омск	С-П	Тюм.
Астрахань		425	2133	5606	300	1426	3536	3071	2125	2458
Волгоград	425		1708	5181	725	1001	3111	2646	1700	2032
Екатеринбург	2133	1708		3473	2433	1816	3926	938	2515	325
Иркутск	5606	5181	3473		5906	5289	7399	2535	5988	3148
Махачкала	300	725	2433	5906		1726	3836	3371	2425	2258
Москва	1426	1001	1816	5289	1726		2110	2754	699	2141
Мурманск	3536	3111	3926	7399	3836	2120		4864	1352	4958
Омск	3071	2646	938	2535	3371	2754	4864		3453	613
С-Петербург	2125	1700	2515	5988	2425	699	1352	3453		2840
Тюмень	2458	2033	325	3148	2758	2141	4958	613	2840	

Вариант №2

	Арх.	Астр.	Волг.	Екат.	Ирк.	Мах.	Моск.	Мурм.	Омск	С-П
Архангельск		2679	2254	3069	6542	2979	1253	2641	4007	1482
Астрахань	2649		425	2133	5606	300	1425	3536	3071	2125
Волгоград	2254	425		1708	5181	725	1001	3111	2646	1700
Екатеринбург	3069	2133	1708		3473	2433	1816	3926	938	2515
Иркутск	6542	5606	5181	3473		5906	5289	7399	2535	5988
Махачкала	2979	300	725	2433	5906		1726	3836	3371	2425
Москва	1253	1425	1001	1816	5289	1726		2110	2754	699
Мурманск	2641	3536	3111	3926	7399	3836	2110		4864	1352
Омск	4007	3071	2646	938	2535	3371	2754	4864		3453
С-Петербург	1482	2125	1700	2515	5988	2425	699	1352	3453	

Вариант №3

	Волг.	Екат.	Ирк.	Мах.	Моск.	Мур.	Омск	С-П	Тюм.	Чита
Волгоград		1708	5181	725	1001	3111	2646	1700	2033	6313
Екатеринбург	1708		3473	2433	1816	3926	938	2515	325	4603
Иркутск	5181	3473		5906	5289	7399	2535	5988	3148	1132
Махачкала	725	2433	5906		1726	3836	3371	2425	2758	7038
Москва	1001	1816	5289	1726		2110	2754	699	2141	6421
Мурманск	3111	3926	7399	3836	2110		4864	1352	4958	8531
Омск	2646	938	2635	3371	2754	4864		3453	613	3667
С-Петербург	1700	2515	5988	2425	699	1352	3453		2840	7120
Тюмень	2033	325	3148	2758	2141	4958	613	2840		4280
Чита	6313	4603	1132	7038	6421	8531	3667	7120	4280	

Вариант №4

	Петр.	Рига	Рост/Д	Симф.	Талл.	Тбил.	Уфа	Харьк.	Черн.	Ярос.
Петрозаводск		1053	2131	2483	743	3059	2416	1809	2211	1036
Рига	1053		1975	1992	308	2903	2265	1394	1363	1170
Ростов на Дону	2131	1975		627	2050	924	1782	465	1350	1305
Симферополь	2483	1992	627		2300	1316	2409	639	1197	1657
Таллин	743	308	2050	2300		3979	2375	1684	1681	1173
Тбилиси	3059	2903	924	1316	3979		2456	1393	2274	2233
Уфа	2416	2265	1782	2409	2375	2456		4754	2696	1590
Харьков	1809	1394	465	639	1684	1393	1754		1002	983
Черновцы	2211	1363	1350	1197	1681	2274	2696	1002		1706
Ярославль	1036	1170	1305	1657	1173	2233	1590	983	1706	

Вариант №5

	Баку	Бат.	Брест	Вильн.	Вит.	Волг.	Вор.	Н.Нов.	Дн.	Дон.
Баку		971	2973	3088	2728	1902	1908	2912	1929	1669
Батуми	971		2588	2703	2343	1471	1543	2441	1554	1284
Брест	2973	2588		531	638	1937	1281	1458	1181	1361
Вильнюс	3081	2703	531		360	1830	1244	1286	1296	1476
Витебск	2728	2393	638	360		1455	869	911	1132	1312
Волгоград	1902	1471	1937	1830	1455		581	1310	893	633
Воронеж	1908	1543	1281	1244	869	581		900	599	681
Н.Новгород	2912	2441	1458	1286	911	1310	900		1413	1495
Днепропетровск	1929	1554	1181	1296	1132	893	599	1413		260
Донецк	1669	1284	1361	1476	1312	633	681	1495	260	

Вариант №6

	Жит.	Казань	Львов	Минск	Петр.	Рига	Черн.	Ярос.	Новор.	Одес.
Житомир		1801	404	690	1743	1166	470	1236	1480	618
Казань	1801		2219	1505	1891	1735	2271	1065	2079	2157
Львов	404	2219		778	2161	1254	273	1564	2561	782
Минск	690	1505	778		1238	476	887	940	1908	1048
Петрозаводск	1743	1891	2161	1238		1053	2211	1036	2548	2392
Рига	1166	1735	1254	476	1053		1363	1170	2362	1522
Черновцы	470	2271	273	887	2211	1363		1706	1589	509
Ярославль	1236	1065	1564	940	1036	1170	1706		1722	1592
Новороссийск	1480	2079	2561	1908	2548	2362	1589	1722		1080
Одесса	618	2157	782	1048	2392	1522	509	1592	1080	

Вариант №7

	Киев	Киш.	Сам.	С-П	Львов	Минск	Моск.	Мур.	Новор.	Одес.
Киев		467	1722	1200	549	559	855	2612	1348	487
Кишинев	467		2080	1667	614	1026	1322	3079	1279	179
Самара	1722	2080		1373	2271	1759	1069	3145	1816	2100
С-Петербург	1200	1667	1373		1749	901	664	1412	2136	1687
Львов	549	614	2271	1749		778	1404	3161	2561	782
Минск	559	1026	1759	901	778		690	2238	1908	1046
Москва	855	1322	1069	664	1404	690		2076	1472	1342
Мурманск	2612	3079	3145	1412	3161	2238	2076		3548	3099
Новороссийск	1348	1279	1816	2136	2561	1908	1472	3548		1080
Одесса	487	179	2100	1687	782	1046	1342	3099	1080	

Вариант №8

	Дон.	Ерев.	Жит.	Казань	Калин.	Каун.	Киев	Киш.	Сам.	С-П
Донецк		1523	863	1899	1809	1578	732	812	1526	1748
Ереван	1523		2329	1622	3275	3044	2198	2230	2349	2933
Житомир	863	2329		1801	1208	977	131	239	1853	1331
Казань	1899	1622	1801		2023	1792	1670	2137	631	1479
Калининград	1809	3275	1208	2023		247	1077	1581	986	1131
Каунас	1578	3044	977	1792	247		846	1313	2046	739
Киев	732	2198	131	1670	1077	846		467	1722	1200
Кишинев	812	2230	239	2137	2277	1313	467		2080	1667
Самара	1526	2349	1853	631	986	2046	1722	2080		1733
С-Петербург	1748	2933	1331	1479	1131	739	1200	1667	1733	

Вариант №9

	Ал.-А	Ашх.	Душ.	Ирк.	Красн.	Куст.	Кыз.	Новос.	Омск	Ош
Алма-Ата		2123	1286	3650	2586	1956	3447	1790	1854	866
Ашхабад	2123		1316	5770	4706	3247	3570	3909	3617	1702
Душанбе	1286	1316		4933	3869	2409	4733	3072	2780	1252
Иркутск	3650	5770	4933		1064	3269	1910	1860	2576	4513
Красноярск	2586	4706	3869	1064		2205	846	796	1512	3449
Кустанай	1956	3247	2409	3269	2205		3051	1409	693	2360
Кызыл	3447	3570	4733	1910	846	3051		1642	2358	4295
Новосибирск	1790	3909	3072	1860	796	1409	1642		716	2653
Омск	1854	3617	2780	2576	1512	693	2358	716		2665
Ош	866	1702	1252	4513	3449	2360	4295	2653	2665	

Вариант №10

	Нов.	Одес.	Влад.	Орел	Петр.	Рига	Рост/Д	Симф.	Талл.	Тбил.
Новороссийск		1080	864	1263	2548	2393	413	392	2467	492
Одесса	1080		1550	1094	2099	1522	841	688	1830	1765
Владикавказ	864	1550		1559	2844	2688	709	1136	2763	221
Орел	1263	1094	1559		1444	1036	846	1032	1344	1774
Петрозаводск	2548	2099	2844	1444		1053	2151	2483	743	3059
Рига	2393	1522	2688	1036	1053		1975	1992	308	2903
Ростов на Дону	413	841	709	846	2151	1975		627	2050	924
Симферополь	392	688	1136	1032	2483	1992	627		2300	1316
Таллин	2467	1830	2763	1344	743	308	2050	2300		3978
Тбилиси	492	1765	221	1774	3059	2903	924	1316	3978	

Вариант №11

	Душ.	Ирк.	Красн.	Куст.	Кыз.	Новос.	Омск	Ош	Петр.	Сам.
Душанбе		4933	3869	2409	4733	3072	2780	1252	2650	311
Иркутск	4933		1064	3269	1910	1860	2576	4513	2844	4766
Красноярск	3869	1064		2205	846	796	1512	3449	1780	3702
Кустанай	2409	3269	2205		3051	1409	693	2360	435	2241
Кызыл	4733	1910	846	3051		1642	2358	4295	2626	4548
Новосибирск	3072	1860	796	1409	1642		716	2653	984	2826
Омск	2780	2576	1512	693	2358	716		2665	268	2612
Ош	1252	4513	3449	2360	4592	2653	2665		2531	697
Петрозаводск	2650	2844	1780	435	2626	984	268	2531		2492
Самарканд	311	4766	3702	2241	4548	2826	2612	697	2492	

Вариант №12

	Влад.	Орел	Петр.	Рига	Рост/Д	Симф.	Уфа	Харьк.	Черн.	Яросл.
Владикавказ		1559	2844	2688	709	1136	2241	1176	2059	2018
Орел	1559		1444	1036	846	1032	1597	358	1119	618
Петрозаводск	2844	1444		1053	2131	2483	2416	1809	2211	1036
Рига	2688	1036	1053		1975	1992	2260	1394	1363	1170
Ростов на Дону	709	846	2131	1975		627	1782	465	1350	1305
Симферополь	1136	1032	2483	1992	627		2409	639	1197	1657
Уфа	2241	1597	2416	2260	1782	2409		1757	2697	1590
Харьков	1176	358	1809	1394	465	639	1757		1002	983
Черновцы	2059	1119	2211	1363	1350	1197	2697	1002		1706
Ярославль	2018	618	1036	1170	1305	1657	1590	983	1706	

Вариант №13

	Красн.	Куст.	Кыз..	Нов.	Омск	Екат.	Сем.	Ташк.	Терм.	Томск
Красноярск		2205	846	797	1512	2554	1462	3412	4079	727
Кустанай	2205		3051	1409	693	539	1665	1952	2619	1676
Кызыл	846	3051		1642	2358	3400	2308	4246	4925	1573
Новосибирск	797	1405	1642		716	1758	666	2615	3283	267
Омск	1512	693	2358	716		1042	725	2323	2990	983
Екатеринбург	2554	539	3400	1758	1042		1767	2491	3152	2025
Семипалатинск	1462	1665	2308	666	725	1767		1968	2635	933
Ташкент	3412	1952	4246	2615	2323	2491	1968		661	2883
Термез	4079	2619	4925	3283	2990	3152	2635	661		3550
Томск	727	1676	1573	267	983	2025	933	2883	3550	

Вариант №14

	Таш.	Терм.	Томск	Тюм.	Урал.	Биш.	Аст.	Челяб.	Чимк.	Чита
Ташкент		661	2883	2570	2114	572	1722	2261	124	5571
Термез	661		3550	3411	2775	1239	2389	2922	785	6244
Томск	2883	3550		1716	2934	2293	1724	1795	2762	2904
Тюмень	2750	3411	1716		1598	2379	948	489	2626	4422
Уральск	2114	2775	2934	1598		2438	1939	1114	1990	5115
Бишкек	572	1239	2293	2379	2438		1431	2449	448	4999
Астана	1722	2389	1724	948	1939	1431		1018	1598	4430
Челябинск	2261	2922	1795	489	1114	2449	1018		2137	4501
Чимкент	124	785	2762	2626	1990	448	1598	2137		5447
Чита	5571	6244	2904	4422	5615	4999	4430	4501	5447	

Вариант №15

	Баку	Виль.	Н.Нов.	Днеп.	Ерев.	Жит.	Казань	Сам.	Львов	Минск
Баку		3088	2913	1929	654	2475	2768	2495	2893	2903
Вильнюс	3088		1286	1298	2919	875	1690	1944	963	185
Н.Новгород	2913	1286		1428	2680	1397	404	775	1815	1101
Днепропетровск	1929	1298	1428		1783	683	1817	1633	1101	1111
Ереван	654	2919	2680	1783		2329	1822	1349	2747	2757
Житомир	2475	875	1397	683	2329		1801	1202	404	690
Казань	2768	1690	404	1817	1822	1801		631	2219	1505
Самара	2498	1944	775	1633	1349	1202	631		2271	1759
Львов	2893	963	1815	1101	2747	404	2219	2271		778
Минск	2903	185	1101	1111	2757	690	1505	1759	778	

Вариант №16

	Ирк.	Кыз.	Новос.	Омск	Сам.	Терм.	Бишк.	Аста.	Чита	Чимк.
Иркутск		1910	1860	2576	4766	5143	3886	3317	1113	4355
Кызыл	1910		1642	2358	4548	4925	3668	3099	3023	4152
Новосибирск	1860	1642		716	2826	3283	2026	1457	2973	2425
Омск	2576	2358	716		2612	2990	2038	741	3689	2199
Самарканд	4766	4548	2826	2612		384	861	2011	5860	418
Термез	5143	4925	3283	2990	384		1239	2389	6244	785
Бишкек	3886	3668	2026	2038	861	1239		1431	4999	448
Астана	3317	3099	1457	741	2011	2389	1431		4430	1598
Чита	1113	3023	2973	3689	5860	6244	4999	4430		5447
Чимкент	4355	4152	2425	2199	418	785	448	1598	5447	

Вариант №17

	Брест	Витеб.	Вор.	Дауг.	Дон.	Калин.	Киев	Сам.	Львов	Моск.
Брест		638	1281	645	1361	699	629	2116	432	1047
Витебск	638		869	283	1312	693	580	1569	1129	500
Воронеж	1281	869		1152	681	1577	826	1034	1375	489
Даугавпилс	645	283	1152		1595	459	868	1841	1077	772
Донецк	1361	1312	681	1595		1809	732	1526	1281	1084
Калининград	699	693	1577	459	1809		1077	2277	1131	1208
Киев	629	580	826	868	732	1077		1722	549	855
Самара	2116	1569	1034	1841	1526	2277	1722		2271	1069
Львов	432	1129	1375	1077	1281	1131	549	2271		1404
Москва	1047	500	489	772	1084	1208	855	1069	1404	

Вариант №18

	Орен.	Салав.	Орск	Буз.	Уфа	Стер.	Сам.	Урал.	Кув.	Каз.
Оренбург		202	282	248	384	235	431	275	222	773
Салават	202		484	303	157	129	461	477	252	675
Орск	282	484		530	566	351	703	557	125	1065
Бузулук	248	303	530		402	325	183	207	470	525
Уфа	384	157	566	402		129	461	609	606	525
Стерлитамак	235	129	351	325	129		508	510	457	683
Самара	431	461	703	183	461	508		257	653	691
Уральск	275	477	557	207	609	510	257		497	732
Кувандык	222	252	125	470	606	457	653	497		995
Казань	773	625	1065	525	525	683	691	732	995	

Вариант №19

	Каз.	Сам.	Моск.	Одес.	Орск	Орен.	Уфа	Киш.	Дон.	Минск
Казань		631	815	2157	995	773	525	2137	1899	1505
Самара	631		1069	2100	620	431	461	2080	1526	1759
Москва	815	1069		1342	1789	1500	1340	1322	1084	690
Одесса	2157	2100	1342		3070	2781	2602	179	832	1046
Орск	995	620	1789	3070		289	566	3241	2200	2479
Оренбург	773	431	1500	2781	289		384	2952	1911	2190
Уфа	525	461	1340	2602	566	384		2473	1919	2030
Кишинев	2137	2080	1322	179	3241	2952	2473		812	1026
Донецк	1899	1526	1084	832	2200	1911	1919	812		1291
Минск	1505	1759	690	1046	2479	2190	2030	1026	1291	

Вариант №20

	Челяб.	Биш.	Тюм.	Терм.	Семип.	Самарк.	Ош	Новос.	Кус.	Ирк.
Челябинск		2949	489	2922	1537	2550	2669	1528	309	3388
Бишкек	2949		2379	1239	1360	861	630	2026	2140	3886
Тюмень	489	2379		3411	1458	3039	3158	1449	798	3309
Термез	2922	1239	3411		2635	384	1075	3283	2619	5143
Семипалатинск	1537	1360	1458	2635		2257	2005	666	1665	2526
Самарканд	2550	861	3039	384	2257		697	2826	2241	4766
Ош	2669	630	3158	1075	2005	697		2653	2360	4513
Новосибирск	1528	2026	1449	3283	666	2826	2653		1409	1860
Кустанай	309	2140	798	2619	1665	2241	2360	1409		3269
Иркутск	3388	3886	3309	5143	2526	4766	4513	1860	3269	

Вариант №21

	Баку	Витеб.	Дауг.	Жит.	Киев	Львов	Новор.	Петр.	Талл.	Черн.
Баку		2728	3011	2475	2344	2893	1532	3491	3410	2706
Витебск	2728		283	711	580	1129	1929	1014	822	1179
Даугавпилс	3011	283		994	863	1077	1679	939	539	1186
Житомир	2475	711	994		131	404	1480	1743	1474	470
Киев	2344	580	863	131		549	1349	1612	1343	601
Львов	2893	1129	1077	404	549		1461	2161	1562	273
Новороссийск	1532	1929	1679	1480	1349	1461		2548	2467	1589
Петрозаводск	3491	1014	939	1743	1612	2161	2548		743	2211
Таллин	3410	822	539	1474	1343	1562	2467	743		1671
Черновцы	2706	1179	1186	470	601	273	1589	2211	1671	

Вариант №22

	Петр.	Сам.	Екат.	Семип.	Ташк.	Тер.	Томск	Тюм.	Урал.	Бишк.
Петропавловск		2402	784	993	2195	2862	1251	475	1668	1904
Самарканд	2402		2780	2257	289	384	3172	3039	2408	861
Екатеринбург	784	2780		1764	2491	3125	2025	325	1344	2679
Семипалатинск	993	2257	1764		1968	2635	933	1458	2665	1360
Ташкент	2195	289	2491	1968		661	2883	2750	2114	572
Термез	2862	384	3125	2635	661		3550	341	2775	1239
Томск	1251	3172	2025	933	2883	3550		1716	2934	2293
Тюмень	475	3039	325	1458	2750	341	1716		1598	2379
Уральск	1668	2408	1344	2665	2114	2775	2934	1598		1431
Бишкек	1904	861	2679	1360	572	1239	2293	2379	1431	

Вариант №23

	Моск.	Мурм.	Новор.	Одес.	Влад.	Орел	Петр.	Рига	Рост/Д	Симф.
Москва		2076	1472	1342	1768	368	1076	920	1055	1407
Мурманск	2076		3548	3099	3846	2444	1000	2053	3131	3483
Новороссийск	1472	3548		1080	864	1263	2548	2392	413	992
Одесса	1342	3099	1080		1550	1094	2099	1522	841	688
Владикавказ	1768	3846	864	1550		1559	2844	2688	709	1136
Орел	368	2444	1263	1094	1559		1444	1036	848	1032
Петрозаводск	1076	1000	2548	2099	2844	1444		1053	2131	2483
Рига	920	2053	2392	1522	2688	1036	1053		1975	1992
Ростов на Дону	1055	3131	413	841	709	848	2131	1975		627
Симферополь	1407	3483	992	688	1136	1032	2483	1992	627	

Вариант №24

	Арх.	Астрах.	Волг.	Екат.	Ирк.	Махач.	Моск.	Мурм	Тюм.	Чита
Архангельск		2676	2254	3069	6542	2979	1253	2641	3394	7674
Астрахань	2676		425	2133	5606	300	1426	3536	2458	6738
Волгоград	2254	425		1708	5181	725	1001	3111	2033	6313
Екатеринбург	3069	2133	1708		3473	2433	1816	3926	325	4603
Иркутск	6542	5606	5181	3473		5906	5289	7399	3148	1132
Махачкала	2979	300	725	2433	5906		1726	3836	2758	7038
Москва	1253	1426	1001	1816	5289	1726		2110	2141	6421
Мурманск	2641	3536	3111	3926	7399	3836	2110		4958	8531
Тюмень	3394	2458	2033	325	3148	2758	2141	4958		4280
Чита	7674	6738	6313	4603	1132	7038	6421	8531	4280	

Вариант №25

	Арх.	Астрах.	Волг.	Екат.	Ирк.	Махач.	Омск	С-П	Тюм.	Чита
Архангельск		2679	2254	3069	6542	2979	4002	1482	3394	7674
Астрахань	2679		425	2133	5606	300	3071	2125	2458	6738
Волгоград	2254	425		1708	5181	725	2646	1700	2033	6313
Екатеринбург	3069	2133	1708		3473	2433	938	2515	325	4603
Иркутск	6542	5606	5181	3473		5906	2535	5988	3148	1132
Махачкала	2979	300	725	2433	5906		3371	2425	2758	7038
Омск	4007	3071	2646	938	2535	3371		3453	613	3667
С-Петербург	1482	2125	1700	2515	5988	2425	3453		2840	7120
Тюмень	3394	2458	2033	325	3148	2758	613	2840		428
Чита	7674	6738	6313	4603	1132	7038	3667	7120	14280	

3.3 Варианты задания №3

№ варианта	Сотрудник	Виды работ Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
1	S ₁	1	2	4	0,5	3	1,5	5	7	4	2	6	0,5
	S ₂	1,5	1,5	4,5	1	2,5	0,5	4	5,5	3,5	1,5	5,5	1
	S ₃	0,5	1	3	1,5	2	1	4,5	6,5	4	1	5	0,5
	S ₄	2	2,5	3,5	1	3,5	1	5,5	7	2,5	2,5	6	1,5
	S ₅	1	2	3,5	2,5	3	1,5	4	7,5	4,5	1	6,5	0,5
	S ₆	1	1,5	4,5	2	3	2	4	8	4	1	6	1
	S ₇	0,5	2	4	1	2,5	1	5,5	8	2,5	2	6	1
	S ₈	1,5	2,5	4	0,5	2	1	5,5	7,5	4	2,5	5,5	1
	S ₉	2	1,5	3,5	1	4	1,5	4,5	6,5	3,5	2	7	0,5
	S ₁₀	2	1,5	3	1	3,5	2	5	7	4	2	7	1,5
	S ₁₁	1,5	1	3	2,5	2	2	5	7,5	4	1	5,5	1
	S ₁₂	1,5	2,5	2,5	1	2,5	2	4	8	3,5	1,5	5	1
2	S ₁	6	5	10	11	12	8	4	3	2	1	9	7
	S ₂	6	4,5	8	13	15	6	3,5	3,5	1	0,5	9,5	8
	S ₃	6,5	5,5	9	12	7	7	3	4	1,5	1,5	10	6,5
	S ₄	5,5	5	11	10	10	9	2,5	2,5	2,5	1,5	8,5	6,5
	S ₅	6	5	12	9	11	9	5,5	3,5	3	1	9	7
	S ₆	6	4,5	7	8	12	8	4,5	3	2	1	9	7
	S ₇	5,5	4,5	12	12	12	6	3	4	2	0,5	8,5	8,5
	S ₈	5,5	6	10	12	10	7	3	3,5	1,5	0,5	9,5	6,5
	S ₉	7	6	10	13	10	8,5	4	3	2,5	2	8	7
	S ₁₀	6	5,5	9	10	9	6,5	3,5	2,5	2,5	0,5	8	7
	S ₁₁	6	4,5	11	10	8	8	4,5	2,5	2	1	10	6,5
	S ₁₂	5,5	4	7	10	11	8	4	2,5	2	1	9,5	7
3	S ₁	20	15	10	4	3	7	6	9	5	3	3	12
	S ₂	17	18	8,5	5	2	7,5	7,5	10	4,5	1,5	4,5	9
	S ₃	18	14	8	4,5	2,5	8	7	10,5	4	2	3	8
	S ₄	21	12	9	3,5	3,5	6,5	6,5	11	5,5	3,5	3	12
	S ₅	25	19	10,5	4	3	7	6,5	8,5	6	2	4	12
	S ₆	19	18	12	4	3	7,5	5	8	6,5	2	2,5	11
	S ₇	20	18	13	4,5	2,5	6	5,5	7,5	4	3	2	10
	S ₈	20	17	15	5	2,5	6	6,5	8	3,5	3	2	13
	S ₉	25	16	14	4,5	2	8	7	8	4	1,5	3,5	12
	S ₁₀	21	10	10,5	3,5	3	8	7	10	4	3,5	4	10
	S ₁₁	24	13	12	4	3,5	7	6	9	5	4	3,5	10
	S ₁₂	23	12	13	5	3,5	7	6	10,5	6	4	3,5	11

№ варианта	Сотрудник	Виды работ											
		Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
4	S ₁	10	7	3	4	15	21	6	1	2	8	9	10
	S ₂	12	8	2	6	18	20	4	2	1	6	7	15
	S ₃	11	9	3	3	17	22	6	3	4	7	8	12
	S ₄	10	6	4	5	16	23	6	2	3	9	9	9
	S ₅	10	6	4	5	15	25	5	2	3	9	9	8
	S ₆	13	9	2	4	14	24	7	1	1	7	8	11
	S ₇	9	9	3	3	13	19	7	1	1	8	8	10
	S ₈	10	8	3	6	14	18	4	3	2	8	10	10
	S ₉	11	7	2	6	15	20	6	3	3	6	11	12
	S ₁₀	12	7	2	4	16	21	6	2	4	7	10	11
	S ₁₁	10	8	4	4	17	21	5	1	4	10	7	11
	S ₁₂	10	9	4	4	18	20	4	1	3	10	7	10
5	S ₁	4	4	5	6	3	12	8	8	9	10	12	2
	S ₂	4,5	3,5	6	5	2	12	9	8	8,5	10,5	10	3
	S ₃	5	4	6,5	5,5	2,5	10	7	9,5	8,5	10,5	11	2,5
	S ₄	3,5	4	6	6	2,5	11	7	9	8	9	10	2,5
	S ₅	4	5	6	6	2,5	10	8	9	9,5	9	12	1,5
	S ₆	4	5	5	5,5	3	10	9	7	8	10	12	1,5
	S ₇	4,5	4	5	6	3	11	9,5	7,5	8	11	12	1,5
	S ₈	5	3,5	4,5	6,5	3,5	12	8,5	8	8,5	9,5	10	2
	S ₉	5	3,5	4,5	7	3	9	7,5	8	9	9,5	10,5	3
	S ₁₀	3,5	4	6	6,5	3,5	9	7,5	7,5	9,5	10	9,5	3
	S ₁₁	4	5	6	7	2	13	7	9	9,5	11	12	2,5
	S ₁₂	4	5	5	6,5	2	9	7	9	9,5	10	12	1,5
6	S ₁	8	8	6	3	3,5	4,5	7	12	13	13,5	14	10
	S ₂	7,5	8,5	5,5	2,5	3	3,5	8,5	10	14	14	16	8
	S ₃	7	9	5	2	4	3,5	7	11	14,5	14,5	16,5	8,5
	S ₄	7	9	6,5	3	4,5	3,5	7	11	14	15	13,5	9
	S ₅	9,5	9	7	3,5	4,5	4	6,5	12,5	14	15	13	9
	S ₆	9,5	8	7	3	3	4	6	11,5	13,5	13,5	13	8,5
	S ₇	8,5	7,5	6,5	3	3	4,5	6	10	12	14	16	10
	S ₈	8	7	5	3,5	3,5	5	7	10,5	12	14,5	16	9
	S ₉	8	7	5,5	2	2,5	5	7,5	10,5	13,5	14,5	15,5	8,5
	S ₁₀	7,5	7	5,5	2	4	5,5	7,5	10	13,5	14,5	15,5	8,5
	S ₁₁	7,5	8,5	6	3	4	5	8,5	10	13	12,5	14	8
	S ₁₂	8	9	6	3	3	4,5	8,5	12	12	15,5	14	8

№ варианта	Сотрудник	Виды работ Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
7	S ₁	4	2	1	4	3	12	10,5	11	12,5	4	7	8,5
	S ₂	4,5	1,5	0,5	5	2,5	12	10	11,5	11	3,5	8,5	7
	S ₃	4	1	0,5	5,5	2,5	12	10	11,5	11	4	7	7,5
	S ₄	4	1,5	0,5	5	2,5	12	10	9	11,5	4	8,5	7,5
	S ₅	4,5	1	1	5	3	11	10,5	9,5	11,5	4	6,5	8
	S ₆	3,5	1	1	4,5	3	13	11	9,5	12,5	4,5	6,5	8
	S ₇	3,5	2	1,5	4,5	3	13	11	9	12,5	5	6	8
	S ₈	5	2	1,5	5	3	10	11,5	9	12,5	5,5	6	8
	S ₉	5	2,5	1,5	5	3,5	10	11,5	11,5	13	5,5	6,5	9
	S ₁₀	4,5	1,5	1	5	3,5	10	12	11,5	13	5,5	6,5	9
	S ₁₁	4,5	1,5	1	4,5	2,5	12	12	12	13	4	6	7,5
	S ₁₂	4,5	2	1	4,5	2,5	12	12	12	13	4	7,5	7,5
8	S ₁	10	2	3	7	7	9	10	10	10,5	12	14,5	7
	S ₂	12	1	5	6,5	7,5	10	8	9	10	11	14	7,5
	S ₃	11	1	3,5	6,5	8	10,5	8	9	12	11	15	7,5
	S ₄	11	2	4	6,5	8	11	8	9,5	12	12	15,5	7,5
	S ₅	10	2,5	4	5	8	11,5	8,5	8	11	12	15,5	6
	S ₆	10	2,5	4,5	5	7,5	10,5	8,5	8	11	12	15	6
	S ₇	9,5	1	4	5,5	7,5	10,5	8,5	9	11	12	15,5	6
	S ₈	9,5	1	3,5	6,5	7	10,5	10	10,5	12	10	15,5	6
	S ₉	9,8	3	3,5	6,5	7	11	10,5	10	12	10	15	7
	S ₁₀	8	3	3	6,5	7	11	10,5	10	9,5	12	15	6,5
	S ₁₁	8	3	3	6,5	7,5	10	11	10,5	9,5	12	15,5	6,5
	S ₁₂	8	3	3	6,5	7,5	9	11	10,5	9,5	12	15	6,5
9	S ₁	14	4	2	20,5	15	2	4	7	6	10	12,5	14
	S ₂	14,5	2	1	20	15	3	4,5	8	5,5	11	12	15
	S ₃	15,5	2,5	1	20	15	3,5	4,5	8,5	5,5	12	12	16
	S ₄	15	3,5	1	20	15,5	3	4,5	9	5,5	12	13,5	16
	S ₅	15	3,5	1,5	21	16,5	3	4,5	9	6	11	13,5	16
	S ₆	14	2	1,5	21	14	3	3,5	7,5	6	11	13,5	15,5
	S ₇	14	2	1,5	21	14	3,5	3,5	7,5	6,5	10,5	13,5	14
	S ₈	14	2	2,5	19	16,5	2,5	4	9	5	10,5	12,5	14
	S ₉	14,5	4	1,5	19,5	14,5	1,5	4	8	5	10,5	11	14
	S ₁₀	13,5	3,5	1,5	19,5	14,5	2,5	4	8	6,5	10,5	11	15,5
	S ₁₁	16	3,5	1,5	21	15	3,5	4	7	6	11	11	15,5
	S ₁₂	13,5	3,5	1,5	20	15	3,5	4	7	6	10	11	15,5

№ варианта	Сотрудник	Виды работ Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
10	S ₁	2	1	3,5	4	7	6,5	8	5	5	9,5	10	2
	S ₂	2,5	0,5	2,5	3	8,5	6	9	5,5	4	9	11	1,5
	S ₃	2	0,5	2,5	3	8,5	6	10	5,5	4	10,5	12	0,5
	S ₄	2	0,5	2,5	3	8,5	5,5	10	4	5,5	10	9	1,5
	S ₅	3	1	3	4,5	8	6	9,5	4,5	4	10,5	9	2
	S ₆	2,5	1	3,5	4,5	8	6	9	6	4	11	9,5	2,5
	S ₇	1,5	1	3	4,5	7,5	5,5	9	6	6	8,5	10	2,5
	S ₈	2	1,5	3	4	8	5,5	9,5	6,5	6,5	8,5	10	3
	S ₉	2	1,5	4	4	7	7	8	4,5	4,5	8,5	10	3
	S ₁₀	2	2	4	3,5	7	7,5	8	4	4,5	11	11	3
	S ₁₁	2	1,5	4,5	3,5	7,5	7	7,5	4	3,5	11	12	3
	S ₁₂	2	1,5	4,5	3,5	8	7	10	4,5	5	11	12	3
11	S ₁	20	18	17	9	10	5,5	6,5	4	3	15,5	16	18
	S ₂	20,5	19,5	16	8	7	5	7,5	6	3	15	16,5	18
	S ₃	20,5	20	16	7,5	7,5	5	8	4,5	3	15	16,5	18
	S ₄	21	20,5	16	8	7,5	4	8	4,5	3	14,5	18	18
	S ₅	21	21	16,5	8	8	4	8	5	3,5	13	17,5	18,5
	S ₆	21	21	16,5	8	8,5	4,5	8	5,5	3	13,5	16	19
	S ₇	20	20,5	18	8,5	8	4	7,5	5,5	3	13	16	19,5
	S ₈	19,5	21	18,5	7,5	8	4	6,5	6	3	13	16,5	17,5
	S ₉	19,5	21	17	8	9	5	6	6	3,5	14	15,5	17,5
	S ₁₀	19,5	21	17	8	9,5	5	6	5,5	3,5	14	16,5	17
	S ₁₁	19,5	19	17	9,5	9,5	5	6	5,5	4	15	16,5	17
	S ₁₂	19,5	19	17	9,5	9,5	5	6	4	4	15	16,5	17
12	S ₁	1	0,5	1,5	5	7	6	8	1	1	2	2	9
	S ₂	0,5	1	2,5	4,5	8	6,5	9	0,5	1,5	3	2,5	9
	S ₃	1,5	1,5	2	4,5	9	6,5	9,5	1,5	1,5	3,5	3	9,5
	S ₄	2	1	2	5,5	8,5	7	7,5	1,5	1,5	3,5	3	10
	S ₅	0,5	1	2	5,5	7	7	7,5	2	1	3	2	10,5
	S ₆	0,5	1	2	5,5	7	7	7,5	2	1	3	1,5	9
	S ₇	2	1,5	1,5	5	7,5	7,8	8	2	2,5	3	1,5	8,5
	S ₈	2	1,5	1	4	7,5	5	8	2	2,5	2,5	2	8
	S ₉	1	1,5	1	4	7	5	9	0,5	1	2,5	2	8
	S ₁₀	1,5	0,5	1,5	4	9	5,5	9,5	1,5	1	2	3	8,5
	S ₁₁	1,5	0,5	1,5	5	9	5	9,5	1,5	1	2	3,5	8
	S ₁₂	1,5	0,5	1,5	4	9	5	7	1	1	2	3	8

№ варианта	Сотрудник	Виды работ Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
13	S ₁	7	6	3	8	10,5	11	14,5	8	7	2	3	4,5
	S ₂	7,5	7,5	5	9	10	11,5	14	9	7	2	3	4,5
	S ₃	7	7,5	5	10	10	11,5	14	9	7	2	3	4,5
	S ₄	7	6	5,5	10	10,5	11,5	13,5	9	7	2	3	4,5
	S ₅	7	6	4	9,5	11,5	12	13,5	9	6,5	3	4	4
	S ₆	6	6,5	4	8,5	11,5	12	13	8	6,5	3	2,5	4
	S ₇	6	5,5	4,5	8,5	11	10,5	13	8	6,5	3,5	3	5
	S ₈	6,5	5	2,5	8,5	11	10,5	13	7,5	6	3	2,5	5,5
	S ₉	7,5	5	3	8	9	10,5	15	7,5	6	3	2,5	6
	S ₁₀	7,8	5	3,5	9	9,5	10	14,5	8	6	2	3	5,5
	S ₁₁	8	5,5	3	9	9,5	10	14,5	8	8	2	3	5,5
	S ₁₂	8	5,5	3	9	10,5	10	14,5	8	6	2,5	2,5	5,5
14	S ₁	15	18	7	3	4	8	9	11	10	12,5	13,5	6
	S ₂	14,5	21	9	3,5	3,5	7,5	9	11,5	9	12	13,5	6,5
	S ₃	14,5	20	8,5	2,5	3,5	7	9,5	11	11	12,5	13	7
	S ₄	15	20,5	8,5	2	3,5	7	9,5	11	11,5	12	13	7,5
	S ₅	15	17	7	2	3	7,5	9,5	12	9,5	12	15	7
	S ₆	15,5	20,5	7	2	3	7,5	10	12,5	9,5	12	12	7
	S ₇	16	18	7,5	3,5	4,5	8	10	13	9	13,5	12,5	7
	S ₈	16	18,5	8,5	3,5	5	8,5	10,5	11,5	9	14	12,5	6
	S ₉	16,5	20,5	7	3	3	9	8,5	10	10,5	11,5	14	6,5
	S ₁₀	15,5	18	7	3	3,5	9	8	10,5	10	11,5	14	5,5
	S ₁₁	15	18	7	3,5	4	9	8	10,5	10	11	14	5,5
	S ₁₂	15	18,5	7	3,5	4	9	8	10,5	10	11	14	5,5
15	S ₁	4	2	10	10	10,5	11	7,5	8,5	6	6	5	4
	S ₂	4,5	1,5	10,5	12	10	10	8	8,5	6	7,5	4,5	4,5
	S ₃	5	1,5	10,5	9	9,5	10,5	9,5	8,5	6,5	8	4	4
	S ₄	5	1,5	12	9,5	9	12,5	10	7,5	5	6,5	4	4
	S ₅	5	2,5	9,5	10	10,5	13	9,5	7	5,5	6,5	4,5	5,5
	S ₆	4,5	2	9	10	10,5	12,5	7,5	7,5	5,5	7,5	5	6
	S ₇	3,5	2	9	11,5	10	12,5	7	8	5,5	7	5,5	5,5
	S ₈	3,5	3	9,5	11	10	11,5	7,5	8	6	6,5	6	6,5
	S ₉	5	1	9,5	11	12	11,5	7,5	8	6	7,5	4	5,5
	S ₁₀	5	1,5	9,5	10	9,5	10,5	8	9,5	6	7,5	4,5	4
	S ₁₁	3	1,5	10	11,5	9,5	10	8	9	6,5	5,5	6	4
	S ₁₂	4,5	1,5	10	10,5	9,5	10	8	9,5	7,5	5,5	6	4

№ варианта	Сотрудник	Виды работ Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
16	S ₁	1	0,5	3,5	4	4	5	10	8	7	4	8,5	9,5
	S ₂	1,5	1	3	4,5	5	5,5	10	6	8	4,5	8	10
	S ₃	1,5	1,5	3	4	6	6,5	9,5	6	8,5	5	8	10,5
	S ₄	2	2	3,5	4,5	3,5	7	9,5	6,5	9	5,5	10	11
	S ₅	2	0,5	2,5	5,5	3,5	7,5	9,5	6,5	9	4,5	10,5	10,5
	S ₆	2,5	0,5	3,5	5	3,5	5	9,5	8	6,5	4,5	7,5	9
	S ₇	1	1,5	3,5	5	4	5	9	8,5	6	3,5	7,5	8,5
	S ₈	1	1	3	5	4,5	5,5	9	9,5	7	4	8	8,5
	S ₉	2	1,5	3	5,5	4,5	5	11	9	7	4	8	11
	S ₁₀	1,5	1	4	4	3	6,5	12	9	8	4	7,5	10
	S ₁₁	1,5	1	3,5	4	4	6,5	8,5	6,5	8	4	7,5	10
	S ₁₂	1,5	1	3,5	4	4,5	6,5	8	6,5	8	4	8,5	10
17	S ₁	3	5	7	1	9,5	13	11	15	14,5	12	8	6,5
	S ₂	2,5	5,5	7,5	0,5	9	13,	10	15	14	11	8,5	7
	S ₃	2	5,5	7	0,5	9	12,5	9,5	16,5	14	10	9	7
	S ₄	2	5,5	7	0,5	10,5	12,5	9	17	15,5	9,5	9	7,5
	S ₅	2	4,5	7	1,5	10,5	12,5	9,5	16,5	16	10,5	10	8
	S ₆	2,5	5,5	6,5	1,5	11,	14	10	16,5	16	10	10,5	7,5
	S ₇	3,5	6	7	2	10,5	14	11	15,5	14	10,5	9	6
	S ₈	4	5,5	7	0,5	9	14	11	14	13	12	8	5,5
	S ₉	3,5	6	6	1,5	9	14,5	10	15,5	13,5	12	8	5,5
	S ₁₀	3,5	6,5	6	1	9,5	14,5	9,5	15	13,5	12,5	9	5
	S ₁₁	3,5	6	6,5	1	9,5	13	10	15	13,5	10	9	6
	S ₁₂	3,5	6	6,5	1,5	10,5	13	10	15	14	10	9	8
18	S ₁	20	4	3	8	14,5	12,5	8	10	7	6	5	5,5
	S ₂	20,5	5,5	5	7,5	14,5	12	9,5	12	7,5	6,5	4,5	5
	S ₃	22	5	4,5	9	14	12,5	10,5	11	6	6	4	4,5
	S ₄	22,5	5	3,5	9,5	13,5	12,5	11	9	6,5	6	4,5	4
	S ₅	19,5	5	2,5	9,5	13	10	9,5	9	5,5	7,5	4	4,5
	S ₆	19	5,5	2	9	13	10	8,5	12	7	7,5	4	6,5
	S ₇	19	4,5	3,5	9	13,5	9,5	11	12	7,5	8	5	6
	S ₈	18,5	3,5	3	9,5	14	10	10,5	11	7,5	8	5,5	6
	S ₉	20	3,5	3	7,5	15	11	10,5	10	7	5,5	6	6,5
	S ₁₀	20,5	4	3,5	7	16,5	12,5	11	10	7	8	5,5	4
	S ₁₁	21	4	2,5	7	13	12	11	10	8,5	8	4,5	4
	S ₁₂	21	4	2,5	7,5	13	12,5	11	10	8	7	4,5	4

№ варианта	Сотрудник	Виды работ Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
19	S ₁	0,5	1	1,5	0,5	2	3	2,5	1	2	0,5	3	4
	S ₂	1	1,5	1,75	0,25	1,5	3,5	2,5	0,25	0,5	1,5	2,5	4,5
	S ₃	1,5	1,25	2	1	2	3,5	3	0,5	1	2	2,5	5
	S ₄	0,5	0,5	2,5	1	2,5	3	2	0,5	1,5	2	2,5	5,5
	S ₅	1	0,75	1,25	0,25	3	2,5	2	1,5	1	2	1,5	4
	S ₆	1	1	1	0,25	3	2	1,5	0,5	1	0,5	1,5	4
	S ₇	1,5	1	1	0,5	2,5	2	1,5	2	1,5	0,5	1,75	5,25
	S ₈	2	1,5	1	0,5	2	2,5	2	1	2	1	3	4
	S ₉	0,5	0,5	1,5	1	2	3	2	0,5	3,5	1	3	3,5
	S ₁₀	0,25	1,25	1,5	1	2,5	3	3,5	1	2	1,5	1,75	3,75
	S ₁₁	0,5	0,5	1	0,5	1,5	2,5	3	1	1,5	1,5	2	4
	S ₁₂	0,5	0,5	1,25	0,5	1,25	2,5	2	1	2	1,5	2	4
20	S ₁	14	10	12	13,5	8	7	5	3	10	14	16	6
	S ₂	15	9,5	15	14	7,5	6	4,5	3,25	12	10	17,5	6,5
	S ₃	18	9,75	16	15	7	5,5	4	2,75	13	13,5	16,5	5,5
	S ₄	14	10	15,5	15,5	7	6,5	4	2,5	13	12,5	16,5	5,5
	S ₅	13	10	15,5	14	7,5	6,5	4	2,5	14,5	11	18	5
	S ₆	13	9	11,5	14	9	7	6	3,5	10	10,5	16,5	6,5
	S ₇	15	10,25	15,5	13	7,5	7	7	4	10	10,5	17	6,5
	S ₈	15	10,5	12	13	8	7	7	3,75	9,5	13,5	15,5	5
	S ₉	17	11	12	13,5	8	7,5	5	4	9	10	15,5	5
	S ₁₀	17	11,5	13	13	7,5	6	5	3,25	9,5	10	15	5
	S ₁₁	17	10	13	12,5	7,5	6	5	3	9	13,5	15	5
	S ₁₂	17	10	13	14,5	7,5	6	5	3	9	16	15	5
21	S ₁	2	4	8	1	6	3	10	14	8	4	12	1
	S ₂	3	3	9	2	5	1	8	11,5	7	3	11	2
	S ₃	1	2,5	6	3	4,5	2	9	13	8	2,5	10	1
	S ₄	4	5	7	2	7	2	11	14	5	5	12	3
	S ₅	2	4	7	3	6	3	8	15	9	2	13	1
	S ₆	2	3	9	4	6	4,5	8	16	8	2	12	2
	S ₇	1	4	8	2	5	2	11	16	5,5	4	12	2
	S ₈	3	5	8	1	4	2	11	15	8	5	11	2
	S ₉	4	3	7	2	7,5	3,5	9	13	7	4	14	1,5
	S ₁₀	4	3	6	2	7	4	10	14	8	4	14	3
	S ₁₁	3	2	6	5	4	4	10	15	8	2,5	11	2
	S ₁₂	3	5	5,5	2	5	4	8	16	7	3	10	2

№ варианта	Сотрудник	Виды работ Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
22	S ₁	5,5	3,5	1,5	2	7,5	10,5	3	0,5	1	4	4,5	5
	S ₂	6	4	1	3	9,5	10	2	1	0,5	3	3,5	7,5
	S ₃	5,5	4,5	1,5	1,5	8,5	11	3	1,5	2	3,5	4	6
	S ₄	5	3	2	2,5	8	11,5	3	1	1,5	4,5	4,5	4,5
	S ₅	5	3	2	2,5	7,5	12,5	2,5	1	1,5	4,5	4,5	4
	S ₆	6,5	4,5	1	2	7	12	3,5	1	0,5	3,5	4	5,5
	S ₇	4,5	4,5	1,5	1,5	6,5	9,5	3,5	0,5	0,5	4	4	5
	S ₈	5	4	1,5	3	7	9	2	0,5	1	4	5	5
	S ₉	5,5	4	1	3	7,5	10	3	1,5	1,5	3	5,5	6
	S ₁₀	6	3,5	1	2	8	10,5	3	1,5	2	3,5	5	5,5
	S ₁₁	5	3,5	2	2	8,5	10,5	2,5	1	2	5	3,5	5,5
	S ₁₂	5	4	2	2	9	10	2	0,5	1,5	5	3,5	5,5
23	S ₁	5	4	9	10	11	7	3	2	1	1	8	6
	S ₂	5	3,5	7	12	14	5	2,5	2,5	1	0,5	8,5	7
	S ₃	5,5	4,5	8	11	6	6	2	3	0,5	0,5	9	5,5
	S ₄	4,5	4	10	9	9	8	1,5	1,5	1,5	1,5	7,5	5,5
	S ₅	5	4	11	8	10	8	4,5	2,5	2	1	8	6
	S ₆	5	3,5	6	7	11	7	3,5	2	2	1	8	7
	S ₇	4,5	3,5	11	11	11	5	2	3	1	0,5	7,5	7,5
	S ₈	4,5	5	9	11	9	6	2	2,5	0,5	0,5	8,5	6,5
	S ₉	6	5	9	12	9	7,5	3	2	1,5	1	7	6
	S ₁₀	5	4,5	8	8	5,5	2,5	1,5	1,5	0,5	1,5	7	6
	S ₁₁	5	3,5	10	7	7	3,5	1,5	1	1	0,5	9	5,5
	S ₁₂	4,5	3	6	10	7	3	1,5	1	1	0,5	8,5	6
24	S ₁	19	14	9	3	2	6	5	8	4	2	2	11
	S ₂	16	17	7,5	4	1	6,5	6,5	9	3,5	1,5	3,5	8
	S ₃	17	13	7	3,5	1,5	7	6	9,5	3	1	2	7
	S ₄	20	11	8	2,5	2,5	5,5	5,5	10	4,5	2,5	2	11
	S ₅	24	18	9,5	3	2	6	5,5	7,5	5	1	3	11
	S ₆	18,5	17	11	3	2	6,5	4	7	5,5	1	1,5	10
	S ₇	19	17	12	3,5	1,5	5	4,5	6,5	3	2	2	9
	S ₈	19,5	16	14	4	1,5	5	5,5	7	3,5	2	2	12
	S ₉	24	15	13	3,5	1	7	6	7	3	1,5	2,5	11
	S ₁₀	20	9,5	9,5	2,5	2	7	6	9	3	2,5	3	9
	S ₁₁	23	12	11	3	2,5	6	5	8	4	3	2,5	9
	S ₁₂	22	11	12	4	2,5	6	5	9,5	5	3	2,5	10

№ варианта	Сотрудник	Виды работ Время, затрачиваемое каждым сотрудником на выполнение каждого вида работ											
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂
25	S ₁	4	4	3	1,5	1,75	2,25	3,5	6	6,5	6,75	7	5
	S ₂	3,75	4,25	2,75	1,25	1,5	1,75	4,5	5	7	7	8	4
	S ₃	3,5	4,5	2,5	1,5	2	1,5	3,5	5,5	7,25	7,25	8,25	4,25
	S ₄	3,5	4,5	3,25	1,5	2,25	1,5	3,75	5,5	7	7,5	6,75	4,5
	S ₅	4,75	4,5	3,5	1,75	2,25	2	3,25	6,25	7	7,5	6,5	3,5
	S ₆	4,75	4	3,5	1,5	1,5	2	3	6,75	5,75	6,75	6,75	4,25
	S ₇	4,25	3,75	3,25	3	1,5	2,25	3	5	6	7	8	4,5
	S ₈	4	3,5	2,5	2	1,75	2,5	3,5	5,25	6	7	7,25	4
	S ₉	4	3	2	1,75	1,25	2,5	3,75	5,25	6,75	7,25	7,5	4,25
	S ₁₀	3,75	3	2,75	1,5	2	2,75	3,75	5	6,75	7,25	7,5	4,25
	S ₁₁	3,75	4	3	1,5	2	2,5	4,25	5	6,5	7,75	7	4
	S ₁₂	4	5	3	2	1,5	2,25	4	6	6	6,5	7	4

4 Вопросы самоконтроля

1. Сформулируйте задачу линейного программирования в общей форме.
2. Сформулируйте постановку задачи линейного программирования в канонической форме.
3. Дайте определение выпуклого множества точек n -мерного пространства.
4. Сформулируйте свойства задачи линейного программирования.
5. В чем заключается идея симплекс-метода.
6. Метод искусственных переменных
7. Что такое опорное решение? Понятие вырождения и невырождения опорного решения.
8. Сформулируйте теорему о связи угловой точки и опорного решения.
9. Сформулируйте критерии оптимальности опорного решения, неограниченности целевой функции, пустой допустимой области.
10. Дайте общую постановку двойственной задачи.
11. Как найти решение двойственной задачи для случаев:
 - а) все неравенства прямой задачи вида « \leq »;
 - б) неравенства прямой задачи имеют вид « \leq » и « \geq »;
12. Что показывает величина двойственной оценки сырья?
13. Как определяется область устойчивости прямой и двойственной задач?
14. Сформулируйте постановку задачи о назначениях.
15. Сформулируйте венгерский метод решения ЗЛП.
16. Какая матрица называется приведенной?
17. В чем состоит идея метода ветвей и границ?

5 Требования к оформлению РГР

При оформлении РГР следует применять "Стандарт предприятия, общие требования и правила оформления выпускных квалификационных работ, курсовых проектов (работ), отчетов по РГР, по УИРС, по производственной практике и рефератов", ОГУ, 2000г.

5.1 Текст выполняется на листах формата А4 (210x297 мм) по ГОСТ 2.301

Текст выполняется с применением печатающих и графических устройств вывода ЭВМ (ГОСТ 2.004).

Допускается выполнять текст рукописным способом чертежным шрифтом по ГОСТ 2.304 с высотой букв не менее 2,5 мм, а цифр - 5 мм. Цифры и буквы необходимо выполнять тушью или пастой (чернилами) черного цвета.

5.2 На компьютере текст должен быть оформлен в текстовом редакторе Word for Windows версии не ниже 6.0.

5.2.1 Тип шрифта: Times New Roman Cyr. Шрифт основного текста: обычный, размер 14 пт. Шрифт заголовков разделов: полужирный, размер 16 пт. Шрифт заголовков подразделов: полужирный, размер 14 пт.

5.2.2 Межсимвольный интервал: обычный. Межстрочный интервал: одинарный.

5.2.3 Формулы должны быть вставлены в редакторе формул Equation Editor и вставлены в документ как объект.

Размеры шрифта для формул:

- обычный - 14 пт;
- крупный индекс - 10 пт;
- мелкий индекс - 8 пт;
- крупный символ - 20 пт;
- мелкий символ - 14 пт.

5.2.4 Иллюстрации должны быть вставлены в текст:

- либо командами ВСТАВКА-РИСУНОК, которые позволяют вставить рисунки из коллекции, из других программ и файлов, со сканера, созданные кнопками на панели рисования, автофигуры, объекты Word Art, диаграммы (все иллюстрации, вставляемые как рисунок, должны быть преобразованы в формат графических файлов, поддерживаемых Word);

- либо командами ВСТАВКА-ОБЕКТ, при этом необходимо, чтобы объект, в котором создана вставляемая иллюстрация, поддерживался редактором Word стандартной конфигурации.

5.3 Абзацы в тексте начинают отступом, равным пяти ударам пишущей машинки (15-17 мм).

5.4 Текст выполняется на листах формата А4 без рамки, соблюдая следующие размеры полей: левое — не менее 30 мм, правое — не менее 10 мм, верхнее - не менее 15 мм, нижнее - не менее 20 мм.

Страницы следует нумеровать арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту. Номер страницы проставляют в правом верхнем углу без точки в конце.

5.5 Опечатки, описки и графические неточности, обнаруженные в процессе выполнения, допускается исправлять подчисткой или закрашиванием белой краской и нанесением в том же месте исправленного текста машинописным способом или черными чернилами, помарки и следы не полностью удаленного прежнего текста не допускаются. Можно наклеивать рисунки, фотографии.

Кодирование документов

Правила присвоения классификационного кода

Устанавливается следующая структура обозначения учебной документации:

	X	XXXXXX.	X	X	XX.	XX	XXX
Код организации (ГОУ ОГУ)							
Шифр специальности (061700, 061800 и т.д.)							
Код вида документации							
Дипломная работа - 2							
Курсовая работа - 5							
РГР – 6							
Лабораторная работа - 7							
Реферат – 8							
Практика - 9							
Характеристика тем							
Без указания - 0							
Исследовательская -3							
Комбинированная -4							
Год издания работы							
Обозначается двумя последними цифрами календарного года, в котором защищается проект (работа, реферат)							
Порядковый номер исполнителя.							
Берется по журналу данной группы, в котором список студентов приведен в алфавитном порядке							
Шифр документа							
ПЗ - пояснительная записка							
О - отчет по РГР							
У - отчет по УИРС							
Р - реферат							
П - отчет по практике							
ОО - для нетехнических специальностей							

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Факультет экономики и управления
Кафедра математических методов и моделей в экономике

ОТЧЕТ

по расчетно-графической работе
по дисциплине "Математическое программирование"
Линейное программирование
ГОУ ОГУ ХХХХХХ. 6008. ХХ. 00

Руководитель
_____ Ганская А.Г.
" ____ " _____ 2009 г.
Исполнитель
студент гр. 07ЭУ1
_____ Иванов И.И.
" ____ " _____ 2009 г.

Оренбург 2009

Список использованных источников

- 1 **Кремер, Н.Ш.** Исследование операций в экономике: учебное пособие для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 2002.
- 2 **Федосеев, В.В.** Экономико-математические методы и прикладные модели: учебник / Под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 391с.
- 3 **Минюк, С.А.** Математические методы и модели в экономике: учебное пособие / С.А. Минюк, Е.А. Ровба, К.К. Кузьмич. – Минск: ТЕТРАСИСТЕМС, 2002.
- 4 **Колемаев, В.А.** Математическая экономика: учебник для вузов / В.А. Колемаев. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 240с.
- 5 **Замков, О.О.** Математические методы в экономике: учебник / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – М.: МГУ им. Ломоносова, Издательство "ДИС", 1998. – 368с.
- 6 **Карманов, В.Г.** Математическое программирование: учебник / В.Г. Карманов. – М.: Наука, 2001.
- 7 **Реннер, А.Г.** Математическое программирование: задачи, алгоритмы, программная реализация: учебное пособие, часть 1 / А.Г. Реннер, В.Н. Тарасов, Ю.Н. Пивоваров. – Оренбург: ОГУ, 1999. – 146с.
- 8 **Ганская, А.Г.** Решение задачи линейного программирования симплекс-методом: методические указания к лабораторному практикуму / А.Г. Ганская, В.И. Васянина, Л.М. Туктамышева, Н.П. Фот. – Оренбург: ОГУ, 2006.
- 9 **Красс, М.С.** Математика в экономике. Математические методы и модели: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупринов. – М.: Финансы и статистика, 2007.
- 10 **Кротов,** Основы оптимального управления / под руководством Кротова. М.: Высшая школа, 1990.

Приложение А

Пример расчета РГР

Задание №1

На фабрике с помощью 5 видов красителей ($A_1 \div A_5$) создается 4 разновидности рисунков для тканей ($P_1 \div P_4$). При известной отпускной стоимости 1м ткани каждого рисунка (руб.), известном расходе каждого красителя на окраску 1м^2 ткани (г) и известном запасе каждого красителя (кг):

1. Определить план выпуска ткани каждого рисунка, обеспечивающий максимальный доход от реализации тканей;
2. Составить двойственную задачу и найти ее решение;
3. Определить теневые цены на каждый краситель; указать дефицитные и недефицитные красители;
4. Указать, на сколько недоиспользуются недефицитные красители;
5. Показать доход и план выпуска тканей при увеличении запасов дефицитных красителей на 1 ед.;
6. Показать допустимые пределы изменения запасов красителей;
7. Показать допустимые пределы изменения отпускной стоимости на ткань каждого рисунка;
8. Оценить целесообразность введения в план производства выпуск ткани с разновидностью рисунка (P_5), если нормы затрат красителей на 1 ед. ткани соответственно равны 6,2,1,4,4 г и доход, ожидаемый от реализации новой ткани, равен 5000 руб.;
9. Показать, допустимо ли увеличение всех дефицитных красителей одновременно на 1 кг каждого.

Исходные данные

Номер варианта	Вид красителей	Разновидность рисунка. Нормы расхода красителей на окраску 1м^2 ткани (г)				Запасы красителей (кг)
		P_1	P_2	P_3	P_4	
100	A_1	4	8	8	5	4
	A_2	8	6	10	4	5
	A_3	2	6	12	5	18
	A_4	5	4	4	2	9
	A_5	2	2	2	6	10,5
	Стоимость 1м ткани (руб.)		20	40	35	45

Решение задания №1

1. Определение плана выпуска тканей каждого вида рисунка, обеспечивающий максимальный доход от реализации тканей.

Составляем экономико-математическую модель задачи.

Обозначим

X_1 – план выпуска ткани рисунка вида P_1 ;

X_2 – план выпуска ткани рисунка вида P_2 ;

X_3 – план выпуска ткани рисунка вида P_3 ;

X_4 – план выпуска ткани рисунка вида P_4 ;

$$F = 20x_1 + 40x_2 + 35x_3 + 45x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 8x_2 + 8x_3 + 5x_4 \leq 4000$$

$$8x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 4x_4 \leq 5000$$

$$2x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 5x_4 \leq 18000$$

$$5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 9000$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 10500$$

$$X_i \geq 0, i = \overline{1,4}$$

Приведем задачу к каноническому виду:

$$F = 20x_1 + 40x_2 + 35x_3 + 45x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 8x_2 + 8x_3 + 5x_4 + x_5 = 4000$$

$$8x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 4x_4 + x_6 = 5000$$

$$2x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 5x_4 + x_7 = 18000$$

$$5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_8 = 9000$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 + x_9 = 10500$$

$$X_i \geq 0, i = \overline{1,9}$$

Решаем задачу с помощью симплекс-таблицы

Базис	C_6	Опорное решение	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
			20	40	35	45	0	0	0	0	0
			A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
A_5	0	4000	4	8	8	5	1	6	0	0	0
A_6	0	5000	8	6	10	4	0	1	0	0	0
A_7	0	18000	2	6	12	5	0	0	1	0	0
A_8	0	9000	5	4	4	2	0	0	0	1	0
A_1	0	10500	2	2	2	6	0	0	0	0	1
Δ_j	F=0		-20	-40	-35	-45	0	0	0	0	0
A_4	45	800	0,8	1,6	1,6	1	0,2	0	0	0	0
A_6	0	1800	4,8	3,6	3,6	0	-0,8	1	0	0	0
A_7	0	14000	-2	4	4	0	-1	0	1	0	0
A_8	0	7400	3,4	0,8	0,8	0	-0,4	0	0	1	0
A_9	0	5700	-2,8	-7,6	-7,6	0	-1,2	0	0	0	1
Δ_j	F=36000		16	32	37	0	9	0	0	0	0

Отрицательных оценок в оценочной строке нет; решение оптимально.
Оптимальный опорный план $\bar{X}_{opt} = (0; 0; 0; 800; 0; 1800; 14000; 7400; 5700)^T$

$$F_{max} = 36000 \text{ руб.}$$

Для получения максимальной прибыли 36000 руб. необходимо выпустить тканей рисунка вида P_4 800м.

Ткани рисунков видов P_1 , P_2 и P_3 являются убыточными; их производство нерентабельно.

2. Составление и решение двойственной задачи

Обозначим

y_1 – теневая цена красителя A_1 ;

y_2 – теневая цена красителя A_2 ;

y_3 – теневая цена красителя A_3 ;

y_4 – теневая цена красителя A_4 ;

y_5 – теневая цена красителя A_5 ;

Составляем двойственную задачу

$$F^* = 4000y_1 + 5000y_2 + 18000y_3 + 9000y_4 + 10500y_5 \rightarrow \min$$

$$4y_1 + 8y_2 + 2y_3 + 5y_4 + 2y_5 \geq 20$$

$$8y_1 + 6y_2 + 6y_3 + 4y_4 + 2y_5 \geq 40$$

$$8y_1 + 10y_2 + 12y_3 + 4y_4 + 2y_5 \geq 35$$

$$5y_1 + 4y_2 + 5y_3 + 2y_4 + 6y_5 \geq 45$$

$$y_{1,5} \geq 0$$

Т.к. в прямой задаче все неравенства в системе сильных ограничений вида « \leq », найдем решение двойственной задачи по результатам прямой задачи.

Согласно заключительной симплекс-таблицы прямой задачи, получаем опорный оптимальный план двойственной задачи.

$$\bar{Y}_{opt} = (9; 0; 0; 0; 0)^T$$

$$F^*_{min} = 36000 \text{ руб.}$$

3. Определение теневых цен на красители.

$$y_1=9 \quad y_2=0 \quad y_3=0 \quad y_4=0 \quad y_5=0$$

Дефицитным является краситель A_1 .

Недефицитными являются красители A_2, A_3, A_4, A_5 .

4. Недефицитные красители недоиспользуются

краситель A_2 на 1800 кг;

краситель A_3 на 1400 кг;

краситель A_4 на 7400 кг;

краситель A_5 на 5700 кг;

5. При увеличении запасов красителя A_1 на 1 ед. (4001 кг) можно получить увеличение прибыли на 9 руб., что составит $F=36009$ руб. При этом план выпуска ткани рисунка P_4 надо увеличить на 0,2м, т.е. выпустить ткани $x_4=800,2$. В этом случае недефицитные красители будут недоиспользоваться:

Краситель $P_2 - 0,8$; его недоиспользование составит 1800,8 кг;

Краситель $P_3 - 1$; его недоиспользование составит 14001 кг;

Краситель $P_4 - 0,4$; его недоиспользование составит 7400,4 кг;

Краситель $P_5 - 1,2$; его недоиспользование составит 5701,2 кг;

6. Допустимые пределы изменения запасов красителей.

Составим матрицу P и вектор-столбец $(\overline{b + \Delta b})$

$$P = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\overline{b + \Delta b}) = \begin{vmatrix} 4 + \Delta b_1 \\ 5 + \Delta b_2 \\ 18 + \Delta b_3 \\ 9 + \Delta b_4 \\ 10,5 + \Delta b_5 \end{vmatrix}$$

Найдем матрицу P^{-1} , обратную исходной матрице P .

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,8 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1,2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Допустимые пределы изменения запасов красителей находятся из условий:

$$P^{-1}(b + \Delta b) = \begin{vmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,8 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1,2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 4 + \Delta b_1 \\ 5 + \Delta b_2 \\ 18 + \Delta b_3 \\ 9 + \Delta b_4 \\ 10,5 + \Delta b_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,8 + 0,2\Delta b_1 \\ 1,8 - 0,4\Delta b_1 + \Delta b_2 \\ 14 - \Delta b_1 + \Delta b_3 \\ 7,4 - \Delta b_1 + \Delta b_4 \\ 5,7 - 1,2\Delta b_1 + \Delta b_5 \end{vmatrix}$$

7. Допустимые пределы изменения отпускной стоимости тканей каждого рисунка.

Для выполнения данного пункта необходимо решить двойственную задачу с помощью симплекс-метода.*

Запишем двойственную задачу

$$F^* = 4000y_1 + 5000y_2 + 18000y_3 + 9000y_4 + 10500y_5 \rightarrow \min$$

$$4y_1 + 8y_2 + 2y_3 + 5y_4 + 2y_5 \geq 20$$

$$8y_1 + 6y_2 + 6y_3 + 4y_4 + 2y_5 \geq 40$$

$$8y_1 + 10y_2 + 12y_3 + 4y_4 + 2y_5 \geq 35$$

$$5y_1 + 4y_2 + 5y_3 + 2y_4 + 6y_5 \geq 45$$

$$y_{\overline{1,5}} \geq 0$$

Приведем задачу к каноническому виду и преобразуем целевую функцию для решения задачи на *max*.

$$F^* = -4000y_1 - 5000y_2 - 18000y_3 - 9000y_4 - 10500y_5 \rightarrow \max$$

$$4y_1 + 8y_2 + 2y_3 + 5y_4 + 2y_5 - y_6 = 20$$

$$8y_1 + 6y_2 + 6y_3 + 4y_4 + 2y_5 - y_7 = 40$$

$$8y_1 + 10y_2 + 12y_3 + 4y_4 + 2y_5 - y_8 = 35$$

$$5y_1 + 4y_2 + 5y_3 + 2y_4 + 6y_5 - y_9 = 45$$

$$y_{\overline{1,9}} \geq 0$$

Т.к. начальный базис указать невозможно, решаем задачу методом искусственных переменных.

Составим вспомогательную задачу.

$$G = 0y_1 + 0y_2 + 0y_3 + 0y_4 + 0y_5 + 0y_6 + 0y_7 + 0y_8 + 0y_9 - y_{10} - y_{11} - y_{12} - y_{13} \rightarrow \max$$

$$4y_1 + 8y_2 + 2y_3 + 5y_4 + 2y_5 - y_6 + y_{10} = 20$$

$$8y_1 + 6y_2 + 6y_3 + 4y_4 + 2y_5 - y_7 + y_{11} = 40$$

$$8y_1 + 10y_2 + 12y_3 + 4y_4 + 2y_5 - y_8 + y_{12} = 35$$

$$5y_1 + 4y_2 + 5y_3 + 2y_4 + 6y_5 - y_9 + y_{13} = 45$$

$$y_i \geq 0 \quad i = \overline{1,13}$$

* Для нахождения решения двойственной задачи рекомендуется использовать АПК «Линейное программирование» программы «DVSimp» вид работы «Счет»

Заключительная симплекс-таблица

Базис	C ₆	Опор. решен	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉
			-4000	-5000	-1800	-1900	0	0	0	0	0
			A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉
A ₁	-4000	9	1	0,8	1	0,4	1,2	0	0	0	-0,2
A ₈	0	37	0	-3,6	-4	-0,8	7,6	0	0	1	-1,6
A ₆	0	16	0	-4,8	2	-3,4	2,8	1	0	0	-0,8
A ₈₇	0	32	0	0,44	2	-0,8	7,6	0	1	0	-1,6
Δ _i	F=-36000		0	1800	14000	7400	5700	0	0	0	800

Составим матрицу P и вектор-столбец $(\overline{c + \Delta c})$

$$P = \begin{vmatrix} 4 & 0 & -1 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & -1 \\ 8 & -1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (\overline{b + \Delta b}) = \begin{vmatrix} 20 + \Delta c_1 \\ 40 + \Delta c_2 \\ 35 + \Delta c_3 \\ 45 + \Delta c_4 \end{vmatrix}$$

Найдем матрицу P⁻¹.

$$P^{-1} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0 & -1 & 1,6 \\ -1 & 0 & 0 & 0,8 \\ 0 & -1 & 0 & 1,6 \end{vmatrix}$$

Допустимые пределы изменения отпускной стоимости тканей каждого рисунка:

$$P^{-1}(c + \Delta c) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0 & -1 & 1,6 \\ -1 & 0 & 0 & 0,8 \\ 0 & -1 & 0 & 1,6 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 20 + \Delta c_1 \\ 40 + \Delta c_2 \\ 35 + \Delta c_3 \\ 45 + \Delta c_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 + 0,2\Delta c_4 \\ 27 - 0,1\Delta c_3 + 1,6\Delta c_4 \\ 16 - \Delta c_1 + 0,8\Delta c_3 \\ 32 - \Delta c_2 + 1,6\Delta c_4 \end{vmatrix}$$

8. Оценим целесообразность введения в план производства ткани с новым рисунком.

$$\bar{Y}_{P_5} = (9; 0; 0; 0; 0)$$

$$\Delta_{P_5} = 4000 \cdot 9 + 0 \cdot 5000 + 0 \cdot 18000 + 0 \cdot 9000 + \dots \cdot 500 - 5000 = -1400,$$

т.к. Δ_{P5} – отрицательно, введение в план производства ткани с новым рисунком целесообразно.

9. Определяем, допустимо ли одновременное увеличение запасов дефицитных красителей на 10 кг каждого.

Согласно п.6 пределы изменения запасов красителей определяются из условия

$$\begin{vmatrix} 0,8 + 0,2\Delta b_1 \\ 1,8 - 0,4\Delta b_1 + \Delta b_2 \\ 14 - \Delta b_1 + \Delta b_3 \\ 7,4 - \Delta b_1 + \Delta b_4 \\ 5,7 - 1,2\Delta b_1 + \Delta b_5 \end{vmatrix} \geq 0$$

Согласно п.2 дефицитным является краситель A_1 . Значит $\Delta b_1=10$. Остальные $\Delta b_2=\Delta b_3=\Delta b_4=\Delta b_5=0$, тогда

$$0,8 + 2 \cdot 1 = 2,8$$

$$1,8 - 0,4 \cdot 1 + 0 = 1,4$$

$$14 - 1 + 0 = 13$$

$$7,4 - 1 + 0 = 6,4$$

$$5,7 - 1,2 + 0 = 4,5$$

Увеличение дефицитных красителей не приводит к изменению плана производства тканей.

Задание №2

Имеется пять городов. Коммивояжер выезжает из одного из городов (безразлично какого) и должен объехать все города и вернуться в исходный город, преодолев минимальное расстояние. При этом в каждый город он может и должен только один раз въехать и только один раз выехать. При известных расстояниях между городами составить экономико-математическую модель задачи и решить задачу методом ветвей и границ.

		Волгоград	Екатеринбург	Иркутск	Махачкала	Москва
		1	2	3	4	5
Волгоград	1	х	1708	5181	725	1001
Екатеринбург	2	1708	х	3473	2433	1816
Иркутск	3	5181	3473	х	5906	5289
Махачкала	4	725	2433	5906	х	3836
Москва	5	1001	1816	5283	3836	х

Составляем экономико-математическую модель задачи.

$$F = 1708x_{12} + 1708x_{21} + 5181x_{13} + 5181x_{31} + 725x_{14} + 725x_{41} + 1001x_{15} + \\ + 1001x_{51} + 3473x_{32} + 3473x_{23} + 2433x_{24} + 2433x_{42} + 1816x_{25} + 1816x_{52} + \\ + 5906x_{34} + 5906x_{43} + 5289x_{35} + 5289x_{53} + 1726x_{45} + 1726x_{54} \rightarrow \min$$

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 1$$

$$x_{21} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{34} + x_{35} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{45} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} = 1$$

$$x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 1$$

$$x_{12} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{43} + x_{53} = 1$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{54} = 1$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} = 1$$

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если коммивояжер действительно выезжает из } i - \text{города в } j - \text{ый} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$i = \overline{1,5}, j = \overline{1,5}, i \neq j$$

Решение задачи методом ветвей и границ

1. По исходным данным запишем матрицу расстояний

$$S = \begin{array}{c|ccccc} & \infty & 1708 & 5181 & 725 & 1001 \\ \hline 1708 & \infty & 3473 & 2433 & 1816 & \\ \hline 5181 & 3473 & \infty & 5906 & 5289 & \\ \hline 725 & 2433 & 5906 & \infty & 1726 & \\ \hline 1001 & 1816 & 5289 & 1726 & \infty & \end{array}$$

2. Составим приведенную матрицу S^1

$$\begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 1708 & 5181 & 725 & 1001 & 725 \\ \hline 2 & 1708 & \infty & 3473 & 2433 & 1816 & 1708 \\ \hline 3 & 5181 & 3473 & \infty & 5906 & 5289 & 3473 \rightarrow \\ \hline 4 & 725 & 2433 & 5906 & \infty & 1726 & 725 \\ \hline 5 & 1001 & 1816 & 5289 & 1726 & \infty & 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 983 & 4456 & 0 & 276 & \\ \hline 2 & 0 & \infty & 1765 & 725 & 108 & \\ \hline 3 & 1708 & 0 & \infty & 2433 & 1816 & \\ \hline 4 & 0 & 1708 & 5181 & \infty & 1001 & \\ \hline 5 & 0 & 815 & 4288 & 725 & \infty & \\ \hline & 0 & 0 & 1765 & 0 & 108 & \end{array}$$

$$S^1 = \begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 983 & 2691 & 0 & 168 & \\ \hline 2 & 0 & \infty & 0 & 725 & 0 & \\ \hline 3 & 1708 & 0 & \infty & 2433 & 1708 & \\ \hline 4 & 0 & 1708 & 3416 & \infty & 893 & \\ \hline 5 & 0 & 815 & 2523 & 725 & \infty & \end{array}$$

3. Определим сумму приводимых элементов

$$h^1 = 725 + 1708 + 3473 + 725 + 1001 + 1765 + 108 = 9505$$

4. Определим претендентов для ветвления в множестве Y .

Претендентами на ветвление могут быть $S_{14}, S_{41}, S_{21}, S_{23}, S_{32}, S_{51}$.

5. Определяем оценки маршрутов пар претендентов на ветвление

$$\Theta_{14}=168+725=893;$$

$$\Theta_{41}=0+893=893;$$

$$\Theta_{21}=0+0=0;$$

$$\Theta_{23}=2523+0=2523;$$

$$\Theta_{32}=815+1708=2523;$$

$$\Theta_{25}=168+0=168;$$

$$\Theta_{51}=0+725=725.$$

Максимальные оценки $\Theta_{32}=2523$ и $\Theta_{23}=2523$ имеют маршруты S_{23} и S_{32} .
Выбираем S_{23} .

6. Определяем оценку множества $\{\overline{2,3}\}$

$$\omega(\overline{2,3})=h^1 + \Theta_{23} = 9505 + 2523 = 12028.$$

7. Составляем новую матрицу расстояний и выполняем ее приведение

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 983 & 0 & 168 & 0 \\ 3 & 1708 & \infty & 2433 & 1708 & 1708 \\ 4 & 0 & 1708 & \infty & 893 & 0 \\ 5 & 0 & 815 & 725 & \infty & 0 \end{array} & \rightarrow & \begin{array}{cccc|c} \hline \infty & 983 & 0 & 168 & \\ 0 & \infty & 725 & 0 & \\ 0 & 1708 & \infty & 893 & \\ 0 & 815 & 725 & \infty & \\ 0 & 815 & 0 & 0 & \end{array} \end{array}$$

Получаем

$$S^2 = \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 168 & 0 & 168 \\ 3 & 0 & \infty & 725 & 0 \\ 4 & 0 & 893 & \infty & 893 \\ 5 & 0 & 0 & 725 & \infty \end{array}$$

8. Определяем сумму приводящих констант

$$h^2=1708+815=2523.$$

9. Вписываем оценку множества $\omega(\overline{2,3})=9505 + 2523 = 12028$.

10. Определим претендентов для ветвления $S_{14}, S_{31}, S_{35}, S_{41}, S_{51}, S_{52}$.

11. Оценки пар претендентов для ветвления

$$\Theta_{14}=168+725=893;$$

$$\Theta_{31}=0+0=0;$$

$$\Theta_{35}=0+168=168;$$

$$\Theta_{41}=0+893=893;$$

$$\Theta_{51}=0+0=0;$$

$$\Theta_{52}=0+168=168.$$

Максимальные оценки $\Theta_{14}=893$ и $\Theta_{41}=893$ имеют маршруты S_{14} и S_{41} .
Выбираем S_{14} .

12. Определяем оценку множества $\{\overline{1,4}\}$

$$\omega\{\overline{1,4}\} = \omega(2,3) + \Theta_{14} = 12028 + 893 = 12921.$$

13. Составляем новую матрицу расстояний и выполняем ее приведение

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & \\ 3 & 0 & \infty & 0 \\ 4 & \infty & 893 & 893 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & \\ 3 & 0 & \infty & 0 \\ 4 & \infty & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & \infty \\ & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Получаем

$$S^3 = \begin{array}{ccc|c} & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & \infty & 0 \\ 4 & \infty & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & \infty \end{array}$$

14. Находим сумму приводящих элементов

$$h^3=893$$

15. Определяем оценку множества (1,4)

$$\omega(1,4) = 12028 + 893 = 12921.$$

16. Претенденты на ветвление $S_{31}, S_{35}, S_{42}, S_{45}, S_{51}, S_{52}$.

17. Оценки пар претендентов на ветвление

$$\Theta_{31}=0; \Theta_{35}=0; \Theta_{42}=0; \Theta_{45}=0; \Theta_{51}=0; \Theta_{52}=0.$$

Для ветвления выбираем S_{52} .

18. Определяем оценку множества $(\overline{5,2})$

$$\omega(\overline{5,2})=12852 + 893 = 13745$$

19. Составляем новую матрицу

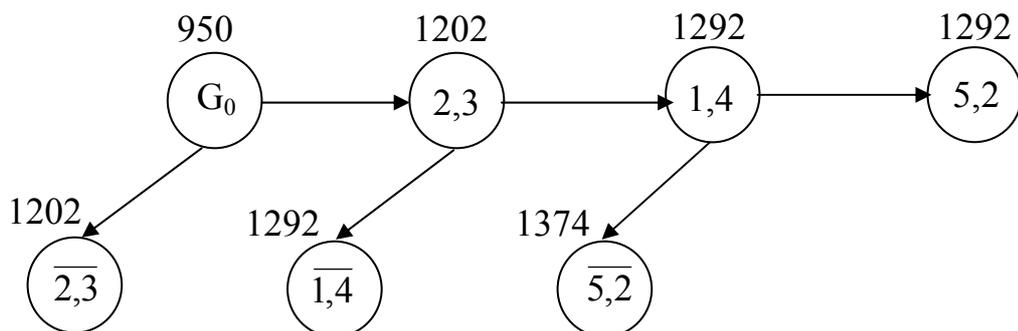
$$S^4 = \begin{array}{c|cc} & 1 & 5 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 4 & \infty & 0 \end{array}$$

Матрица приведена $h^4=0$.

20. Определяем оценку множества $(\overline{5,2})$

$$\omega(\overline{5,2})=12921 + 0 = 12921.$$

21. Составим геометрическую интерпретацию задачи в коммивояжере



Решением задачи является $x_{23} = 1 \ x_{31} = 1 \ x_{14} = 1 \ x_{23} = 1 \ x_{45} = 1 \ x_{52} = 1$.

Максимальная длина маршрута Екатеринбург – Иркутск – Волгоград – Махачкала-Москва - Екатеринбург составляет 15032 км.

Т.к. оценка последнего маршрута больше оценки одного из тупиковых ветвей, а именно $(\overline{2,3})$, то необходимо доисследовать процесс ветвления этой ветви.

22. Возвращаемся к исходной матрице расстояний и полагаем в ней $S_{23} = \infty$

$$S = \begin{array}{c|ccccc} & \infty & 1708 & 5181 & 725 & 1001 \\ \hline 1708 & & \infty & 3473 & 2433 & 1817 \\ 5181 & 3473 & & \infty & 5906 & 5289 \\ 725 & 2433 & 5906 & & \infty & 1726 \\ 1001 & 1817 & 5289 & 1726 & & \infty \end{array}$$

23 Выполним приведение матрицы расстояний

$$\begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 1708 & 5181 & 725 & 1001 & 725 \\ 2 & 1708 & \infty & \infty & 2433 & 1816 & 1708 \\ 3 & 5181 & 3473 & \infty & 5906 & 5289 & 3473 \rightarrow \\ 4 & 725 & 2433 & 5906 & \infty & 1726 & 725 \\ 5 & 1001 & 1816 & 5289 & 1726 & \infty & 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 983 & 4456 & 0 & 276 & \\ 2 & 0 & \infty & \infty & 725 & 108 & \\ 3 & 1708 & 0 & \infty & 2433 & 1816 & \\ 4 & 0 & 1708 & 5181 & \infty & 1001 & \\ 5 & 0 & 815 & 4288 & 725 & \infty & \\ \hline & 0 & 0 & 4281 & 0 & 108 & \end{array}$$

$$S^5 = \begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 983 & 165 & 0 & 168 & \\ 2 & 0 & \infty & \infty & 725 & 0 & \\ 3 & 1708 & 0 & \infty & 2433 & 1708 & \\ 4 & 0 & 1708 & 893 & \infty & 893 & \\ 5 & 0 & 815 & 0 & 725 & \infty & \end{array}$$

24. Вычислим сумму приводящих констант
 $h^5=12028$

25. Определим претендентов на ветвление $S_{14}, S_{21}, S_{25}, S_{32}, S_{41}, S_{51}, S_{53}$.

26. Рассчитаем оценки маршрутов пар претендентов на ветвление

$$\Theta_{14}=725+165=890; \Theta_{21}=0; \Theta_{25}=168;$$

$$\Theta_{32}=815+1708=2523; \Theta_{41}=893; \Theta_{51}=0; \Theta_{53}=165.$$

Для ветвления выбираем пару(3,2).

27. Оцениваем множество $(\overline{3,2})$

$$\omega(\overline{3,2})=12028 + 2523 = 14551$$

28. Составляем новую матрицу расстояний и выполняем ее приведение

$$\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 3 & 4 & 5 & & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & \infty & 165 & 0 & 168 & 0 & 1 & \infty & 165 & 0 & 168 \\ 2 & 0 & \infty & 725 & 0 & 0 & 2 & 0 & \infty & 725 & 0 \\ 4 & 0 & 893 & \infty & 893 & 0 & 4 & 0 & 893 & \infty & 893 \\ 5 & 0 & 0 & 725 & \infty & 0 & 5 & 0 & 0 & 725 & \infty \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \rightarrow$$

Получаем

$$S^6 = \begin{array}{cccc|cccc} & 1 & 3 & 4 & 5 & & & & & & \\ 1 & \infty & 165 & 0 & 168 & & & & & & \\ 2 & 0 & \infty & 725 & 0 & & & & & & \\ 4 & 0 & 893 & \infty & 893 & & & & & & \\ 5 & 0 & 0 & 725 & \infty & & & & & & \end{array}$$

29. Вычисляем сумму приводящих констант

$$h^6=0$$

30. Определяем оценку множества $(\overline{3,2})$

$$\omega(\overline{3,2})=12028 + 0 = 12028$$

31. Претендентами на ветвление являются $S_{14}, S_{21}, S_{25}, S_{32}, S_{41}, S_{51}, S_{53}$.

32. Оценки пар претендентов на ветвление

$$\Theta_{14}=725; \Theta_{21}=0; \Theta_{25}=168;$$

$$\Theta_{41}=893; \Theta_{51}=0; \Theta_{53}=165.$$

Для ветвления выбираем пару S_{41} .

33. Найдем оценку множества $(\overline{4,1})$

$$\omega(\overline{4,1}) = 12028 + 893 = 12921$$

34. Преобразуем матрицу расстояний

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 0 & \infty & 0 & 0 \\ \infty & 893 & 893 & 893 \\ 0 & 0 & \infty & 0 \end{array} \right| \rightarrow \left| \begin{array}{ccc|c} 0 & \infty & 0 & \\ \infty & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \infty & \end{array} \right|$$

Получаем

$$S^7 = 4 \begin{array}{c} 1 \quad 3 \quad 5 \\ 2 \left| \begin{array}{ccc} 0 & \infty & 0 \\ \infty & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \infty \end{array} \right. \end{array}$$

35. Найдем сумму приводящих коэффициентов $h^7 = 893$

36. Вычисляем оценку множества $(4,1)$

$$\omega(4,1) = 12028 + 893 = 12921.$$

37. Определяем претендентов на ветвление $S_{21}, S_{25}, S_{43}, S_{45}, S_{51}, S_{53}$.

38. Рассчитываем оценки маршрутов пар претендентов на ветвление

$$\Theta_{21} = \Theta_{25} = \Theta_{43} = \Theta_{45} = \Theta_{51} = \Theta_{53} = 0.$$

Выбираем пару $(5,1)$.

39. Оцениваем множество $(\overline{5,1})$

$$\omega(\overline{5,1}) = 12921 + 0 = 12921$$

40. Составляем новую матрицу

$$S^8 = \begin{array}{c|cc} & 3 & 5 \\ \hline 2 & \infty & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{array}$$

Матрица приведена $h^8=0$.

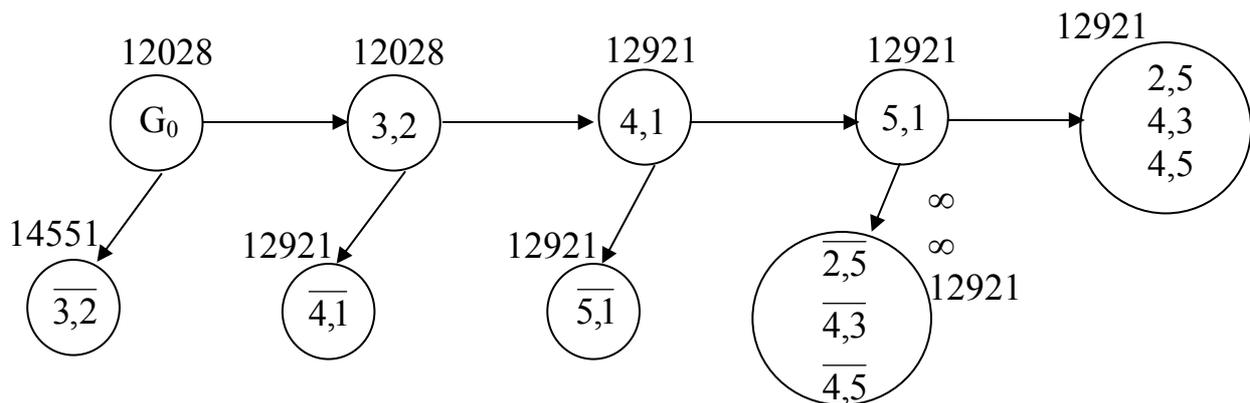
41. Найдем оценку множества (5,1)

$$\omega(5,1) = 12921 + 0 = 12921$$

Т.к. получена матрица 2×2 и оценка последнего маршрута не больше всех тупиковых ветвей, то решение оптимально. Маршрутами для завершения могут быть пары (2,5), (4,3), (4,5).

Оптимальный маршрут: 3-2-1-4-5: Иркутск – Екатеринбург – Волгоград – Махачкала – Москва - Иркутск. Протяженность маршрута 13267 км.

42. Составим геометрическую интерпретацию найденного маршрута



Парами для завершения цикла являются (2,5), (4,3), (4,5).

Решение задачи $x_{32} = 1 \quad x_{21} = 1 \quad x_{14} = 1 \quad x_{45} = 1 \quad x_{53} = 1$.

F=13263 км.

Задание 3.

На предприятии необходимо выполнить последовательно 6 видов работ ($R_1 \div R_6$). 6 сотрудников предприятия ($S_1 \div S_6$) затрачивают на выполнение каждого вида работ различное время в часах. Распределить работников по видам работ так, чтобы общее время на выполнение работ было минимально. очередность выполнения работ не имеет значения. Составить экономико-математическую модель задачи и решить задачу с помощью венгерского алгоритма.

Сотрудник	Вид работ					
	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆
S ₁	2	1	3,5	4	7	6,5
S ₂	2,5	0,5	3	3	7,5	6
S ₃	2	1	2,5	3	8	6
S ₄	2	0,5	2,5	3	8,5	5,5
S ₅	3	1,5	2	4,5	8,5	6
S ₆	2,5	0,7	2	4	8,5	6

Составляем экономико-математическую модель задачи

$$\begin{aligned}
 F = & 2x_{11} + x_{12} + 3,5x_{13} + 4x_{14} + 7x_{15} + 6,5x_{16} + \\
 & + 2,5x_{21} + 0,5x_{22} + 3x_{23} + 3x_{24} + 7,5x_{25} + 6x_{26} + \\
 & + 2x_{31} + x_{32} + 2,5x_{33} + 3x_{34} + 8x_{35} + 6x_{36} + \\
 & + 2x_{41} + 0,5x_{42} + 2,5x_{43} + 3x_{45} + 8,5x_{45} + 5,5x_{46} + \\
 & + 3x_{51} + 1,5x_{52} + 2x_{53} + 4,5x_{54} + 8,5x_{55} + 6x_{56} + \\
 & + 2,5x_{61} + 0,7x_{62} + 2x_{63} + 4x_{64} + 8,5x_{65} + 6x_{66} \rightarrow \min
 \end{aligned}$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 1$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 1$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61} = 1$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62} = 1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} + x_{63} = 1$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} + x_{64} = 1$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} + x_{65} = 1$$

$$x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} + x_{66} = 1$$

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если сотрудник действительно назначен на выполнение данной работы} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$i = \overline{1,6}, j = \overline{1,6}$$

1. Форматируем задачу в виде транспортной таблицы

	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆
S ₁	2	1	3,5	4	7	6,5
S ₂	2,5	0,5	3	3	7,5	6
S ₃	2	1	2,5	3	8	6
S ₄	2	0,5	2,5	3	8,5	5,5
S ₅	3	1,5	2	4,5	8,5	6
S ₆	2,5	0,7	2	4	8,5	6

2. Выполним приведение матрицы

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 1 & 2 & 1 & 3,5 & 4 & 7 & 6,5 & 1 \\
 2 & 2,5 & 0,5 & 3 & 3 & 7,5 & 6 & 0,5 \\
 3 & 2 & 1 & 2,5 & 3 & 8 & 6 & 1 \\
 4 & 2 & 0,5 & 2,5 & 3 & 8,5 & 5,5 & 0,5 \\
 5 & 3 & 1,5 & 2 & 4,5 & 8,5 & 6 & 1,5 \\
 6 & 2,5 & 0,7 & 2 & 4 & 8,5 & 6 & 0,7
 \end{array} \rightarrow
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 2,5 & 3 & 6 & 5,5 \\
 2 & 0 & 2,5 & 2,5 & 7 & 5,5 \\
 1 & 0 & 1,5 & 2 & 7 & 5 \\
 1,5 & 0 & 2 & 2,5 & 8 & 5 \\
 1,5 & 0 & 0,5 & 3 & 7 & 4,5 \\
 1,8 & 0 & 1,3 & 3,3 & 7,8 & 5,3 \\
 \hline
 1,0 & 0 & 0,5 & 2,0 & 6,0 & 4,5
 \end{array} \rightarrow
 \begin{array}{cccccc}
 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 2 & 0,5 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0,5 \\
 0,5 & 0 & 1,5 & 0,5 & 2 & 0,5 \\
 0,5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 0,8 & 0 & 0,8 & 1,3 & 1,8 & 0,8
 \end{array}
 \end{array}$$

3. Произведем назначение каждого сотрудника на один из видов работ:
 $S_2 \rightarrow R_2; S_3 \rightarrow R_1; S_1 \rightarrow R_5; S_5 \rightarrow R_3; S_6 \rightarrow ?$

4. Решение не оптимально, не можем назначить всех сотрудников на выполнение работ.

5. Делаем дальнейшее преобразование матрицы

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	2	1	0	1
2	1	0	2	0,5	1	1
3	0	0	1	0	1	0,5
4	0,5	0	1,5	0,5	2	0,5
5	0,5	0	0	1	1	0
6	0,8	0	0,8	1,3	1,8	0,8

Минимальное число, через которое не проходит ни одна линия 0,5.

6. Составляем новую матрицу

	1	2	3	4	5	6
1	0	0,5	2	1	0	1
2	0,5	0	1,5	0	0,5	0,5
3	0	0,5	1	0	1	0,5
4	0	0	1	0	1,5	0
5	0,5	0,5	0	1	1	0
6	0,3	0	0,3	0,8	1,3	0,3

7. Производим новые назначения

$$S_1 \rightarrow R_5$$

$$S_2 \rightarrow R_4$$

$$S_3 \rightarrow R_1$$

$$S_4 \rightarrow R_6$$

$$S_5 \rightarrow R_3$$

$$S_6 \rightarrow R_2$$

8. Окончательно

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
S_1	0	0	0	0	1	0
S_2	0	0	0	1	0	0
S_3	1	0	0	0	0	0
S_4	0	0	0	0	0	1
S_5	0	0	1	0	0	0
S_6	0	1	0	0	0	0

9. Решение $x_{15} = 1$ $x_{24} = 1$ $x_{32} = 1$ $x_{46} = 1$ $x_{53} = 1$ $x_{62} = 1$.

Оптимально и единственно.

Время, затрачиваемое на выполнение всех работ, составит
 $7+3+1+5,5+2+0,7=19,2$ часов.

Приложение Б

Теоретический материал к выполнению задания № 1

1. Алгоритм нахождения решения задачи линейного программирования *

1.1 Определение допустимого базиса

1.1.1 Составить экономико-математическую модель задачи линейного программирования

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_{\overline{1,n}} \geq 0$$

1.1.2 Привести задачу линейного программирования к каноническому виду:

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n + x_{n+1} + \dots + x_{n+m} \rightarrow \max$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+1} = b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} = b_m$$

$$x_{\overline{1,n+m}} \geq 0$$

1.1.3 Найти допустимый базис, т.е. найти m векторов в разложении вектора \overline{B} , для которых определитель, составленный из коэффициентов при этих векторах системы сильных ограничений отличен от нуля.

Для рассматриваемого типа задания линейного программирования – это векторы

* Рассматривается частный случай решения задачи линейного программирования, а именно: задача сформулирована на максимум и сильные ограничения имеют вид « \leq ».

$$\bar{A}_{n+1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{A}_{n+2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{A}_{n+m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.3.4 Записывается вектор \bar{B} $\bar{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$

1.2 Нахождение опорного решения с помощью симплекс-таблицы

1.2.1 Разложить вектор \bar{B} по найденному в п. 1.1.3 допустимому базису в виде симплекс-таблицы

базис	$C_{\bar{b}}$	опорное решение	C_1	C_2	...	C_n	C_{n+1}	...	C_{n+m}
			A_1	A_2	...	A_n	A_{n+1}	...	A_{n+m}
A_{n+1}	C_{n+1}	x_{10}	a_{11}	a_{12}		a_{1n}	$a_{1,n+1}$		$a_{1,n+m}$
A_{n+2}	C_{n+2}	x_{20}	a_{21}	a_{22}		a_{2n}	$a_{2,n+2}$		$a_{2,n+m}$
...
A_{n+m}	C_{n+m}	x_{m0}	a_{m1}	a_{m2}		a_{mn}	$a_{m,n+1}$		$a_{m,n+m}$
Δ_j	F		Δ_1	Δ_2		Δ_n	Δ_{n+1}		Δ_{n+m}

1.2.2 Записать опорное решение

$$\bar{x} = (x_{10}, x_{20}, \dots, x_{m0}),$$

где $x_{i0} (i = \overline{1, m})$

- m компонент опорного решения, соответствующий m векторам, определяющим базис, записываются согласно значениям, полученным в симплекс-таблице.

- $(n-m)$ компонент опорного решения, соответствующий $(n-m)$ векторам, не вошедшим в базис, записываются нулями.

1.2.3 Вычислить значение целевой функции как

$$F = C_1 x_{10} + C_2 x_{20} + \dots + C_n x_{n0}$$

1.3 Проверка полученного опорного решения на оптимальность.

1.3.1 Вычислить оценки разложения Δ_j по найденному в п.1.1.3 допустимому базису.

$$\Delta_j = C_{i1}a_{1j} + C_{i2}a_{2j} + \dots + C_{in}a_{nj} - C_{ij},$$

где $C_{i1} \div C_{in}$ - коэффициенты целевой функции с тем же номером, что и векторы \bar{A}_j ($C_{i1} \rightarrow \bar{A}_1, C_{i2} \rightarrow \bar{A}_2, \dots, C_{in} \rightarrow \bar{A}_n$);

$a_{ij} \div a_{nj}$ - компоненты соответствующих векторов \bar{A}_j ;

C_j - коэффициенты целевой функции с теми же номерами, что оцениваемые векторы \bar{A}_j ($j = \overline{1, m}$).

1.3.2 Исследовать характер оценок.

1.3.2.1 Если для найденного опорного решения все оценки Δ_j неотрицательны $\Delta_j \geq 0$, то найденное опорное решение является оптимальным.

1.3.2.2 Если среди оценок Δ_j есть хотя бы одна отрицательная, то опорное решение является не оптимальным.

1.3.2.3 Если, среди отрицательных оценок Δ_j есть хотя бы одна, у которой все компоненты разложения не положительны, то делаем вывод, что целевая функция неограниченна сверху, т.е. задача решения не имеет.

1.3.2.4 Если не имеет место ни случай п. 1.3.2.1, ни случай п. 1.3.2.3, то существует лучшая вершина, т.е. лучшее опорное решение.

1.4 Нахождение лучшего опорного решения.

1.4.1 Определение нового базиса.

1.4.1.1 В прежний базис вводится вектор \bar{A}_j ($j = \overline{1, m}$) с минимальной отрицательной оценкой Δ_j .

1.4.1.2 Из базиса выводится вектор \bar{A}_j ($j = \overline{1, m}$), у которого отношение компонентов разложения вектора \bar{B} только к положительным компонентам вводимого вектора \bar{A}_j минимально.

1.4.1.3 Определяется разрешающий элемент - элемент, стоящий на пересечении столбца и строки, вводимого и выводимого векторов соответственно.

1.4.2 Разложение вектора \bar{B} по найденному в п. 1.4.1 базису.

1.4.2.1 Записывается новый базис.

1.4.2.2 Строка в новой таблице, соответствующая строке с разрешающим элементом старой таблицы, получается делением всех компонентов данной строки старой таблицы, кроме C_6 , на разрешающий элемент.

1.4.2.3 Для остальных элементов, кроме C_6 , пользуемся правилом: чтобы получить элемент новой таблицы, надо из соответствующего элемента старой таблицы опустить проекции на строку и столбец разрешающего элемента и вычесть из исходного элемента произведение проекций, деленное на разрешающий элемент.

1.4.2.4 Столбец C_6 заполняется значениями коэффициентов целевой функции при соответствующих перемещениях.

1.4.2.5 Возврат к п. 1.2.2

2 Двойственная задача линейного программирования

2.1 Составление двойственной задачи линейного программирования *

2.1.1 Записать экономико-математическую модель прямой задачи:

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_{1,n} \geq 0$$

2.1.2 Составить матрицу A из коэффициентов при переменных системы сильных ограничений прямой задачи

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

2.1.3 Составить матрицу A' , транспонированную относительно матрицы A

$$A' = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

2.1.4 Составить систему сильных ограничений двойственной задачи, где в качестве коэффициентов при переменных используются элементы матрицы A' , в качестве свободных членов коэффициенты при переменных целевой функции прямой задачи и в качестве неравенств – неравенства вида « \geq ».

$$a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \dots + a_{m1}y_m \geq c_1$$

$$a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \dots + a_{m2}y_m \geq c_2$$

.....

$$a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \dots + a_{mn}y_m \geq c_n$$

* Рассматривается случай, когда прямая задача на максимум и сильные ограничения прямой задачи вида « \leq ».

где $y_1 \div y$ - теневые цены ресурсов.

2.1.5 Записать целевую функцию двойственной задачи на минимум, где в качестве коэффициентов при переменных принимаются свободные члены прямой задачи

$$F^* = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_m y_m \rightarrow \min$$

2.1.6 Ввести условия неотрицательности на переменные двойственной задачи

$$y_{\overline{1,m}} \geq 0$$

2.2 Нахождение решения двойственной задачи

2.2.1 Для рассматриваемого случая теневые цены на ресурсы определяются по заключительной симплекс-таблице прямой задачи.

Согласно п. 1.2.1

$$y_1 = \Delta_{n+1} + C_{n+1}, \quad y_2 = \Delta_{n+2} + C_{n+2}, \quad y_m = \Delta_{n+m} + C_{n+m}.$$

2.3 Экономический анализ оценок двойственной задачи.

2.3.1 Дефицитными являются ресурсы, у которых теневые цены положительны

$$(y_j > 0 \quad (j = \overline{1,m}))$$

При чем более дефицитные ресурсы те, у которых теневые цены больше.

2.3.2 При реализации плана производства дефицитные ресурсы используются полностью.

2.3.3 Недефицитными являются ресурсы, у которых теневые цены равны нулю
 $(y_j = 0 \quad (j = \overline{1,m}))$

2.3.4 Значение компоненты, соответствующей недефицитному ресурсу в оптимальном опорном решении прямой задачи, показывает, насколько соответствующий ресурс недоиспользуется при реализации плана производства.

2.3.5 Теневая цена дефицитного ресурса показывает, на сколько увеличивается доход предприятия, если запасы данного ресурса увеличить на 1 единицу.

2.3.6 При увеличении запасов дефицитного ресурса на 1 единицу, изменяется план выпуска продукции и использование недефицитных ресурсов.

2.3.6.1 Новый план выпуска k -го вида продукции ($k = \overline{1, m}$) определяется из заключительной симплекс-таблицы прямой задачи по формуле

$$x'_k = x_k + a_{ij},$$

где k – порядковый номер вида выпускаемой продукции;

x'_k – новый план выпуска k -го вида продукции;

x_k – план выпуска k -го вида продукции, полученный при решении прямой задачи;

i – номер строки, соответствующий положению k -го вида продукции в заключительной симплекс-таблице прямой задачи;

j – номер столбца, соответствующий оценке исследуемого дефицитного ресурса в заключительной симплекс-таблице прямой задачи.

2.3.6.2 Объем недоиспользования недефицитных ресурсов определяется также по заключительной симплекс-таблице прямой задачи

$$b'_s = b_s + a_{ij},$$

где s – порядковый номер ресурса ($s = \overline{1, m}$);

b'_s – новый объем недоиспользования s -того недефицитного ресурса;

b_s – объем недоиспользования недефицитного ресурса;

i – номер строки, соответствующий s -тому ресурсу в заключительной симплекс-таблице прямой задачи;

j – номер столбца, соответствующий оценке исследуемого недефицитного ресурса.

3. Определение области устойчивости.

3.1 Определение пределов изменения запасов ресурсов.

3.1.1 Составление матрицы P .

3.1.1.1 Из заключительной симплекс-таблицы прямой задачи выписываются векторы, составляющие оптимальный базис в порядке их расположения сверху вниз

$$\bar{A}_{l_1}, \bar{A}_{l_2}, \dots, \bar{A}_{l_m},$$

где l_1, l_2, \dots, l_m – порядковые номера векторов, составляющих оптимальный базис.

3.1.1.2 Записываются компоненты векторов согласно канонической форме прямой задачи линейного программирования (п. 1.1.2)

$$\bar{A}_{l_1} = \begin{pmatrix} a_{1,l_1} \\ a_{2,l_1} \\ \dots \\ a_{m,l_1} \end{pmatrix} \quad \bar{A}_{l_2} = \begin{pmatrix} a_{1,l_2} \\ a_{2,l_2} \\ \dots \\ a_{m,l_2} \end{pmatrix} \quad \dots \quad \bar{A}_{l_m} = \begin{pmatrix} a_{1,l_m} \\ a_{2,l_m} \\ \dots \\ a_{m,l_m} \end{pmatrix}.$$

3.1.1.3 Составляется матрица P

$$P = \begin{vmatrix} a_{1,l_1} & a_{1,l_2} & \dots & a_{1,l_m} \\ a_{2,l_1} & a_{2,l_2} & \dots & a_{2,l_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,l_1} & a_{m,l_2} & \dots & a_{m,l_m} \end{vmatrix}$$

3.1.2 Определяется матрица P^{-1} обратная матрице P .

3.1.3 Составляется вектор-столбец $(\overline{b + \Delta b})$, где b – значения компонентов вектора \bar{B} (п. 1.3.4).

3.1.4 Область устойчивости запасов сырья определяется из условия

$$P^{-1}(\overline{b + \Delta b}) \geq 0.$$

3.2 Определение пределов изменения цен на продукцию.

3.2.1 Составление матрицы P .

3.2.1.1 Находится решение двойственной задачи, составленной в п.2.1 в виде симплекс-таблицы *

3.2.1.2 Двойственная задача, составленная в п.2.1 приводится к каноническому виду

* Для нахождения решения двойственной задачи рекомендуется АПП «Линейное программирование» вид работы «Счет»

$$\begin{aligned}
F^* &= b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_m y_m + 0 y_{m+1} + 0 y_{m+2} + \dots + 0 y_{m+n} \rightarrow \min \\
a_{11} y_1 + a_{21} y_2 + \dots + a_{m1} y_m + y_{m+1} &= c_1 \\
a_{12} y_1 + a_{22} y_2 + \dots + a_{m2} y_m + y_{m+2} &= c_2 \\
\dots\dots\dots \\
a_{1n} y_1 + a_{2n} y_2 + \dots + a_{mn} y_m + y_{m+n} &= c_n \\
y_{\overline{1, m+n}} &\geq 0
\end{aligned}$$

3.2.1.3 Из заключительной таблицы выписываются векторы, составляющие оптимальный базис в порядке их расположения сверху вниз

$$\overline{A}_{t_1}, \overline{A}_{t_2}, \dots, \overline{A}_{t_n},$$

где t_1, t_2, \dots, t_n – порядковые номера векторов, составляющих оптимальный базис.

3.2.1.4 Записываются компоненты векторов $\overline{A}_{t_1}, \dots, \overline{A}_{t_n}$ согласно канонической форме задачи (п. 3.2.1.2)

$$\overline{A}_{t_1} = \begin{pmatrix} a_{t_1,1} \\ a_{t_1,2} \\ \dots \\ a_{t_1,n} \end{pmatrix} \quad \overline{A}_{t_2} = \begin{pmatrix} a_{t_2,1} \\ a_{t_2,2} \\ \dots \\ a_{t_2,n} \end{pmatrix} \quad \dots \quad \overline{A}_{t_n} = \begin{pmatrix} a_{t_n,1} \\ a_{t_n,2} \\ \dots \\ a_{t_n,n} \end{pmatrix}.$$

3.2.1.5 Составляется матрица P

$$P = \begin{vmatrix} a_{t_1,1} & a_{t_2,1} & \dots & a_{t_n,1} \\ a_{t_1,2} & a_{t_2,2} & \dots & a_{t_n,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{t_1,n} & a_{t_2,n} & \dots & a_{t_n,n} \end{vmatrix}$$

3.2.1.6 Определяется матрица P^{-1} , обратная матрице P .

3.2.1.7 Составляется вектор-столбец $\overline{(c + \Delta c)}$, где c – значения компонентов вектора \overline{C} (п. 3.2.1.2).

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}$$

3.2.1.8 Область устойчивости цен на продукцию определяется из условия

$$P^{-1}(\overline{c + \Delta c}) \geq 0.$$

4. Оценка целесообразности введения в план производства выпуск ткани с разновидностью рисунка P5, если нормы затрат красителей на 1 ед. ткани соответственно равны 6, 2, 1, 4, 4 г и доход, доход, ожидаемый от реализации новой ткани, равен 5000 руб.

4.1 Если в план включаются новые виды продукции, то их оценка находится по формуле:

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot y_{om,i} - c_{n+1}$$

Где C_j - доход предприятия от вновь вводимого j - ого типа продукции;

a_{ij} - норма затрат i -ого вида сырья на производство одной единицы j -ого типа продукции;

$y_{om,i}$ - теневая цена i -ого вида сырья.

4.2 Если $\Delta_j < 0$, то новый вид продукции улучшает план.

4.3 Если $\Delta_j > 0$, то новый вид продукции вводить нецелесообразно.

Приложение В

Теоретический материал к выполнению задания № 2

1. Составление экономико-математической модели задачи

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = \overline{1, n}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = \overline{1, n}$$

$$i \neq j,$$

где S_{ij} – заданные расстояния между i -м j -м населенными пунктами;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{если коммивояжер действительно переезжает из } i \text{-го пункта в } j \text{-й} \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

n – число населенных пунктов.

2. Решение задачи методом ветвей и границ (Алгоритм Литтла).

2.1 Формализация задачи в виде матрицы S размером $n \times n$.

$$S = \begin{pmatrix} \infty & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & \infty & \dots & S_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & \infty \end{pmatrix}$$

2.2 Присвоение $m=1$.

2.3 Приведение матрицы S по строкам и столбцам путем вычитания из строк исходной матрицы минимальных элементов.

2.4 Составление приведенной матрицы S^m .

2.5 Вычисление суммы приводящих констант h^m , что на начальном этапе является оценкой множества X , где x – вершина, из которой производится ветвление $h^m = \alpha(x)$.

2.6 Выбор претендентов на ветвление. Для ветвления выбираются пары (i, j) $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, i \neq j$, для которых $S_{ij}^m = 0$.

2.7 Выбор пары для ветвления.

2.7.1 Подсчет для всех претендентов на ветвление. Суммы двух издержек $\Theta(ij) = S_{ik} + S_{lj}$.

2.7.2 Из найденных в п.2.7.1 $\Theta(ij)$ выбор пары (kl) , для которой $\Theta(ik, l) = \max \Theta(ij)$.

2.7.3 Включение найденной пары в п.2.7.2 в множество Y , где Y - вершина наиболее вероятно принадлежащая перспективной ветви и являющаяся запретной для множества \bar{Y} .

2.8 Подсчет оценки множества \bar{Y} .

$$\omega(\bar{Y}) = \omega(x) + \Theta(k, l).$$

2.9 Исключение из дальнейшего рассмотрения k -строки и l -го столбца и наложение запрета на путь S_{lk} . ($S_{lk} = \infty$).

2.10 Повторение процесса до получения матрицы размера 2×2 и переход к п.2.14. В противном случае переход к п.2.11.

2.11 Подсчет суммы приводящих констант h^{m+1} .

2.12 Определение $\omega(Y) = \omega(x) + h^{m+1}$.

2.13 Присвоение $m = m + 1$ и переход к п.2.6.

2.14 Проверка условия на оптимальность.

2.14.1 Если оценка цикла не больше оценок всех допустимых для дальнейшего ветвления множеств, то полученный цикл оптимален. Задача решена.

2.14.2 Если существует хотя бы одно множество с меньшей оценкой, то полученный цикл запоминается. Тогда процесс ветвления следует продолжать, исходя из множества с меньшей оценкой.

Приложение Г

Теоретический материал к выполнению задания № 3

1. Составление экономико-математической модели задачи

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = \overline{1, n}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = \overline{1, n}$$

где C_{ij} – стоимость назначения i -го ресурса на j -й объект;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{– если } i\text{-й ресурс действительно назначается на } j\text{-й объект;} \\ 0 & \text{– в противном случае;} \end{cases}$$

n – число ресурсов (объектов).

2. Алгоритм решения задачи о назначениях венгерским методом.

2.1 Составление приведенной матрицы

2.1.1 Составление матрицы C размером $n \times n$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

2.1.2 Приведение матрицы.

2.1.2.1 Нахождение в каждой строке наименьшего элемента и вычитание его из элементов данной строки.

2.1.2.2 Повторение процедуры п.2.1.2.1 для столбцов.

2.2 Определение назначений.

2.2.1 Нахождение строки (строк), содержащей только одно нулевое значение и помещение в эту клетку одного назначения (если это возможно).

При отсутствии строк, содержащих только одну нулевую клетку, допустимо начинать с любого нулевого значения.

2.2.2 Зачеркивание оставшихся нулевых значений в столбцах, соответствующих конкретным назначениям.

2.2.3 Если после выполнения пунктов 2.2.1 и 2.2.2 в каждой строке и в каждом столбце матрицы C можно выбрать по одному нулевому элементу, в который можно сделать назначение, то полученное решение будет оптимальным назначением. Задача решена.

Если пункт 2.2.3 выполнить невозможно, то переход к п.2.3.

2.3 Модификация приведенной матрицы.

2.3.1 Минимальным числом прямых (только параллельных и взаимно перпендикулярных) зачеркиваются все пути в приведенной матрице.

2.3.2 Из невычеркнутых элементов выбирается наименьший.

2.3.3 Найденный в п.2.3.2 элемент, вычитается из каждого невычеркнутого элемента.

2.3.4 Найденный в п.2.3.2 элемент суммируется с элементами, стоящими на пересечении проведенных в п.2.3.1 прямых.

2.3.5 Полученная модифицированная матрица имеет дополнительное число нулей.

2.3.6 Возврат к п.2.3