АДА ЛАВЛЕЙС И ЕЁ ПРОГРАММА ПО НАХОЖДЕНИЮ ЧИСЕЛ БЕРНУЛЛИ НА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЕ БЭББИДЖА

Острая О.В., Гайфулина Д.А., Хакимова Э.Р.
Оренбургский государственный университет, г. Оренбург

Августа Ада Байрон (Лавлейс) известна как математик, с поэтичным псевдонимом «Леди цифр».

Известна она, прежде всего, тем, что составила описание вычислительной машины, разработанной Чарльзом Бэббиджем, и написала для этой машины первую в мире программу. Вследствие этого Ада Лавлейс считается первым программистом в истории человечества [13].

Родилась Ада 10 декабря 1815 года в Лондоне. Она была единственным ребенком в семье поэта Джорджа Гордона Байрона, а свое увлечение математикой девочка переняла у матери – Анны Изабеллы Байрон (Анабеллы), которую называли «Королевой Параллелограммов» [7]. Отец Ады видел ее всего лишь раз в жизни – через месяц после ее рождения, после чего подписал заявление о разводе и навсегда уехал из Англии.

Первое имя – Огаста (Августа) – девочка получила в честь сестры Байрона. Но мать и другие родственники никогда не называли её этим именем, а также постарались ограничить любое влияние отца на судьбу дочери и изъяли все книги Байрона из семейной библиотеки [8].

Анна Изабелла Байрон наняла для дочери лучших учителей и репетиторов. Например, математике Аду обучал Огастес де Морган, известный шотландский математик. Также в числе учителей была его жена Мэри Сомервиль, которая перевела с французского языка «Трактат о небесной механике», написанный Лапласом [7]. Именно Мэри стала для Ады Лавлейс примером для подражания.

Мать Ады, не желая для дочери пути отца, подозревала ее в сочинении стихов, и когда Ада стала вечерами запираться в своей комнате, рассердилась и потребовала отчета от девушки, на что та показала чертежи летательного аппарата собственной конструкции [12].

Когда Аде исполнилось семнадцать лет, она получила возможность выезжать в свет и впервые была представлена королю и королеве. В это же время она впервые услышала имя Чарльза Бэббиджа (1791-1871) – выдающегося английского математика – за обеденным столом от Мэри Сомервилль. Спустя несколько недель, 5 июня 1833 года, они впервые увиделись на научно-технической выставке [7]. В двадцатилетнем возрасте Ада вышла замуж за лорда Кинга, который стал впоследствии графом Лавлейс, поэтому сама Ада Байрон стала знаменитой как графиня Ада Лавлейс.

Чарльз Бэббидж родился в 1791 году в семье банкира. Будучи студентом, он уже начал интересоваться вычислительными методами [9]. В момент знакомства с Адой Чарльз Бэббидж занимал должность профессора кафедры математики Кембриджского университета. С 1822 он работал над постройкой разностной машины, которая была задумана для табулирования, то есть составления вычислительных таблиц [6]. Для вычисления значения функции её необходимо было представить в виде композиции конечного числа функций, а затем производить расчёт значений каждой из этих функций. При этом оператор машины должен был вручную вводить все значения регистров. Чертёж с многочисленными валиками и шестерёнками, которые приводились в движение рычагом, был представлен премьер-министру. В 1823 году была выплачена первая субсидия на постройку так называемого первого компьютера, который сейчас известен под названием «Большая разностная машина Бэббиджа» (Difference Engine) [7]. Однако в 1833 году ее финансирование было прекращено из-за сложности конструкции.

Несмотря на неудачу с разностной машиной, Бэббидж в 1834 году задумался о создании другой машины, которая бы позволяла решать весь класс вычислительных задач. Для этого алгоритм такой машины должен задаваться извне, а не быть «жёстко зашитым» в её конструкцию [6]. Сама же машина должна уметь управлять ходом вычислений. Новую вычислительную машину Бэббидж назвал Аналитической – Analytical Engine [15].

«Шесть месяцев я разрабатывал проект машины более совершенной, чем первая. Я сам поражен вычислительной мощностью, которой она будет обладать!», пишет Чарльз Бэббидж [3].

Основными частями Аналитической машины являлись:

1. «склад» – устройство для хранения чисел, то есть память в современной терминологии;
2. «мельница» или «фабрика» – устройства для выполнения арифметических действий (арифметическое устройство);
3. «контора» – устройство, управляющее операциями машины (устройство управления);
4. устройства ввода и вывода.

Обмен данными осуществлял набор зубчатых реек. Каждое из колес регистров могло останавливаться в одном из десяти положений и запоминать десятичный знак. Операции умножения и деления в свою очередь представлялись как последовательные сложения или вычитания [15].

Для ввода данных в память и управления работой машины Бэббидж задумал использовать перфокарты, которые впервые начали применяться в ткацких станках Жаккарда в 1808 году. Жозеф Мари Жаккард (1752-1834) – французский изобретатель станка для выработки крупноузорчатых тканей. Этот станок является ярким примером машины с программным управлением [5].

Аналитическая машина выполняла две операции с перфокартами, – одна давала задание для «мельницы», вторая же управляла переносом данных между «мельницей» и «складом». Карты проходили под щупами, которые, при попадании в отверстия, приводили в движение механизмы передачи данных со «склада» на «фабрику». Результат машина возвращала обратно на «склад» [6].

Также в Аналитической машине была предусмотрена возможность организации условий и циклов. Для этого механизм переноса последнего разряда мог заставить цикл повторить действие либо пропустить его [6].

Аналитическая машина была описана в статье Луиджи Фредериго

Менабреа (1809-1896). Бэббидж попросил графиню Лавлейс перевести записи Менабреа на английский и сопроводить текст комментариями. Именно эта работа стала причиной появления на свет первой в мире программы и первого программиста.

Сама Ада писала Бэббиджу о своей программе: «Я хочу ввести пример в одно из примечаний: вычисление чисел Бернулли в качестве примера вычисления машиной неопределенной функции без предварительного решения ...» [14].

В 1843 г. Адой Лавлейс для машины Бэббиджа была написана первая в мире достаточно сложная программа вычисления чисел Бернулли. Наряду с этим, Лавлейс популяризировала идеи Бэббиджа и сама проектировала некоторые узлы машины. Графиня Лавлейс помогла Бэббиджу прояснять его собственные идеи и служила источником вдохновения изобретателя, заражая своим энтузиазмом. Но даже ее дара оказалось недостаточно, чтобы решить основную проблему на пути создания аналитической машины. Ее просто невозможно было сконструировать и запустить в работу, ведь она должна была быть не меньше железнодорожного локомотива [11]. Внутри же машина представляла бы собой хаотичное нагромождение деталей, часовых механизмов, приводимых в действие паровым двигателем. Любая нестабильность крошечной детали приводила бы к приумноженным нарушениям в других частях, и тогда вся машина пришла бы в «бешенство».

Аналитическая машина так и не была построена. Ее наследие – это ворох чертежей, а также небольшая часть арифметического устройства и печатающее устройство, собранное сыном Бэббиджа [15].

Несмотря на то, что машина Бэббиджа так и не была сконструирована при жизни Ады, написанная ею программа по вычислению чисел Бернулли по праву считается первой программой, специально реализованной для воспроизведения на вычислительной машине. Обратимся теперь к этой программе и подробнее изложим порядок ее работы на машине Бэббиджа.

Для этого нужно разобраться в таком понятии как «Числа Бернулли», открытые швейцарским математиком и механиком Якобом Бернулли (1759-1789) [3]. Числа Бернулли – это последовательность рациональных чисел $B_0, B_1, \ldots, B_n$ полученная путем суммирования последовательных чисел возведенных в одну и ту же степень [4]:

$$S_1(n) = 1^1 + 2^1 + 3^1 + \ldots + n^1;$$

$$S_2(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$S_k(n) = 1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k.$$

С помощью формулы бинома Ньютона:

$$(a+b)^k = a^k + C_k^1 \cdot a^{k-1} \cdot b + C_k^2 \cdot a^{k-2} \cdot b^2 + \ldots + C_k^{k-1} \cdot a \cdot b^k,$$

последовательно возводим двучлен $(a+b)$ в первую, вторую, третью и т.д. степень; затем напишем тождество:

$$(a-1)^{k+1} - a^{k+1} = -C_{k+1}^1 \cdot a^k + C_{k+1}^2 \cdot a^{k-1} + \ldots + (-1)^k C_{k+1}^k \cdot a + (-1)^{k+1}$$

Предположим, что $a = 1, 2, \ldots, n$, сложим почленно получившиеся равенства и получим:

$$-n^{k+1} = -C_{k+1}^{1} \cdot S_k(n) + C_{k+1}^{2} \cdot S_{k-1}(n) + \ldots + (-1)^k C_{k+1}^{k} \cdot S_1(n) + (-1)^{k+1} S_0(n).$$

Отсюда вытекает рекуррентное соотношение:

$$S_k(n) = \frac{1}{k+1}\left[n^{k+1} + C_{k+1}^{2} \cdot S_{k-1}(n) + \ldots + (-1)^k C_{k+1}^{k} \cdot S_1(n) + (-1)^{k+1} S_0(n)\right].$$

Так можем получить сумму $S_k(n)$, если знаем все предыдущие суммы: $S_1(n), S_2(n), \ldots, S_{k-1}(n)$ [2].

Чтобы окончательно разобраться, что же такое числа Бернулли, найдем несколько сумм:

$$S_1(n) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n;\; S_2(n) = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n;\; S_1(n) = \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2.$$

Числами Бернулли будут называться коэффициенты, которые стоят перед *n* в первой степени [2]. Следовательно, из найденных нами сумм последовательностей мы можем сделать вывод, что: $B_1 = \frac{1}{2}, B_2 = \frac{1}{6}, B_3 = 0$.

Чтобы получить саму формулу вычисления чисел Бернулли, воспользуемся найденным рекуррентным соотношением и разделим его на *n*:

$$B_k = \frac{1}{k+1}\left[C_{k+1}^{2} \cdot B_{k-1} + \ldots + (-1)^k C_{k+1}^{k} \cdot B_1 - (-1)^k \cdot B_0\right].$$

При вычислениях чисел Бернулли Ада Лавлейс использует формулу, представленную в виде:

$$\begin{gathered}-\frac{1}{2} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} + B_1\left(\frac{2n}{n}\right) + B_3\left(\frac{2n(2n-1)(2n-2)}{2 \cdot 3 \cdot 4}\right) + \ldots + \\ + B_5\left(\frac{2n(2n-1)\ldots(2n-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}\right) + B_{2n-1} = 0,\end{gathered} \tag{1}$$

которую также можно записать в общей форме:

$A_0 + A_1B_1 + A_3B_3 + A_5B_5 + \ldots + B_{2n-1} = 0$, где A_1, A_3 и т.д. являются функциями *n*, которые, соответственно, относятся к B_1, B_3 и т.д. [1].

Каждое слагаемое после $(n+1)$-го равно нулю, а $(n+1)$-е слагаемое всегда равно $B_{2n-1} \cdot \frac{1}{1} = B_{2n-1}$. Это позволяет находить значения (числовые или алгебраические) любого *n*-го числа Бернулли B_{2n-1}, *с учетом знания всех предыдущих*.

Для вычисления каждого последующего числа Бернулли необходимо руководствоваться несложной последовательностью вычислений:

1-я серия: Пусть $n = 1$, и вычислить сумму (1) для этого значения. Результат – B_1.

2-я серия: Пусть $n = 2$. Вычислить сумму (1) для этого значения *n*, подставляя только что полученное значение B_1. В результате – B_3.

3-я серия: Пусть $n=3$. Вычислить сумму (1) для этого значения n, подставляя полученные значения B_1, B_3. В результате B_5. И так далее, до некоторой степени.

К Заметкам Ады прилагаются диаграммы и таблицы, содержащие данные для вычисления B_7 (B_1, B_3, B_5 являются предположительно заданными). Рассмотрим подробнее одну из этих схем, которая демонстрирует вычисление B_{2n-1} (в данном случае $n=4$) [1].

Номер Операции	Тип Операции	Действия с Переменными	Переменные, получающие результат	Индикация изменения значения любой Переменной	Формулировка Результатов	Данные			Рабочие Переменные										Результирующие Переменные			
						${}^1V_1$	${}^1V_2$	${}^1V_3$	${}^0V_4$	${}^0V_5$	${}^0V_6$	${}^0V_7$	${}^0V_8$	${}^0V_9$	${}^0V_{10}$	${}^0V_{11}$	${}^0V_{12}$	${}^0V_{13}\cdots$	${}^1V_{21}$	${}^1V_{22}$	${}^1V_{23}$	${}^0V_{24}\cdots$
						○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	В в десят. дроби	В в десят. дроби	В в десят. дроби	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0
						1	2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0
						1	2	n											B_1	B_3	B_5	B_7
1	×	${}^1V_2 \times {}^1V_3$	${}^1V_4, {}^1V_5, {}^1V_6$	$\left\{ {}^1V_2 = {}^1V_2;\ {}^1V_3 = {}^1V_3 \right\}$	$= 2n$ …	…	2	n	$2n$	$2n$	$2n$											
2	−	${}^1V_4 - {}^1V_1$	${}^2V_4$ …	$\left\{ {}^1V_4 = {}^2V_4;\ {}^1V_1 = {}^1V_1 \right\}$	$= 2n-1$ …	1	…	…	$2n-1$													
3	+	${}^1V_5 + {}^1V_1$	${}^2V_5$ …	$\left\{ {}^1V_5 = {}^2V_5;\ {}^1V_1 = {}^1V_1 \right\}$	$= 2n+1$ …	1	…	…	…	$2n+1$												
4	÷	${}^2V_5 \div {}^2V_4$	${}^1V_{11}$ …	$\left\{ {}^2V_5 = {}^0V_5;\ {}^2V_4 = {}^0V_4 \right\}$	$= \frac{2n-1}{2n+1}$ …	…	…	…	0	0	…	…	…	…	…	$\frac{2n-1}{2n+1}$						
5	÷	${}^1V_{11} \div {}^1V_2$	${}^2V_{11}$ …	$\left\{ {}^1V_{11} = {}^2V_{11};\ {}^1V_2 = {}^1V_2 \right\}$	$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2n-1}{2n+1}$ …	…	2	…	…	…	…	…	…	…	…	$\frac{1}{2} \cdot \frac{2n-1}{2n+1}$						
6	−	${}^0V_{13} - {}^2V_{11}$	${}^1V_{13}$ …	$\left\{ {}^2V_{11} = {}^0V_{11};\ {}^0V_{13} = {}^1V_{13} \right\}$	$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} = A_0$ …	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	0	…	$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} = A_0$				
7	−	${}^1V_3 - {}^1V_1$	${}^1V_{10}$ …	$\left\{ {}^1V_3 = {}^1V_3;\ {}^1V_1 = {}^1V_1 \right\}$	$= n - 1 (= 3)$ …	1	…	n	…	…	…	…	…	…	$n-1$							
8	+	${}^1V_2 + {}^0V_7$	${}^1V_7$ …	$\left\{ {}^1V_2 = {}^1V_2;\ {}^0V_7 = {}^1V_7 \right\}$	$= 2 + 0 = 2$ …	…	2	…	…	…	…	2										
9	÷	${}^1V_6 \div {}^1V_7$	${}^3V_{11}$ …	$\left\{ {}^1V_6 = {}^1V_6;\ {}^0V_{11} = {}^3V_{11} \right\}$	$= \frac{2n}{2} = A_1$ …	…	…	…	…	…	$2n$	2	…	…	…	$\frac{2n}{2} = A_1$						
10	×	${}^1V_{21} \times {}^3V_{11}$	${}^1V_{12}$ …	$\left\{ {}^1V_{21} = {}^1V_{21};\ {}^3V_{11} = {}^3V_{11} \right\}$	$= B_1 \cdot \frac{2n}{2} = B_1 A_1$ …	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	$\frac{2n}{2} = A_1$	$B_1 \cdot \frac{2n}{2} = B_1 A_1$	…	B_1			
11	+	${}^1V_{12} + {}^1V_{13}$	${}^2V_{13}$ …	$\left\{ {}^1V_{12} = {}^0V_{12};\ {}^1V_{13} = {}^2V_{13} \right\}$	$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} + B_1 \cdot \frac{2n}{2}$ …	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	0	$\left\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} + B_1 \cdot \frac{2n}{2}\right\}$				
12	−	${}^1V_{10} - {}^1V_1$	${}^2V_{10}$ …	$\left\{ {}^1V_{10} = {}^2V_{10};\ {}^1V_1 = {}^1V_1 \right\}$	$= n - 2 (= 2)$ …	1	…	…	…	…	…	…	…	…	$n-2$							
13	−	${}^1V_6 - {}^1V_1$	${}^2V_6$ …	$\left\{ {}^1V_6 = {}^2V_6;\ {}^1V_1 = {}^1V_1 \right\}$	$= 2n - 1$ …	1	…	…	…	…	$2n-1$											
14	+	${}^1V_1 + {}^1V_7$	${}^2V_7$ …	$\left\{ {}^1V_1 = {}^1V_1;\ {}^1V_7 = {}^2V_7 \right\}$	$= 2 + 1 = 3$ …	1	…	…	…	…	…	3										
15	÷	${}^2V_6 \div {}^2V_7$	${}^1V_8$ …	$\left\{ {}^2V_6 = {}^2V_6;\ {}^2V_7 = {}^2V_7 \right\}$	$= \frac{2n-1}{3}$ …	…	…	…	…	…	$2n-1$	3	$\frac{2n-1}{3}$									
16	×	${}^1V_8 \times {}^3V_{11}$	${}^4V_{11}$ …	$\left\{ {}^1V_8 = {}^0V_8;\ {}^3V_{11} = {}^4V_{11} \right\}$	$= \frac{2n}{2} \cdot \frac{2n-1}{3}$ …	…	…	…	…	…	…	…	0	…	…	$\frac{2n}{2} \cdot \frac{2n-1}{3}$						
17	−	${}^2V_6 - {}^1V_1$	${}^3V_6$ …	$\left\{ {}^2V_6 = {}^3V_6;\ {}^1V_1 = {}^1V_1 \right\}$	$= 2n - 2$ …	1	…	…	…	…	$2n-2$											
18	+	${}^1V_1 + {}^2V_7$	${}^3V_7$ …	$\left\{ {}^2V_7 = {}^3V_7;\ {}^1V_1 = {}^1V_1 \right\}$	$= 3 + 1 = 4$ …	1	…	…	…	…	…	4										
19	÷	${}^3V_6 \div {}^3V_7$	${}^1V_9$ …	$\left\{ {}^3V_6 = {}^3V_6;\ {}^3V_7 = {}^3V_7 \right\}$	$= \frac{2n-2}{4}$ …	…	…	…	…	…	$2n-2$	4	…	$\frac{2n-2}{4}$	…							
20	×	${}^1V_9 \times {}^4V_{11}$	${}^5V_{11}$ …	$\left\{ {}^1V_9 = {}^0V_9;\ {}^4V_{11} = {}^5V_{11} \right\}$	$= \frac{2n}{2} \cdot \frac{2n-1}{3} \cdot \frac{2n-2}{4} = A_3$ …	…	…	…	…	…	…	…	…	0		$\left\{\frac{2n}{2} \cdot \frac{2n-1}{3} \cdot \frac{2n-2}{4}\right\} = A_3$						
21	×	${}^1V_{22} \times {}^5V_{11}$	${}^0V_{12}$ …	$\left\{ {}^1V_{22} = {}^1V_{22};\ {}^0V_{12} = {}^2V_{12} \right\}$	$= B_3 \cdot \frac{2n}{2} \cdot \frac{2n-1}{3} \cdot \frac{2n-2}{4} = B_3 A_3$	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	0	$B_3 A_3$	…	…	B_3		
22	+	${}^2V_{12} + {}^2V_{13}$	${}^3V_{13}$ …	$\left\{ {}^2V_{12} = {}^0V_{12};\ {}^2V_{13} = {}^3V_{13} \right\}$	$= A_0 + B_1 A_1 + B_3 A_3$ …	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	0	$\{A_0 + B_1 A_1 + B_3 A_3\}$				
23	−	${}^2V_{10} - {}^1V_1$	${}^3V_{10}$ …	$\left\{ {}^2V_{10} = {}^3V_{10};\ {}^1V_1 = {}^1V_1 \right\}$	$= n - 3 (= 1)$ …	1	…	…	…	…	…	…	…	…	$n-3$							
Здесь следуют повторения Операций 13 - 23																						
24	+	${}^4V_{13} + {}^0V_{24}$	${}^1V_{24}$ …	$\left\{ {}^4V_{13} = {}^0V_{13};\ {}^0V_{24} = {}^1V_{24} \right\}$	$= B_7$ …	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	B_7
25	+	${}^1V_1 + {}^1V_3$	${}^1V_3$ …	$\left\{ {}^1V_1 = {}^1V_1;\ {}^1V_3 = {}^1V_3;\ {}^5V_6 = {}^0V_6;\ {}^5V_7 = {}^0V_7 \right\}$	$= n + 1 = 4 + 1 = 5$ по карте Переменной по карте Переменной	1	…	$n+1$	…	…	0	0										

Рисунок 1. – Схема вычисления чисел Бернулли на вычислительной машине Бэббиджа.

В этом случае в качестве исходных необходимо взять шесть численных *данных* – 1, 2, $n=4$, B_1, B_3, B_5. Для $n=5$ потребуется дополнительная величина B_7, для $n=6$ – B_9 и т.д. Таким образом, фактическое *количество необходимых данных* всегда будет $n+2$, причем $n-1$ данных являются последовательными числами Бернулли.

Карты Операций 1, 2, 3, 4, 5, 6 подготовят $-\frac{1}{2}\cdot\frac{2n-1}{2n+1}$. Карта 1 умножает *два* на *n*, и три карты Переменных, получающих результат, (обозначаются V_4, V_5, V_6) дают результат 2*n*. При Операции 6, *положительная* величина превращается в *отрицательную* величину путем простого вычитания величины из столбца, содержащего только нули.

Если мы будем рассчитывать для $n=1$, в операции 6 будет завершено вычисление B_1, и потом либо вовсе остановится, либо начнет операции 1–7 заново для значения $n=2$, для того, чтобы ввести вычисление B_3.

Карты 8, 9, 10 производят вычисление $-\frac{1}{2}\cdot\frac{2n-1}{2n+1}+B_1\left(\frac{2n}{2}\right)$.

Карта 12 выполняет ту же роль, что и Карта 7 в предыдущем разделе; и, если бы *n* было равно двум, Операция 11 завершила бы вычисление B_3.

Карты 13-20 считают A_3. Поскольку A_{2n-1} всегда состоит из $(2n-1)$-ого коэффициента. A_3 имеет три коэффициента: Карты 13-16 высчитывают второй из этих коэффициентов, а затем умножают его на первый; Карты 17-20 вычисляют третий коэффициент, а затем умножают на произведение двух предыдущих коэффициентов [1].

Карта 23 имеет роль Карт 7 и 12, так как, если *n* было бы равно 3, 21-ая и 22-я операции завершили бы вычисление B_5. В нашем случае с B_7, вычисление будет продолжаться еще один этап, и теперь мы должны обратить внимание на то, что для того, чтобы вычислить A_7 надо просто точно повторить группы Операций с 13 до 20; а затем, чтобы завершить вычисление B_7, повторить Операции 21 и 22.

Таким образом, каждая единица, прибавляющаяся к *n* в B_{2n-1}, влечет за собой дополнительные повторения Операций 13-23 для вычисления B_{2n-1}.

Остается только передать значения на V_{13} и V_{24}, уменьшить V_6, V_7, V_{13} до нуля, и добавить *один* к V_3, чтобы двигатель был готов начать вычисления B_9. Эти действия выполняют Операции 24 и 25 [1].

Следует отметить, что, когда группа 13-23 *повторяется*, происходят изменения в некоторых *верхних* индексах в ходе повторения: например, ${}^3V_6$ станет ${}^4V_6$ и ${}^5V_6$.

Единственным исключением *совершенной идентичности* во *всех* процессах и столбцах является то, что Операция 21 всегда требует одного из ее коэффициентов, от нового столбца, и Операция 24 всегда ставит его результат на новый столбец.

Таким образом, мы видим, что, когда $n=1$, используются девять карт Операций; $n=2$ – четырнадцать; при $n>2$ – двадцать пять. Этих двадцати пяти карт достаточно для последовательного вычисления всех чисел от B_1 до B_{2n-1} включительно. В среднем необходимо еще три дополнительных карты каждой *Операции* для оценки. В соответствии с этим, расчет B_1 потребует двадцать семь карт Переменных; B_3 – сорок две таких карты; B_5 – семьдесят пять карт; и за каждые последующие после B_5 – тридцать три дополнительных карт Переменных (поскольку после каждого повторения группы 13-23 добавляется одиннадцать – число операций, необходимых для вычисления предыдущей *B*).

Те *же* семьдесят пять карт Переменных могут повторяться для вычисления каждого последующего числа, по тому же принципу как повторение тридцати трех карт Переменных Операций 13-23 в расчете любого *одного* Числа. Таким образом, существует *цикл в цикле карт* Переменных [1].

Можно выразить операций для вычисления чисел Бернулли следующим образом:

(1…7), (24, 25) ……………………….......… дает B_1 = 1-ое значение; ($n=1$).

(1…7), (8…12), (24, 25) …………………….... B_3 = 2-ое значение; ($n=2$).

(1…7), (8…12), (13…23), (24, 25) ……..…...... B_5 = 3-е значение; ($n=3$).

(1…7), (8…12), 2(13…23), (24, 25) …………...... B_7 = 4-е значение; ($n=4$).

…………………………………………………………………………………

(1…7), (8…12), $\sum(+1)^{n-2}$ (13…23), (24, 25) B_{2n-1} = n-ое значение;($n=n$).

Идеи графини Лавлейс удалось реализовать только с наступлением эры вычислительной техники. Ада скончалась от рака 27 ноября 1852 года и была похоронена в фамильном склепе Байронов, рядом со своим отцом, которого не видела никогда в жизни [7].

В наше время многие разработки Лавлейс и Бэббиджа пытались проверить на современном уровне. Так в 1991 году английские ученые по чертежам Чарльза Бэббиджа построили механическую вычислительную машину. Работает эта машина очень медленно, по сравнению с современными компьютерами: одна операция умножения или деления занимает 2-3 минуты. А в 1978 году в Дубне в вычислительную машину БЭСМ-6 была введена программа Ады Лавлейс, закодированная на языке программирования «Фортан». При проверке работоспособности была найдена всего одна опечатка и одна ошибка, но программа требовала меньшего количество перфокарт, тем самым экономя память.

В 1975 году Министерством обороны США была предложена идея о создании универсального языка программирования. Проект был одобрен и данный язык назвали в честь графини Лавлейс – язык «Ада» [7]. Синтаксис языка «Ада» 1983 года был похож на синтаксис таких современных языков программирования, как Паскаль или Algol, но в 1995 году в него были добавлены элементы объектно-ориентированного программирования. В настоящее время этот язык используется для больших и сложных проектов, не только военного плана.

В честь Ады Лавлейс отмечается два праздника: день 7 октября так и называется днем Ады Лавлейс, и проводится в целях популяризации научной деятельности женщин [10]. В этот день люди всего мира рассказывают о наиболее замечательных научных открытиях, сделанных женщинами. Существует также неофициальный праздник «День программиста», который отмечается несколько раз в году, отмечаются и две даты, связанные с именем Ады Лавлейс: это 10 декабря – день её рождения и 17 октября – день, когда она написала свою первую программу для вычислительной машины.

Ада высказала одну из идей, которая дала направление развитию вычислительной техники в целом: «Суть и предназначение машины зависят от того, какую информацию мы в нее вложим. Машина сможет писать музыку, рисовать картины и покажет науке такие пути, которые мы никогда и нигде не видели» [14]. Этим утверждением она подтолкнула развитие вычислительной техники в новых направлениях. Ада Лавлейс одна из первых предположила, что машины можно использовать не только для вычислений, но и для решения других задач.

Список литературы

1. Menabrea, L.F., Lovelace, A.A. Sketch of The Analitycal Engine Invented by Charles Babbage / L.F Menabrea, A.A. Lovelace– Bibliothèque Universelle de Genève. – october, 1842. – № 82.

2. Абрамович, В.С. Числа Бернулли [Текст] / В.С. Абрамович // журнал «Квант» – 1974. – № 6. – С. 10-14.

3. Белл, Э.Т. Творцы математики. Предшественники современной математики [Текст] / Э.Т. Белл [и др.] // Творцы математики: пособие для учителей. – М., 1979. 256 с.

4. Брокгауз, Ф.А. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона. Жаккард, Жозеф-Мари [Текст] [в 86 т.] Т.1А / под ред. Ф.А. Брокгауза, И.А. Ефрона – СПб.: Питер, 1891.

5. Брокгауз, Ф.А. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона. Бернуллиевы числа [Текст] [в 86 т.] Т.3 / под ред. Ф.А. Брокгауза, И.А. Ефрона – СПб.: Питер, 1894.

6. Гутер, Р.С. От абака до компьютера [Текст] / Р.С. Гутер, Полунов Ю.Л. – М.: Знание, 1981. 137 с.

7. Казак, В.М. Великие женщины-математики [Электронный ресурс] / Социальная сеть работников образования nsportal.ru – Электрон, дан. 2012. – С. 6-7. – Режим доступа: http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2012/03/10/velikie-zhenshchiny-matematiki

8. Кувшинова, М.Ю. Алгебра и гармония Ады Байрон [Текст] / М.Ю. Кувшинова // журнал «Ах...» – 2000. – № 7.

9. Коростелева, М.В. История развития вычислительной техники. Чарльз Бэббидж [Электронный ресурс] / История развития вычислительной техники – Электрон, дан. – 2008. – Режим доступа: http://istrasvvt.narod.ru/mex_bebbidg.htm

10. Лебешева, М.А. Язык Ады Байрон [Электронный ресурс] / Ежеквартальный журнал для педагогов, психологов и родителей «Дети в информационном обществе» – Электрон, дан. – 2012. – Режим доступа: http://detionline.com/assets/files/journal/10/imena_10.pdf

11. Майстров, Л.Е. Ч. Бэббедж и его разностная машина / Л.Е. Майстров, И.С. Эдлин // Наука и техника: (Вопросы истории и теории). – Л.:1973. – № 8. – с.33-36.

12. Рогоза, В.А. Графиня Лавлейс – дьявол или ангел? Судьба дочери лорда Байрона [Электронный ресурс] / Ежедневный познавательный журнал «Школа жизни.ру» – Электрон, дан. – 2009. – Режим доступа: http://shkolazhizni.ru/archive/0/n-32669/

13. Смолянский, А.Д. Лавлейс Ада (урождённая Байрон) [Текст]: энцикл. слов. Британика / под ред. А.Д. Смолянского – М.: 1994.

14. *Травников, Ю.А. Ада Лавлейс: Полет на крыльях математики [Электронный ресурс] / Библиофонд. Электронная библиотека. – Электрон, дан. – 2002. – Режим доступа: http://bibliofond.ru/view.aspx?id=445204*

Черняк, Л.А. Чарльз Бэббидж – изобретатель и... политэконом [Текст] / Л.А. Черняк // «Computerworld Россия». – 2001. – №17.