

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Оренбургский государственный университет"

Кафедра сопротивления материалов

А.В. КОЛОТВИН, Р.В. РОМАШОВ

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ
РАБОТ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
"Оренбургский государственный университет"

Оренбург 2009

УДК 620.1(07)

ББК 30.121я7

К 61

Рецензент

кандидат технических наук, доцент С.Н. Горелов

К 61 **Колотвин А.В.**
Расчеты на прочность при плоском изгибе: методические указания к выполнению расчетно-проектировочных работ по сопротивлению материалов/ А.В. Колотвин, Р.В. Ромашов – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. – 34 с.

Методические указания предназначены для самостоятельной подготовки студентов при выполнении расчетно-проектировочных работ по первой части курса сопротивления материалов.

ББК 30.121я7

© Колотвин А.В.,
Ромашов Р.В., 2009
© ГОУ ОГУ, 2009

Содержание

| | |
|---|----|
| 1 Изгиб | 4 |
| 1.1 Основные понятия об изгибе балок | 4 |
| 1.2 Методика определения внутренних силовых факторов - поперечной силы и изгибающего момента..... | 5 |
| 1.3 Дифференциальные зависимости между поперечной силой, изгибающим моментом и распределенной нагрузкой..... | 6 |
| 1.4 Нормальные напряжения при чистом изгибе | 8 |
| 1.5 Касательные напряжения при поперечном изгибе балки..... | 10 |
| 2 Расчетно-проектировочная работа (РПР) № 3. Расчет на прочность при плоском изгибе | 13 |
| 2.1 Задача №1 | 14 |
| Список использованных источников | 27 |
| Приложение А Сортамент прокатной стали..... | 28 |
| Приложение Б Исходные данные к заданию 3..... | 31 |
| Приложение В Схемы расчетно-проектировочных заданий | 32 |

1 Изгиб

1.1 Основные понятия об изгибе балок

В конструкциях в большом количестве встречаются элементы, работающие на изгиб. Стержни, работающие на изгиб, принято называть **балками**. Термин «балка» в сопротивлении материалов – понятие широкое. С точки зрения расчетов на прочность и жесткость балкой является не только строительная балка, но также валы и оси машин, шатун кривошипно – шатунного механизма, зубья шестерен, болты и др.

На рисунке 1.1 а показана балка в ненагруженном состоянии. Если на боковой поверхности балки изобразить прямоугольник mnp_1m_1 , то, как показывают эксперименты, после деформации этот прямоугольник превратится в фигуру, близкую к трапеции (рисунок 1.1 б). Нижние продольные волокна балки при этом удлинятся, а верхние укоротятся. Таким образом, при изгибе часть волокон, расположенных по высоте балки, испытывает растяжение, а часть – сжатие. Следовательно, между ними есть волокно, которое не подвергалось ни деформации сжатия, ни деформации растяжения. Это волокно принято называть **нейтральным слоем балки**. Ось и продольные волокна при изгибе балки искривляются.

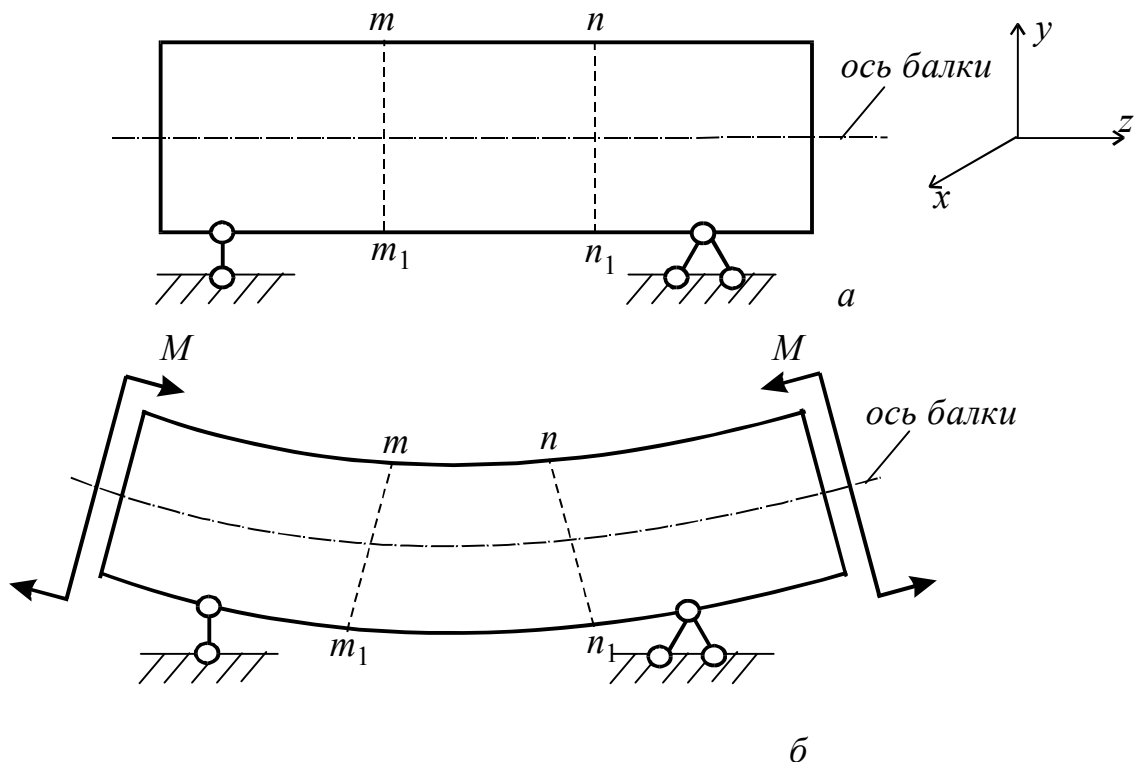


Рисунок 1.1

При изгибе в поперечных сечениях балок возникают два внутренних силовых фактора: **поперечная сила Q** и **изгибающий момент M** .

В зависимости от способов приложения нагрузки и способов закрепления

балки могут возникать два вида изгиба. В случае, когда изгибающий момент в поперечном сечении балки является единственным силовым фактором (а поперечная сила равна нулю), **изгиб называется чистым**. Если наряду с изгибающим моментом в поперечных сечениях возникают также и поперечные силы, то имеем так называемый **поперечный изгиб**.

На практике наибольший интерес представляет случай так называемого плоского изгиба, при котором все силы, в том числе и опорные реакции, лежат в одной плоскости, совпадающей с осью симметрии сечения.

1.2 Методика определения внутренних силовых факторов – поперечной силы и изгибающего момента

Расчет балок начинается, как правило, с определения опорных реакций. Предполагается, что внешние усилия, приложенные к балке и вызывающие ее деформацию, не нарушат равновесия балки. Балка рассматривается как система, на которую действуют активные и реактивные силы, лежащие в одной плоскости, и для нее справедливы три уравнения равновесия статики:

$$\sum Y = 0; \quad \sum Z = 0; \quad \sum M = 0.$$

Если на балку действуют только вертикально направленные внешние нагрузки, то уравнение $\sum Z = 0$ превращается в тождество. Тогда горизонтальная составляющая реакции в шарнирно – неподвижной или жестко защемленной опорах будет равна нулю, следовательно, для решения задачи достаточно двух уравнений.

Пусть балка, лежащая на опорах B и C (рисунок 1.2 а), нагружена произвольным образом внешними усилиями, действующими в вертикальной плоскости. Для определения внутренних силовых факторов в произвольном сечении применяется **метод сечений**.

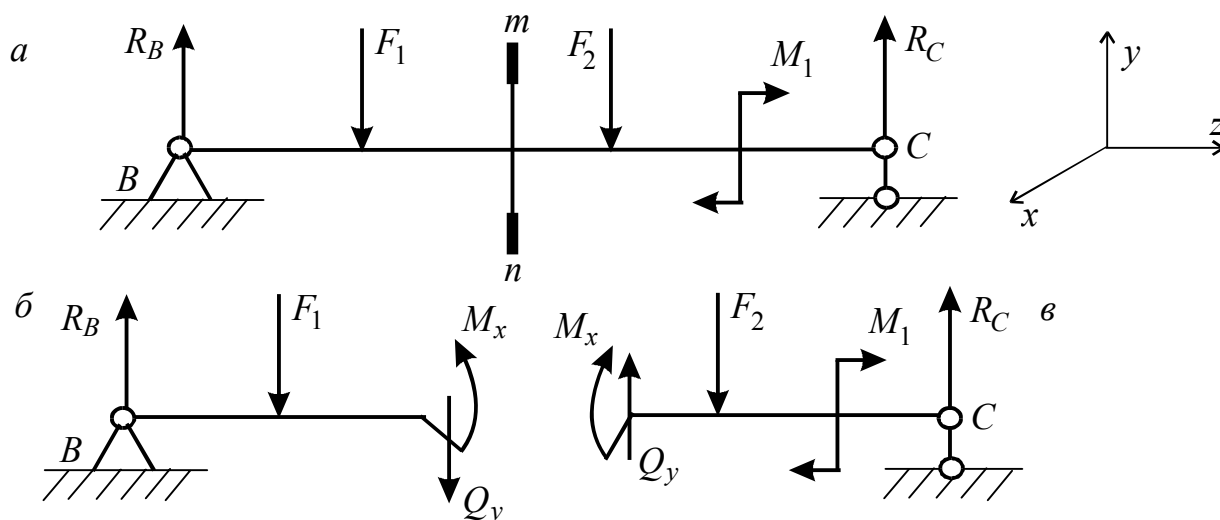


Рисунок 1.2

Рассмотрим произвольное поперечное сечение m - n балки. Это сечение делит внешние силы и моменты, приложенные к балке, на две взаимно уравновешивающиеся системы, из которых одна действует слева (рисунок 1.2 б), а другая справа (рисунок 1.2 в) от сечения.

Как отмечено выше (п.1.1), в поперечном сечении возникают два внутренних силовых фактора – поперечная сила и изгибающий момент, которые заменяют действие отброшенной части балки на оставленную. При этом поперечную силу принято обозначать Q_y (с индексом « y »), так как направление этой силы параллельно оси y . Изгибающий момент принято обозначать M_x (с индексом « x »), так как под действием этого момента балка изгибается относительно оси x .

Для определения Q_y и M_x применяют следующие правила. Поперечная сила Q_y в любом сечении балки равна алгебраической сумме всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения (слева или справа от рассматриваемого сечения):

$$Q_y = \sum_{i=1}^{k_1} F_i \Big|_{\text{слева}} = \sum_{i=1}^{k_2} F_i \Big|_{\text{справа}}. \quad (1.1)$$

Изгибающий момент M_x в любом сечении балки равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения и вычисленных относительно оси x :

$$M_x = \sum_{i=1}^{k_1} M(F_i) \Big|_{\text{слева}} = \sum_{i=1}^{k_2} M(F_i) \Big|_{\text{справа}}. \quad (1.2)$$

Для поперечных сил и изгибающих моментов установлены **правила знаков** (см. п.2 – стр.13).

Обратим внимание, что известные из теоретической механики правила знаков статики неприемлемы для установления знаков Q_y и M_x , поэтому их применять не следует.

1.3 Дифференциальные зависимости между поперечной силой, изгибающим моментом и распределенной нагрузкой

Поперечная сила, изгибающий момент и интенсивность распределенной нагрузки связаны зависимостями, которые значительно упрощают построение эпюр Q_y и M_x :

$$q = \frac{dQ_y}{dz}, \quad (1.3)$$

т.е. интенсивность распределенной нагрузки равна производной от поперечной силы по координате z сечения балки.

$$Q_y = \frac{dM_x}{dz}, \quad (1.4)$$

т.е. поперечная сила равна производной от изгибающего момента по координате z сечения балки.

$$q = \frac{d^2 M_x}{dz^2}, \quad (1.5)$$

т.е. интенсивность распределенной нагрузки равна второй производной от изгибающего момента по координате z сечения балки.

Зависимости (1.3), (1.4) и (1.5) используются при анализе различных вопросов, связанных с изгибом балок. В частности, ими пользуются при проверке правильности построения эпюр Q_y и M_x . Ниже приводится ряд правил проверки построения эпюр, одни из которых являются следствиями из дифференциальных зависимостей, другие вытекают непосредственно из метода сечений.

1. Если на некотором участке балки отсутствует распределенная нагрузка ($q=0$), то эпюра Q_y очерчена прямой линией, параллельной оси балки ($Q_y = \text{const}$), а эпюра M_x – прямой наклонной линией.

2. Для участка балки, на котором имеется равномерно распределенная нагрузка ($q = \text{const}$), эпюра Q_y очерчена прямой наклонной линией, а эпюра M_x – параболой (кривой второго порядка).

3. Если на некотором участке $Q_y > 0$, то изгибающий момент M_x возрастет (слева направо); если $Q_y < 0$, то момент M_x убывает; если $Q_y = 0$, то $M_x = \text{const}$ (чистый изгиб).

4. Если поперечная сила Q_y , изменяясь непрерывно, проходит через нулевое значение (пересекает ось эпюры), то в этом сечении момент M_x достигает экстремума (равенство нулю первой производной – признак экстремума функции). Если при этом знак силы Q_y изменяется с плюса на минус (слева направо), то эпюра M_x в этом сечении имеет максимум, если знак Q_y изменяется с минуса на плюс, на эпюре M_x – минимум.

5. В сечении балки, в котором приложена сосредоточенная внешняя сила F , на эпюре Q_y имеется скачок, равный значению силы F , в ее направлении, а на эпюре M_x – перелом с острием навстречу силе. В сечении, в котором приложен сосредоточенный внешний момент M , на эпюре M_x – скачок, равный моменту в его направлении.

6. Эпюра M_x всегда обращена выпуклостью навстречу распределенной нагрузке q , что следует из дифференциальной зависимости (1.5) и совпадения правил знаков для изгибающих моментов и кривизны линии очертания эпюры.

1.4 Нормальные напряжения при чистом изгибе

Определение напряжений начнем со случая, когда поперечная сила равна нулю, и имеется только изгибающий момент. Как отмечалось выше, этот случай называется чистым изгибом.

Как показано в п.1.1, от действия изгибающего момента волокна балки, расположенные по одну сторону от нейтрального слоя, удлиняются (испытывают растяжение), а по другую – укорачиваются (испытывают сжатие). В результате в поперечных сечениях балки возникают нормальные напряжения растяжения и сжатия, неравномерно распределенные по высоте сечения.

Рассмотрим участок балки, нагруженный двумя равными противоположно направленными внешними моментами (рисунок 1.3). Для наглядности на рисунке изгиб балки сильно преувеличен. Двумя сечениями выделим элемент балки, подверженный деформации чистого изгиба. Радиус кривизны нейтрального слоя балки обозначен ρ .

Волокно av на нейтральном слое искривляется, но напряжение в нем отсутствует ($\sigma=0$), так как оно является границей между зонами растяжения и сжатия.

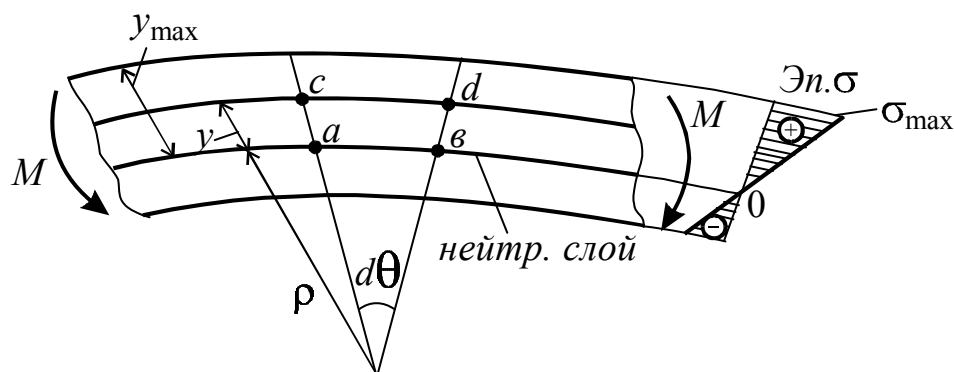


Рисунок 1.3

Кривизна нейтрального слоя равна:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x}. \quad (1.6)$$

Произведение EJ_x называется **жесткостью** сечения балки при изгибе, которая зависит от механических свойств материала балки, а также формы и размеров сечения. Из формулы (1.6) следует, что кривизна нейтрального слоя (а значит и величина деформации изогнутой оси балки) обратно пропорциональна величине жесткости EJ_x .

Нормальные напряжения при изгибе равны:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y. \quad (1.7)$$

По формуле (1.7) можно рассчитывать напряжение в любой произвольной точке сечения, находящейся на расстоянии y от нейтральной оси x балки.

Из формулы 1.7 видно, что нормальные напряжения при изгибе распределены по высоте сечения неравномерно. При $y=0$ (на нейтральном слое) напряжение $\sigma = 0$, а при $y=y_{\max}$ напряжение $\sigma = \sigma_{\max}$, т.е. напряжение достигает максимального значения в волокнах, наиболее удаленных от нейтрального слоя. При этом по высоте сечения напряжения изменяются по линейному закону (см. эпюру σ на рисунке 1.3), так как они прямо пропорциональны расстоянию y от нейтрального слоя.

Наибольшие напряжения возникают на наиболее удаленных от нейтральной оси x волокнах, т.е. при $y=y_{\max}$ (рисунок 1.3):

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{J_x} \cdot y_{\max} = \frac{M_x}{\frac{J_x}{y_{\max}}} = \frac{M_x}{W_x}, \quad (1.8)$$

где $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$ (м^3) – осевой **момент сопротивления сечения** относительно нейтральной оси x .

Формула (1.8) является **основной при расчете на прочность балки** при изгибе.

Рассмотрим величины моментов сопротивления W_x для наиболее распространенных форм сечения.

Для прямоугольного сечения:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{bh^3}{12} : \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{6}. \quad (1.9)$$

Для круглого сечения:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{\pi d^4}{64} : \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3. \quad (1.10)$$

Для кольцевого (трубчатого) сечения:

$$W_x = \frac{\pi D^4(1-\alpha^4)}{64} : \frac{D}{2} = \frac{\pi D^3}{32}(1-\alpha^4) \approx 0,1D^3(1-\alpha^4). \quad (1.11)$$

Для стандартных прокатных сечений (швеллеры, двутавры и др.) моменты сопротивления приведены в справочных таблицах.

Таким образом, **условие прочности (основная расчетная формула) при чистом изгибе** записывается следующим образом:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x} \leq \sigma_{adm}, \quad (1.12)$$

где $M_{x \max}$ – максимальный изгибающий момент, взятый с эпюры M_x .

Отметим, что полученные формулы (1.7) и (1.8) для расчета нормальных напряжений применимы не только при чистом изгибе, но также и при поперечном изгибе, когда кроме изгибающих моментов M_x отличны от нуля поперечные силы Q_y .

Исходя из условия прочности (1.12), на практике могут решаться **три вида задач**:

1. Задача проверки прочности – по заданным нагрузкам и размерам поперечного сечения определяют максимальное напряжение в опасном сечении и сопоставляют его с допускаемым, т.е. расчет в этом случае делается непосредственно по формуле (1.12);

2. Проектная задача, когда по заданным нагрузкам и допускаемым напряжениям определяют размеры поперечного сечения балки, исходя из момента сопротивления:

$$W_x \geq \frac{M_{x \max}}{\sigma_{adm}}; \quad (1.13)$$

3. Задача определения допускаемого изгибающего момента в опасном сечении балки:

$$M_{x \max} \leq W_x \cdot \sigma_{adm}. \quad (1.14)$$

1.5 Касательные напряжения при поперечном изгибе балки

Возникновение касательных напряжений τ при поперечном изгибе балок обусловлено наличием поперечных сил Q_y , так как поперечные силы вызывают деформацию сдвига: стремятся сдвинуть одну часть балки относительно другой в направлении, перпендикулярном к оси балки.

Касательные напряжения определяются по формуле:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x^*}{b \cdot J_x}, \quad (1.15)$$

где J_x – момент инерции сечения относительно нейтральной оси x ;

b – ширина сечения на расстоянии y от нейтральной оси;

S_x^* – статический момент отсеченной части сечения относительно нейтральной оси x .

Формула (1.15) называется формулой Журавского Д.И. По этой формуле можно определять касательное напряжение в любой точке поперечного сечения балки. При этом ширина « b » сечения берется в том месте сечения, где находится рассматриваемая точка, а при расчете статического момента S_x^* за отсеченную часть сечения принимается часть A^* площади, расположенная выше (или ниже, если точка находится ниже оси x) уровня, на котором находится рассматриваемая точка.

При подходе к верхней или нижней кромкам сечения площадь отсеченной части сечения постепенно уменьшается до нуля: следовательно, для верхних и нижних точек сечения $S_x^*=0$, а значит и $\tau=0$. Максимального значения касательные напряжения τ достигают на нейтральной оси x , где S_x^* достигает наибольшей величины.

Закон распределения касательных напряжений τ по высоте поперечного сечения соответствует уравнению параболы.

Рассмотрим величины максимальных касательных напряжений τ_{\max} для наиболее распространенных форм сечения.

Так, для прямоугольного сечения касательное напряжение равно:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_y}{b \cdot h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_y}{A}, \quad (1.16)$$

где A – площадь поперечного сечения.

Для круглого сечения:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A} = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{\pi R^2}; \quad (1.17)$$

для кольцевого (трубчатого) сечения:

$$\tau_{\max} = 2 \frac{Q_y}{A} = 2 \frac{Q_y}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)}, \quad (1.18)$$

где D – наружный диаметр кольца;

d – внутренний диаметр.

Для двутаврового поперечного сечения (или швеллера) максимальные касательные напряжения возникают в точках на нейтральной оси x и определяются по формуле:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y \cdot S_{x \max}^*}{d \cdot J_x}, \quad (1.19)$$

где $S_{x \max}^*$ – статический момент полусечения относительно нейтральной оси x (определяется по справочным таблицам);
 d – толщина стенки двутавра.

2 Расчетно-проектировочная работа (РПР) № 3. Расчет на прочность при плоском изгибе

При выполнении РПР № 3 необходимо построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x для схем балок Приложения В.1. Исходя из условия прочности, рассчитать размеры сечения стальной балки (типы сечений - прямоугольное, круглое, кольцевое, швеллер, двутавр).

Перед построением эпюр Q_y и M_x необходимо с помощью уравнений статики определить опорные реакции, возникающие под влиянием внешних нагрузок. Опорные реакции можно не определять для консольных балок (защемленных с одного конца), но в этом случае расчет (обход участков) надо выполнять, начиная со свободного (незакрепленного) конца.

Значения поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x находятся методом сечений. Поперечная сила в рассматриваемом сечении балки равна алгебраической сумме (с учетом знака) проекций на ось y всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения:

$$Q_y = \sum_{i=1}^n F_i.$$

Изгибающий момент в рассматриваемом сечении балки равен алгебраической сумме (с учетом знака) моментов всех внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения относительно оси x этого сечения:

$$M_x = \sum_{i=1}^n M_i.$$

Вычислив по указанным формулам значения поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x в различных сечениях балки, строятся эпюры Q_y и M_x , являющиеся графиками изменения указанных усилий вдоль оси z балки. При этом положительные ординаты эпюры поперечных сил Q_y откладываются вверх от оси эпюры, а отрицательные - вниз. Ординаты эпюр изгибающих моментов M_x откладываются со стороны сжатых волокон балки. Согласно этому правилу, положительные моменты необходимо откладывать вверх, а отрицательные - вниз.

Примечание - В строительной отрасли принято ординаты эпюры моментов M_x откладывать со стороны растянутого волокна. Поэтому положительные моменты откладываются вниз, а отрицательные – вверх.

Правила знаков

Поперечная сила Q_y в сечении считается положительной, если внешние

силы, лежащие слева от рассматриваемого сечения, направлены вверх или справа от него - вниз; и отрицательной в противоположном случае: слева - вниз или справа - вверх. Согласно этому правилу внешняя сила, стремящаяся повернуть оставленную часть балки по отношению к рассматриваемому сечению по ходу часовой стрелки, вызывает в сечении положительную, а против хода часовой стрелки - отрицательную поперечную силу Q_y .

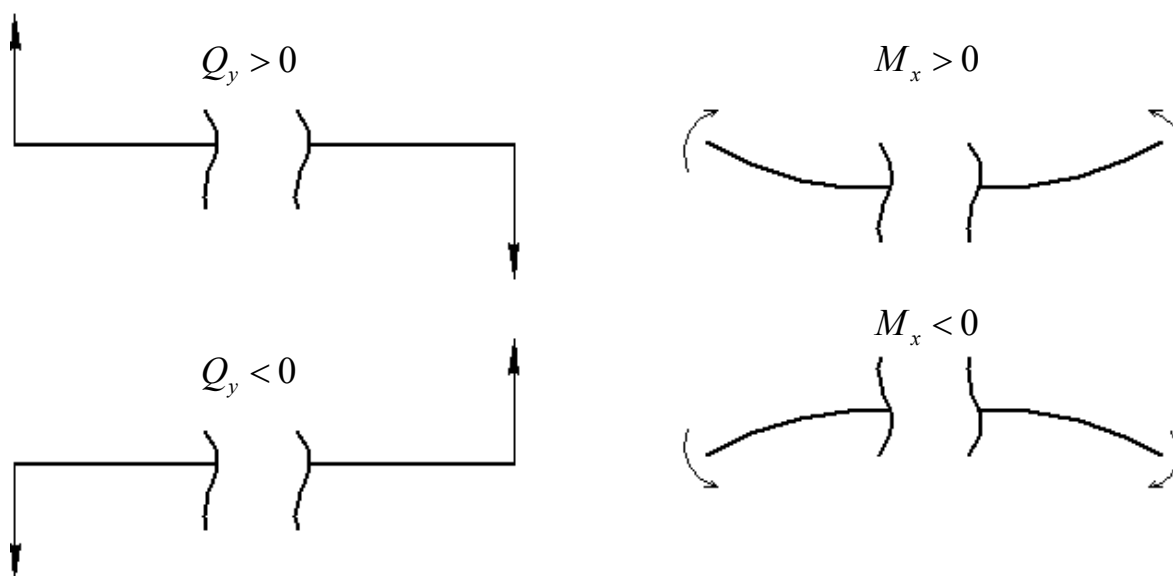


Рисунок 2.1

Изгибающий момент M_x в сечении считается положительным, если момент относительно центра тяжести сечения от внешних сил, лежащих слева от рассматриваемого сечения, направлен по часовой стрелке или справа от него - против хода часовой стрелки; и отрицательным в противоположном случае: слева - против хода часовой стрелки или справа - по часовой стрелке. Согласно этому правилу изгибающий момент M_x считается положительным, если рассматриваемая часть балки изгибается вверх (выпуклостью вниз), и отрицательным - если балка изгибается вниз (выпуклостью вверх).

2.1 Задача № 1

Дано: $F_1 = 60$ кН; $F_2 = 30$ кН; $M = 120$ кН·м; $q = 15$ кН/м; $a = 2$ м. Материал сталь – 3 ($\sigma_{adm} = 160$ МПа; $\tau_{adm} = 80$ МПа).

Требуется найти величины поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x и построить их эпюры. Из условия прочности при поперечном изгибе рассчитать требуемый момент сопротивления W_x сечения, по которому подобрать необходимые размеры поочередно для 5-ти типов сечения балки: прямоугольное, круглое, кольцевое, швеллер, двутавр. Построить эпюры изменения нормального и касательного напряжений (σ и τ) по высоте всех типов сечений. Для балки, выполненной из двутавра, сделать полную проверку на прочность.

Решение:

1 Определяются реакции опор R_A и R_B . Для этого составляются уравнения МОМЕНТОВ:

$$\sum M_A = 0; \quad (q \cdot 4a) \cdot 2a + F_1 \cdot 4a + M + F_2 \cdot 6a - R_B \cdot 5a = 0.$$

Отсюда $R_B = \frac{15 \cdot 8 \cdot 4 + 60 \cdot 8 + 120 + 30 \cdot 12}{10} = 144 \text{ кН};$

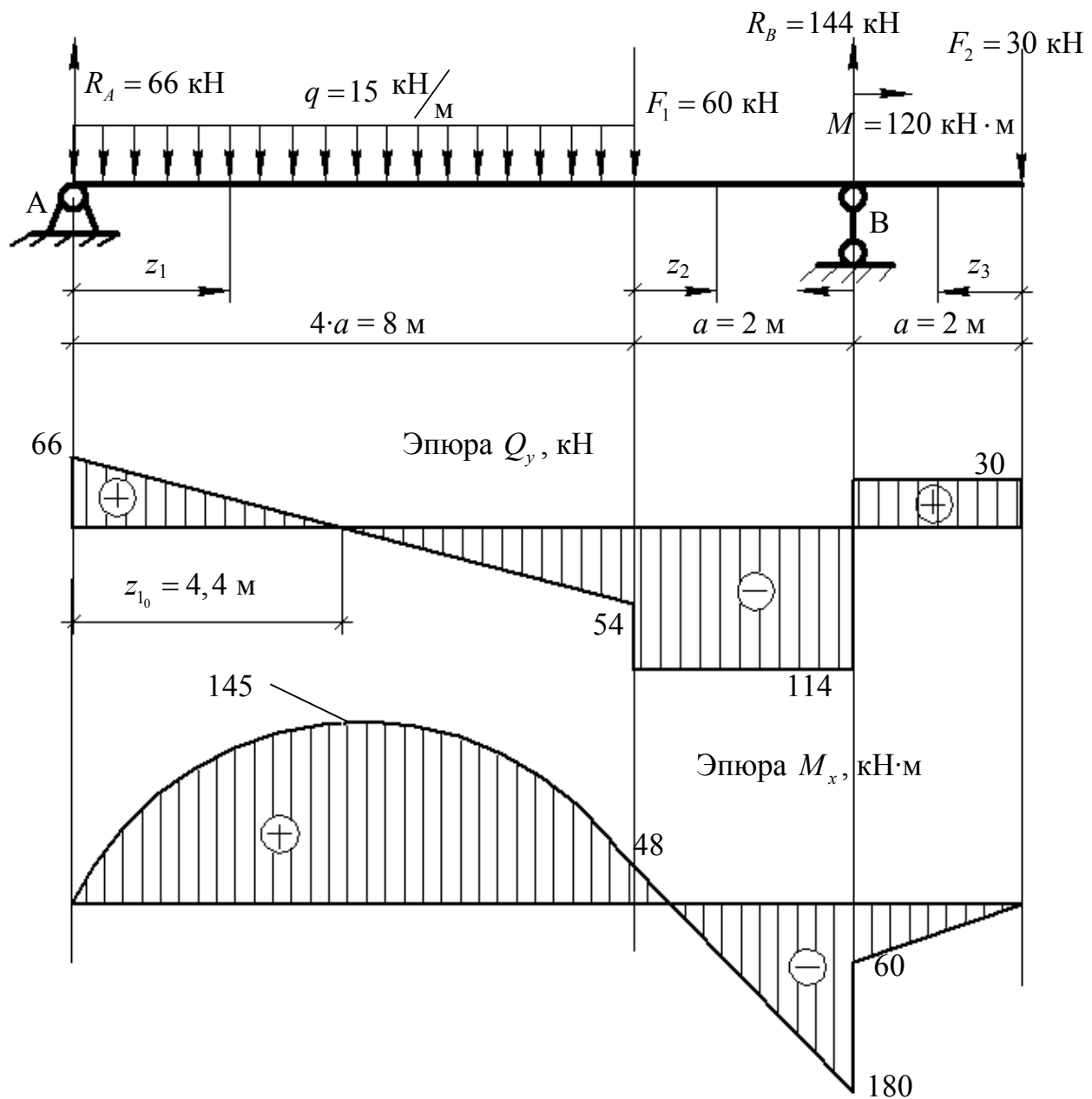


Рисунок 2.2

$$\sum M_B = 0; \quad +F_2 \cdot a + M - F_1 \cdot a - (q \cdot 4a) \cdot 3a + R_A \cdot 5a = 0.$$

Отсюда
$$R_A = \frac{-30 \cdot 2 - 120 + 60 \cdot 2 + 15 \cdot 8 \cdot 6}{10} = 66 \text{ кН.}$$

Проверка: $\sum y = 0; \quad R_A + R_B - F_1 - F_2 - q \cdot 4a = 0$

$$66 + 144 - 60 - 30 - 15 \cdot 8 = 0$$

$210 - 210 = 0$, то есть реакции найдены правильно.

2 Построение эпюр M_x и Q_y .

Балка разбивается на участки. Для решения данной задачи удобно разбить балку на три участка, причем два взять слева, и один - справа. Для определения M_x и Q_y применяется метод сечений.

Участок 1. Делается сечение на расстоянии z_1 от начала участка ($0 \leq z_1 \leq 8$ м), и условно отбрасывается правая часть балки.

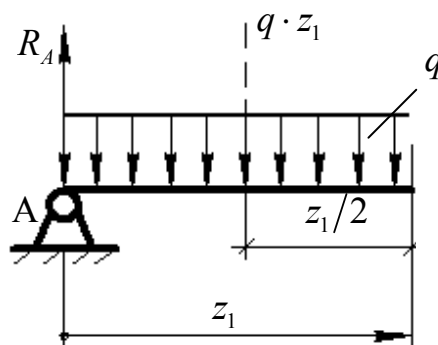


Рисунок 2.3

Поперечная сила на этом участке находится как алгебраическая сумма сил, лежащих слева от сечения:

$$Q_{y_1} = R_A - q \cdot z_1$$

Согласно правилу знаков реакция R_A берется положительной (так как дает момент по часовой стрелке относительно рассматриваемого сечения), а распределенная нагрузка на длине z_1 - отрицательной, так как она направлена в обратную сторону (дает момент против хода часовой стрелки).

При $z_1 = 0$
$$Q_{y_1} = R_A - q \cdot 0 = R_A = 66 \text{ кН;}$$

При $z_1 = 8$ м
$$Q_{y_1} = R_A - q \cdot b = 66 - 15 \cdot 8 = -54 \text{ кН.}$$

При этом поперечная сила Q_{y_1} на первом участке изменяется по линейному закону (прямая наклонная линия).

Поперечная сила Q_{y_1} на первом участке меняет знак с плюса на минус, то есть эпюра Q_{y_1} пересекает ось. Определим, на каком расстоянии z_{1_0} от начала участка эпюра пересекает ось:

$$Q_{y_1} = 0; \quad R_A - q \cdot z_{1_0} = 0.$$

$$\text{Отсюда} \quad z_{1_0} = \frac{R_A}{q} = \frac{66}{15} = 4,4 \text{ м.}$$

Изгибающий момент на первом участке находится как алгебраическая сумма моментов всех внешних сил, действующих слева от сечения:

$$M_{x_1} = R_A \cdot z_1 - (q \cdot z_1) \cdot \frac{z_1}{2} = R_A \cdot z_1 - \frac{q \cdot z_1^2}{2}$$

Согласно правилу знаков момент, создаваемый реакцией R_A , положительный (он направлен по часовой стрелке слева от сечения, изгибая рассматриваемую часть балки выпуклостью вниз), а момент, создаваемый распределенной нагрузкой, - отрицательный, так как он направлен в обратную сторону (изгибает балку выпуклостью вверх). При этом $(q \cdot z_1)$ - равнодействующая распределенной нагрузки, приложенная по середине отрезка длиной z_1 , поэтому плечо момента от этой силы равно $z_1/2$.

$$\text{При } z_1 = 0 \quad M_{x_1} = 0;$$

$$\text{При } z_1 = 8 \text{ м} \quad M_{x_1} = R_A \cdot 8 - \frac{q \cdot 8^2}{2} = 66 \cdot 8 - \frac{15 \cdot 64}{2} = 48 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Изгибающий момент M_{x_1} на первом участке изменяется по параболическому закону, так как его уравнение - второго порядка (M_{x_1} зависит от z_1^2).

Определяется максимальное значение момента на первом участке в сечении балки, где $Q_{y_1} = 0$ (при $z_{1_0} = 4,4$ м):

$$M_{x_1 \text{ max}} = R_A \cdot 4,4 - \frac{q \cdot 4,4^2}{2} = 66 \cdot 4,4 - \frac{15 \cdot 4,4^2}{2} = 145 \text{ кНм.}$$

Участок 2. Делается сечение на расстоянии z_2 от начала участка ($0 \leq z_2 \leq 2$ м), и условно отбрасывается правая часть балки.

Поперечная сила как алгебраическая сумма сил, лежащих слева от сечения, равна:

$Q_{y_2} = R_A - q \cdot 4a - F_1 = 66 - 15 \cdot 8 - 60 = -114$ кН, то есть на втором участке поперечная сила постоянна по всей его длине.

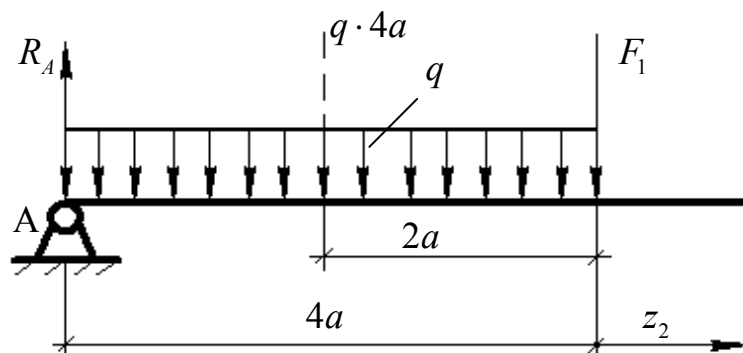


Рисунок 2.4

Изгибающий момент на втором участке равен:

$$M_{x_2} = R_A(4a + z_2) - (q \cdot 4a) \cdot (2a + z_2) - F_1 \cdot z_2;$$

где $(q \cdot 4a)$ - равнодействующая распределенной нагрузки, приложенная по середине отрезка длиной $4 \cdot a = 8$ м, поэтому плечо момента от этой силы равно $(2a + z_2)$.

При $z_2 = 0$; $M_{x_2} = R_A \cdot 4a - q \cdot 4a \cdot 2a = 66 \cdot 8 - 15 \cdot 8 \cdot 4 = 48$ кН·м;

При $z_2 = 2$ м $M_{x_2} = R_A \cdot 5a - q \cdot 4a \cdot 3a - F_1 \cdot 2 =$
 $= 66 \cdot 10 - 15 \cdot 8 \cdot 6 - 60 \cdot 2 = -180$ кН·м.

При этом изгибающий момент M_{x_2} на втором участке изменяется по линейному закону (наклонная прямая линия).

Участок 3. Делается сечение на расстоянии z_3 от начала участка ($0 \leq z_3 \leq 2$ м) и условно отбрасывается левая часть балки.

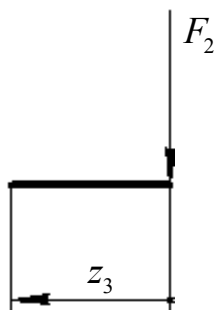


Рисунок 2.5

Поперечная сила как алгебраическая сумма сил, лежащих справа от сечения (дает момент по часовой стрелке относительно сечения), равна:

$Q_{y_3} = F_2 = 30$ кН, то есть на третьем участке поперечная сила постоянна по всей его длине.

Изгибающий момент на третьем участке равен:

$$M_{x_3} = -F_2 \cdot z_3$$

Согласно правилу знаков этот момент отрицательный, так как он на-
правлен по часовой стрелке справа от сечения (изгибает рассматриваемую часть
балки выпуклостью вверх):

$$\text{При } z_3 = 0 \quad M_{x_3} = 0.$$

$$\text{При } z_3 = 2 \text{ м} \quad M_{x_2} = -F_1 \cdot 2 = -30 \cdot 2 = -60 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

При этом изгибающий момент M_{x_3} на третьем участке изменяется по ли-
нейному закону (наклонная прямая линия).

По полученным данным Q_y и M_x для первого, второго и третьего участков
строятся в произвольном масштабе эпюры поперечных сил и изгибающих мо-
ментов, действующих по длине балки. Положительные значения моментов M_x
откладываются вверх от оси эпюры, а отрицательные - вниз.

3 Расчет размеров сечения.

Для расчета размеров поперечного сечения балки используется условие
прочности при плоском изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm}$$

По известному максимальному значению изгибающего момента
 $M_{x\max} = 180$ кН·м (действует на правой опоре), взятого с эпюры M_x , и извест-
ному допускаемому нормальному напряжению находится требуемый момент
сопротивления W_x сечения:

$$W_x \geq \frac{M_{x\max}}{\sigma_{adm}} = \frac{180 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}}{160 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2} = 1,125 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 1125 \text{ см}^3, \text{ то есть требуемый}$$

момент сопротивления для любого типа сечения балки равен: $W_x = 1125 \text{ см}^3$

Примечание - С учетом возможной 5 % -ной перегрузки сечения мини-
мальное значение требуемого момента сопротивления может быть равно
 $W_{x\min} = 1125 - 0,05 \cdot 1125 = 1068 \text{ см}^3$.

Выполним расчет размеров поочередно для пяти типов сечений, принима-
мая для каждого из них требуемое значение $W_x = 1125 \text{ см}^3$.

Прямоугольное сечение

Примем произвольным отношением сторон (основания и высоты) прямо-
угольника, например $h : b = 2 : 1$.

Тогда
$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{b \cdot (2 \cdot b)^2}{6} = \frac{2}{3} \cdot b^3 = 1125 \text{ см}^3.$$

Отсюда
$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot W_x} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot 1125} = \sqrt[3]{1687.5} = 11,9 \text{ см.}$$

Округлим это значение, приняв $b = 12 \text{ см}$. Тогда $h = 2 \cdot b = 24 \text{ см}$. Фактическое значение момента сопротивления равно:

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{12 \cdot 24^2}{6} = 1152 \text{ см}^3.$$

Фактическое значение максимального нормального напряжения в наиболее удаленных от нейтральной оси x точках сечения равно:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x} = \frac{180 \cdot 10^3}{1152 \cdot 10^{-6}} \left(\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} \right) = 156,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 156,2 \text{ МПа.}$$

Условие прочности выполняется, так как $\sigma_{\max} = 156,2 < \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$.

Максимальное касательное напряжение (на нейтральной оси) определяется по формуле Журавского Д. И.

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{y \max} \cdot S_{x(1/2)}}{b \cdot J_x}$$

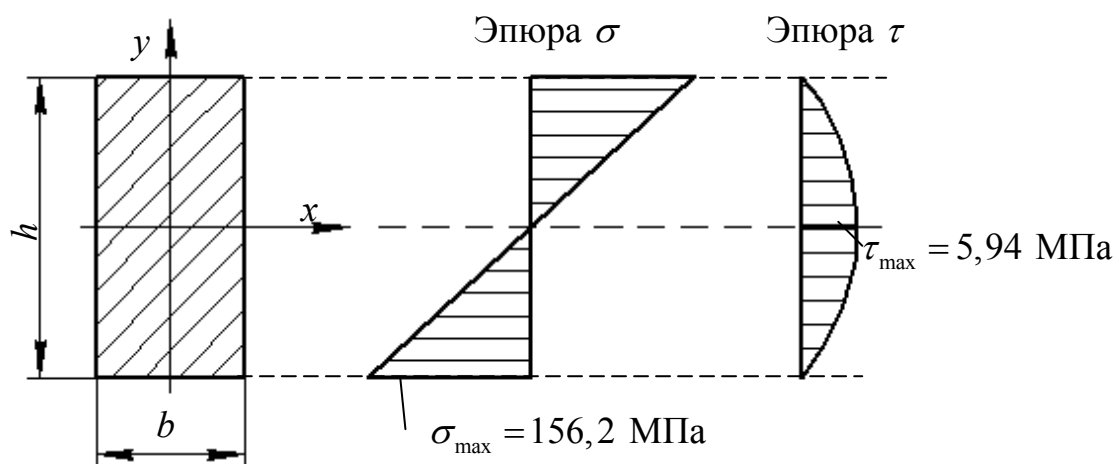


Рисунок 2.6

Подставляя в эту формулу значения статического момента полусечения $S_{x(1/2)} = \frac{b \cdot h^2}{8}$ и момента инерции $J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$ для прямоугольного сечения, получаем:

$$\tau_{\max} = \frac{3 Q_{y\max}}{2 A} = \frac{3 Q_{y\max}}{2 b \cdot h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{114 \cdot 10^3}{12 \cdot 24 \cdot 10^{-4}} = 5,94 \cdot 10^6 \text{ Па} = 5,94 \text{ МПа},$$

где $Q_{y\max} = 114$ кН берется с эпюры Q_y (на правой опоре).

Условие прочности по касательным напряжениям также выполняется:
 $\tau_{\max} = 5,94 \ll \tau_{adm} = 80$ МПа.

По найденным значениям τ_{\max} и σ_{\max} строятся в произвольном масштабе эпюры изменения σ и τ по высоте опасного сечения, при этом σ изменяется по линейному закону, а τ - по параболическому.

Круглое сечение

$$W_x = 0,1d^3 = 1125 \text{ см}^3.$$

Отсюда $d = \sqrt[3]{10 \cdot W_x} = \sqrt[3]{11250} = 22,4$ см

Округлим это значение, приняв $d = 23$ см. Фактическое значение момента сопротивления равно: $W_x = 0,1 \cdot d^3 = 0,1 \cdot 23^3 = 1217 \text{ см}^3$.

Максимальное нормальное напряжение равно:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{180 \cdot 10^3}{1217 \cdot 10^{-6}} = 148 \cdot 10^6 \text{ Па} = 148 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется: $\sigma_{\max} = 148 < \sigma_{adm} = 160$ МПа.

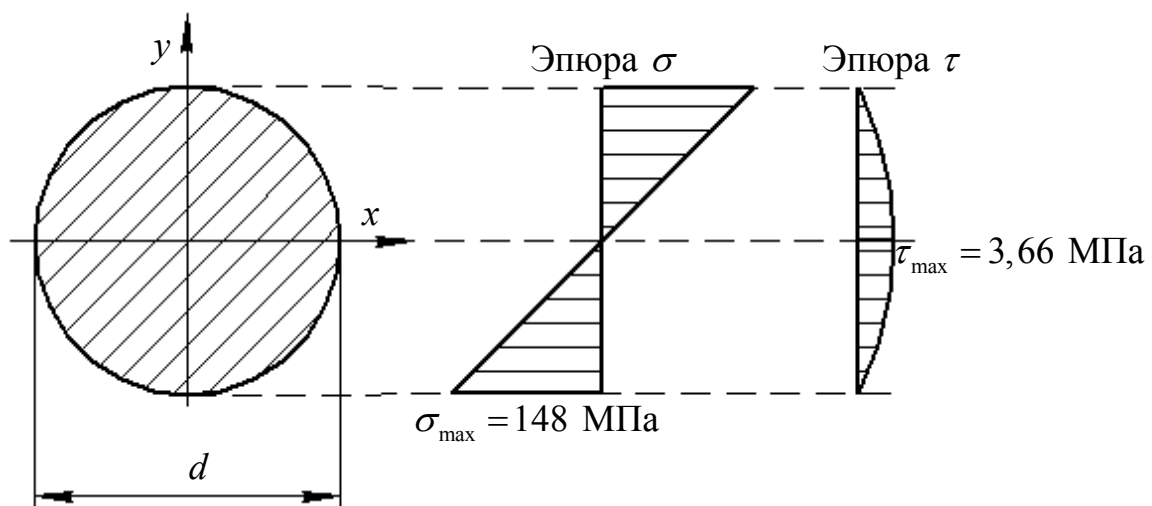


Рисунок 2.7

Максимальное касательное напряжение (с учетом подстановки значений $S_{x(1/2)} = \frac{1}{12} \cdot d^3$ и $J_x = \frac{\pi d^4}{64}$ для круглого сечения) равно:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{y\max} \cdot S_{x(1/2)}}{d \cdot J_x} = \frac{4 Q_{y\max}}{3 A} = \frac{5,33 \cdot Q_{y\max}}{\pi d^2} =$$

$$= \frac{5,33 \cdot 114 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 23^2 \cdot 10^{-4}} = 3,66 \cdot 10^6 \text{ Па} = 3,66 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется: $\tau_{\max} = 3,66 \ll \tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$.

По найденным значениям τ_{\max} и σ_{\max} строятся эпюры изменения σ и τ по высоте опасного сечения.

Кольцевое сечение ($\alpha = d/D = 0,9$)

$$W_x = 0,1D^3(1 - \alpha^4) = 1125 \text{ см}^3.$$

$$\text{Отсюда } D = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot W_x}{1 - \alpha^4}} = \sqrt[3]{\frac{11250}{1 - 0,9^4}} = 32 \text{ см}.$$

$$\text{Тогда } d = \alpha \cdot D = 0,9 \cdot 32 = 28,8 \text{ см}.$$

Фактическое значение момента сопротивления равно:

$$W_x = 0,1D^3(1 - \alpha^4) = 0,1 \cdot 32^3(1 - 0,9^4) = 1125 \text{ см}^3.$$

Максимальное нормальное напряжение равно:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{180 \cdot 10^3}{1125 \cdot 10^{-6}} = 160 \cdot 10^6 \text{ Па} = 160 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется: $\sigma_{\max} = \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$.

Максимальное касательное напряжение (с учетом подстановки значений

$$S_x = \frac{(D^2 + d^2)(D - d)}{8} \text{ и } J_x = \frac{\pi d^4}{64} \cdot (1 - \alpha^4) \text{ для кольцевого сечения) равно:}$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{y\max} \cdot S_{x(1/2)}}{(D - d) \cdot J_x} = \frac{2 \cdot Q_{y\max}}{A} = \frac{8 \cdot Q_{y\max}}{\pi D^2(1 - \alpha^2)} =$$

$$= \frac{8 \cdot 114 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 32^2(1 - 0,9^2) \cdot 10^{-4}} = 14,9 \cdot 10^6 \text{ Па} = 14,9 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется: $\tau_{\max} = 14,9 \ll \tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$.

По найденным значениям τ_{\max} и σ_{\max} строятся эпюры изменения σ и τ

по высоте опасного сечения.

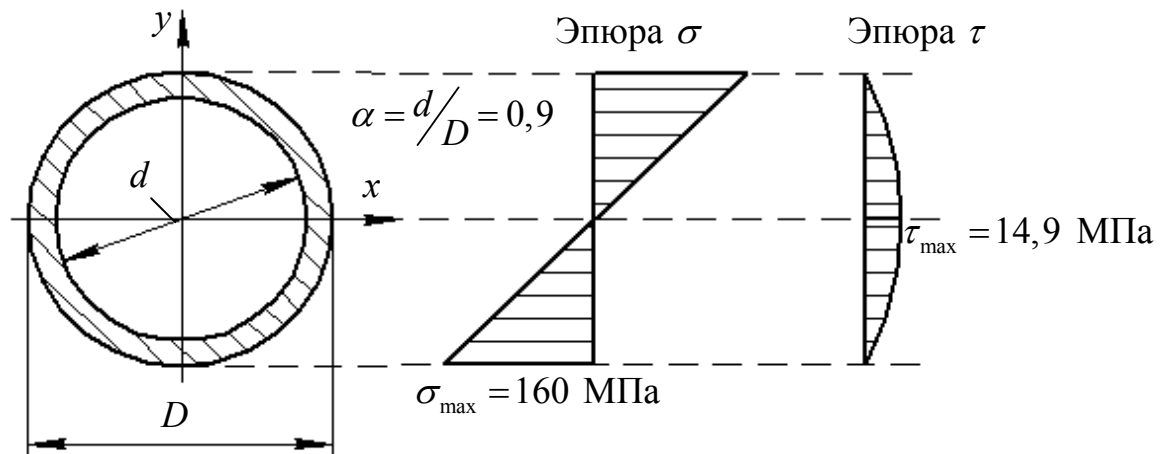


Рисунок 2.8

Швеллер (ГОСТ 8240-97)

В таблице ГОСТ 8240-97 нет швеллера, у которого $W_x \geq 1125 \text{ см}^3$. В этих случаях можно использовать сечение, составленное из двух, трех и более швеллеров.

Например, если сечение составить из двух швеллеров № 36 ([]), то их суммарный момент сопротивления равен:

$W_x^{\text{II}} = 2W_x^{\text{I}} = 2 \cdot 601 = 1202 \text{ см}^3$, что допустимо, так как это больше требуемого $W_x = 1125 \text{ см}^3$ ($1202 > 1125$).

Если сечение составить из четырех швеллеров №27 ([] []), то суммарный момент сопротивления равен:

$$W_x^{\text{II II}} = 4W_x^{\text{I}} = 4 \cdot 308 = 1232 \text{ см}^3 > 1125 \text{ см}^3.$$

В обоих указанных случаях имеет место небольшое недонапряжение, так как требуемое значение W_x меньше действительного. Однако, если взять швеллер меньшего размера, то будет иметь место недопустимая перегрузка. Например, если составить сечение из двух швеллеров № 33 (вместо № 36), то их суммарный момент сопротивления равен $W_x^{\text{II}} = 2W_x^{\text{I}} = 2 \cdot 484 = 968 \text{ см}^3$, что недопустимо ($968 < 1125$), так как это связано с перегрузкой, превышающей 5 %.

Определим максимальное нормальное и касательное напряжения для сечения, составленного из двух швеллеров № 36 ($W_x = 601 \text{ см}^3$; $S_{x(1/2)} = 350 \text{ см}^3$; $J_x = 10820 \text{ см}^4$; $d = 7,5 \text{ мм}$):

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{x \text{ max}}}{2 \cdot W_x} = \frac{180 \cdot 10^3}{2 \cdot 601 \cdot 10^{-6}} = 150 \cdot 10^6 \text{ Па} = 150 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется: $\sigma_{\text{max}} = 150 < \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$.

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{y\max} \cdot 2S_{x(1/2)}}{2d \cdot 2J_x} = \frac{114 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 350 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10820 \cdot 10^{-8}} =$$

$$= 24,6 \cdot 10^6 \text{ МПа} = 24,6 \text{ МПа}$$

Условие прочности выполняется: $\tau_{\max} = 24,6 \ll \tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$.

По найденным значениям τ_{\max} и σ_{\max} строятся эпюры изменения σ и τ по высоте опасного сечения.

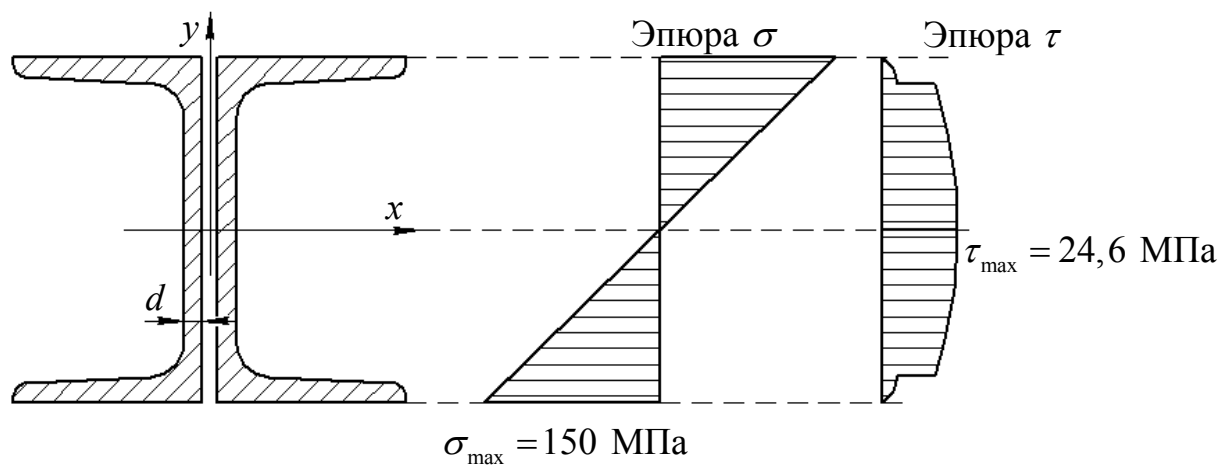


Рисунок 2.9

Двутавр (ГОСТ 8239-89).

Согласно таблицы ГОСТ 8239-89 принимаем двутавр № 45, у которого $W_x = 1220 \text{ см}^3$ ($1220 > 1125$);

$$h = 45 \text{ см}; S_{x(1/2)} = 699 \text{ см}^3; J_x = 27450 \text{ см}^4;$$

$$d = 8,6 \text{ см}; t = 14,2 \text{ мм}; b = 16 \text{ см}.$$

Выполним полную проверку прочности двутавровой балки, для чего рассмотрим три характерные точки по высоте сечения (точки 1, 2, 3).

Касательное напряжение τ на поверхности полки двутавра (точка 1) равно нулю, так как статический момент отсеченной части сечения $S_x^* = 0$. Нормальные напряжения, наоборот, для поверхностных слоев принимают максимальное значение:

$$\tau_1 = 0$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{180 \cdot 10^3}{1220 \cdot 10^{-6}} = 147,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 147,5 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется: $\sigma_1 = \sigma_{\max} = 147,5 < \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$.

Для точки 3 (на нейтральной оси) нормальные напряжения равны нулю. Касательные напряжения, наоборот, принимают здесь максимальное значение:

$$\sigma_3 = 0$$

$$\tau_3 = \tau_{\max} = \frac{Q_{y\max} \cdot S_{x(l/2)}}{d \cdot J_x} = \frac{112 \cdot 10^3 \cdot 699 \cdot 10^{-6}}{8,6 \cdot 10^{-3} \cdot 27450 \cdot 10^{-8}} = 33,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 33,8 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется: $\tau_3 = \tau_{\max} = 33,8 < \tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$.

В точке 2 (место перехода от полки к стенке двутавра) действуют нормальные и касательные напряжения:

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{M_{x\max}}{J_x} \cdot y_2 = \frac{M_{x\max}}{J_x} \cdot \left(\frac{h}{2} - t \right) = \frac{180 \cdot 10^3}{27450 \cdot 10^{-8}} \cdot \left(\frac{0,45}{2} - 0,0142 \right) = \\ &= 138,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 138,2 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Статический момент отсеченной части сечения (расположенной выше точки 2) равен:

$$S_{x(m.2)}^* = A_{(m.2)}^* \cdot y_{C(m.2)}^* = (b \cdot t) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = (16 \cdot 1,42) \cdot \left(\frac{45}{2} - \frac{1,42}{2} \right) = 495 \text{ см}^3.$$

Тогда касательное напряжение в точке 2 равно:

$$\tau_2 = \frac{Q_{y\max} \cdot S_{x(m.2)}^*}{d \cdot J_x} = \frac{114 \cdot 10^3 \cdot 495 \cdot 10^{-6}}{8,6 \cdot 10^{-3} \cdot 27450 \cdot 10^{-8}} = 23,9 \cdot 10^6 \text{ Па} = 23,9 \text{ МПа}.$$

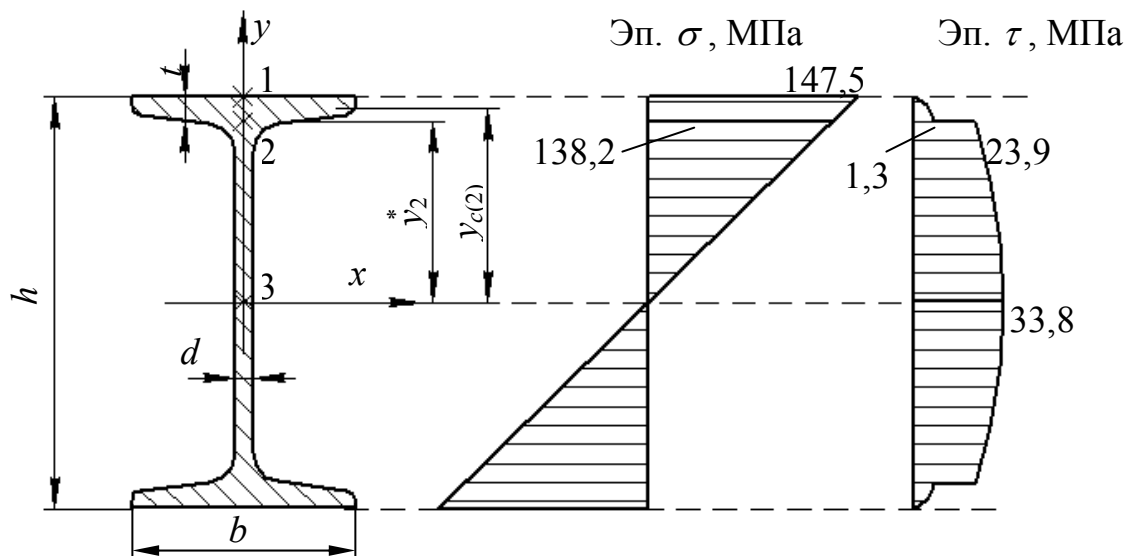


Рисунок 2.10

В точке 2 ширина сечения меняется (от d к b), значит, на эпюре τ в этой точке имеет место скачок: минимальное значение напряжения в точке 2 равно:

$$\tau_2' = \tau_2 \cdot \frac{d}{b} = 23,9 \cdot \frac{8,6}{160} = 1,3 \text{ МПа.}$$

Для проверки условия прочности в точке 2 вычисляется эквивалентное нормальное напряжение по третьей теории прочности (с учетом σ_2 и τ_2):

$$\sigma_{\text{экв}(m.2)}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma_2^2 + 4\tau_2^2} = \sqrt{138,2^2 + 4 \cdot 23,9^2} = 146,2 \text{ МПа.}$$

Условие прочности выполняется: $\sigma_{\text{экв}(m.2)}^{\text{III}} = 146,2 < \sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Таким образом, условие прочности выполняется во всех характерных точках (1, 2, 3) сечения.

По найденным значениям строятся эпюры изменения τ_{max} и σ_{max} по высоте двутаврового сечения.

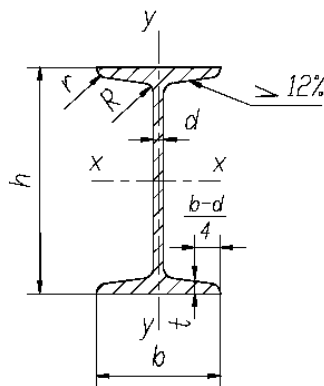
В случае, если условие прочности не выполняется хотя бы для одной из характерных точек сечения, необходимо вместо выбранного двутавра взять из таблицы ГОСТ 8239-89 следующий по порядку номер двутавра (большой номер) и проверку прочности в точках 1, 2, 3 повторить согласно вышеизложенной методике.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 **Феодосьев, В.И.** Сопротивление материалов/ В.И. Феодосьев. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2007. - 592 с.
- 2 **Александров, А.В.** Сопротивление материалов/ А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.Т. Державин. - М.: Высшая школа, 2003. – 560 с.
- 3 **Степин, П.А.** Сопротивление материалов/ П.А. Степин. – М.: Высшая школа, 1983. – 303с.
- 4 **Костенко, Н.А.** Сопротивление материалов/ Н.А. Костенко и др. – М.: Высшая школа, 2004. – 430с.
- 5 **Кочетов, В.Т.** Сопротивление материалов/ В.Т. Кочетов, А.Д. Павленко, М.В. Кочетов – Ростов-на-Дону: Феникс, 2001. – 368с.
- 6 **Ромашов, Р.В.** Сопротивление материалов/ Р.В. Ромашов. – Оренбург.: Изд-во ОГУ, 2007 – 284 с.
- 7 **Ромашов, Р.В.** Методические указания к выполнению расчетно-проектировочных работ по сопротивлению материалов: в 2ч/ Р.В. Ромашов. – Оренбург.: Изд-во ОрПИ, 1991. –Ч.1. – 55 с.

Приложение А (справочное) Сортамент прокатной стали

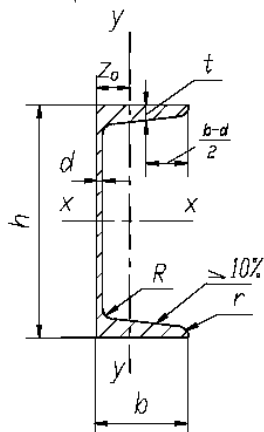
Таблица А.1 – Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)



A — площадь поперечного сечения;
 J — момент инерции;
 i — радиус инерции;
 W — момент сопротивления сечения;
 S — статический момент полусечения

| № | h , мм | b , мм | d , мм | t , мм | A , см ² | J_x , см ⁴ | W_x , см ³ | i_x , см | S_x , см ³ | J_y , см ⁴ | W_y , см ³ | i_y , см |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------|
| 10 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 12,0 | 198 | 39,7 | 4,06 | 23,0 | 17,9 | 6,49 | 1,22 |
| 12 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 14,7 | 350 | 58,4 | 4,88 | 33,7 | 27,9 | 8,72 | 1,38 |
| 14 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 17,4 | 572 | 81,7 | 5,73 | 46,8 | 41,9 | 11,50 | 1,55 |
| 16 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 20,2 | 873 | 109,0 | 6,57 | 62,3 | 58,6 | 14,50 | 1,70 |
| 18 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 23,4 | 1290 | 143,0 | 7,42 | 81,4 | 82,6 | 18,40 | 1,88 |
| 18a | 180 | 100 | 5,1 | 8,3 | 25,4 | 1430 | 159,0 | 7,51 | 89,8 | 114,0 | 22,80 | 2,12 |
| 20 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 26,8 | 1840 | 184,0 | 8,28 | 104,0 | 115,0 | 23,10 | 2,07 |
| 20a | 200 | 110 | 5,2 | 8,6 | 28,9 | 2030 | 203,0 | 8,37 | 114,0 | 155,0 | 28,20 | 2,32 |
| 22 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 30,6 | 2550 | 232,0 | 9,13 | 131,0 | 157,0 | 28,60 | 2,27 |
| 22a | 220 | 120 | 5,4 | 8,9 | 32,8 | 2790 | 254,0 | 9,22 | 143,0 | 206,0 | 34,30 | 2,50 |
| 24 | 240 | 115 | 5,6 | 9,5 | 34,8 | 3460 | 289,0 | 9,97 | 163,0 | 198,0 | 34,50 | 2,37 |
| 24a | 240 | 125 | 5,6 | 9,8 | 37,5 | 3800 | 317,0 | 10,10 | 178,0 | 260,0 | 41,60 | 2,63 |
| 27 | 270 | 125 | 6,0 | 9,8 | 40,2 | 5010 | 371,0 | 11,20 | 210,0 | 260,0 | 41,50 | 2,54 |
| 27a | 270 | 135 | 6,0 | 10,2 | 43,2 | 5500 | 407,0 | 11,30 | 229,0 | 337,0 | 50,00 | 2,80 |
| 30 | 300 | 135 | 6,5 | 10,2 | 46,5 | 7080 | 472,0 | 12,30 | 268,0 | 337,0 | 49,90 | 2,69 |
| 30a | 300 | 145 | 6,5 | 10,7 | 49,5 | 7780 | 518,0 | 12,50 | 292,0 | 436,0 | 60,10 | 2,95 |
| 33 | 330 | 140 | 7,0 | 11,2 | 53,8 | 9840 | 597,0 | 13,50 | 339,0 | 419,0 | 59,90 | 2,79 |
| 36 | 360 | 145 | 7,5 | 12,3 | 61,9 | 13380 | 743,0 | 14,70 | 423,0 | 516,0 | 71,10 | 2,89 |
| 40 | 400 | 155 | 8,3 | 13,0 | 72,6 | 19062 | 953,0 | 16,20 | 545,0 | 667,0 | 86,10 | 3,03 |
| 45 | 450 | 160 | 9,0 | 14,2 | 84,7 | 27696 | 1231,0 | 18,10 | 708,0 | 808,0 | 101,00 | 3,09 |
| 50 | 500 | 170 | 10,0 | 15,2 | 100,0 | 39727 | 1589,0 | 19,90 | 919,0 | 1043,0 | 123,00 | 3,23 |
| 55 | 550 | 180 | 11,0 | 16,5 | 118,0 | 55962 | 2035,0 | 21,80 | 1181,0 | 1356,0 | 151,00 | 3,39 |
| 60 | 600 | 190 | 12,0 | 17,8 | 138,0 | 76806 | 2560,0 | 23,60 | 1491,0 | 1725,0 | 182,00 | 3,54 |

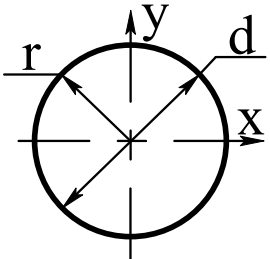
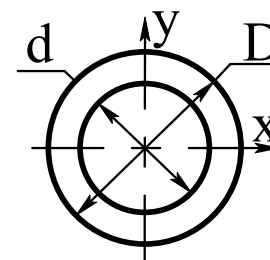
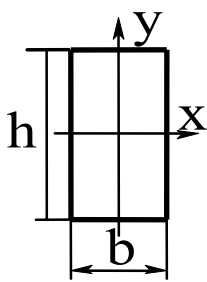
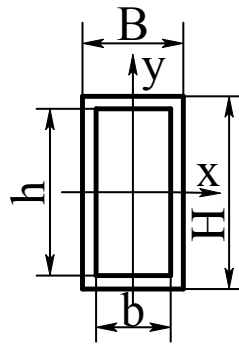
Таблица А.2 – Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-97)



A – площадь поперечного сечения;
 W – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;
 J – момент инерции;
 i – радиус инерции

| № | h , мм | b , мм | d , мм | t , мм | A , см ² | J_x , см ⁴ | W_x , см ³ | i_x , см | S_x , см ³ | J_y , см ⁴ | W_y, C , м ³ | i_y , см | z_0 , см |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------|----------------------------|----------------------------|------------------------------|---------------|---------------|
| 5 | 50 | 32 | 4,4 | 7,0 | 6,16 | 22,8 | 9,10 | 1,92 | 5,59 | 5,61 | 2,75 | 0,945 | 1,16 |
| 6,5 | 65 | 36 | 4,4 | 7,2 | 7,51 | 48,6 | 15,0 | 2,54 | 9,00 | 8,70 | 3,68 | 1,08 | 1,24 |
| 8 | 80 | 40 | 4,5 | 7,4 | 8,98 | 89,4 | 22,4 | 3,16 | 13,3 | 12,8 | 4,75 | 1,19 | 1,31 |
| 10 | 100 | 46 | 4,5 | 7,6 | 10,9 | 174 | 34,8 | 3,99 | 20,4 | 20,4 | 6,46 | 1,37 | 1,44 |
| 12 | 120 | 52 | 4,8 | 7,8 | 13,3 | 304 | 50,6 | 4,78 | 29,6 | 31,2 | 8,52 | 1,53 | 1,54 |
| 14 | 140 | 58 | 4,9 | 8,1 | 15,6 | 491 | 70,2 | 5,60 | 40,8 | 45,4 | 11,0 | 1,70 | 1,67 |
| 14a | 140 | 62 | 4,9 | 8,7 | 17,0 | 545 | 77,8 | 5,66 | 45,1 | 57,5 | 13,3 | 1,84 | 1,87 |
| 16 | 160 | 64 | 5,0 | 8,4 | 18,1 | 747 | 93,4 | 6,42 | 54,1 | 63,3 | 13,8 | 1,87 | 1,80 |
| 16a | 160 | 68 | 5,0 | 9,0 | 19,5 | 823 | 103 | 6,49 | 59,4 | 78,8 | 16,4 | 2,01 | 2,00 |
| 18 | 180 | 70 | 5,1 | 8,7 | 20,7 | 1090 | 121 | 7,24 | 69,8 | 86,0 | 17,0 | 2,04 | 1,94 |
| 18a | 180 | 74 | 5,1 | 9,3 | 22,3 | 1190 | 132 | 7,32 | 76,1 | 105 | 20,0 | 2,18 | 2,13 |
| 20 | 200 | 76 | 5,2 | 9,0 | 23,4 | 1520 | 152 | 8,07 | 87,8 | 113 | 20,5 | 2,20 | 2,07 |
| 20a | 200 | 80 | 5,2 | 9,7 | 25,2 | 1670 | 167 | 8,15 | 95,9 | 139 | 21,2 | 2,35 | 2,28 |
| 22 | 220 | 82 | 5,4 | 9,5 | 26,7 | 2110 | 192 | 8,89 | 110 | 151 | 25,1 | 2,37 | 2,21 |
| 22a | 220 | 87 | 5,4 | 10,2 | 28,8 | 2330 | 212 | 8,90 | 121 | 187 | 30,0 | 2,55 | 2,46 |
| 24 | 240 | 90 | 5,6 | 10,0 | 30,6 | 2900 | 242 | 9,73 | 139 | 208 | 31,6 | 2,60 | 2,42 |
| 24a | 240 | 95 | 5,6 | 10,7 | 32,9 | 3180 | 265 | 9,84 | 151 | 245 | 37,2 | 2,78 | 2,67 |
| 27 | 270 | 95 | 6,0 | 10,5 | 35,2 | 4160 | 308 | 10,9 | 178 | 262 | 37,3 | 2,73 | 2,47 |
| 30 | 300 | 100 | 6,5 | 11,0 | 40,5 | 5810 | 387 | 12,0 | 224 | 327 | 43,6 | 2,84 | 2,52 |
| 33 | 330 | 105 | 7,0 | 11,7 | 46,5 | 7980 | 484 | 13,1 | 281 | 410 | 51,8 | 2,97 | 2,59 |
| 36 | 360 | 110 | 7,5 | 12,6 | 53,4 | 10200 | 601 | 14,2 | 350 | 513 | 61,7 | 3,10 | 2,68 |

Таблица А.3 – Геометрические характеристики некоторых простых сечений

| Тип сечения | Площадь A | Осевой момент инерции J_x | Момент сопротивления W_x |
|---|-------------------------------|---|---|
|  | $\frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2$ | $\frac{\pi d^4}{64} = 0,05d^4$ | $\frac{\pi d^3}{32} = 0,1d^3$ |
|  | $\alpha = \frac{d}{D}$ | $\frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} \approx 0,05D^4(1 - \alpha^4)$ | $\frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} \approx 0,1D^3(1 - \alpha^4)$ |
|  | $b \times h$ | $\frac{bh^3}{12}$ | $\frac{bh^2}{6}$ |
|  | $BH - bh$ | $\frac{BH^3 - bh^3}{12}$ | $\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$ |

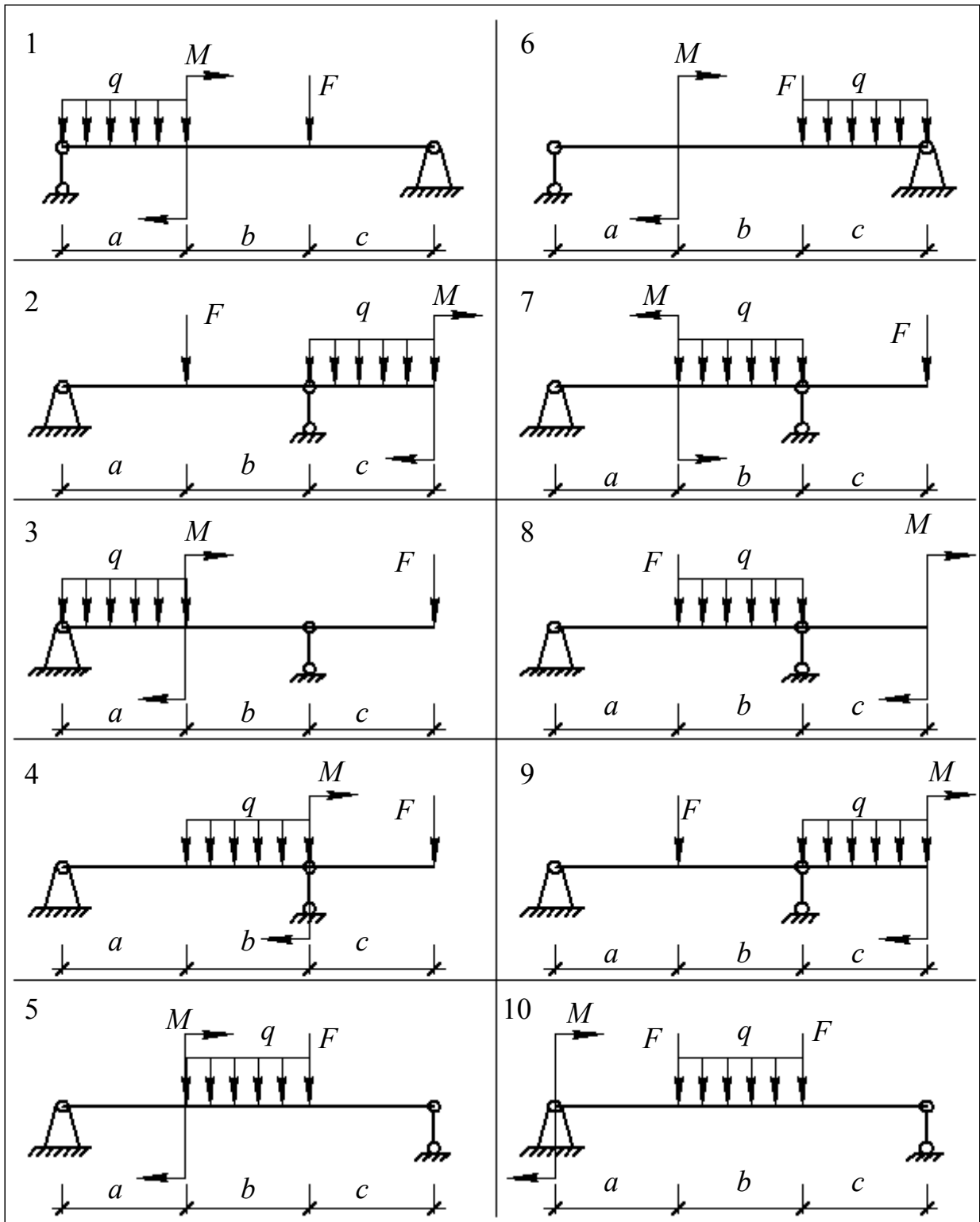
Приложения Б
(обязательное)
Исходные данные к заданию 3

Таблица Б.1 – Исходные данные к заданию

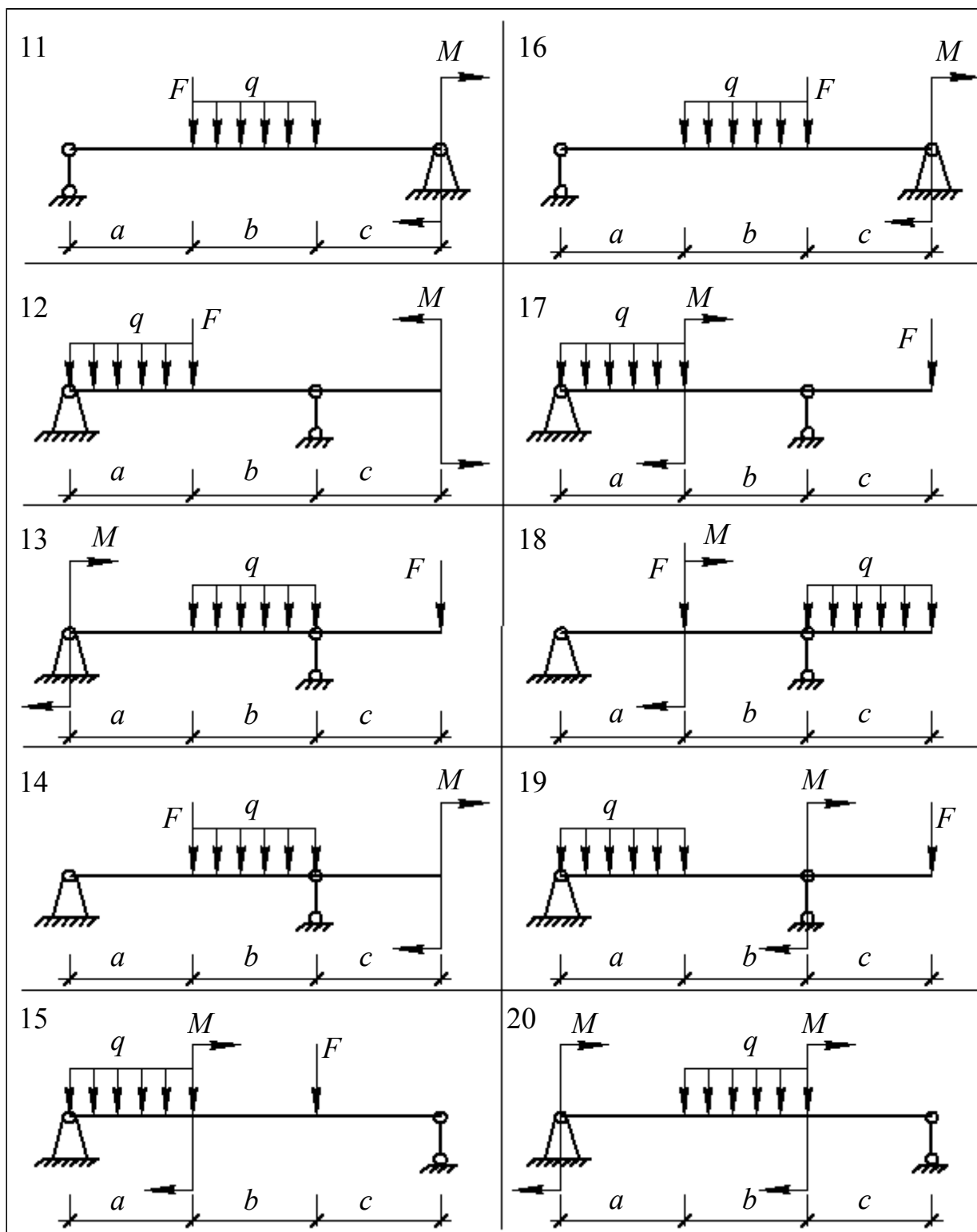
| Номер варианта | Значения параметров | | | | | | |
|-------------------|---------------------|---------|---------|----------|------------|------------|-------|
| | a , м | b , м | c , м | F , кН | q , кН/м | M , кН·м | d/D |
| 1 | 1 | 4 | 2 | 10 | 10 | 20 | 0,8 |
| 2 | 2 | 3 | 3 | 20 | 20 | 40 | 0,6 |
| 3 | 1 | 2 | 4 | 30 | 10 | 60 | 0,7 |
| 4 | 1 | 3 | 2 | 40 | 20 | 50 | 0,6 |
| 5 | 1 | 4 | 4 | 50 | 10 | 40 | 0,5 |
| 6 | 2 | 4 | 2 | 60 | 20 | 30 | 0,4 |
| 7 | 1 | 2 | 3 | 10 | 10 | 20 | 0,6 |
| 8 | 2 | 3 | 4 | 20 | 20 | 40 | 0,8 |
| 9 | 3 | 4 | 1 | 30 | 10 | 60 | 0,7 |
| 10 | 4 | 3 | 2 | 40 | 20 | 50 | 0,5 |
| 11 | 2 | 1 | 3 | 10 | 10 | 60 | 0,8 |
| 12 | 3 | 2 | 1 | 20 | 20 | 30 | 0,6 |
| 13 | 1 | 3 | 2 | 30 | 10 | 20 | 0,5 |
| 14 | 2 | 3 | 1 | 40 | 20 | 60 | 0,7 |
| 15 | 2 | 2 | 3 | 50 | 10 | 20 | 0,5 |
| 16 | 2 | 1 | 3 | 60 | 20 | 40 | 0,6 |
| 17 | 2 | 4 | 4 | 20 | 10 | 40 | 0,6 |
| 18 | 2 | 2 | 4 | 40 | 20 | 20 | 0,8 |
| 19 | 4 | 2 | 2 | 60 | 10 | 10 | 0,5 |
| 20 | 2 | 4 | 4 | 30 | 20 | 60 | 0,7 |

Приложение В (обязательное) Схемы расчетно-проектировочных заданий

Таблица В.1 – Задание 3 к задаче 3



Продолжение таблицы В.1



Продолжение таблицы В.1

