МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Колледж электроники и бизнеса

Кафедра вычислительной техники и математики

П.Н.ШАЛЫМИНОВ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ И ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ ПО ТЕМЕ «ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ ТРАПЕЦИЙ И СИМПСОНА»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2009

УДК 519.6(075.32)
ББК 22.193 Я73
Ш 18

Рецензент
заместитель директора по научно-методической работе
Кузюшин С. А.

Шалыминов П. Н.
Ш18 **Численные методы : методические указания к практическим и лабораторным работам по теме «Вычисление определенных интегралов с помощью формул трапеций и Симпсона»/ П.Н. Шалыминов – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. – 24 с.**

Методические указания предназначены для изучения темы «Вычисление определенных интегралов с помощью приближенных методов (формулы трапеций и Симпсона)» по дисциплине «Численные методы» студентами очной и заочной формы обучения специальности 230105.01 Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем.

Методические указания составлены с учетом требований государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования «Государственные требования к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальности 230105.51 Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем (введены в действие с 21.01.2003 г, примерная программа учебной дисциплины «Численные методы»).

ББК 22.193 Я73

Содержание

Введение

В данном методическом указании излагается краткий теоретический материал, алгоритмы и последовательность вычисления определенных интегралов с помощью формул трапеций и Симпсона с помощью персонального компьютера.

Методическое указание может быть использовано студентами очной и заочной формы обучения при изучении данной темы, которая есть в других дисциплинах, а также преподавателями этих дисциплин.

1 Вычисление определенных интегралов с помощью формул трапеции и Симпсона

Цель работы. Научиться вычислять значение определенного интеграла с помощью формул трапеции и Симпсона, разрабатывать блок схемы алгоритмов и программы вычисления определенных интегралов.

1.1 Ход работы

1) Изучить теоретический материал по данной теме;
2) Разработать блок – схему алгоритма решения уравнения для каждого метода;
3) Составить программу;
4) Выполнить программу на ПК;
5) Оформить отчет.

1.2 Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:
1) Тема работы;
2) Цель работы;
3) Ход работы;
4) Постановка задачи;
5) Графики функций уравнения;
6) Словесный алгоритм метода решения;
7) Блок схема алгоритма метода решения;
8) Распечатка программы метода решения;
9) Результаты работы программы.

1.3 Вопросы для допуска к выполнению работ

1) В чем суть численного интегрирования?
2) Формула Ньютона-Коттеса.
3) Формула прямоугольников, трапеций для вычисления определенного интеграла, их вывод.
4) Формула Симпсона для вычисления определенного интеграла.

2 Методические указания к вычислению определенных интегралов с помощью приближенных методов (формулы трапеций и Симпсона)

2.1 Метод трапеций

При вычислении определённого интеграла:

$$I = \int_a^b f(x)dx, \qquad (1)$$

заменим подынтегральную функцию *f(x)* на отрезке *[a,b]* интерполяционным многочленном Лагранжа $L_n(x)$ и получим приближённое равенство:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{i=0}^{n} \frac{(x-x_i)}{(x_i-x_j)} dx \ , \qquad (2)$$

Обозначим;

$$\Pi_n(x) = (x-x_0)*(x-x_1)*...*(x-x_n).$$

Продифференцируем $\Pi_{n+1}(x)$ по x,

$$\Pi'_{n+1}(x) = \sum_{i=0}^{n} (x-x_0)...(x-x_{i-j})(x-x_{i+j})...(x-x_n).$$

При $x=x_i$ $(i=0,1,\ldots n)$ имеем:

$$\Pi'_{n+1}(x_i) = \sum_{i=0}^{n} (x_i-x_0)...(x_i-x_{i-j})*(x_i-x_{i+j})...(x_i-x_n).$$

Тогда формула Лагранжа имеет вид:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \frac{\Pi_{n+1}(x)}{(x-x_i)\Pi'_{n+1}(x_i)} = \Pi_{n+1} \sum_{i=0}^{n} \frac{y_i}{(x-x_0)\Pi^1_{n+1}(x_i)}.$$

Подставляя полученное в (2) имеем:

$$\int\limits_a^b f(x) \approx \sum_{i=0}^{n} y_i \int\limits_a^b \frac{\Pi_{n+1}(x)}{(x-x_i)\Pi'_{n+1}(x_i)} dx,$$

таким образом:

$$\int\limits_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} y_i A_i, \tag{3}$$

где:

$$A_i = \int\limits_a^b \frac{\Pi_{n+1}(x)}{(x-x_i)\Pi'_{A+1}(x_i)} dx, \tag{4}$$

По поводу полученного можно заметить что:

1) Коэффициенты A_i не зависят от функции *f(x)*, т. к. они составлены с учётом узлов интерполяции;

2) Если *f(x)* – полином степени *n*, то тогда формула (2) такая, что в этом случае $L_n(x) = f(x)$.

Как уже отмечалось выше, применение формулы (2) предполагает построение на отрезке интегрирования *[a,b]* системы узлов интерполяции $x_0, x_1, ... x_n (x_0 = a, x_n = b)$, которыми отрезок делится на n частей. Длина $x_{i+1} - x_i = h(i = 0,...,n-1)$ называется шагом интегрирования. Естественно считать, что *h* шаг постоянен, т. е. *h=(b-a)/n*.

В этом случае можно применять интерполяционную формулу Лагранжа для равностоящих узлов:

$$L_n(x_0 + th) = \sum_{i=0}^{n} y_i \frac{(-1)^{n-i} t^{[n+1]}}{i!(n-i)!(t-i)},$$

где:

$$t = \frac{x - x_0}{h},$$

$$\Pi_{n+1}(x) = h^{n+1} t^{[n+1]},$$

$$\Pi'_{n+1}(x_i) = h^n * i!(n-i)!(-1)^{n-i},$$

Тогда (4) можно записать в виде

$$A_i = \int\limits_{X_0}^{X_n} \frac{(-1)^{n-i} t^{[n+1]}}{i!(n-i)!(t-i)} dx \quad i = 0,1,2,...n \quad , \tag{5}$$

Перейдём в этом интеграле всюду к переменной *t*. Из подстановки:

$$\frac{x - x_0}{h} = t \ ,$$

получаем:

$$dt = \frac{dx}{h} \to dx = hdt = \frac{b-a}{n} dt \ ,$$

При $x = x_0$ имеем $t=0$, а при $x = x_n$ будет $t = \frac{x_n - x_0}{h} = n$.

Тогда:

$$A_i = \frac{b-a}{n} \int\limits_0^n \frac{(-1)^{n-i} t^{[n+1]}}{i!(n-i)!(t-i)} dt = (b-a) H_i \ , \tag{6}$$

где

$$H_i = \frac{1}{n} \int\limits_0^n \frac{(-1)^{n-i} t^{[n+1]}}{i!(n-i)!(t-i)} dt \qquad i = 0,1,2,...n \quad , \tag{7}$$

Формула (7) называется формулой Ньютона-Коттеса.
При $n=1$ из (7) получаем

$$H_0 = -\int\limits_0^1 \frac{t(t-1)}{t} dt = -\int\limits_0^1 (t-1) dt = \frac{1}{2},$$

$$H_1 = \int\limits_0^1 t dt = \frac{1}{2},$$

Тогда по формуле (3) на отрезке $[x_0, x_1]$:

$$\int\limits_a^b f(x) dx = (b-a) \sum_{i=0}^{n} y_i H_i$$

имеем:

$$\int_{X_0}^{X_1} f(x)dx = (x_1 - x_0)(H_0 y_0 + H_1 y_1) = \frac{h}{2}(y_0 + y_1) \quad , \tag{8}$$

Формула (8) называется формулой трапеции.

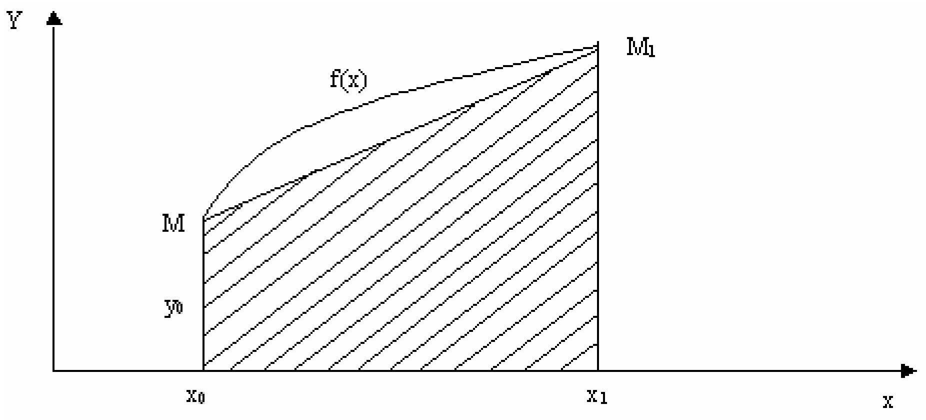

Рисунок 1 - Геометрическое обоснование формулы трапеций

Распространяя формулу (8) на все отрезки разбиения получаем общую формулу трапеций для отрезка $[a,b]$;

$$\int_a^b f(x)dx = h\left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right) , \tag{9}$$

Если аналитическое выражение подынтегральной функции известно, может быть поставлен вопрос об оценке погрешности численного интегрирования.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b L_n(x)dx + R_n(f).$$

Окончательный вид формулы для оценки погрешности метода интегрирования по формуле трапеций

$$|R_n| \le M \frac{|b-a| * h^2}{12}, \tag{10}$$

где:

$$M = max\left| f''(x) \right| \quad x \in [a,b]$$

За приближённое значение *S* интеграла $\int_a^b f(x)dx$, вычисленное по формуле трапеций с поправкой по Рунге, принимают:

$$S = S_{2n} + \frac{S_{2n} - S_n}{3}.$$

Погрешность этого результата оценивается величиной $\Delta = \left| \boldsymbol{S}_{2n} - \boldsymbol{S}_n \right| / 3$.

2.1.1 Постановка задачи

Вычислить интеграл $\int_{0.5}^{2.5} \frac{(1 + 0.3x^2)dx}{1.2 + \sqrt{0.6x^2 + 1.2}}$ по формуле трапеций с четырьмя десятичными знаками при n=10.

2.1.2 Словесный алгоритм вычисления определенного интеграла методом трапеций

1) Введите начало интервала x0;
2) Введите конец интервала xn;
3) Введите количество отрезков n;
4) Вычислите шаг h=(xn-x0)/n;
5) Открыть цикл по k=1,2;
6) Выполнить присвоение x=x0, s2n=0;
7) Открыть цикл по i=0,n;
8) Если i=0 или i=n то s2n=s2n+h*f(x)/2, иначе s2n=s2n+h*f(x);
9) Вычислить x=x+h;
10) Конец цикла по i;
11) Если k=1 то sn=s2n, n=2*n, h=(xn-x0)/n;
12) Конец цикла по k;
13) Вычислить s=s2n+(s2n-sn)/3;
14) Вывести результат s;
15) Конец программы.

2.1.3 Блок схема алгоритма метода трапеций

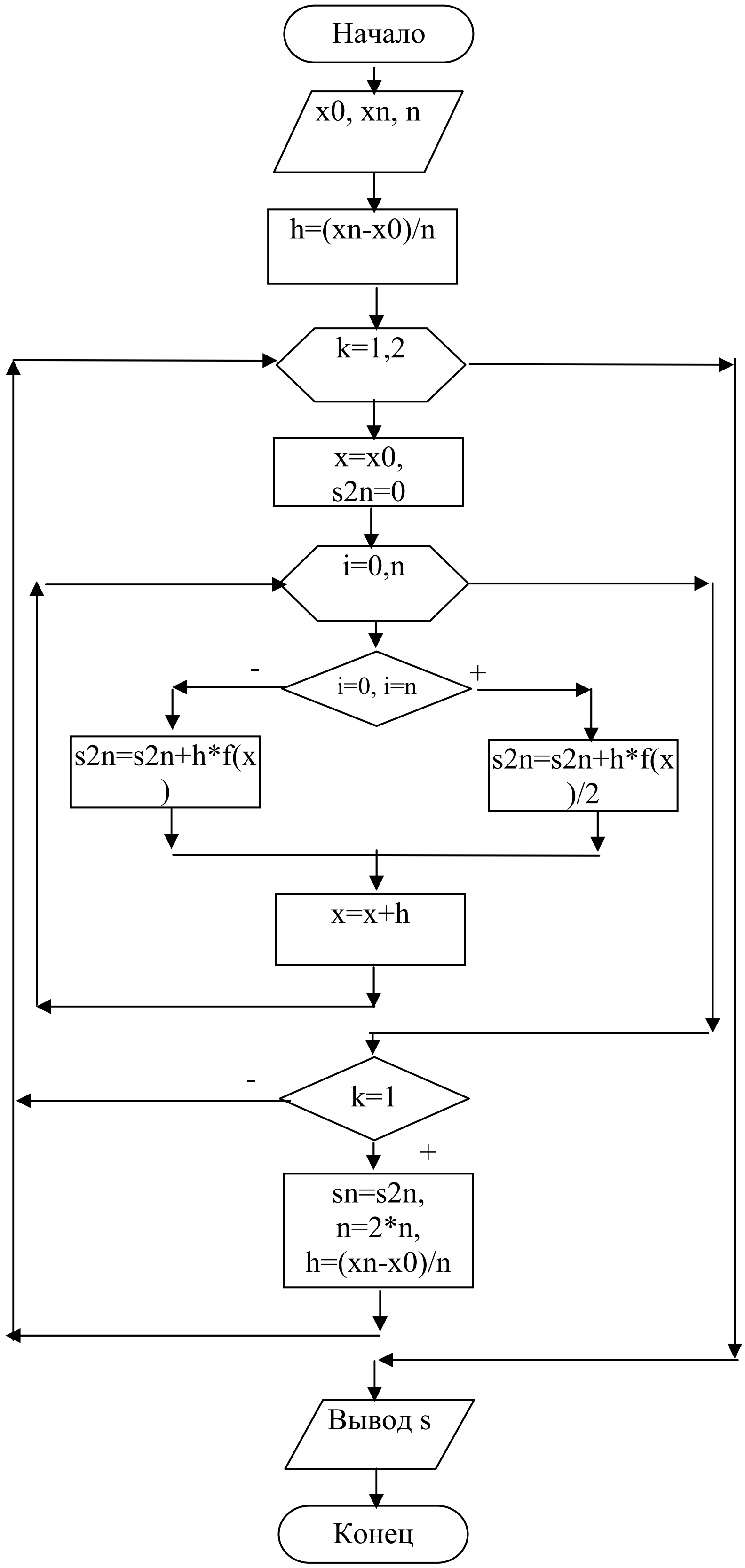

Рисунок 2 - Блок схема алгоритма метода трапеций для вычисления определенного интеграла

2.1.4 Распечатка программы метода трапеций

```
program trapez;
uses crt;
var s, sn, s2n, x0, xn, x, h:real;
    n, i, k:integer;
function f(x:real):real;
begin
  f:=(1+0.3*x*x)/(1.2+sqrt(0.6*x*x+1.2));
end;
begin
  clrscr;
  write('Введите начало интервала x0=');
  readln(x0);
  write('Введите конец интервала xn=');
  readln(xn);
  write('Введите количество отрезков n=');
  readln(n);
  h:=(xn-x0)/n;
  for k:=1 to 2 do begin
    x:=x0; s2n:=0;
    for i:=0 to n do begin
      if (i=0) or (i=n) then s2n:=s2n+h*f(x)/2
         else s2n:=s2n+h*f(x);
      x:=x+h;
    end;
    if k=1 then begin
      sn:=s2n; n:=2*n;
      h:=(xn-x0)/n;
    end;
  end;
  s:=s2n+(s2n-sn)/3;
  writeln;
  writeln;
  writeln(' Результат вычисления интеграла ');
  writeln('       по формуле трапеций');
  writeln;
  writeln(' Значение определенного интеграла S=', s:7:4);
  readln;
end.
```

2.1.5 Распечатка результатов работы программы

Результаты выполнения программы для вычисления определенного интеграла:

Введите начало интервала x0=0.5
Введите конец интервала xn=2.5
Введите количество отрезков n=5

Результат вычисления интеграла
по формуле трапеций

Значение определенного интеграла S= 1.2299

2.2 Метод Симпсона

В предыдущем методе из формул (3), (6) имеем:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} y_i A_i = (b-a)\sum_{i=0}^{n} y_i H_i \ , \qquad (11)$$

где:

$$H_i = \frac{1}{n}\int_0^n \frac{(-1)^{n-i} t^{[n+1]}}{i!(n-i)!(t-i)} dt, \qquad (12)$$

При $n=2$ из формулы (12) последовательно имеем $(i=0,1,2)$:

$$H_0 = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(t-1)(t-2)}{2} dt = \frac{1}{6},$$

$$H_1 = -\frac{1}{2}\int_0^2 t(t-2)dt = \frac{2}{3},$$

$$H_2 = \frac{1}{4}\int_0^2 t(t-1)dt = \frac{1}{6}.$$

Тогда с учётом формулы (11) получим на отрезке $[x_0,x_2]$:

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = (x_2 - x_0)\sum_{i=0}^{2} y_i H_i = 2h(\frac{1}{6}y_0 + \frac{2}{3}y_i + \frac{1}{6}y_2 ,$$

то есть

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2), \tag{13}$$

Геометрически, в соответствии со смыслом интерполяционной формулы Лагранжа при $n=2$, использование формулы (13) означает замену подынтегральной функции *f(x)* параболой $L_2(x)$ проходящей через точки $M_i(x_i, y_i)$, $(i = 0,1,2)$, (см. рисунок 3)

Если считать *n* – чётное *(n=2m),* то, применяя формулу (13) последовательно к каждой паре частичных отрезков $[x_{i-2}, x_{2i}]$, (*i=1,2,3…,m)*, получим

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{2h}{3}(\frac{y_0}{2} + 2y_1 + y_2 + ... + 2y_{2m-1} + \frac{y_{2m}}{2}), \tag{14}$$

Формула (14) называется формулой Симпсона. Иногда формулу Симпсона записывают в виде:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 2(y_2 + y_4 + ... + y_{2m-2}) + 4(y_1 + y_3 + ...y_{2m-1}) + y_{2m}), \tag{15}$$

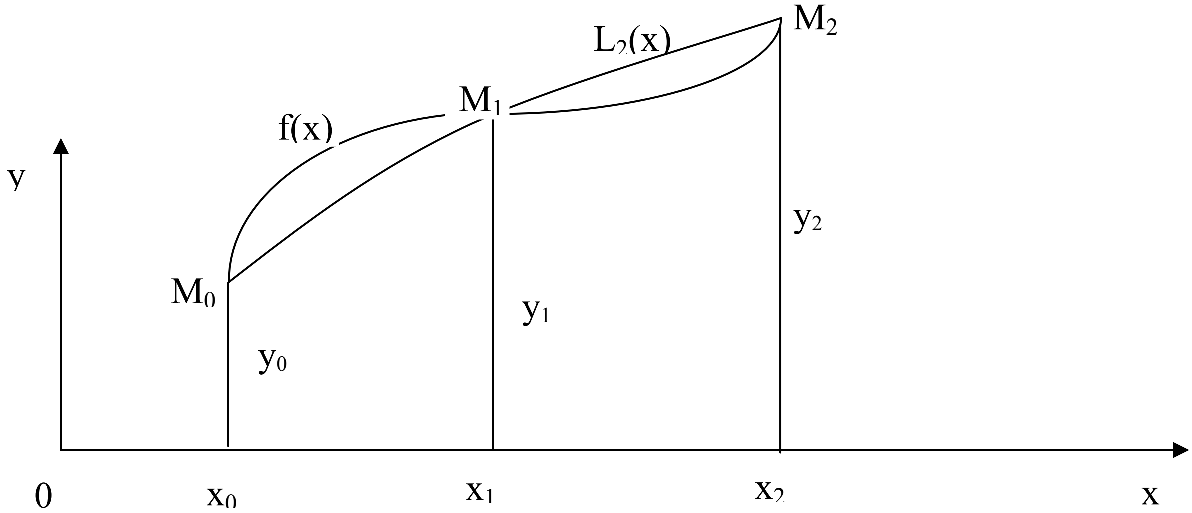

Рисунок 3 - Геометрическое обоснование формулы Симпсона

Оценка остаточного члена формулы Симпсона даётся формулой:

$$R_1 \le M\,\frac{|b-a|\cdot h^4}{180},$$

где:

$$M = max\left|f^{iv}(x)\right|,\quad x \in [a,b].$$

Алгебраический порядок точности формулы Симпсона равен 3. Это означает, что она точна для многочленов до третьей степени включительно. Оценка погрешности формулы Симпсона по остаточному члену *R*, часто оказывается мало эффективной из-за трудности оценки четвёртой производной подынтегральной функции.

На практике применяют правило Рунге. Для этого выбирают число *n* кратное *2* и вычисляют приближённое значение по формуле Симпсона с шагом $h=(b-a)/n$ (обозначим это приближение S_n). Затем вычисляют приближённое значение интеграла по формуле Симпсона с шагом $h/2$, т. е. $(b-a)/2n$ (обозначим S_{2n}).

За приближённое значение S интеграла $\int_a^b f(x)dx$, вычисленное по формуле Симпсона с поправкой по Рунге, принимают:

$$S = S_{2n} + \frac{S_{2n} - S_n}{15}.$$

Погрешность этого результата оценивается величиной
$\Delta = \left|S_{2n} - S_n\right| / 15$

2.2.1 Постановка задачи

Вычислить интеграл $\int_{0.5}^{2.5} \frac{(1+0.3x^2)dx}{1.2+\sqrt{0.6x^2+1.2}}$ по формуле Симпсона с четырьмя десятичными знаками при n=8.

2.2.2 Словесный алгоритм вычисления определенного интеграла методом Симпсона

1) Введите начало интервала x0;
2) Введите конец интервала xn;
3) Введите количество отрезков n;

4) Вычислите шаг h=(xn-x0)/n;
5) Открыть цикл по k=1,2;
6) Выполнить присвоение x=x0, s2n=0;
7) Открыть цикл по i=0,n;
8) Если i=0 или i=n то s2n=s2n+h*f(x)/3,
9) иначе, если i четное то s2n=s2n+h*2*f(x)/3, иначе s2n=s2n+h*4*f(x)/3;
10) Вычислить x=x+h;
11) Конец цикла по i;
12) Если k=1 то sn=s2n, n=2*n, h=(xn-x0)/n;
13) Конец цикла по k;
14) Вычислить s=s2n+(s2n-sn)/3;
15) Вывести результат s;
16) Конец программы.

2.2.3 Блок - схема алгоритма метода Симпсона

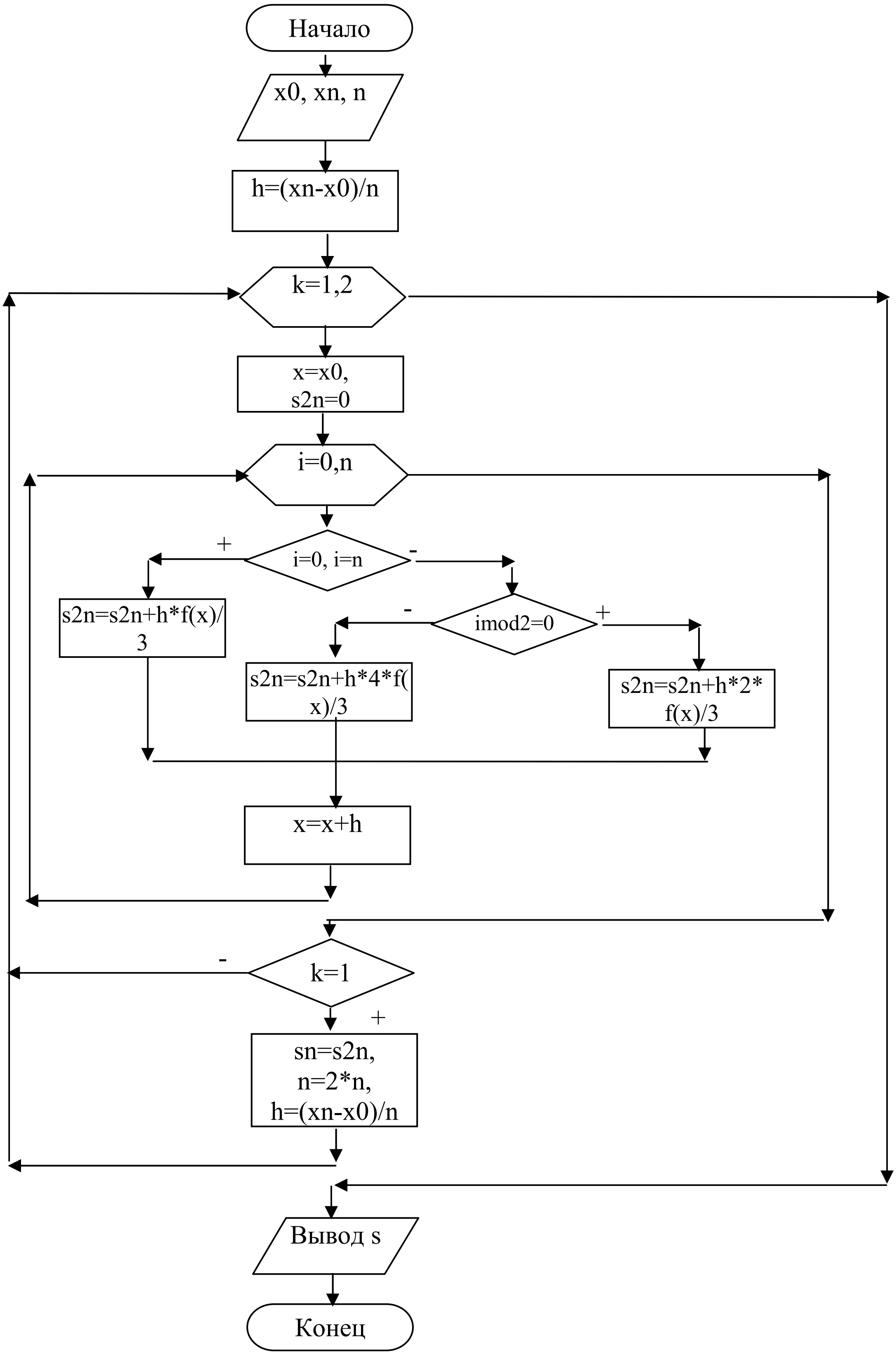

Рисунок 4 – Блок - схема алгоритма метода Симпсона для вычисления определенного интеграла

2.2.4 Распечатка программы метода Симпсона

```
program Simpson;
uses crt;
var s, sn, s2n, x0, xn, x, h:real;
    n, i, k:integer;
function f(x:real):real;
begin
  f:=(1+0.3*x*x)/(1.2+sqrt(0.6*x*x+1.2));
end;
begin
  clrscr;
  write('Введите начало интервала x0=');
  readln(x0);
  write('Введите конец интервала xn=');
  readln(xn);
  write('Введите количество отрезков n=');
  readln(n);
  h:=(xn-x0)/n;
  for k:=1 to 2 do begin
    x:=x0; s2n:=0;
    for i:=0 to n do begin
      if (i=0) or (i=n) then s2n:=s2n+h*f(x)/3
        else if (i mod 2)=0 then s2n:=s2n+h*2*f(x)/3
          else s2n:=s2n+h*4*f(x);
      x:=x+h;
    end;
    if k=1 then begin
      sn:=s2n; n:=2*n;
      h:=(xn-x0)/n;
    end;
  end;
  s:=s2n+(s2n-sn)/15;
  writeln;
  writeln;
  writeln(' Результат вычисления интеграла ');
  writeln('       по формуле Симпсона');
  writeln;
  writeln(' Значение определенного интеграла S=', s:7:4);
  readln;
end.
```

2.2.5 Распечатка результатов работы программы

Результаты выполнения программы для вычисления определенного интеграла:

Введите начало интервала x0=0.5
Введите конец интервала xn=2.5
Введите количество отрезков n=10

Результат вычисления интеграла
по формуле Симпсона

Значение определенного интеграла S= 2.86945.6

3 Варианты заданий

3.1 Задание № 1

Вычислить интеграл по формуле трапеций с четырьмя десятичными знаками при n=10.

№ 1 1) $\int_{0.6}^{1.4} \frac{\sqrt{x^2+5}dx}{2x+\sqrt{x^2+0.5}}$ 2) $\int_{0.2}^{0.8} \frac{sin(2x+0.5)dx}{2+cos(x^2+1)}$

№ 2 1) $\int_{0.4}^{1.2} \frac{\sqrt{0.5x+2}dx}{\sqrt{2x^2+1}+0.8}$ 2) $\int_{0.3}^{0.9} \frac{cos(0.8x+1.2)dx}{1.5+sin(x^2+0.6)}$

№ 3 1) $\int_{0.8}^{1.8} \frac{\sqrt{0.8x^2+1}dx}{x+\sqrt{1.5x^2+2}}$ 2) $\int_{0.4}^{1.0} \frac{sin(x+1.4)dx}{0.8+cos(2x^2+0.5)}$

№ 4 1) $\int_{1.0}^{2.2} \frac{\sqrt{1.5x+0.6}dx}{1.6+\sqrt{0.8x^2+2}}$ 2) $\int_{0.6}^{1.0} \frac{cos(0.6x^2+0.4)dx}{1.4+sin^2(x+0.7)}$

№ 5 1) $\int_{1.2}^{2.0} \frac{\sqrt{2x^2+1.6}dx}{2x+\sqrt{0.5x^2+3}}$ 2) $\int_{0.5}^{1.3} \frac{sin(0.5x+0.4)dx}{1.2+cos(x^2+0.4)}$

№ 6 1) $\int_{1.3}^{2.5} \frac{\sqrt{x^2+0.6}dx}{1.4+\sqrt{0.8x^2+1.3}}$ 2) $\int_{0.4}^{0.8} \frac{cos(x^2+0.6)dx}{0.7+sin(0.8x+1)}$

№ 7 1) $\int_{1.2}^{2.6} \frac{\sqrt{0.4x+1.7}dx}{1.5x+\sqrt{x^2+1.3}}$ 2) $\int_{0.3}^{1.5} \frac{sin(0.3x+1.2)dx}{1.3+cos^2(0.5x+1)}$

№ 1) $\int_{0.8}^{1.6} \frac{\sqrt{0.3x^2+2.3}dx}{1.8+\sqrt{2x+1.6}}$ 2) $\int_{0.5}^{1.8} \frac{cos(x^2+0.6)dx}{1.2+sin(0.7x+0.2)}$

№ 9 1) $\int\limits_{1.2}^{2}\frac{\sqrt{0.6x+1.7}\,dx}{2.1x+\sqrt{0.7x^2+1}}$ 2) $\int\limits_{0.4}^{1.2}\frac{\sin(1.5x+0.3)dx}{2.3+\cos(0.4x^2+1)}$

№ 10 1) $\int\limits_{0.8}^{2.4}\frac{\sqrt{0.4x^2+1.5}\,dx}{2.5+\sqrt{2x+0.8}}$ 2) $\int\limits_{0.4}^{1.2}\frac{\cos(x^2+0.8)dx}{1.5+\sin(0.6x+0.5)}$

№ 11 1) $\int\limits_{1.2}^{2.8}\frac{\sqrt{1.2x+0.7}\,dx}{1.4x+\sqrt{1.3x^2+0.5}}$ 2) $\int\limits_{0.5}^{1.3}\frac{\sin(0.7x+0.4)dx}{2.2+\cos(0.3x^2+0.7)}$

№ 12 1) $\int\limits_{0.6}^{2.4}\frac{\sqrt{1.1x^2+0.9}\,dx}{1.6+\sqrt{0.8x^2+1.4}}$ 2) $\int\limits_{0.4}^{1.4}\frac{\cos(0.8x^2+1)dx}{1.4+\sin(0.3x+0.5)}$

№ 13 1) $\int\limits_{0.7}^{2.1}\frac{\sqrt{0.6x+1.5}\,dx}{2x+\sqrt{x^2+3}}$ 2) $\int\limits_{0.2}^{1}\frac{\sin(0.8x^2+0.3)dx}{0.7+\cos(1.2x+0.3)}$

№ 14 1) $\int\limits_{0.8}^{2.4}\frac{\sqrt{1.5x^2+2.3}\,dx}{3+\sqrt{0.3x+1}}$ 2) $\int\limits_{0.3}^{1.1}\frac{\cos(0.3x+0.5)dx}{1.8+\sin(x^2+0.8)}$

№ 15 1) $\int\limits_{1.9}^{2.6}\frac{\sqrt{2x^2+1.7}\,dx}{2.4+\sqrt{1.2x^2+0.6}}$ 2) $\int\limits_{0.3}^{1.1}\frac{\sin(0.6x^2+0.3)dx}{2.4+\cos(x+0.5)}$

№ 16 1) $\int\limits_{0.5}^{1.9}\frac{\sqrt{0.7x^2+2.3}\,dx}{3.2+\sqrt{0.8x+1.4}}$ 2) $\int\limits_{0.4}^{1.2}\frac{\cos(0.4x+0.6)dx}{0.8+\sin^2(x+0.5)}$

№ 17 1) $\int\limits_{1}^{2.6}\frac{\sqrt{0.4x^2+3}\,dx}{0.7x+\sqrt{2x^2+0.5}}$ 2) $\int\limits_{0.4}^{1.8}\frac{\sin(0.2x^2+0.7)dx}{1.4+\cos(0.5x+0.2)}$

№ 18 1) $\int\limits_{0.7}^{2.1}\frac{\sqrt{1.7x^2+0.5}\,dx}{1.4+\sqrt{1.2x+1.3}}$ 2) $\int\limits_{0.2}^{1}\frac{\cos(0.3x+0.8)dx}{0.9+2\sin(0.4x+0.3)}$

№ 19 1) $\int\limits_{0.6}^{2.2}\frac{\sqrt{1.5x^2+1}\,dx}{1.2x+\sqrt{x^2+1.8}}$ 2) $\int\limits_{0.3}^{1.1}\frac{\sin(0.8x+0.3)dx}{1.2+\cos(x^2+0.4)}$

№ 20 1) $\int\limits_{1.2}^{3}\frac{\sqrt{2x^2+0.7}\,dx}{1.5+\sqrt{0.8x+1}}$ 2) $\int\limits_{0.5}^{1.3}\frac{\cos(x^2+0.2)dx}{1.3+\sin(2x+0.4)}$

№ 21 1) $\int\limits_{1.3}^{2.7}\frac{\sqrt{1.3x^2+0.8}\,dx}{1.7x+\sqrt{2x+0.5}}$ 2) $\int\limits_{0.4}^{1.2}\frac{\sin(0.6x+0.5)dx}{1.5+\cos(x^2+0.4)}$

№ 22 1) $\int\limits_{0.6}^{1.4}\frac{\sqrt{x^2+0.5}\,dx}{2x+\sqrt{x^2+2.5}}$ 2) $\int\limits_{0.2}^{0.8}\frac{\cos(x^2+1)dx}{2+\sin(2x+0.5)}$

№ 23 1) $\int\limits_{0.4}^{1.2}\frac{\sqrt{2x^2+1}\,dx}{0.8x+\sqrt{0.5x+2}}$ 2) $\int\limits_{0.3}^{0.9}\frac{\sin(x^2+0.6)dx}{1.5+\cos(0.8x+1.2)}$

№ 24 1) $\int\limits_{0.8}^{1.8}\frac{\sqrt{1.5x^2+2}\,dx}{x+\sqrt{0.8x^2+1}}$ 2) $\int\limits_{0.4}^{1}\frac{\cos(2x^2+0.5)dx}{0.8+\sin(x+1.4)}$

№ 25 1) $\int\limits_{1}^{2.2}\frac{\sqrt{0.8x^2+2}\,dx}{1.6+\sqrt{1.5x+0.6}}$ 2) $\int\limits_{0.6}^{1}\frac{\sin(x+0.7)dx}{1.4+\cos(0.6x+0.4)}$

№ 26 1) $\int_{1.2}^{2.0} \frac{\sqrt{0.5x^2+3}dx}{2x+\sqrt{2x^2+1.6}}$ 2) $\int_{0.5}^{1.3} \frac{cos(x^2+0.4)dx}{1.2+sin(0.5x+0.4)}$

№ 27 1) $\int_{1.3}^{2.5} \frac{\sqrt{0.8x^2+1.3}dx}{1.4+\sqrt{x^2+0.6}}$ 2) $\int_{0.4}^{0.8} \frac{sin(0.8x+1)dx}{0.7+cos(x^2+0.6)}$

№ 28 1) $\int_{1.2}^{2.6} \frac{\sqrt{x^2+1.3}dx}{1.5x+\sqrt{0.4x+1.7}}$ 2) $\int_{0.3}^{1.5} \frac{cos(0.5x^2+1)dx}{1.3+sin(0.3x+1.2)}$

№ 29 1) $\int_{0.8}^{1.6} \frac{\sqrt{2x+1.6}dx}{1.8+\sqrt{0.3x^2+2.3}}$ 2) $\int_{0.5}^{1.1} \frac{cos(0.7x+0.2)dx}{1.2+sin(x^2+0.6)}$

№ 30 1) $\int_{1.2}^{2} \frac{\sqrt{0.7x^2+1}dx}{2.1x+\sqrt{0.6x+1.7}}$ 2) $\int_{0.4}^{1.2} \frac{cos(0.4x^2+1)dx}{2.3+sin(1.5x+0.3)}$

3.2 Задание № 2

Вычислить интеграл по формуле Симпсона с четырьмя десятичными знаками при n = 8.

№ 1 1) $\int_{0.8}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}$; 2) $\int_{1.2}^{2} \frac{lg(x+2)}{x}dx$.

№ 2 1) $\int_{1.2}^{2.7} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$; 2) $\int_{1.6}^{2.4} (x+1)sin(x)dx$.

№ 3 1) $\int_{1}^{2} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1.3}}$; 2) $\int_{0.2}^{1} \frac{tg(x^2)}{x^2+1}dx$.

№ 4 1) $\int_{0.2}^{1.2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$; 2) $\int_{0.6}^{1.4} \frac{cos(x)}{x+1}dx$.

№ 5 1) $\int_{0.8}^{1.4} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+3}}$; 2) $\int_{0.4}^{1.2} \sqrt{x}\,cos(x^2)dx$.

№ 6 1) $\int_{0.4}^{1.2} \frac{dx}{\sqrt{2+0.5x^2}}$; 2) $\int_{0.8}^{1.2} \frac{sin(2x)}{x^2}dx$.

№ 7 1) $\int_{1.4}^{2.1} \frac{dx}{\sqrt{3x^2-1}}$; 2) $\int_{0.8}^{1.6} \frac{lg(x^2+1)}{x}dx$.

№ 8 1) $\int_{1.2}^{2.4} \frac{dx}{\sqrt{0.5+x^2}}$; 2) $\int_{0.4}^{1.2} \frac{cos(x)}{x+2}dx$.

№ 9 1) $\int_{0.4}^{1.2} \frac{dx}{\sqrt{3+x^2}}$; 2) $\int_{0.4}^{1.2} (2x+0.5)sin(x)dx$.

№ 10 1) $\int_{0.6}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{2.1+x^2}}$; 2) $\int_{0.4}^{0.8} \frac{tg(x^2+0.5)}{1+2x^2}dx$.

№ 11 1) $\int_{2}^{3.5}\frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$; 2) $\int_{0.18}^{0.98}\frac{sin(x)}{x+1}dx.$

№ 12 1) $\int_{0.5}^{1.3}\frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$; 2) $\int_{0.2}^{1.8}\sqrt{x+1}\,cos(x^2)dx.$

№ 13 1) $\int_{1.2}^{2.6}\frac{dx}{\sqrt{2x^2+0.6}}$; 2) $\int_{1.4}^{3}x^2\,lg(x)dx.$

№ 14 1) $\int_{1.4}^{2.2}\frac{dx}{\sqrt{3x^2+1}}$; 2) $\int_{1.4}^{2.2}\frac{lg(x^2+2)}{x+1}dx.$

№ 15 1) $\int_{0.8}^{1.8}\frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$; 2) $\int_{0.4}^{1.2}\frac{cos(x^2)}{x+1}dx.$

№ 16 1) $\int_{1.6}^{2.2}\frac{dx}{\sqrt{x^2+2.5}}$; 2) $\int_{0.8}^{1.6}(x^2+1)sin(x-0.5)dx.$

№ 17 1) $\int_{0.8}^{1.6}\frac{dx}{\sqrt{x^2+0.8}}$; 2) $\int_{0.6}^{1.4}x^2\,cos(x)dx.$

№ 18 1) $\int_{1.2}^{2}\frac{dx}{\sqrt{x^2+1.2}}$; 2) $\int_{1.2}^{2}\frac{lg(x^2+3)}{2x}dx.$

№ 19 1) $\int_{1.4}^{2}\frac{dx}{\sqrt{2x^2+0.7}}$; 2) $\int_{2.5}^{3.3}\frac{lg(x^2+0.8)}{x-1}dx.$

№ 20 1) $\int_{3.2}^{4}\frac{dx}{\sqrt{0.5x^2+1}}$; 2) $\int_{0.5}^{1.2}\frac{tg(x^2)}{x+1}dx.$

№ 21 1) $\int_{0.8}^{1.7}\frac{dx}{\sqrt{2x^2+0.3}}$; 2) $\int_{1.3}^{2.1}\frac{sin(x^2-1)}{2\sqrt{x}}dx.$

№ 22 1) $\int_{1.2}^{2.0}\frac{dx}{\sqrt{0.5x^2+1.5}}$; 2) $\int_{0.2}^{1.0}(x+1)cos(x^2)dx.$

№ 23 1) $\int_{2.1}^{3.6}\frac{dx}{\sqrt{x^2-3}}$; 2) $\int_{0.8}^{1.2}\frac{sin(x^2-0.4)}{x+2}dx$

№ 24 1) $\int_{1.3}^{2.5}\frac{dx}{\sqrt{0.2x^2+1}}$; 2) $\int_{0.15}^{0.63}\sqrt{x+1}\,lg(x+3)dx.$

№ 25 1) $\int_{0.6}^{1.4}\frac{dx}{\sqrt{1.2x^2+0.5}}$; 2) $\int_{1.2}^{2.8}\frac{tg(1+x^2)}{2x-1}dx.$

№ 26 1) $\int_{1.3}^{2.1}\frac{dx}{\sqrt{3x^2-0.4}}$; 2) $\int_{0.6}^{0.72}(\sqrt{x}+1)tg(2x)dx.$

№ 27 1) $\int_{1.4}^{2.6}\frac{dx}{\sqrt{1.5x^2-0.7}}$; 2) $\int_{0.8}^{1.2}\frac{cos(x)}{x^2+1}dx.$

№ 28 1) $\int_{0.15}^{0.5}\frac{dx}{\sqrt{2x^2+1.6}}$; 2) $\int_{1.2}^{2.8}\left(\frac{x}{2}+1\right)sin(\frac{x}{2})dx.$

№ 29 1) $\int_{0.5}^{2.3}\frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$; 2) $\int_{0.8}^{1.6}\frac{tg(x^2+1)}{x+1}dx.$

№ 30 1) $\int\limits_{0.32}^{0.66} \frac{dx}{\sqrt{x^2+2.3}}$; 2) $\int\limits_{1.6}^{3.2} \frac{x}{2} lg\left(\frac{x^2}{2}\right) dx$.

4 Вопросы к защите

1) В чем суть численного интегрирования?
2) Формула Ньютона-Коттеса.
3) Формула прямоугольников, трапеций для вычисления определенного интеграла, их вывод.
4) Формула Симпсона для вычисления определенного интеграла.
5) Блок схема алгоритма формулы прямоугольников, трапеций.
6) Блок схема алгоритма формулы Симпсона.

Список использованных источников

1 Лапчик, М. П.. Элементы численных методов : учебник для спо / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер; под ред. М. П. Лапчик. -М.: Академия, 2007. - 224 с

2 Исаков, В.Н. Элементы численных методов : учебное пособие для пед. вузов/ В.Н. Исаков. – М.: Академия, 2003. – 192 с.

3 Бахвалов, Н.С. Численные методы : учебное пособие для вузов/ Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. 3 – изд., перераб. доп. – М.: Бином: Лаборатория знаний, 2003. – 632 с.

4 Костомаров, Д.П., Вводные лекции по численным методам : учебное пособие для вузов/ Д.П.Костомаров, А.П.Фаворский. – М.: Логос, 2004. – 184 с.