Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра теоретической механики

Г.В. Куча, И.И. Мосалева

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКОГО МЕХАНИЗМА

Методические указания
к курсовой работе
по дисциплине «Теоретическая механика»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург
ИПК ГОУ ОГУ
2011

УДК 531.1(07)
ББК 22.21я7
К 95

Рецензент – профессор, кандидат технических наук Р.В.Ромашов

Куча, Г.В.
К 95 Кинематический анализ плоского механизма: методические указания к курсовой работе по дисциплине «Теоретическая механика» / Г.В. Куча, И.И. Мосалева; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2011 – 27 с.

Методические указания предназначены для выполнения курсовой работы «Кинематический анализ плоского механизма» по дисциплине «Теоретическая механика» для студентов заочной формы обучения специальностей 190601.65(ААХ), 190603.65(СТТМ), 160201.65(СВС), 190702.65(ОБД), 151001.65(ТМ), 150002.65(МСК), 220301.65 (АТП), 280101.65(БЖД).

.

УДК 531.1(07)
ББК 22.21я7

©Куча Г.В.,
©Мосалева И.И.,
©ГОУ ОГУ, 2011

Содержание

Введение

Настоящие методические указания включают контрольные вопросы по разделу «Плоскопараллельное движение твердого тела», общие рекомендации к решению типовых задач по этому разделу, а также вопросы для самоконтроля, на которые необходимо ответить прежде, чем приступать к выполнению задания.

В методических указаниях содержатся условия контрольного задания К3 «Кинематический анализ плоского механизма»; варианты исходных расчетных схем и необходимых числовых данных. Кроме того, подробно рассмотрен пример решения задачи.

Методические указания разработаны для студентов заочной формы обучения, но могут быть полезны и для студентов дневной и вечерней форм обучения.

1 Плоскопараллельное движение твердого тела

1.1 Уравнения движения. Разложение движения на поступательное и вращательное

Плоскопараллельным (или плоским) называется такое движение твердого тела, при котором все его точки перемещаются параллельно некоторой неподвижной плоскости П (рисунок 1).

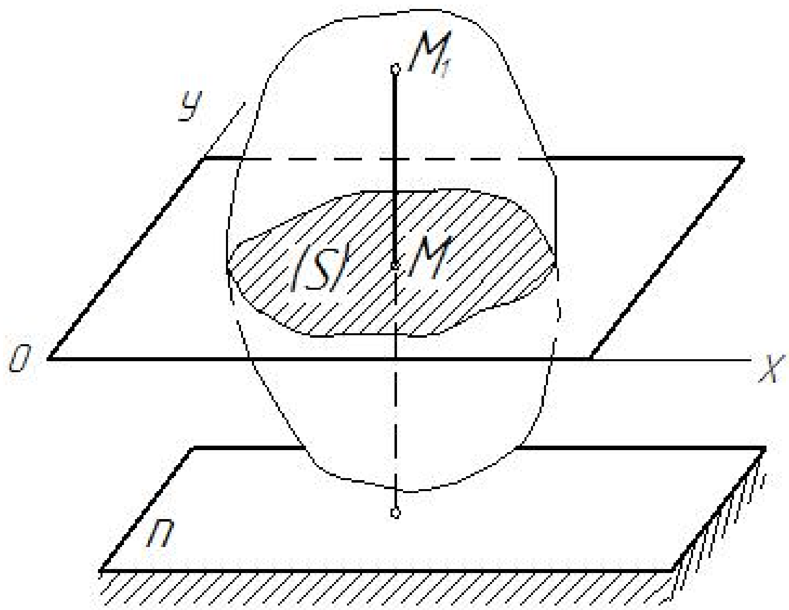


Рисунок 1

Плоское движение совершают многие части механизмов и машин, например, катящееся колесо на прямолинейном участке пути, шатун в кривошипно-шатунном механизме и др. Частным случаем плоскопараллельного движения является вращательное движение твердого тела. Примером плоского движения тела может служить качение цилиндра по горизонтальной плоскости, при котором его основание остается все время параллельным плоскости yz (рисунок 2).

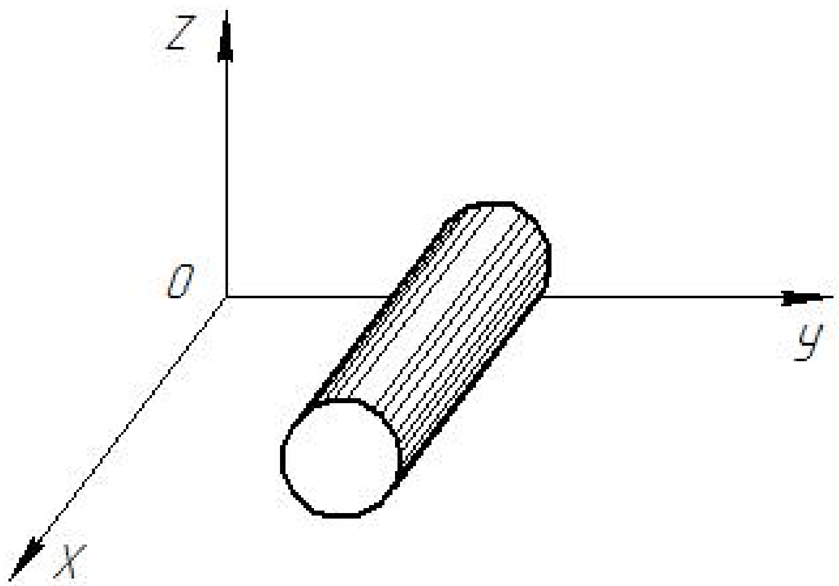


Рисунок 2

При плоскопараллельном движении все точки тела, лежащие на прямой MM_1, перпендикулярной к сечению S, т. е. к плоскости П (рисунок 1), движутся тождественно. Поэтому *для изучения движения всего тела достаточно изучить, как движется сечение S тела в плоскости Oxy* (рисунок 3).

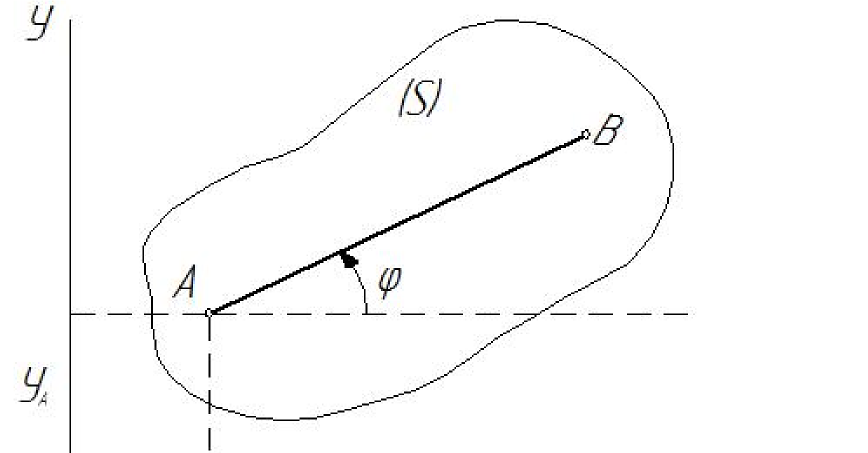


Рисунок 3

Положение сечения S в плоскости Oxy определяется, очевидно, положением проведенного в этом сечении отрезка AB (рисунок 3). В свою очередь, положение отрезка AB можно определить, зная координаты x_A, y_A точки A и угол φ, который отрезок AB образует с осью x.

Точку A, выбранную для определения положения сечения S, называют *полюсом.*

При движении тела величины x_A, y_A, φ будут изменяться. Чтобы знать закон движения тела, т. е. знать его положение в пространстве в любой момент времени, надо знать зависимости:

$$x_A = f_1(t), \quad y_A = f_2(t), \quad \varphi = f_3(t) \qquad (1)$$

Уравнения (1), определяющие закон происходящего движения, называются *уравнениями плоскопараллельного движения твердого тела.*

Плоское движение слагается из поступательного и вращательного.

Из рисунка 4 видно, что сечение S, а с ним и все тело, переходит из положения I в положение II следующим образом: сначала тело перемещается поступательно, так, что полюс A, двигаясь вдоль своей траектории, приходит в положение A_2, (при этом отрезок A_1B_1 займет положение $A_2B'_1$), а затем поворачивается вокруг полюса A_2, на угол $\Delta\varphi_1$. Таким же путем можно переместить тело из положения II в следующее его положение и т. д. Следовательно, *плоскопараллельное движение твердого тела можно рассматривать как сумму двух движений: поступательного движения вместе с точкой, выбранной за полюс, и вращательного движения вокруг оси, проходящей через полюс и перпендикулярной плоскости движения.*

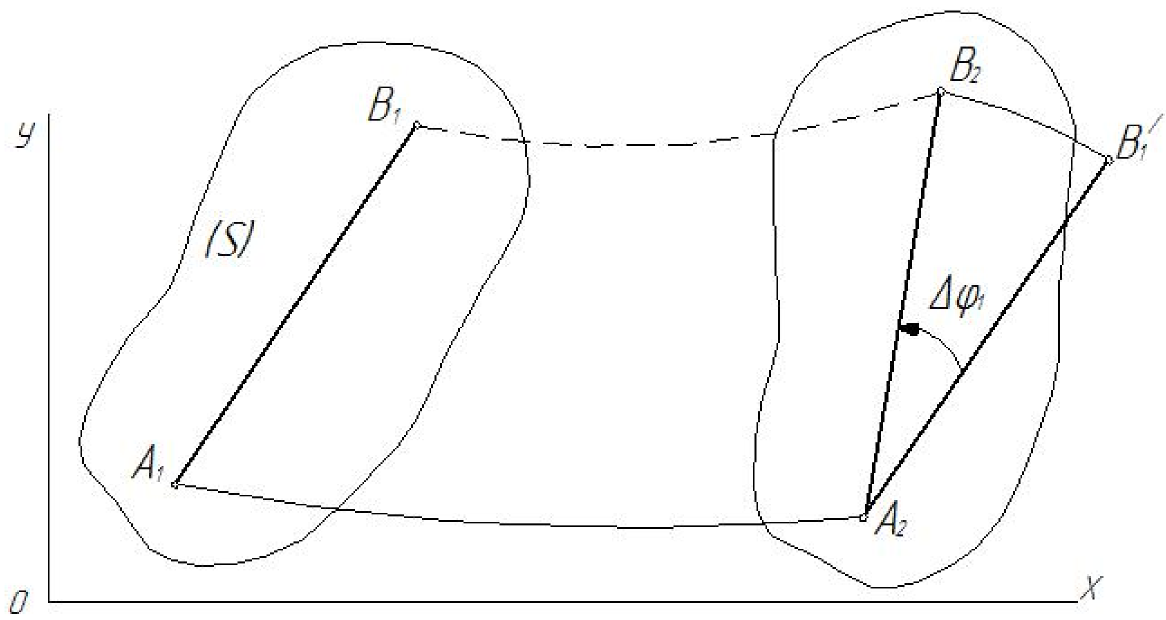


Рисунок 4

Очевидно, что характеристики поступательной части плоского движения, такие, как перемещение, скорость и ускорение полюса будут зависеть от того, какая точка выбрана за полюс, ибо в противном случае при равенстве в каждый момент времени перемещений, скоростей и ускорений двух точек плоской фигуры, последняя совершала бы поступательное движение. Характеристики вращательной части плоского движения, т. е. угловая скорость ω и угловое ускорение ε, остаются неизменными, не зависящими от выбора полюса.

1.2 Определение скоростей точек тела

1.2.1 Теорема о сложении скоростей точек плоской фигуры

Теорема.

Скорость любой точки B плоской фигуры в каждый данный момент геометрически складывается из скорости точки A плоской фигуры, принятой за полюс, и скорости данной точки B в ее вращении вместе с плоской фигурой вокруг этого полюса (рисунок 5):

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA} \qquad (2),$$

где $\overline{V}_B$ - искомая скорость точки B плоской фигуры;

$\overline{V}_A$ - скорость полюса A (за полюс принимается та точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент известна или может быть легко определена);

$\overline{V}_{BA}$ - скорость точки B во вращении плоской фигуры вокруг полюса A.

$$V_{BA} = \omega \cdot BA, \qquad \overline{V}_{BA} \perp BA \qquad (3)$$

Модуль и направление скорости $\overline{V}_B$ находятся построением соответствующего параллелограмма (рисунок 5).

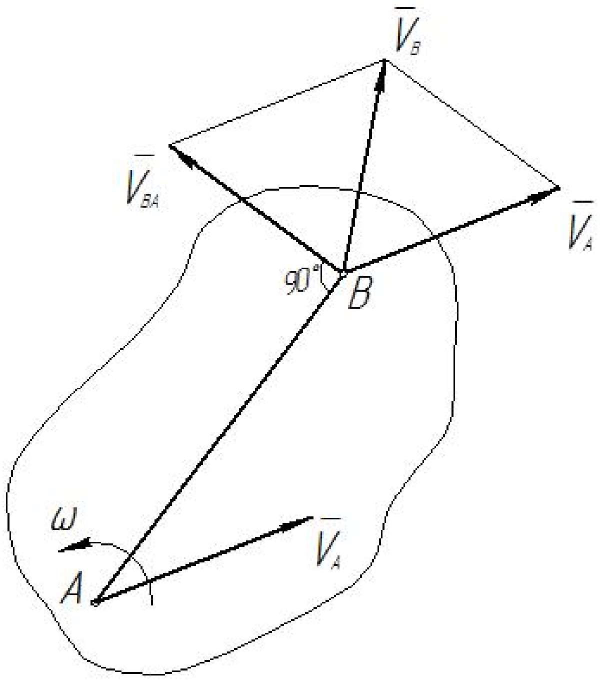


Рисунок 5

1.2.2 Теорема о проекциях скоростей двух точек тела

Теорема.

Проекции скоростей двух точек тела на прямую, соединяющую эти точки, равны между собой (рисунок 6):

$$np._{AB}\,\overline{V}_B = np._{AB}\,\overline{V}_A$$

или

$$V_B \cdot \cos\beta = V_A \cdot \cos\alpha \tag{4}$$

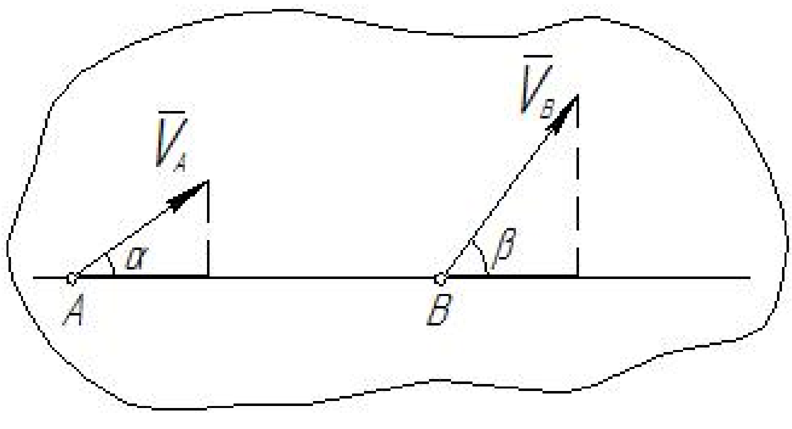


Рисунок 6

1.2.3 Мгновенный центр скоростей

Точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю, называется *мгновенным центром скоростей.*

При движении плоской фигуры положение её мгновенного центра скоростей непрерывно изменяется. Каждому моменту времени (мгновению) соответствует свое положение мгновенного центра скоростей.

Зная положение мгновенного центра скоростей, можно найти скорости всех точек плоской фигуры, если известна скорость какой-либо ее точки.

Скорость любой точки плоской фигуры численно равна произведению угловой скорости фигуры на длину отрезка, соединяющего точку с мгновенным центром скоростей, и направлена перпендикулярно этому отрезку в сторону вращения фигуры (рисунок 7):

$$\begin{aligned} &V_A = \omega \cdot AP, \qquad \bar{V}_A \perp AP; \\ &V_B = \omega \cdot BP, \qquad \bar{V}_B \perp BP; \\ &V_M = \omega \cdot MP, \qquad \bar{V}_M \perp MP \ \textit{и т.д.} \end{aligned} \tag{5}$$

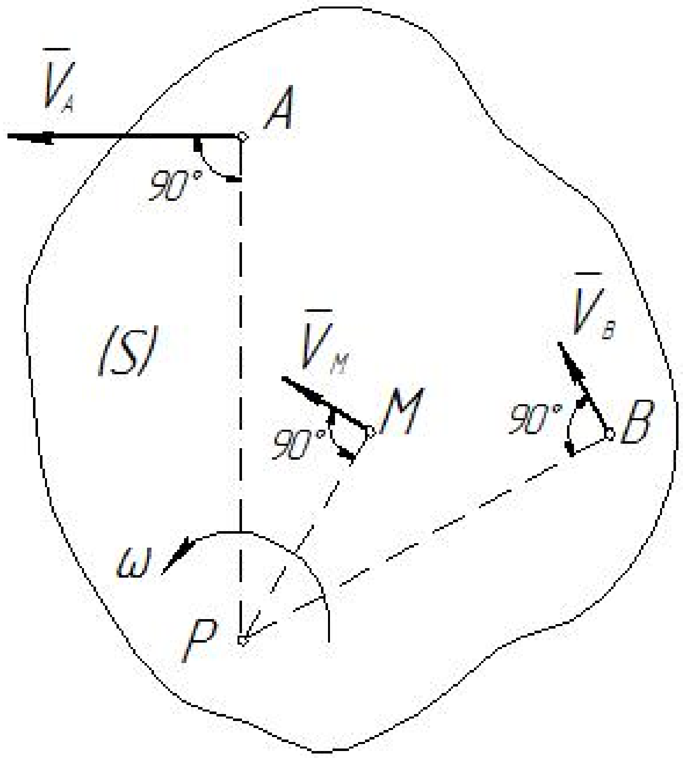


Рисунок 7

Из выражений (5) следует, что

$$\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_M}{MP}, \tag{6}$$

т. е. угловая скорость плоской фигуры равна отношению скорости какой-либо ее точки к длине отрезка, соединяющего точку с мгновенным центром скоростей, а модули скоростей точек плоской фигуры в каждый момент времени пропорциональны длинам отрезков, соединяющих эти точки с мгновенным центром скоростей.

Таким образом, в каждый данный момент скорости точек плоской фигуры расположены так, как если бы плоская фигура вращалась вокруг оси, проходящей через мгновенный центр скоростей плоской фигуры и перпендикулярной к ее плоскости (рисунок 7).

В реальных механизмах при произвольных положениях звеньев определение расстояний от точек до мгновенного центра скоростей приводит к громоздким вычислениям. Поэтому в практических расчетах эти расстояния обычно определяют графически по чертежу механизма, выполненному в масштабе.

Мгновенный центр скоростей, очевидно, может лежать вне плоской фигуры. Однако и в этом случае считается, что он принадлежит фигуре: с последней мысленно связывают нематериальную плоскость и считают размеры плоской фигуры неограниченными.

Частные случаи определения положения мгновенного центра скоростей плоской фигуры представлены на рисунках 8, 9.

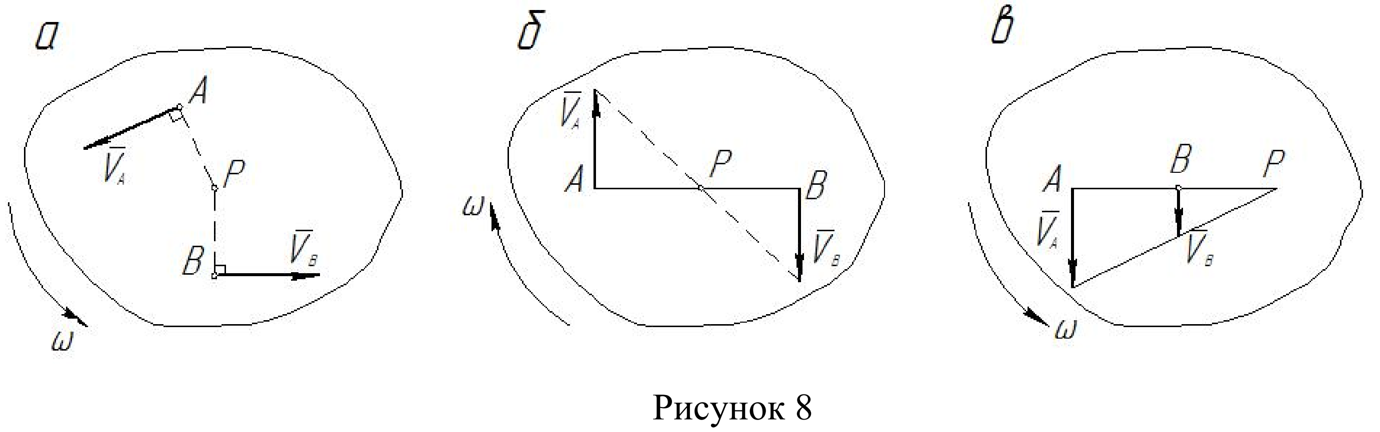


Рисунок 8

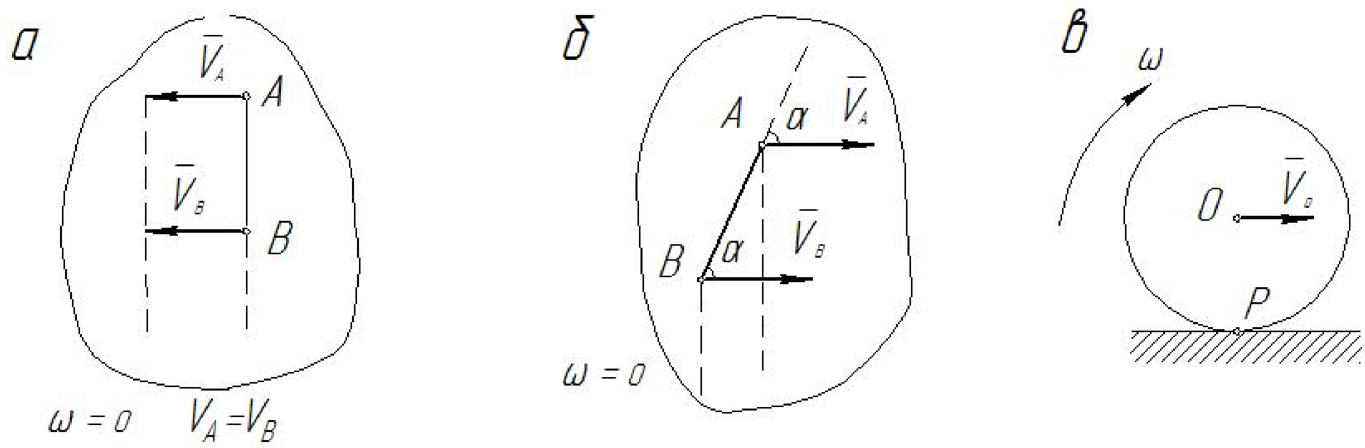


Рисунок 9

В случае, если скорости $\overline{V}_A$ и $\overline{V}_B$ двух точек A и B параллельны друг другу (рисунки 9а и 9б), мгновенный центр скоростей находится на бесконечно большом расстоянии, т.е. AP = BP = ∞. Угловая скорость фигуры в этот момент времени равна нулю, а скорости всех точек фигуры равны по модулю и одинаковы по направлению.

На рисунке 10 показано нахождение мгновенного центра скоростей и распределение скоростей точек для различных положений кривошипно-ползунного механизма.

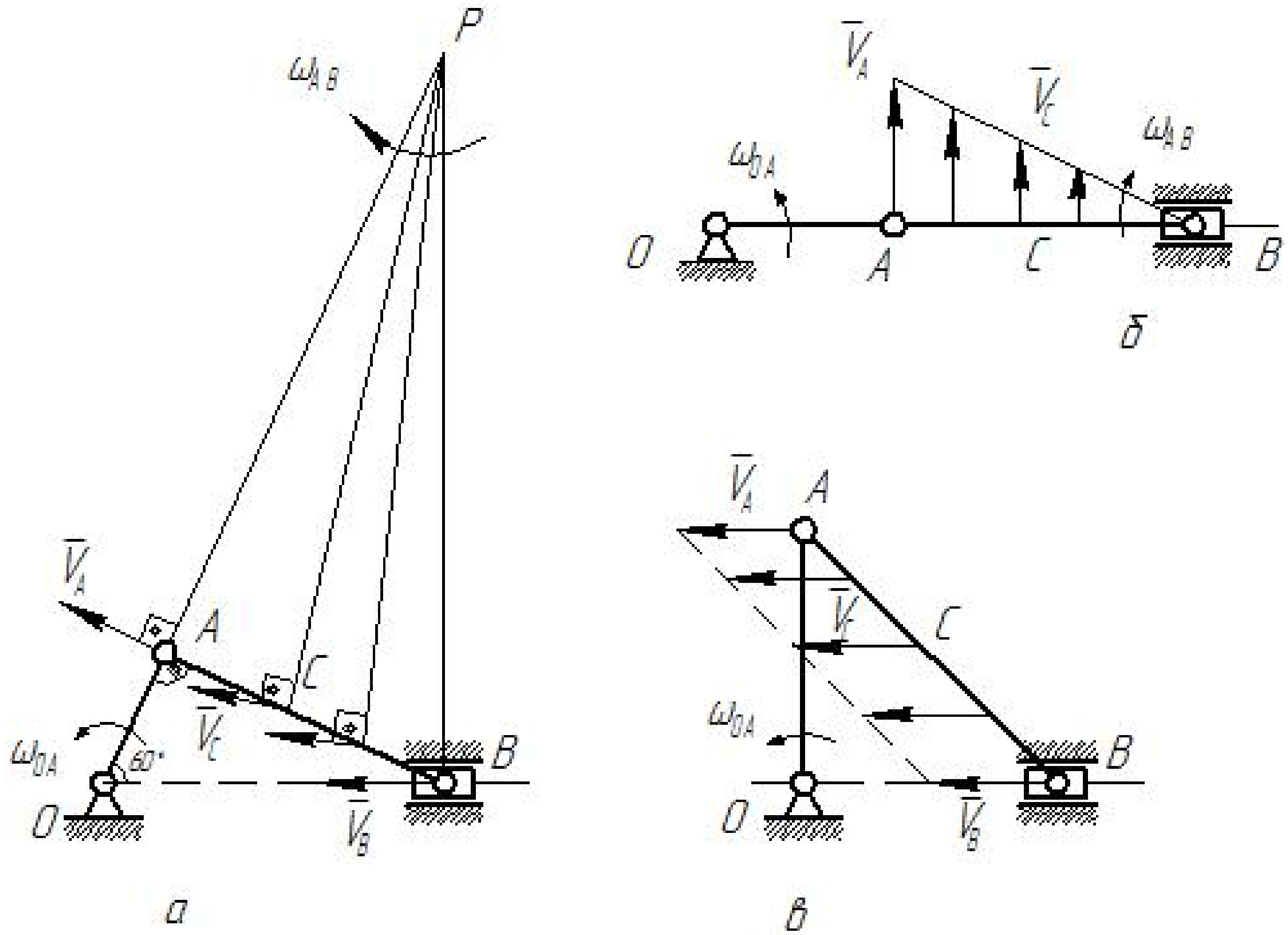


Рисунок 10

1.3 Определение ускорений точек тела

Т е о р е м а.

Ускорение любой точки В плоской фигуры в каждый данный момент геометрически складывается из ускорения точки А плоской фигуры, принятой за полюс, и ускорения данной точки В в ее вращении вместе с плоской фигурой вокруг этого полюса

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA} \qquad (7),$$

где $\overline{a}_B$ - искомое ускорение точки В плоской фигуры;

$\overline{a}_A$ - ускорение полюса А (за полюс принимается та точка плоской фигуры, ускорение которой в данный момент известно или может быть легко определено);

$\overline{a}_{BA}$ - ускорение точки В во вращении плоской фигуры вокруг полюса А.

Ускорение $\overline{a}_{BA}$ раскладывается на нормальную и касательную составляющие

$$\overline{a}_{BA} = \overline{a}_{BA}^{n} + \overline{a}_{BA}^{\tau}.$$

Тогда теорема (7) запишется в виде

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}^{n} + \overline{a}_{BA}^{\tau} \qquad (8),$$

где модули векторов $\overline{a}_{BA}^{n}$ и $\overline{a}_{BA}^{\tau}$ находятся по формулам:

$$a_{BA}^{n} = \omega^2 \cdot BA \qquad (9)$$

$$a_{BA}^{\tau} = \varepsilon \cdot BA \qquad (10)$$

Вектор $\overline{a}_{BA}^{n}$ всегда направлен от точки В к полюсу А, вектор $\overline{a}_{BA}^{\tau}$ направлен перпендикулярно к ВА соответственно направлению углового ускорения ε тела (рисунок 11).

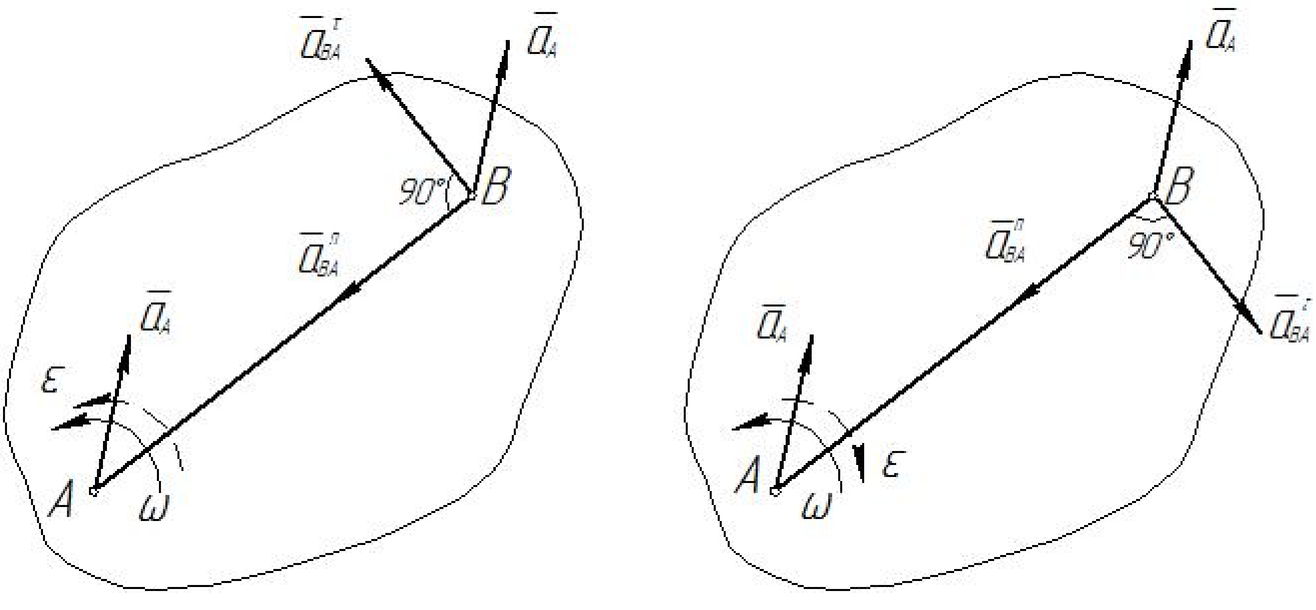


Рисунок 11

2 Контрольное задание К3

Кинематический анализ плоского механизма

2.1 Контрольные вопросы

1. Какое движение твердого тела называют плоскопараллельным?
2. Какими уравнениями задается плоскопараллельное движение?
3. Зависит ли поступательное перемещение плоской фигуры и ее вращение от выбора полюса?
4. Как по уравнениям движения плоской фигуры найти скорость полюса и угловую скорость?
5. Как связать между собой скорость произвольной точки плоской фигуры и скорость точки, принятой за полюс?
6. Что называется мгновенным центром скоростей плоской фигуры и как он определяется в различных случаях?
7. Чему равна скорость любой точки плоской фигуры, если известно положение мгновенного центра скоростей?
8. Как формулируется теорема о сложении скоростей точек плоской фигуры?
9. Как формулируется теорема о сложении ускорений точек плоской фигуры?

2.2 Содержание задания

Плоский механизм состоит из стержней ОА, АВ и ползуна В (схемы 0-7; рисунок 12) или стержней O_1A, АВ и O_2B (схемы 8, 9; рисунок 12), соединенных друг с другом и с неподвижными опорами О, O_1, O_2 шарнирами. Длины стержней равны ОА=0,1 м; O_2B=0,235 м. Положение механизма определяется углом φ, значения которого указаны в таблице 1. Значения других заданных величин указаны в таблице 2 и на схемах (рисунок 12).

Найти для заданного положения механизма скорости и ускорения точек В и С, а также угловую скорость и угловое ускорение звена, которому эти точки принадлежат.

Таблица 1 – Исходные данные (угол φ)

№ условий	Номер схемы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	30^o	0^o	0^o	0^o	0^o	0^o	0^o	0^o	0^o	0^o
1	60^o	30^o	30^o	45^o	30^o	60^o	30^o	30^o	60^o	30^o
2	90^o	60^o	45^o	60^o	45^o	90^o	60^o	60^o	90^o	60^o
3	120^o	90^o	90^o	90^o	90^o	120^o	90^o	90^o	120^o	90^o
4	150^o	120^o	135^o	120^o	120^o	150^o	120^o	120^o	150^o	150^o
5	180^o	150^o	180^o	135^o	150^o	180^o	180^o	180^o	180^o	180^o
6	210^o	210^o	210^o	180^o	210^o	210^o	210^o	210^o	210^o	210^o
7	240^o	240^o	240^o	225^o	270^o	240^o	240^o	240^o	240^o	240^o
8	300^o	300^o	300^o	270^o	300^o	270^o	270^o	270^o	300^o	270^o
9	330^o	330^o	330^o	300^o	330^o	300^o	300^o	330^o	330^o	330^o

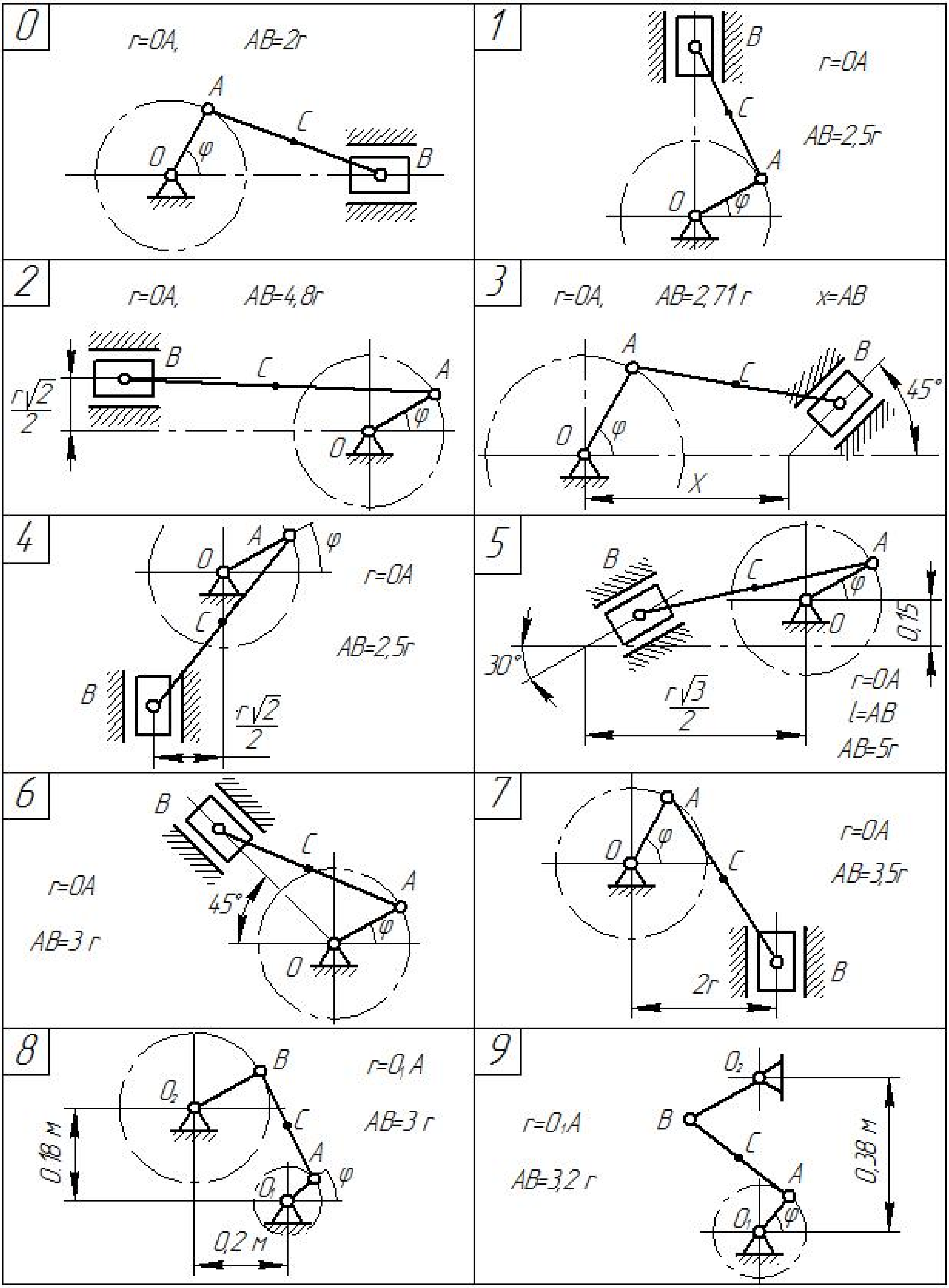
Таблица 2 – Исходные данные

№ услов.	АС	Угловая скорость ω_{OA}, рад/с	Угловое ускорение ε_{OA}, рад/с^2
0	$0{,}5 \cdot AB$	2	3
1	$0{,}3 \cdot AB$	3	2
2	$0{,}4 \cdot AB$	1	2
3	$0{,}5 \cdot AB$	4	3
4	$0{,}3 \cdot AB$	5	2
5	$0{,}4 \cdot AB$	2	3
6	$0{,}5 \cdot AB$	3	2
7	$0{,}3 \cdot AB$	1	2
8	$0{,}4 \cdot AB$	4	2
9	$0{,}25 \cdot AB$	5	3

Указания. Схему механизма построить в масштабе. Построение начинать со звена, положение которого определяется углом φ. Заданные угловую скорость ω_{OA} и угловое ускорение ε_{OA} считать направленными против хода часовой стрелки. Необходимые при решении задачи расстояния и углы обозначать на чертеже и измерять с учетом масштаба (или вычислять аналитически).

При определении ускорений точек механизма исходить из векторного равенства $\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}^n + \overline{a}_{BA}^\tau$, где А – точка, ускорение $\overline{a}_A$ которой определяется по условиям задачи (если точка А движется по окружности, то $\overline{a}_A = \overline{a}_A^\tau + \overline{a}_A^n$); В – точка, ускорение $\overline{a}_B$ которой нужно определить.

Случай, когда точка В движется по дуге окружности рассмотрен в примере.



0
r=OA,
AB=2r
A
C
O
φ
B
1
B
r=OA
C
AB=2,5r
A
O
φ
2
r=OA,
AB=4,8r
B
C
A
r√2/2
O
φ
3
r=OA,
AB=2,71 r
x=AB
A
B
C
45°
O
φ
X
4
A
φ
O
r=OA
C
AB=2,5r
B
r√2/2
5
B
C
A
φ
O
0,15
30°
r√3/2
r=OA
l=AB
AB=5r
6
B
C
r=OA
45°
A
AB=3 r
φ
O
7
A
r=OA
O
φ
C
AB=3,5r
2r
B
8
B
r=O₁A
O₂
C
AB=3 r
0,18 м
A
O₁
φ
0,2 м
9
O₂
B
r=O₁A
C
AB=3,2 r
A
0,38 м
O₁
φ

Рисунок 12

2.3 Рекомендации к решению задач

При решении задач на определение скоростей и ускорений точек плоской фигуры рекомендуется следующая последовательность:

1) определить положение мгновенного центра скоростей (МЦС) плоской фигуры;
2) найти расстояние от МЦС до той точки плоской фигуры, скорость которой известна или легко определяется из условия задачи;
3) определить угловую скорость плоской фигуры, разделив величину скорости этой точки на величину расстояния от МЦС до точки;
4) найти искомые величины скоростей точек плоской фигуры, умножая угловую скорость фигуры на величину расстояния от МЦС до соответствующих точек;
5) выбрать за полюс точку плоской фигуры, ускорение которой можно легко определить из условия задачи;
6) определить нормальное ускорение точки, траектория движения которой известна, относительно выбранного полюса;
7) записать для этой точки теорему о сложении ускорений точек плоской фигуры и спроецировать полученное уравнение на две взаимно перпендикулярные оси;
8) решить полученные уравнения и определить угловое ускорение плоской фигуры;
9) найти ускорение заданной точки плоской фигуры.

2.4 Пример выполнения задания

Для заданного положения механизма (рисунок 13) определить скорости и ускорения точек D и E, а также угловую скорость и угловое ускорение звена AD.

Дано: OA=0,25м; ω_{OA}=2 рад/с; ε_{OA}=2 рад/с^2; CD=AD=0,46 м; AE=ED; $\angle CDA = 30^o$; $\angle OAD = 60^o$.

Найти: V_D; V_E; a_D; a_E; ω_{AD}; ε_{AD}.

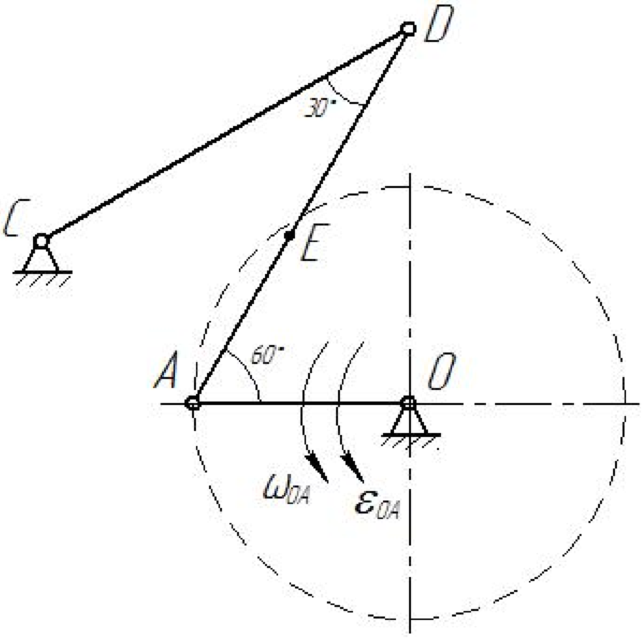


Рисунок 13

Решение:

1. Строим механизм в заданном положении в выбранном масштабе (рисунок 14).

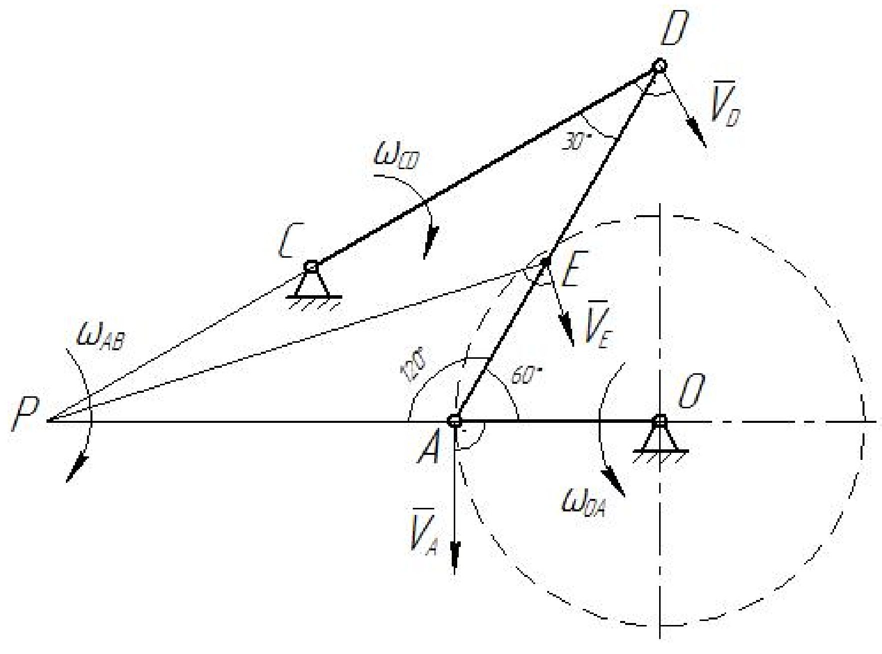


Рисунок 14

2. Определяем скорости точек и угловые скорости звеньев.

Скорость точки А звена ОА

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 0{,}25 = 0{,}5 \quad м/с\,.$$

Вектор $\overline{V}_A$ перпендикулярен OA и направлен соответственно вращению звена OA.

Учитывая, что точка D принадлежит одновременно звену CD, вращающемуся вокруг C, найдем направление вектора скорости точки D: вектор $\overline{V}_D$ перпендикулярен CD.

Мгновенный центр скоростей (МЦС) P звена AD находится на пересечении перпендикуляров, проведенных из точек A и D к их скоростям.

Угловая скорость звена AD

$$\omega_{AD} = \frac{V_A}{AP} \tag{11}$$

Скорости точек D и E звена AD

$$V_D = \omega_{AD} \cdot DP; \qquad V_E = \omega_{AD} \cdot PE; \tag{12}$$

Расстояния AP, DP, PE измеряем на чертеже (рисунок 14) с учетом масштаба или вычисляем аналитически:

ΔAPD – равнобедренный; AP=AD=0,46 м;

$$DP = \sqrt{AP^2 + AD^2 - 2 \cdot AP \cdot AD \cos 120^o} =$$

$$= \sqrt{0{,}46^2 + 0{,}46^2 - 2 \cdot 0{,}46 \cdot 0{,}46 \cdot \cos 120^o} = 0{,}8 \ м$$

PE=0,6 м (измеряем по чертежу с учетом масштаба).

По формулам (11), (12)

$$\omega_{AD} = \frac{0{,}5}{0{,}46} = 1{,}09 \quad рад/с;$$

$$V_D = 1{,}09 \cdot 0{,}8 = 0{,}87 \quad м/с; \quad V_E = 1{,}09 \cdot 0{,}6 = 0{,}65 \quad м/с.$$

По направлению $\overline{V}_A$ определяем направление поворота стержня AD вокруг МЦС звена AD (точки P) – по ходу часовой стрелки. Вектор $\overline{V}_E$ перпендикулярен отрезку EP и направлен в сторону этого поворота.

Угловая скорость звена CD

$$\omega_{CD} = \frac{V_D}{CD} = \frac{0{,}87}{0{,}46} = 1{,}86 \ \text{рад/с}.$$

По направлению $\overline{V}_D$ определяем направление поворота стержня CD вокруг центра вращения C – по часовой стрелке.

3. Определяем ускорения точек и угловые ускорения звеньев.

По данным задачи можно определить ускорение точки A звена OA. Точка A движется по окружности, поэтому

$$\overline{a}_A = \overline{a}_A^\tau + \overline{a}_A^n.$$

Численно

$$a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 0{,}25 = 0{,}5 \quad м/c^2;$$
$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 4 \cdot 0{,}25 = 1 \quad м/c^2.$$

Вектор $\overline{a}_A^n$ направлен вдоль AO, от точки A к центру вращения O звена OA; вектор $\overline{a}_A^\tau$ перпендикулярен AO и совпадает с вектором $\overline{V}_A$ (рисунок 15), так как вращение звена OA – ускоренное.

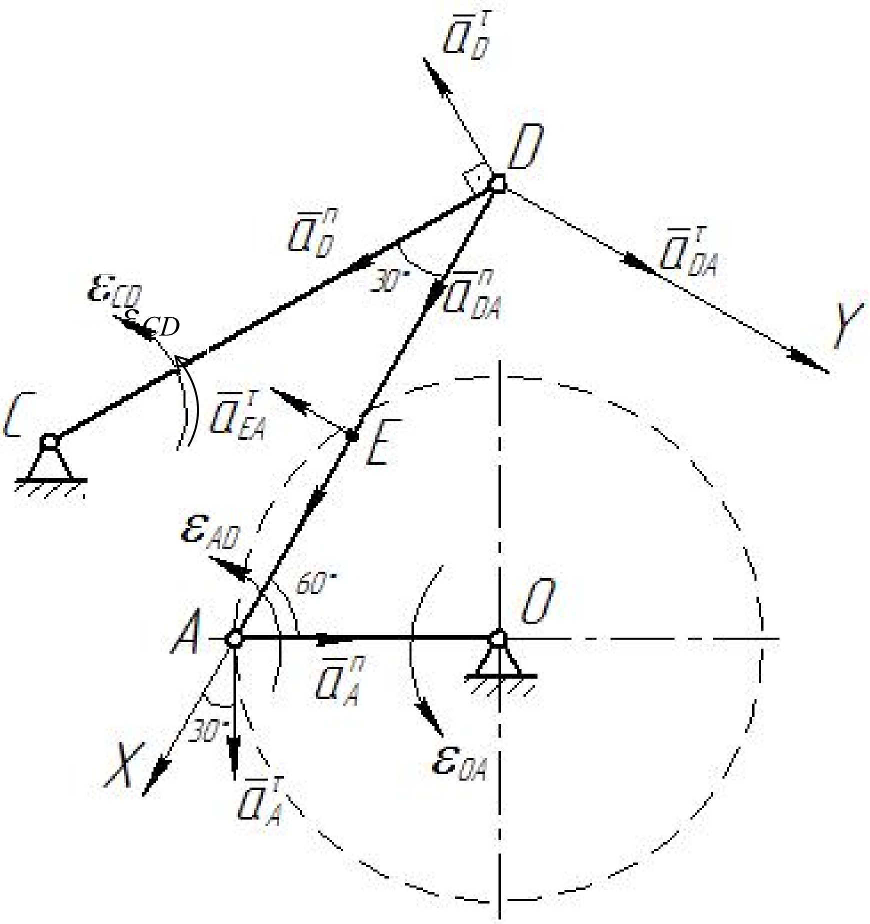


Рисунок 15

Примем точку A за полюс. Согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры ускорение точки D:

$$\overline{a}_D = \overline{a}_A^n + \overline{a}_A^\tau + \overline{a}_{DA}^\tau + \overline{a}_{DA}^n \tag{13}$$

Так как точка D одновременно принадлежит звену CD, вращающемуся вокруг точки C, то

$$\overline{a}_D = \overline{a}_D^n + \overline{a}_D^\tau$$

Следовательно, выражение (13) примет вид

$$\overline{a}_D^n + \overline{a}_D^\tau = \overline{a}_A^n + \overline{a}_A^\tau + \overline{a}_{DA}^n + \overline{a}_{DA}^\tau \tag{14}$$

Вектор $\overline{a}_D^n$ направлен вдоль DC от точки D к центру вращения C звена CD, вектор $\overline{a}_D^\tau$ - перпендикулярно DC. Числовое значение

$$a_D^n = \omega_{CD}^2 \cdot CD = \frac{V_D^2}{CD} = \frac{0{,}87^2}{0{,}46} = 1{,}65 \quad м/с^2.$$

Нормальное ускорение точки D во вращательном движении стержня AD вокруг полюса A:

$$a_{DA}^n = \omega_{AD}^2 \cdot DA = 1{,}09^2 \cdot 0{,}46 = 0{,}55 \quad м/с^2.$$

Вектор $\overline{a}_{DA}^n$ направлен от точки D к полюсу A.

Для ускорения $\overline{a}_{DA}^\tau$ известна только линия действия – перпендикулярно DA.

Зададимся направлениями $\overline{a}_D^\tau$ и $\overline{a}_{DA}^\tau$ по указанным линиям (рисунок 15). Значения этих ускорений найдем из проекций векторного равенства (14) на оси координат.

Выбрав направление осей X и У, как показано на рисунке 15, получаем:

$$a_D^n cos30^o - a_D^\tau \cos 60^o = -a_A^n \cos 60^o + a_A^\tau \cos 30^o + a_{DA}^n \tag{15}$$

$$-a_D^n \sin 30^o - a_D^\tau \sin 60^o = a_A^n \sin 60^o + a_A^\tau \sin 30^o + a_{DA}^\tau \qquad (16)$$

Из уравнения (15) находим

$$a_D^\tau = \frac{a_D^n \cos 30^O + a_A^n \cos 60^O - a_A^\tau \cos 30^O - a_{DA}^n}{\cos 60^O} =$$

$$= \frac{1{,}65 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \cdot 0{,}5 - 0{,}5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 0{,}55}{0{,}5} = 1{,}9 \quad м/с^2$$

Из уравнения (16) находим

$$a_{DA}^\tau = -a_D^n \sin 30^o - a_D^\tau \sin 60^o - a_A^n \sin 60^o - a_A^\tau \sin 30^o = -1{,}65 \cdot 0{,}5 -$$

$$-1{,}9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 0{,}5 \cdot 0{,}5 = -3{,}6 \quad м/с^2.$$

Знаки показывают, что вектор $\overline{a}_D^\tau$ направлен как указано на рисунке 15, вектор $\overline{a}_{DA}^\tau$ противоположен указанному на рисунке 15.

Угловое ускорение звена AD

$$\varepsilon_{AD} = \frac{\left|a_{DA}^\tau\right|}{DA} = \frac{3{,}6}{0{,}46} = 7{,}83 \quad рад/с^2$$

Истинное направление $\overline{a}_{DA}^\tau$ относительно полюса A определяет направление углового ускорения ε_{AD} (в данном случае – против хода часовой стрелки).

Ускорение точки D

$$a_D = \sqrt{\left(a_D^n\right)^2 + \left(a_D^\tau\right)^2} = \sqrt{1{,}65^2 + 1{,}9^2} = 2{,}52 \quad м/с.$$

Найдем ускорение точки E, приняв за полюс точку A:

$$\overline{a}_E = \overline{a}_A^n + \overline{a}_A^\tau + \overline{a}_{EA}^n + \overline{a}_{EA}^\tau$$

Нормальное и касательное ускорения точки Е во вращательном движении стержня AD вокруг полюса А:

$$a_{EA}^{n} = \omega_{AD}^{2} \cdot EA = 1{,}09^{2} \cdot \frac{0{,}46}{2} = 0{,}27 \quad м/с^{2};$$

$$a_{EA}^{\tau} = \varepsilon_{AD}^{2} \cdot EA = 7{,}83 \cdot \frac{0{,}46}{2} = 1{,}8 \quad м/с^{2};$$

Вектор $\overline{a}_{EA}^{n}$ направлен к полюсу А; вектор $\overline{a}_{EA}^{\tau}$ перпендикулярен вектору $\overline{a}_{EA}^{n}$ и направлен соответственно угловому ускорению ε_{AD}.

Ускорение точки Е находим способом проекций (рисунок 15):

$$a_{EX} = -a_{A}^{n} cos 60^{o} + a_{A}^{\tau} \cos 30^{o} + a_{EA}^{n} = -1 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}27 = 0{,}20 \quad м/с^{2};$$

$$a_{EУ} = a_{A}^{n} \sin 60^{o} + a_{A}^{\tau} \sin 30^{o} - a_{EA}^{\tau} = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}5 \cdot \frac{1}{2} - 1{,}8 = -0{,}68 \quad м/с^{2};$$

$$a_{E} = \sqrt{a_{EX}^{2} + a_{EУ}^{2}} = \sqrt{0{,}20^{2} + 0{,}68^{2}} = 0{,}71 \quad м/с^{2}.$$

Угловое ускорение звена CD

$$\varepsilon_{CD} = \frac{\left|a_{D}^{\tau}\right|}{CD} = \frac{1{,}9}{0{,}46} = 4{,}13 \quad рад/с^{2}$$

Истинное направление $\overline{a}_{D}^{\tau}$ относительно центра вращения С звена CD определяет направление углового ускорения ε_{CD} (в данном случае – против хода часовой стрелки).

Ответ:

$V_{D} = 0{,}87\ м/с;\quad V_{E} = 0{,}65\ м/с;\quad a_{D} = 2{,}52\ м/с^{2};$

$a_{E} = 0{,}71\ м/с^{2};\quad \omega_{AD} = 1{,}09\ рад/с;\quad \varepsilon_{AD} = 7{,}83\ рад/с^{2}$

3 Литература, рекомендованная для изучения дисциплины

1 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебное пособие для студ. втузов /А.А. Яблонский [и др.]; под общ. ред. А.А. Яблонского. - 11-е изд., стер.-М.;Иитеграл-Пресс, 2010.-382 с.

2 Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для втузов/С.М.Тарг.-15-е изд., стер.-М.:Высш. шк.,2010.- 416 с.

3 Бутенин Н.В. Курс теоретической механики: учебное пособие для для студ. вузов по техн. спец. В 2 т. Т.2/ Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. 5-ое изд.,– испр. СПб.:Лань.-1998. - Т.2 - 729 с.

4 Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов: в 2 т. Т.2/М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон.-9-е изд., перераб.- М.:Наука, 1990. - Т.2 - 670 с.

Помимо указанных в списке, могут быть использованы любые учебники и пособия по теоретической механике.

Список использованных источников

1 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебное пособие для студ. втузов /А.А. Яблонский [и др.]; под общ. ред. А.А. Яблонского. - 11-е изд., стер.-М.;Иитеграл-Пресс, 2010.-382 с.

2 Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов: в 2 т. Т.1/М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон.-9-е изд., перераб.-М.:Наука, 1990. - Т.1 - 670 с.

3 Сборник коротких задач по теоретической механике: учебное пособие для втузов / О.Э. Кепе [и др]; под ред. О.Э.Кепе. – М.: Высш. шк., 1989. – 368 с.

4 Попов М.В. Теоретическая механика: Краткий курс: учебник для втузов / М.В. Попов. – М.: Наука, 1986. – 336 с.