

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра теоретической механики

Г.В. Куча, И.И. Мосалева

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНОЙ СКОРОСТИ И АБСОЛЮТНОГО УСКОРЕНИЯ ТОЧКИ

Методические указания
к курсовой работе
по дисциплине «Теоретическая механика»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
Государственного образовательного учреждения высшего
профессионального образования «Оренбургский государственный
университет»

Оренбург
ИПК ГОУ ОГУ
2011

УДК 531.12 (07)
ББК 22.21я7
К 95

Рецензент – профессор, кандидат технических наук

Р.В.Ромашов

- Куча, Г.В.**
К 95 Определение абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки: методические указания к курсовой работе по дисциплине «Теоретическая механика» / Г.В. Куча, И.И. Мосалева; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2011. – 25 с.

В методических указаниях рассмотрены общие определения, контрольные вопросы, варианты заданий и пример выполнения задания по теме «Сложное движение точки».

Методические указания предназначены для студентов заочной формы обучения специальностей 190601.65(ААХ), 190603.65(СТТМ), 160201.65(СВС), 190702.65(ОБД), 151001.65(ТМ), 150002.65(МСК), 220301.65(АТП).

УДК 531.12 (07)
ББК 22.21я7

©Куча Г.В.,
©Мосалева И.И.,
©ГОУ ОГУ, 2011

Содержание

Введение	4
1 Сложное движение точки	5
1.1 Основные определения	5
1.2 Теорема сложения скоростей	8
1.3 Теорема сложения ускорений (теорема Кориолиса)	9
1.4 Модуль и направление ускорения Кориолиса.....	9
2 Контрольное задание К4.....	14
2.1 Контрольные вопросы	14
2.2 Содержание задания.....	14
2.3 Рекомендации к решению задач	17
2.4 Пример выполнения задания.....	17
3 Литература, рекомендованная для изучения дисциплины	24
Список использованных источников	25

Введение

Настоящие методические указания включают основные определения по разделу «Сложное движение точки», общие рекомендации к решению типовых задач по этому разделу, а также вопросы для самоконтроля, на которые необходимо ответить прежде, чем приступить к выполнению задания.

В методических указаниях содержатся условия контрольных заданий К4 «Определение абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки»; варианты исходных расчетных схем и необходимые числовые данные. Кроме того, подробно рассмотрен пример решения задачи.

Методические указания разработаны для студентов заочной формы обучения, но могут быть полезны и для студентов дневной и вечерней форм обучения.

1 Сложное движение точки

1.1 Основные определения

Сложное движение точки – это такое движение, при котором точка одновременно участвует в двух или нескольких движениях. Например, сложное движение совершает лодка, переплывающая реку, пассажир, перемещающийся в вагоне движущегося поезда или по палубе плывущего парохода, а также человек, перемещающийся по лестнице движущегося эскалатора. Сложным является и движение шаров *C* и *D* центробежного регулятора Уатта (рисунок 1), вращающегося вокруг вертикальной оси, когда при изменении нагрузки машины шары удаляются от этой оси или приближаются к ней, вращаясь со стержнями *AC* и *BD* вокруг шарниров *A* и *B*.

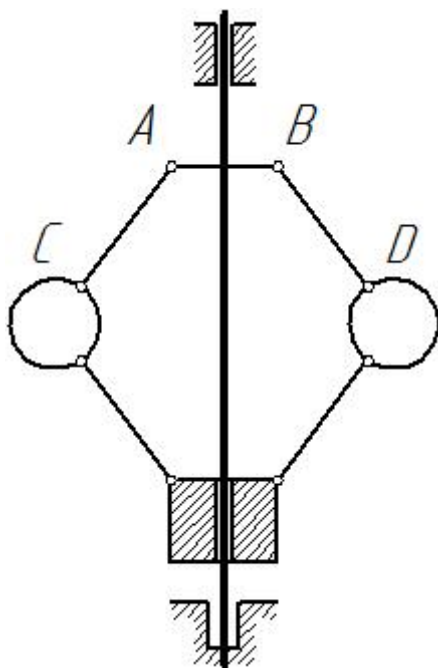


Рисунок 1

Рассмотрим движущееся тело *A* (рисунок 2) и точку *M*, не принадлежащую этому телу, а совершающую по отношению к нему некоторое движение. Через произвольную точку *O* движущегося тела проведем неизменно связанные с этим телом оси *x*, *y*, *z*. Систему осей *Oxyz* называют *подвижной системой отсчета*.

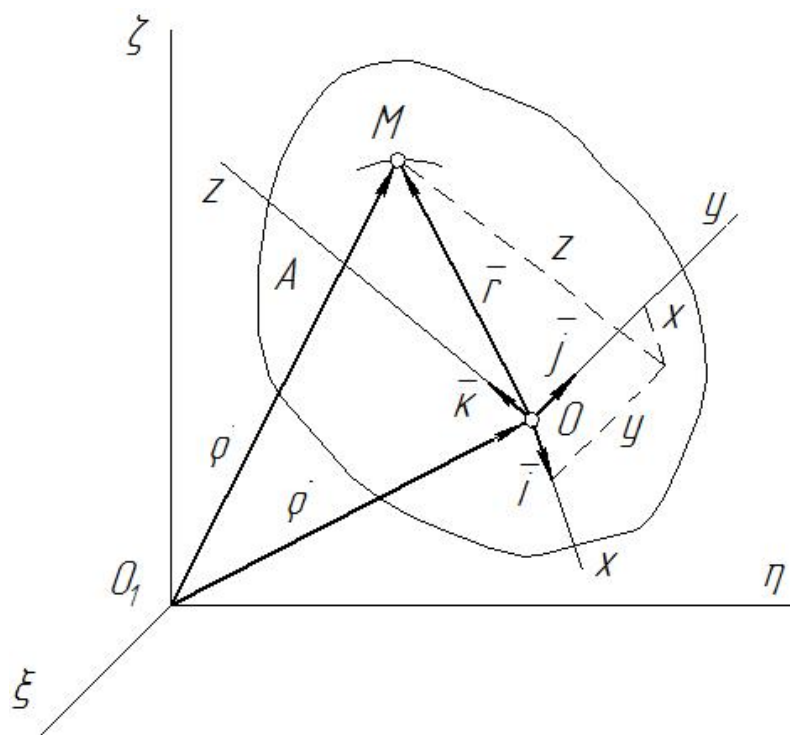


Рисунок 2

Неподвижной системой отсчета называют систему осей $O_1\xi\eta\zeta$, связанную с некоторым условно неподвижным телом, обычно с Землей.

Движение точки M относительно неподвижной системы отсчета называют *абсолютным движением точки*.

Скорость и ускорение точки в абсолютном движении называют *абсолютной скоростью и абсолютным ускорением точки* и обозначают $\bar{V}_a$ и $\bar{a}_a$.

Движение точки M относительно подвижной системы отсчета называют *относительным движением точки*.

Скорость и ускорение точки в относительном движении называют *относительной скоростью и относительным ускорением точки* и обозначают $\bar{V}_r$ и $\bar{a}_r$. (relatif – относительный).

Движение подвижной системы отсчета $Oxyz$ и неизменно связанного с ней тела A по отношению к неподвижной системе отсчета $O_1\xi\eta\zeta$ является для точки M *переносным движением*. Точки тела A , совершая различные движения, имеют в данный момент различные скорости и ускорения. Скорость и ускорение той точки тела A , связанного с подвижной системой отсчета, с которой в данный момент

совпадает движущаяся точка, называют *переносной скоростью и переносным ускорением точки М* и обозначают $\bar{V}_e$ и $\bar{a}_e$, (emporter – увлекать).

Например, если человек идет вдоль радиуса вращающейся платформы (рисунок 3), то с платформой можно связать подвижную систему отсчета, а с поверхностью Земли – неподвижную. Тогда движение платформы является переносным, движение человека по отношению к ней – относительным, а движение человека по отношению к Земле – абсолютным. Переносной скоростью человека $\bar{V}_e$, и его переносным ускорением $\bar{a}_e$, являются скорость и ускорение той точки платформы, где находится в данный момент человек.

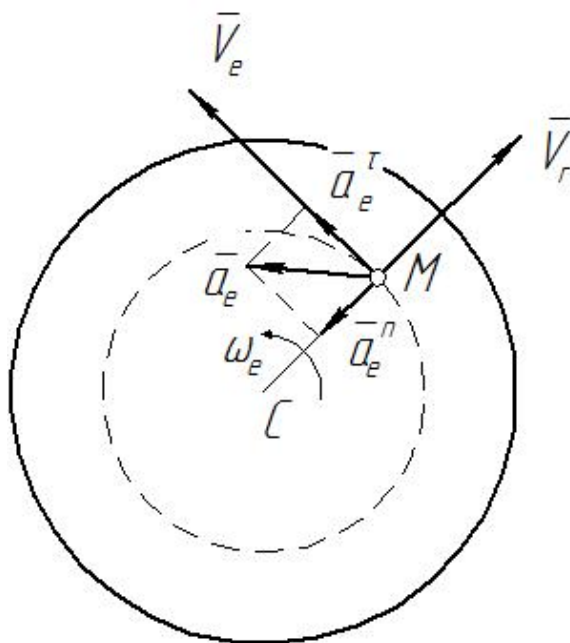


Рисунок 3

Движение точки М (рисунок 2) по отношению к неподвижной системе отсчета, которое названо абсолютным движением, является сложным, состоящим из относительного и переносного движений точки.

Абсолютное движение точки можно назвать результирующим движением, поскольку его можно рассматривать как результат сложения относительного и переносного движений, которые по отношению к абсолютному движению являются составляющими движениями.

Основная задача кинематики в случае сложного движения точки состоит в том, чтобы, зная относительное движение точки и переносное движение, т. е. движение подвижной системы отсчета, найти абсолютное движение точки и, следовательно, определить её траекторию, скорость и ускорение в этом движении.

1.2 Теорема сложения скоростей

$$\bar{V}_a = \bar{V}_r + \bar{V}_e$$

Это равенство выражает *теорему сложения скоростей*: абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей, или, другими словами, абсолютная скорость точки равна по модулю и направлению диагонали параллелограмма, построенного на относительной и переносной скоростях (рисунок 4).

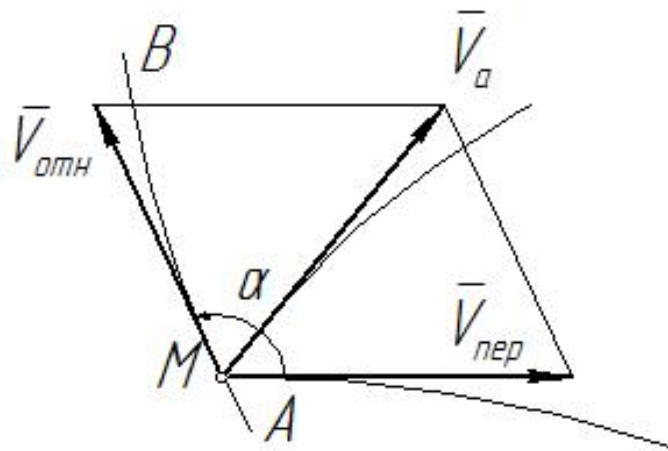


Рисунок 4

Отсюда следует, что если известны переносная и относительная скорости и угол α между ними, то модуль абсолютной скорости определяется по известной формуле, выражающей длину диагонали параллелограмма, т. е.

$$V_a = \sqrt{V_e^2 + V_r^2 + 2V_e V_r \cos(\hat{\bar{V}_e, \bar{V}_r})}$$

Если $\alpha = 0$, т. е. если скорости $\bar{V}_e$ и $\bar{V}_r$ направлены по одной прямой в одну сторону, то $\cos \alpha = 1$ и

$$V_a = V_e + V_r.$$

Если $\alpha = 180^\circ$, т. е. если скорости $\bar{V}_e$ и $\bar{V}_r$ направлены по одной прямой в противоположные стороны, то $\cos \alpha = -1$ и

$$|V_a| = |V_e - V_r|.$$

Если $\alpha = 90^\circ$, то

$$V_a = \sqrt{V_e^2 + V_r^2}$$

1.3 Теорема сложения ускорений (теорема Кориолиса)

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_k$$

Это равенство выражает *теорему Кориолиса о сложении ускорений* в случае непоступательного переносного движения, которая формулируется так: в случае непоступательного переносного движения абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме относительного, переносного ускорений и ускорения Кориолиса.

1.4 Модуль и направление ускорения Кориолиса

Ввиду того, что ускорение Кориолиса появляется в случае вращения подвижной системы отсчета, его называют еще *поворотным* ускорением. Появление поворотного ускорения точки объясняется взаимным влиянием переносного и относительного движений.

Это ускорение характеризует изменение относительной скорости точки в переносном движении и изменение переносной скорости точки в относительном движении.

Ускорение Кориолиса равно удвоенному векторному произведению угловой скорости переносного вращения на относительную скорость точки:

$$\vec{a}_K = 2\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r$$

По модулю

$$a_K = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \cdot \sin\left(\widehat{\vec{\omega}_e, \vec{V}_r}\right).$$

Ускорение Кориолиса равно нулю в трех случаях:

1) если $\omega_e = 0$, т. е. в случае поступательного переносного движения или в моменты обращения в ноль угловой скорости непоступательного переносного движения;

2) если $V_r = 0$, т. е. в случае относительного покоя точки или в моменты равенства нулю относительной скорости движущейся точки;

3) если $\sin\left(\widehat{\vec{\omega}_e, \vec{V}_r}\right) = 0$, т. е. в случае, когда $\left(\widehat{\vec{\omega}_e, \vec{V}_r}\right) = 0$ или $\left(\widehat{\vec{\omega}_e, \vec{V}_r}\right) = \pi$;

иначе, когда относительная скорость точки параллельна оси переносного вращения, как, например, при движении точки М вдоль образующей цилиндра, вращающегося вокруг своей оси (рисунок 5).

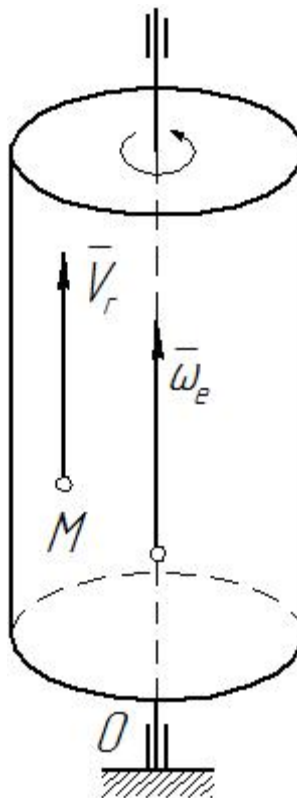


Рисунок 5

Направление ускорения Кориолиса можно определить по следующим правилам:

1) по правилу векторного произведения векторов $\vec{\omega}_e$ и $\vec{V}_r$: ускорение Кориолиса направлено перпендикулярно плоскости, проходящей через векторы $\vec{\omega}_e$ и $\vec{V}_r$ в ту сторону, откуда кратчайший переход от $\vec{\omega}_e$ к $\vec{V}_r$ виден происходящим против хода часовой стрелки (рисунок 6).

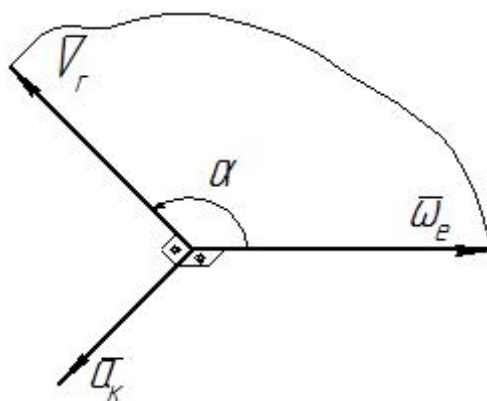


Рисунок 6

2) по правилу Н.Е. Жуковского: чтобы найти направление ускорения Кориолиса, следует спроецировать относительную скорость точки $\vec{V}_r$ на плоскость, перпендикулярную оси переносного вращения ($\vec{\omega}_e$), и повернуть эту проекцию в той же плоскости на 90° в сторону переносного вращения (рисунок 7).

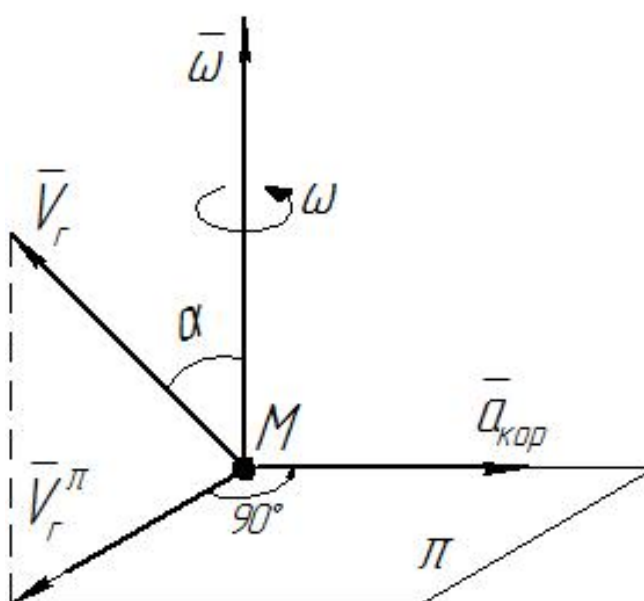


Рисунок 7

Если $\vec{\omega}_e \perp \vec{V}_r$, то $\sin(\vec{\omega}_e, \vec{V}_r) = 1$, тогда

$$a_k = 2|\omega_e| \cdot |V_r|$$

В этом случае три вектора взаимно перпендикулярны (рисунок 8).

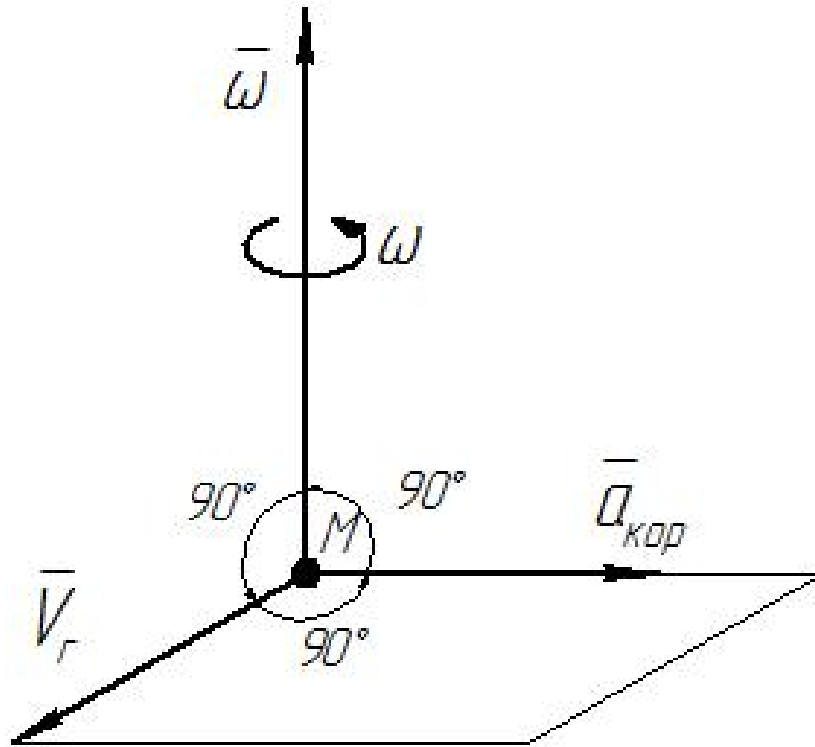


Рисунок 8

Это возможно тогда, когда относительное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения. Кроме того, в этом случае (рисунок 8) направление $\vec{a}_k$ можно найти, повернув вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного вращения.

На рисунках 9, 10, 11 для иллюстрации приведенных правил показано направление ускорения Кориолиса точки М. На рисунках 9 и 10 точка М движется вдоль трубки АВ в случаях, когда трубка вращается в плоскости чертежа (рисунок 9) и когда она при вращении описывает конус (рисунок 10).

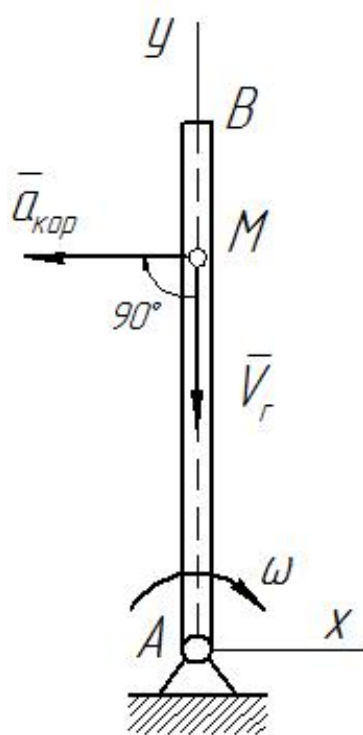


Рисунок 9

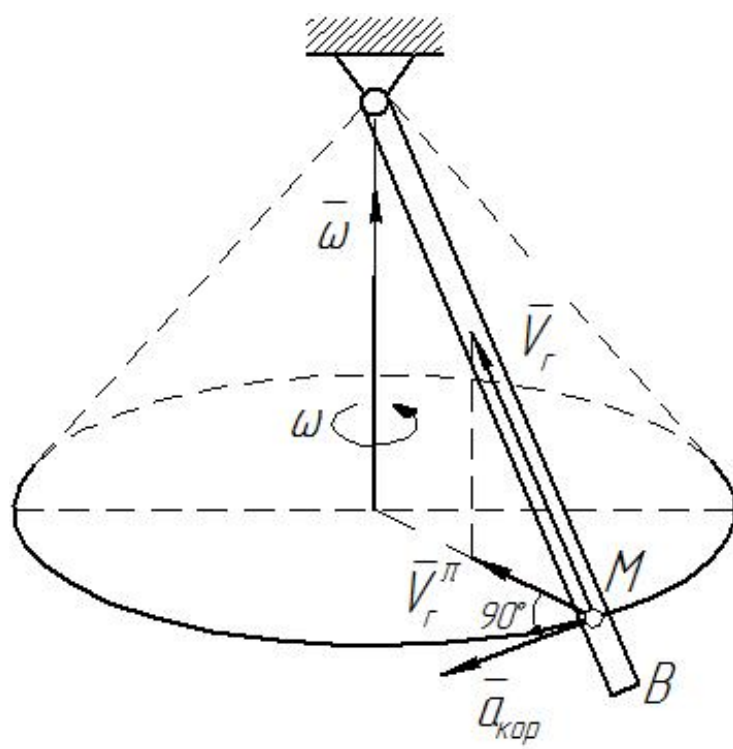


Рисунок 10

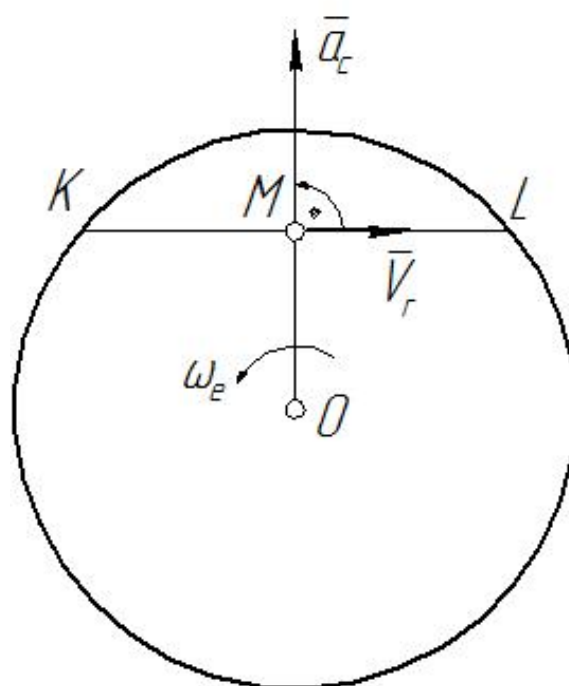


Рисунок 11

2 Контрольное задание К4

Определение абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

2.1 Контрольные вопросы

1. Дайте определение абсолютного и относительного движений точки, а также скоростей и ускорений этих движений.
2. Дайте определение переносного движения, а также переносной скорости и переносного ускорения точки.
3. Сформулируйте теорему сложения скоростей.
4. Сформулируйте теорему сложения ускорений.
5. Каковы причины появления ускорения Кориолиса?
6. Как определяется модуль ускорения Кориолиса?
7. При каких условиях ускорение Кориолиса равно нулю?
8. Как определяется направление ускорения Кориолиса?

2.2 Содержание задания

Зная относительное и переносное движения, определить для момента времени $t=t_1$ абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М.

Схемы механизмов показаны на рисунке 12, а необходимые для расчета данные приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

№ услов.	Относительное движение	Переносное движение	$t_1, \text{с}$	$R, \text{м}$
	$OM=S_r=S_r(t), \text{м}$	$\varphi_e=\varphi_e(t), \text{рад}$		
1	2	3	4	5
0	$0,025\pi t^2$	$2t^3-5t$	2	0,4
1	$0,075\pi(0,1t+0,3t^3)$	$2t-0,3t^2$	1	0,9
2	$0,06\pi t^2$	$\frac{\pi t^3}{6}$	1	0,18
3	$0,4\pi \cos \frac{\pi t}{6}$	$3t-0,5t^3$	2	0,3
4	$0,2\pi \cos \frac{\pi t}{4}$	$1,2t-t^2$	$\frac{4}{3}$	0,2
5	$\frac{0,15\pi t^3}{8}$	$5t-4t^2$	2	0,3
6	$1,2\pi t^2$	$8t-3t$	$\frac{1}{3}$	0,4
7	$0,3\pi \cos \frac{\pi t}{6}$	$6t+t^2$	2	0,6
8	$0,025\pi(t+t^2)$	$2t-4t^2$	$\frac{1}{2}$	0,25
9	$0,1\pi \sin \frac{\pi t}{4}$	$4t-0,2t^2$	$\frac{2}{3}$	0,3

Примечание – Для каждого варианта положение точки М на схеме соответствует положительному значению S_r ($S_r = OM$ – дуга, соответствующая меньшему центральному углу). При $S_r < 0$ точка М находится по другую сторону от точки О.

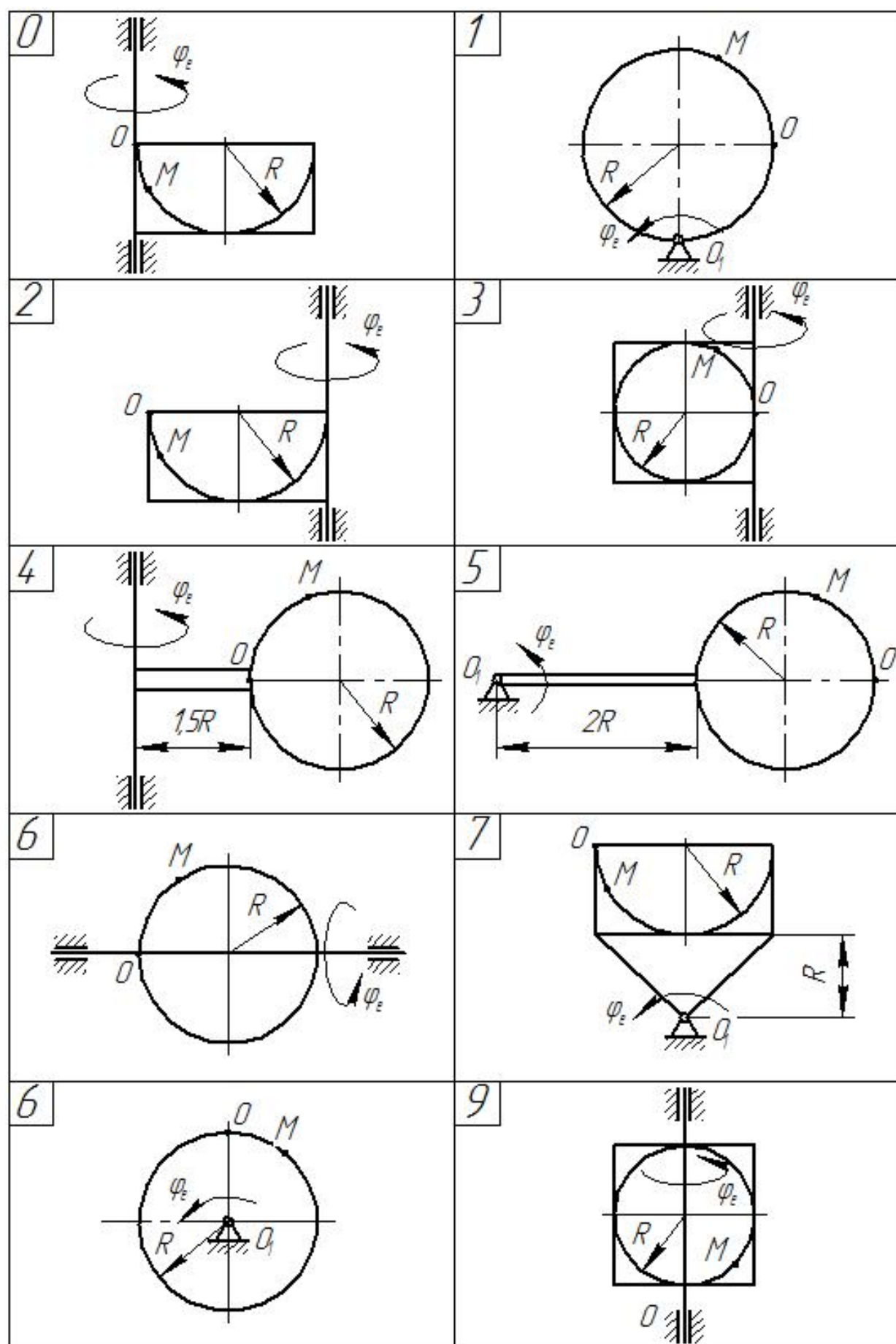


Рисунок 12

2.3 Рекомендации к решению задач

При решении задач на сложное движение точки рекомендуется следующая последовательность:

- 1) выбрать две системы координат – неподвижную и подвижную;
- 2) разложить движение на составляющие, определив абсолютное, относительное и переносное движения;
- 3) найти положение точки на относительной траектории в данный момент времени;
- 4) определить скорость и ускорение точки в относительном движении;
- 5) найти угловую скорость и угловое ускорение переносного движения;
- 6) определить скорость и ускорение точки в переносном движении;
- 7) по известным угловой скорости переносного движения и скорости точки в относительном движении найти ускорение Кориолиса точки;
- 8) вычислить абсолютную скорость точки;
- 9) определить проекции абсолютного ускорения точки на оси неподвижной системы координат;
- 10) по найденным проекциям абсолютного ускорения найти модуль абсолютного ускорения точки.

2.4 Пример выполнения задания

Диск радиуса $R=1$ м вращается в своей плоскости вокруг неподвижной оси O против хода часовой стрелки по закону $\varphi = \pi t^2$ (t – в с, φ – в рад); где φ – угол, составляемый диаметром окружности OA с горизонтальной прямой (рисунок 13). По ободу диска из точки O движется точка M по ходу часовой стрелки согласно уравнению $OM = S = \pi t^2$ (t – в с, S – в м). Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки в момент времени $t_1 = \frac{1}{2}$ с.

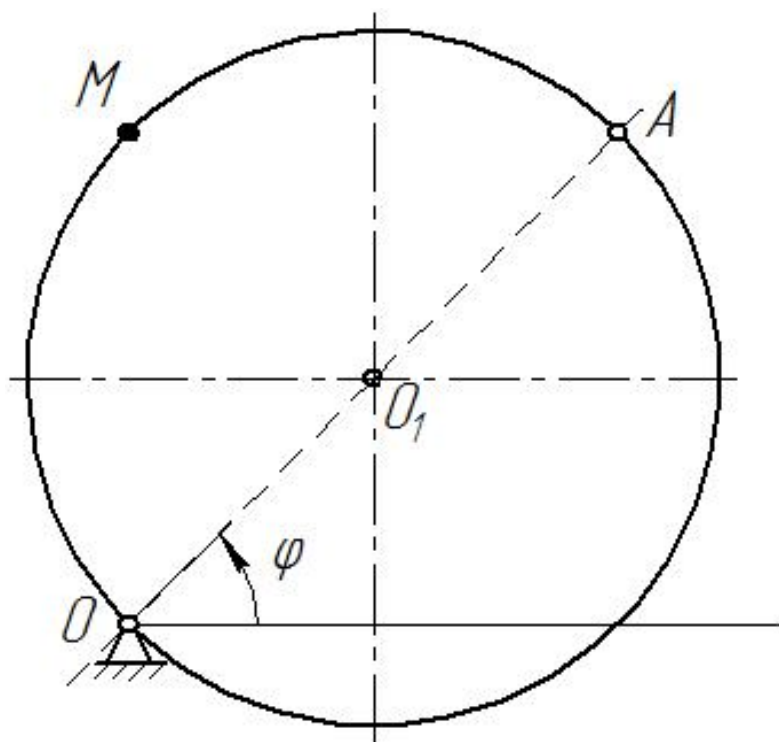


Рисунок 13

Решение.

Будем рассматривать движение точки М как сложное: движение по дуге ОМ относительно диска и движение вместе с вращающимся диском.

Неподвижную систему координат $OXYZ$ жестко свяжем с неподвижной опорой (рисунок 14), причем ось OX совпадет с осью вращения тела и перпендикулярна плоскости чертежа. Подвижную систему координат жестко свяжем с диском (на рисунке 14 эта система координат не показана).

Тогда переносным движением будет вращение тела (диска) относительно оси OX , а относительным – движение точки по дуге OM .

Найдем положение точки М в момент времени $t_1 = \frac{1}{2}$ с:

$$S_r = OM \Big|_{t=1/2} = \frac{\pi}{4}, \quad \text{м.}$$

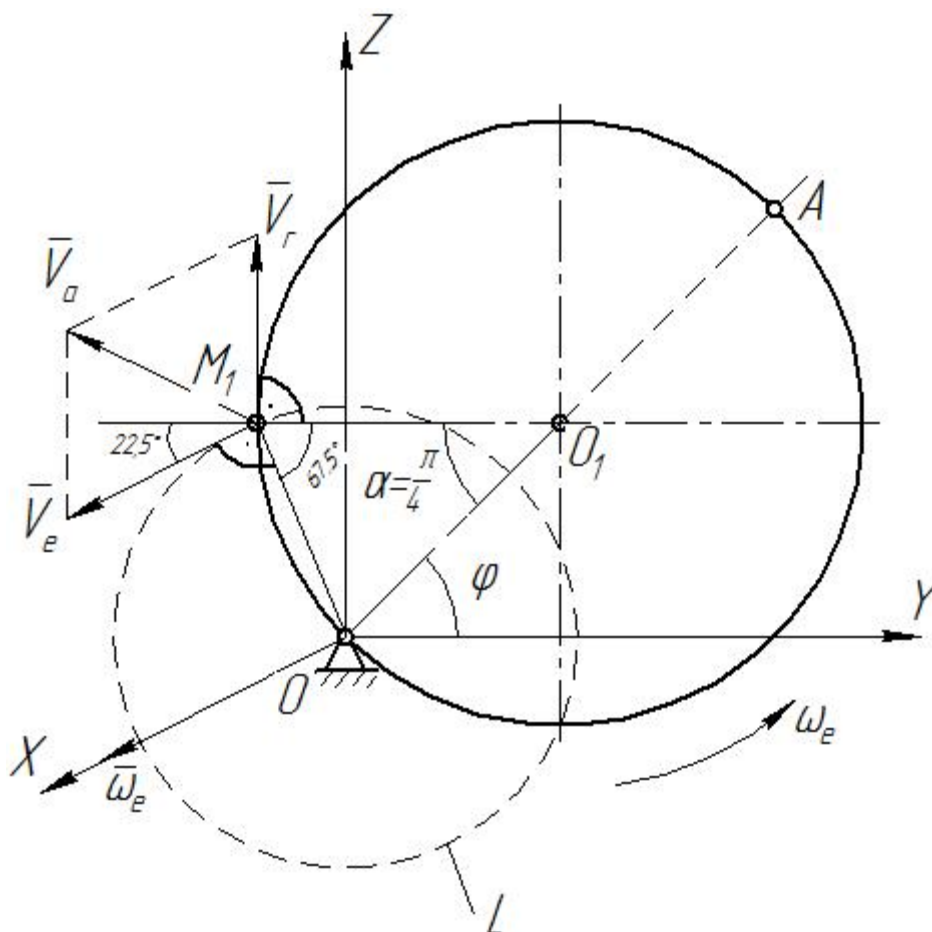


Рисунок 14

Следовательно, центральный угол, на который опирается дуга OM:

$$\alpha = \frac{S}{R} = \frac{\pi}{4 \cdot 1} = \frac{\pi}{4}, \text{ рад.}$$

Отложим этот угол от радиуса OO_1 по ходу часовой стрелки (в сторону положительного отсчета координаты S_r) (рисунок 14).

Покажем положение точки M на чертеже в момент времени $t_1 = \frac{1}{2}$ с, обозначим его M_1 (рисунок 14).

Найдем абсолютную скорость точки M_1 как геометрическую сумму относительной и переносной скоростей:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_r + \bar{V}_e.$$

Относительная – это скорость точки M_1 в относительном движении (по дуге OM).

$$V_r = \frac{dS_r}{dt} = 2\pi t \Big|_{t=1/2} = \pi = 3,14 \quad \text{м/с} > 0.$$

Положительный знак в результате указывает, что вектор $\bar{V}_r$ направлен в сторону возрастания S_r . Так как относительное движение происходит по дуге окружности ОМ, то вектор $\bar{V}_r$ направлен по касательной к этой окружности.

Переносной скоростью точки М, когда она занимает положение М₁, будет скорость этой точки окружности:

$$|V_e| = |\omega_e| \cdot h \quad (1),$$

где $h=OM_1$ – радиус окружности L, описываемой точкой М₁ заданной окружности. Найдем h из $\triangle OM_1O_1$:

$$OM_1 = \sqrt{O_1M_1^2 + OO_1^2 - 2O_1M_1 \cdot OO_1 \cdot \cos\alpha} = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0,77 \text{ м};$$

Угловая скорость тела (окружности)

$$\omega_e = \frac{d\varphi_e}{dt} = 2\pi t \Big|_{t=1/2} = \pi = 3,14 \quad \text{рад/с} > 0.$$

Положительный знак показывает, что вращение окружности совпадает с направлением возрастания угла φ . Поэтому вектор $\bar{\omega}_e$ направлен по оси ОХ в сторону положительных значений координаты Х.

Модуль переносной скорости находим по формуле (1)

$$V_e = 3,14 \cdot 0,77 = 2,42 \quad \text{м/с}.$$

Вектор $\bar{V}_e$ направлен по касательной к окружности L в сторону вращения тела (рисунок 14).

Абсолютную скорость точки найдем по формуле:

$$\begin{aligned} V_a &= \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2 \cdot V_r \cdot V_e \cdot \cos(\bar{V}_r, \bar{V}_e)} = \\ &= \sqrt{3,14^2 + 2,42^2 + 2 \cdot 3,14 \cdot 2,42 \cdot \cos(90^\circ + 22,5^\circ)} = 3,15 \quad \text{м/с} \end{aligned}$$

где $\cos(\hat{\bar{V}}_r, \bar{V}_e) = \cos(90^\circ + 22,5^\circ)$, так как в $\Delta M_1 O_1 O$ – равнобедренном – $\angle O M_1 O_1 = \angle M_1 O O_1 = 67,5^\circ$.

Абсолютное ускорение точки:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_\kappa \quad (2)$$

Определим ускорение точки M_1 в относительном движении по дуге OM :

$$a_r^\tau = \frac{dV_r}{dt} = 2\pi = 6,28 \text{ м/с}^2 > 0.$$

Положительный знак указывает, что вектор относительного касательного ускорения $\bar{a}_r^\tau$ направлен в сторону положительных значений S_r , т.е. совпадает с вектором $\bar{V}_r$ (рисунок 15).

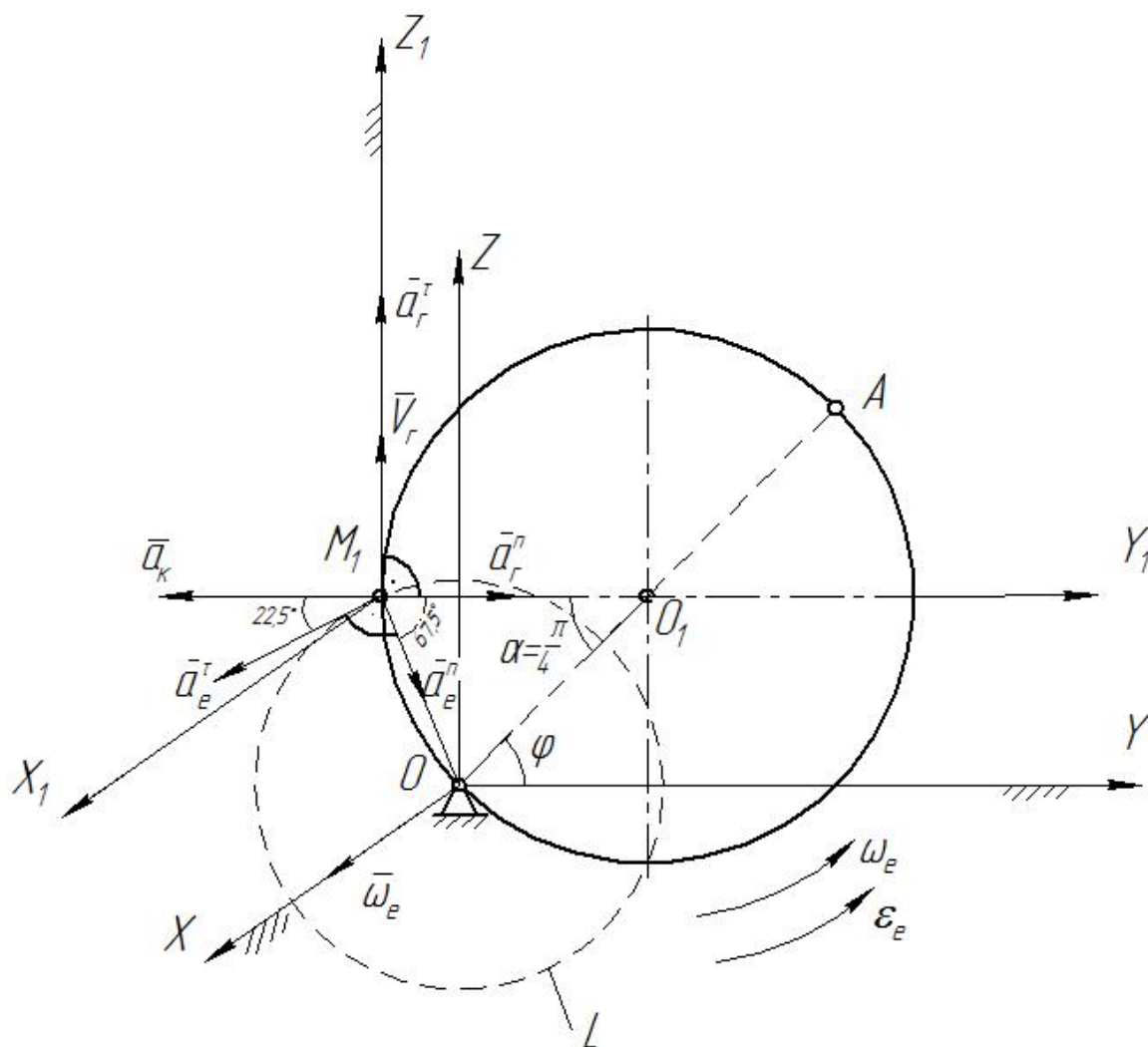


Рисунок 15

$$a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = \frac{3,14^2}{1} = 9,86 \text{ м/с}^2;$$

где $\rho = R = 1 \text{ м}$ – радиус кривизны траектории относительного движения точки.

Вектор относительного нормального ускорения $\bar{a}_r^n$ направлен по радиусу к центру O_1 окружности.

Определим переносное ускорение точки M_1 как ускорение той точки тела (заданной окружности), с которой в данный момент времени совпадает движущаяся точка.

Переносное нормальное ускорение

$$a_e^n = \omega_e^2 \cdot h = 7,59 \text{ м/с}^2$$

Вектор переносного нормального ускорения направлен по радиусу окружности L к центру O (рисунок 15).

Переносное тангенциальное ускорение

$$a_e^\tau = |\varepsilon_e| \cdot h \quad (3),$$

где ε_e - угловое ускорение тела.

$$\varepsilon_e = \frac{d\omega_e}{dt} = 2\pi = 6,28 \text{ рад/с}^2 > 0.$$

Знаки ω_e и ε_e одинаковы, следовательно, вращение тела ускоренное, направления $\bar{\omega}_e$; $\bar{\varepsilon}_e$ совпадают (рисунок 15).

Согласно (3)

$$a_e^\tau = 6,28 \cdot 0,77 = 4,84 \text{ м/с}^2.$$

Так как вращение тела ускоренное, то вектор переносного касательного ускорения направлен в ту же сторону, что и $\bar{V}_e$.

Ускорение Кориолиса $\bar{a}_k = 2\bar{\omega}_e \times \bar{V}_r$, а его модуль

$$a_k = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \sin(\bar{\omega}_e, \bar{V}_r) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3,14 \sin 90^\circ = 19,72 \text{ м/с}^2.$$

Вектор угловой скорости $\overline{\omega}_e$ перпендикулярен плоскости чертежа. Вектор относительной скорости $\overline{V}_r$ точки направлен по касательной к окружности ОМ и лежит в плоскости чертежа, векторы $\overline{\omega}_e$ и $\overline{V}_r$ взаимно перпендикулярны $(\overline{\omega}_e, \overline{V}_r) = 90^\circ$, следовательно, чтобы определить направление $\overline{a}_\kappa$ достаточно повернуть вектор $\overline{V}_r$ в плоскости чертежа на 90° в сторону переносного вращения (рисунок 15).

Для определения $\overline{a}_a$ применим метод проекций. Проецируя правую и левую части векторного равенства (2) на оси координат $M_1x_1y_1z_1$, получим:

$$a_{ax1} = 0$$

$$a_{ay1} = a_r^n + a_e^n \cos 67,5^\circ - a_e^\tau \cos 22,5^\circ - a_\kappa = 9,86 + 7,59 \cdot 0,38 - 4,84 \cdot 0,92 - 19,72 = -11,45 \text{ м/с}^2$$

$$a_{az1} = a_r^\tau - a_e^n \sin 67,5^\circ - a_e^\tau \sin 22,5^\circ = 6,28 - 7,59 \cdot 0,92 - 4,84 \cdot 0,38 = -2,54 \text{ м/с}^2$$

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2} = \sqrt{11,4^2 + 2,54^2} = 11,73 \text{ м/с}^2$$

Ответ: $V_a=1,32 \text{ м/с}$; $a_a=11,73 \text{ м/с}^2$.

3 Литература, рекомендованная для изучения дисциплины

1 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебное пособие для студ. вузов /А.А. Яблонский [и др.]; под общ. ред. А.А. Яблонского. - 11-е изд., стер.-М.;Интеграл-Пресс, 2010.-382 с.

2 Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для вузов/С.М.Тарг.-15-е изд., стер.-М.:Выш. шк.,2010.- 416 с.

3 Бутенин Н.В. Курс теоретической механики: учебное пособие для студ. вузов по техн. спец. В 2 т. Т.2/ Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. 5-ое изд.,— испр. СПб.:Лань.-1998. - Т.2 - 729 с.

4 Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов: в 2 т. Т.2/М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон.-9-е изд., перераб.- М.:Наука, 1990. - Т.2 - 670 с.

Помимо указанных в списке, могут быть использованы любые учебники и пособия по теоретической механике.

Список использованных источников

1 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебное пособие для студ. вузов /А.А. Яблонский [и др.]; под общ. ред. А.А. Яблонского. - 11-е изд., стер.-М.;Интеграл-Пресс, 2010.-382 с.

2 Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов: в 2 т. Т.1/М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон.-9-е изд., перераб.-М.:Наука, 1990. - Т.1 - 670 с.

3 Сборник коротких задач по теоретической механике: учебное пособие для вузов / О.Э. Кепе [и др]; под ред. О.Э.Кепе. – М.: Высш. шк., 1989. – 368 с.

4 Попов М.В. Теоретическая механика: Краткий курс: учебник для вузов / М.В. Попов. – М.: Наука, 1986. – 336 с.