МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Т.П. ПЕТУХОВА, Е.А. ШНЯКИНА

ТЕСТОВЫЕ ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Рекомендовано к изданию Ученым советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2010

УДК 519.0(076.1)
ББК 22.19я73
П 31

Рецензент
доктор технических наук, доцент Ю.Г. Полкунов

Петухова Т.П.
П31 **Тестовые вопросы и упражнения для самоконтроля знаний студентов по дисциплине «Численные методы»: учебное пособие/ Т.П. Петухова, Е.А. Шнякина. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2010.- 177 с.**

ISBN

Сборник включает в себя 343 тестовых вопроса по 11 темам курса.

Сборник рекомендуется использовать для самоконтроля знаний обучающихся по дисциплинам «Вычислительная математика», «Численные методы», «Методы вычислений», «Вычислительный эксперимент и методы вычислений» для студентов направлений подготовки: 010100.62 - Математика, 010300.62 – Математика. Компьютерные науки, 010400.62 – Информационные технологии, 010500.62 - Прикладная математика и информатика.

$П\frac{1602120000}{\qquad}$ ББК 22.19я73

ISBN

© Петухова Т.П., Шнякина Е.А., 2010
© ГОУ ОГУ, 2010

Содержание

Введение

Дисциплина “Численные методы” для направлений подготовки, связанных с математическим моделированием в той или иной области, является основополагающей. Она ориентирована на понимание основных идей и фундаментальных понятий научной области ”Вычислительная математика”, на освоение классических численных методов и технологии вычислительного эксперимента.

В результате изучения дисциплины студент должен:

– **иметь представление:**

- о месте и роли дисциплины;
- об области использования математических моделей и вычислительного эксперимента;
- об области использования того или иного метода (о совокупности решаемых задач с помощью него), о классе методов для решения поставленной задачи;
- о перспективах развития математического моделирования;
- о сущности и этапах вычислительного эксперимента;

- знать численные методы:

- решения нелинейных уравнений: метод бисекций, метод Ньютона, метод хорд, метод простых итераций;
- решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): прямые (Гаусса, LU-алгоритм, скалярной трехточечной прогонки, вращений, отражений) и итерационные (Якоби, Зейделя, верхней релаксации); каноническую форму записи одношаговых итерационных методов;
- решения систем нелинейных уравнений: простых итераций, покоординатного спуска, Ньютона и его модификаций (двухступенчатый, аппроксимационный аналог, дискретный аналог);
- решения проблемы собственных значений матриц: степенной, скалярных произведений, частных Рэлея, итерационный метод вращения (Якоби), LU-алгоритм, QR-алгоритм;
- интерполирования: методы линейной и квадратичной интерполяции, глобальной интерполяции алгебраическими многочленами (методы Лагранжа, Ньютона), интерполирования кубическими сплайнами;
- восстановления функций: методы выбранных точек, средних, наименьших квадратов;
- интегрирования (формулы левых, правых и средних прямоугольников, трапеции, Симпсона);
- дифференцирования (формулы вычисления первой и второй производной таблично заданной функции с первым и вторым порядком точности);

- решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ): метод Эйлера, симметричная схема, предиктор-корректор, методы Рунге-Кутта;
- решения модельного уравнения конвективного переноса (явные и неявные разностные схемы);
- решения модельного уравнения диссипации, конвекции и кинетики (явные и неявные разностные схемы).

Для каждого метода студент должен знать его основную идею, расчетные формулы, условия применимости, включая оценки сходимости и устойчивости.

После усвоения дисциплины студент должен

уметь:

- проводить сопоставление численных методов для заданного класса задач;
- выбрать или разработать дискретную модель решаемой математической задачи;
- проводить оценку погрешности и устойчивости используемого метода;
- проводить оценку скорости сходимости используемого численного алгоритма;
- спроектировать модельный вычислительный эксперимент;
- реализовать выбранный численный метод с использованием ПК;
- проводить интерпретацию полученного результата и его качественную оценку.

В вычислительной математике важную роль играет усвоение способов действий в процессе решения той или иной задачи. Здесь знания нужно рассматривать не как цель обучения, а как средство, необходимое для выполнения определенной деятельности. В связи с этим не столько интересен результат решения той или иной задачи, а важен процесс его получения.

В последнее время наблюдается повышенный интерес к педагогическим тестам. Они рассматриваются как один из основных методов объективного контроля в учебном процессе. При правильном использовании тестов в вычислительной математике можно не только осуществить проверку усвоения знаний практического и теоретического материала, но и развить интуицию, логическое мышление, реализовать функцию обучения, сформировать отдельные элементы навыков исследовательской деятельности.

Данный сборник тестовых вопросов и упражнений ориентирован на самоконтроль знаний и умений студентов, приобретенных ими при теоретическом и практическом освоении следующих разделов дисциплины «Численные методы»:

– Методы решения нелинейных уравнений;

– Методы решения СЛАУ;

– Методы решения систем нелинейных уравнений;

– Методы решения проблемы собственных значений матриц;

– Интерполирование и восстановление функций;
– Численное интегрирование и дифференцирование;
– Численное решение задачи Коши для ОДУ и систем ОДУ;
– Численное решение модельного уравнения конвективного переноса;
– Численное решение модельного уравнения диссипации, конвекции и кинетики.

Для освоения численных методов предлагается использовать учебники и учебные пособия [12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.5], представленные в разделе рекомендуемых источников.

Предложенные тесты помогают студентам не только осуществить самоконтроль знаний студентов, но и преследуют такие цели, как:

- развитие системного мышления в области знаний «Вычислительная математика»;
- предъявление нестандартных приемов решения поставленных задач;
- формирование навыков выявления неточностей в алгоритмах;
- демонстрирование различных способов решения одной и той же задачи.

Сборник рекомендуется использовать для самоконтроля знаний обучающихся по дисциплинам «Вычислительная математика», «Численные методы», «Методы вычислений», «Вычислительный эксперимент и методы вычислений» для студентов направлений подготовки: 010100.62 - Математика, 010300.62 – Математика. Компьютерные науки, 010400.62 – Информационные технологии, 010500.62 - Прикладная математика и информатика.

1 Этапы вычислительного эксперимента

1. Пусть x-точное решение, x^* - приближенное решение, тогда предельная относительная погрешность – это:

а) $\delta x = \frac{\Delta x}{x}$*;*

б) $\Delta x \geq |x - x^*|;\ x \in (x^* - \Delta x; x^* + \Delta x)$*;*

в) $\Delta x = x - x^*$*;*

г) $\delta x^* = \frac{\Delta x^*}{|x^*|}$*;*

д) $\delta x = \frac{x}{|x|}$.

2. Вычислительный эксперимент – это технология исследования сложных процессов и явлений, основанная на … и их исследовании с помощью ЭВМ. Вставьте пропущенное:

а) описании физической модели;
б) построении математических моделей;
в) задании целевых функций;
г) выборе численных моделей;
д) ни один из перечисленных вариантов.

3. С точки зрения вычислительного эксперимента к устранимым погрешностям относятся:
1) ошибки округления;
2) ошибка численного метода;
3) ошибки выбора или построения математической модели;
4) ошибки дискретизации.
Укажите неверные:

а) 1) и 3);
б) все устранимые;
в) 3);
г) 2);
д) 2) и 3).

4. Любой численный метод должен удовлетворять следующим требованиям:

1) устойчивость;
2) согласованность;
3) корректность;
4) сходимость;
5) легко реализуемость;

Укажите верный ответ:

а) 3), 5);
б) 1), 2), 4);
в) 1), 4), 5);
г) 1), 3), 4);
д) все кроме 2).

5. Задача называется …, если ее решение существует, единственно и устойчиво по исходным данным.
Вставьте пропущенное:

а) устойчивой;
б) корректно поставленной;
в) сходящейся;
г) точной;
д) легко реализуемой;
е) правильной.

6. Метод называется ... по параметру x, если его решение y непрерывно зависит от x.
Вставьте пропущенное:

а) устойчивым;
б) корректным;
в) сходящимся;
г) точным;
д) легко реализуемым;
е) правильным.

7. Метод является … , если полученное искомое решение близко к истинному.
Вставьте пропущенное:

а) устойчивым;
б) корректным;
в) сходящимся;
г) точным;
д) легко реализуемым;
е) правильным.

8. Метод называется устойчивым по параметру x, если …

а) малым изменениям x соответствуют малые изменения решения;
б) малым изменениям x соответствуют большие изменения решения;
в) после нескольких итерации позволяет определить искомое решение;
г) позволяет определить искомое решение после первой итерации;
д) позволяет определить количество итераций, необходимых для получения решения;

9. Задача называется корректно поставленной, если …

а) ее решение не существует;
б) если существует несколько ее решений;
в) ее решение существует и единственно;
г) ее решение существует, оно единственно и устойчиво по исходным данным.

10. Численный метод называется сходящимся, если…

а) полученное численное решение близко к истинному;
б) решение исходной математической задачи (модели) существует;
в) метод реализуется за конечное число шагов;
г) решение исходной математической задачи (модели) существует при определенных условиях.

11. Из ниже приведенных форм записей выбрать дискретные модели:

1) $\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f,\ t \in [0,1],\ x \in [0,1],$

$f = x^2 + 12t^2x + 2xt + 4t^3,\ a = 1,$

$u(0,x) = x, \quad u(t,0) = -t;$

2) $\int\limits_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2n}(f_0 + f_n + 2\sum\limits_{k=1}^{n-1} f_k);$

3) $\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} + a\frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{2h} = f,\ t \in [0,1],\ x \in [0,1],$

$f_i = x_i^{\ 2} + 12t_i^{\ 2}x_i + 2x_it_i + 4t_i^{\ 3},\ a = 1;$

4) $y' = y - 2\frac{x}{y} \quad y_i = y_{i-1} + hf(x_{i-1}, y_{i-1})$

а) 1), 3);
б) 2), 4);
в) 2), 3);
г) 2);
д) 1), 4).

12. Установить порядок следования перечисленных этапов вычислительного эксперимента:

1) выбор или построение математической модели;
2) программирование;
3) анализ объекта или явления;
4) выбор или построение численной (дискретной) модели;
5) счет и анализ результатов.

Укажите верный ответ:

а) 1), 2), 3), 4), 5);
б) 2), 3), 5), 1), 4);
в) 3), 4), 1), 2), 5);
г) 3), 1), 4), 2), 5);
д) 3), 4), 1), 5), 2);
е) ни один из перечисленных вариантов.

13. На каком этапе вычислительного эксперимента записываются совокупности используемых формул, уравнений, ограничений для реализации на ЭВМ?

а) счет и анализ результатов;
б) анализ объекта или явления;
в) выбор или построение численной (дискретной) модели;
г) выбор или построение математической модели;
д) программирование.

14. Продолжите определение.
Математическая модель – это…

а) математические формулы, реализуемые с помощью ЭВМ;
б) словесное и математическое описание задачи, входных и выходных данных;
в) математическое описание объектов с некоторой степенью точности, выраженное с помощью математических формул, систем уравнений и неравенств;
г) алгоритм реализации какого-либо метода.

15. Из ниже приведенных форм записей выбрать математические модели:

1) $\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f,\ t \in [0,1],\ x \in [0,1]$
$f = x^2 + 12t^2 x + 2xt + 4t^3,\ a = 1,$
$u(0,x) = x,\quad u(t,0) = -t;$

2) $\int\limits_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2n}(f_0 + f_n + 2\sum\limits_{k=1}^{n-1} f_k);$

3) $\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} + a\frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{2h} = f,\ t \in [0,1],\ x \in [0,1]$
$f_i = x_i^{\ 2} + 12t_i^{\ 2} x_i + 2x_i t_i + 4t_i^{\ 3},\ a = 1;$

4) $y' = y - 2\frac{x}{y} \quad y_i = y_{i-1} + hf(x_{i-1}, y_{i-1}).$

а) 1), 3);
б) 2), 4);
в) 4);
г) 1);
д) 1), 4).

2 Численное решение нелинейных уравнений

1. Для решения уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

на отрезке [-1; 2] используется метод бисекций. Выполняется третий шаг. Какой из указанных интервалов будет содержать корень?

а) [0; 2];
б) [0.5; 2];
в) [0.875; 1.25];
г) [0.9; 1.25];
д) [0.5; 1.25].

2. Какое количество итераций необходимо для численного решения нелинейного уравнения $f(x) = 0$ с точностью ε на отрезке [a; b] методом бисекций?

а) $\ln\frac{b-a}{\varepsilon}$*;*
б) $\log_2\frac{b-a}{\varepsilon}$*;*
в) $\lg\frac{b-a}{\varepsilon}$*;*
г) $\ln\frac{b-a}{2^\varepsilon}$*;*
д) $\log_2\frac{b-a}{2^\varepsilon}$.

3. Определить интервал, на котором можно использовать метод бисекций для численного решения нелинейного уравнения

$$(x+2)^3 - 1 = 0.$$

а) [1.5; 3);
б) [-3; -2];
в) [-4; -2];
г) (-4; -3);
д) ни один из указанных интервалов не содержит корней.

4. Каким типом сходимости обладают итерационные последовательности метода бисекций?

а) квадратичным;
б) сходимостью с p-ым порядком;
в) линейным;
г) сверхлинейным;
д) сходимости нет.

5. Определить отрезок, на котором уравнение

$$x^2 - 5\sin x = 0$$

имеет хотя бы один корень?

а) $[\frac{\pi}{2};\ \pi]$;
б) $[0.1;\ \frac{\pi}{2}]$;
в) $[2.5;\ \pi]$;
г) $[\frac{\pi}{2};\ 1.6]$;
д) уравнение корней не имеет.

6. Сколько итераций необходимо для решения уравнения

$$x + 2 = 0$$

методом бисекций с точностью $\varepsilon=10^{-6}$ на отрезке [-3; -1]?

а) 4;
б) 3;
в) 1;
г) 5.

7. На каком из нижеуказанных отрезков уравнение

$$\frac{1}{x^2-4}+\frac{1}{x-3}=0$$

имеет хотя бы один корень?

а) [0.5; 2];
б) [2; 3);
в) [3; 5];
г) [2.1; 2.9];
д) (2; 3];

8. Какой метод решения нелинейных уравнений наиболее чувствителен к выбору начального приближения (с точки зрения скорости сходимости)?

а) Ньютона;
б) бисекций;
в) итераций;
г) Зейделя
д) хорд.

9. Уравнение *f(x)=0* в методе итераций приводится к виду $x=\varphi(x)$. Какое условие должно выполняться для функции $\varphi(x)$?

а) $\varphi(x)\varphi''(x)>0$*;*
б) $\max|\varphi'(x)|<1$*;*
в) $\max|\varphi''(x)|<1$*;*
г) $\varphi(x)\varphi''(x)<0$*;*
д) нет верного ответа.

10. Типами сходимости итерационных последовательностей при численном решении нелинейных уравнений являются:

а) линейная, сверхлинейная, сходимость с p-порядком;
б) линейная, функциональная, региональная;
в) функциональная, сходимость с p-порядком;
г) локальная, глобальная, равномерная.

11. Уравнение *f(x)=0* решается методом Ньютона. Какая из нижеприведенных формул является правильной?

а) $x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \cdot f(x_k)$;

б) $x_{k+1} = \varphi(x)$;

в) $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$;

г) $x_{k+1} = \frac{a+b}{2}$.

12. Указать метод численного решения нелинейных уравнений, в котором итерационная последовательность обладает сверхлинейной сходимостью.

а) метод бисекций;
б) метод итераций;
в) метод Ньютона;
г) метод хорд.

13. Какой из численных методов решения нелинейных уравнений имеет квадратичную сходимость?

а) метод бисекций;
б) метод итераций;
в) метод Ньютона;
г) метод хорд.

14. За какое количество итераций возможно решение нелинейных уравнений методом бисекций на отрезке [0; 2] с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

а) 9;
б) 3;
в) 11;
г) 4.

15. Выражение $\sqrt[p]{a}$ является решением некоторого уравнения $f(x)=0$, где *a>0*, *p* - вещественное число. Восстановить исходный вид итерационной последовательности для метода Ньютона при *p=2*.

а) $x_{n+1} = x_n + \dfrac{a}{x_n}$*;*

б) $x_{n+1} = x_n + \dfrac{a}{2x_n}$*;*

в) $x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(x_n + \dfrac{a}{x_n}\right)$*;*

г) $x_{n+1} = 2\left(x_n + \dfrac{a}{x_n}\right)$*;*

д) $x_{n+1} = \dfrac{x_n}{2} + \dfrac{a}{x_n}$*;*

е) нет верного ответа.

16. На каком из указанных интервалов возможно применение метода Ньютона для решения уравнения

$$x^3 - x^2 - 25x + 2 = 0\ ?$$

а) [5, 6];
б) [2, 3];
в) [-3, -1];
г) [-2.1, -1.2];
д) ни на одном из указанных интервалов.

17. Численное решение нелинейных уравнений состоит из следующих этапов (порядок этапов учитывается):

а) отделение корней; уточнение корней;
б) бисекция; табулирование;
в) табулирование; графическое представление функции;
г) уточнение корней; отделение корней.

18. На каком из указанных интервалов возможно применение метода Ньютона для решения уравнения

$$\ln(x + 2) = 0 ?$$

а) (-∞; ∞);
б) [0; 3.5];
в) [-1.9; 1];
г) [-3; -2];
д) ни на одном из указанных интервалов.

19. Какой тип сходимости имеет итерационная последовательность в методе хорд для решения нелинейных уравнений $f(x) = 0$?

а) линейная сходимость;
б) сверхлинейная сходимость;
в) сходимость с p-ым порядком;
г) локальная сходимость;
д) глобальная сходимость.

20. Пусть применен один шаг метода хорд для решения нелинейного уравнения

$$x^4 + x^3 - 2x^2 - 10x - 2 = 0$$

на отрезке [2; 3]. Какой интервал получим для дальнейшего поиска корня?

а) [2.48; 3];
б) [2.09; 3];
в) [2; 2.09];
г) [2; 2.5];
д) [2; 2.48].

21. Из нижеприведенных формул выбрать ту, которая соответствует итерационному процессу вычисления корня уравнения

$$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

методом простой итерации для интервала [-3; -2].

а) $x_{n+1} = \dfrac{1}{x_n^2} - 3$*;*

б) $x_{n+1} = \sqrt{(1 - 3x_n^2)/3}$*;*

в) $x_{n+1} = \dfrac{1}{x_n^2} - 2$*;*

г) $x_{n+1} = \sqrt{(1 - x_n^3)/3}$.

22. Какой метод решения любого нелинейного уравнения не зависит от выбора начального приближения?

а) Ньютона;
б) бисекций;
в) Зейделя;
г) итераций.

23. Построить итерационный процесс для решения уравнения

$$ax + b = 0, \quad 0 < a < 1,$$

методом простых итераций без использования операции деления.

а) $x_{n+1} = (1 - a)x_n + b$*;*
б) $x_{n+1} = (a - 1)x_n + b$*;*
в) $x_{n+1} = (1 - a)x_n - b$*;*
г) $x_{n+1} = (a - 1)x_n - b$*;*
д) итерационный процесс построить невозможно.

24. Для численного решения нелинейного уравнения

$$x - \alpha \sin^2 x - \beta \cos^2 x - \gamma = 0$$

используется метод простых итераций, где

$$x_{n+1} = \alpha \sin^2 x_n + \beta \cos^2 x_n + \gamma .$$

При каких ограничениях на α, β, γ итерационный процесс будет работать при любом x?

а) $|\alpha - \beta| < 1$, γ *- любое;*
б) $|\alpha + \beta| \le 1$, $\gamma < |\alpha + \beta|$*;*

в) α, β *- любые,* $\gamma < (\alpha + \beta)$*;*

г) $|\alpha - \beta| > 1$*,* γ *- любое;*

д) α, β, γ *- любые.*

25. Построить общую формулу метода простой итерации для решения уравнения

$$2 + x = e^x$$

при $x>0$.

а) $x_{n+1} = e^{x_n} - 2$*;*

б) $x_{n+1} = e^{x_n} + 2$*;*

в) $x_{n+1} = \ln(2 + x_n)$*;*

г) $x_{n+1} = \ln(2 - x_n)$*;*

д) итерационный процесс построить невозможно

26. Дано уравнение

$$\cos x - x^2 - x = 0.$$

Корень находится на отрезке [0.1; 1]. Определить для него правильный вид уравнения $x=\varphi(x)$:

а) $x = \cos x - x^2$*;*

б) $x = \dfrac{\cos x}{x + 1}$*;*

в) $x = \sqrt{\cos x - x}$*;*

г) $x = \arccos(x^2 + x)$.

27. Дано уравнение

$$x^3 + 3x^2 - 1 = 0.$$

Для поиска корня используется метод простых итераций, где

$$x_{n+1} = \sqrt{(1 - x_n^3)/3}.$$

Определить отрезок, на котором данную итерационную последовательность можно использовать.

а) [-3; -2];
б) [0.1; 0.8];
в) [-1; 1];
г) [1; 2].

28. Применен один шаг метода хорд для решения нелинейного уравнения

$$x^4 - x^3 - 8x - 2 = 0$$

на отрезке [2; 3]. Какой интервал получим для дальнейшего поиска корня?

а) [2; 2.61];
б) [2.61; 3];
в) [2; 2.5];
г) [2.26; 3];
д) [2; 2.26].

29. В общем случае наибольшую скорость сходимости при решении нелинейных уравнений имеет метод:

а) хорд;
б) бисекций;
в) итераций;
г) Ньютона.

30. Из нижеперечисленных формул выбрать те, которые могут быть использованы для организации вычислений корней уравнения

$$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

методом простой итерации.

1) $x_{n+1} = \dfrac{1}{x_n^2} - 3$;

2) $x_{n+1} = \sqrt[3]{(1 - 3x_n^2)}$;

3) $x_{n+1} = \sqrt{(1 - 3x_n^2)/3}$;

4) $x_{n+1} = \dfrac{1}{x_n^2} - 2$;

5) $x_{n+1} = 1/3\sqrt{1 - x_n^3}$;

6) $x_{n+1} = \sqrt{(1 - x_n^3)/3}$.

а) 1), 3), 5);
б) 3), 4), 5);
в) 2), 3);
г) 1), 2), 3);
д) 1), 2), 6).

31. Для нелинейного уравнения

$$x^3 - x^2 - 16x + 4 = 0$$

определить отрезки, содержащие только один корень.

а) [-4; -2], [-1; 8];
б) [-4; -2], [-2; 8/3], [4; 5];
в) [-2; 10];
г) [-3; -2], [-2;-1], [2; 4];
д) [-4; 8].

3 Численное решение систем линейных алгебраических уравнений

3.1 Сведения из матричной и векторной алгебры

1. Как связаны нормы векторов $\|x\|_\infty$ и $\|x\|_1$?

а) $\|x\|_1 \approx n\|x\|_\infty$*;*
б) $\|x\|_\infty >> \|x\|_1$*;*
в) $n\|x\|_\infty \le \|x\|_1 \le \|x\|_\infty$*;*
г) $\|x\|_\infty \le \|x\|_1 \le n\|x\|_\infty$*;*
д) нет правильного ответа.

2. Как связаны нормы векторов $\|x\|_\infty$ и $\|x\|_2$ ($\|x\|_2 = \|x\|_E$)?

а) $\|x\|_\infty \le \|x\|_2 \le n^{1/2}\|x\|_\infty$*;*
б) $n^{1/2}\|x\|_\infty \le \|x\|_2 \le \|x\|_\infty$*;*
в) $\|x\|_2 \approx n^{1/2}\|x\|_\infty$*;*
г) $\|x\|_2 << \|x\|_\infty$*;*
д) нет правильного ответа.

3. Продолжите определение.
Норма матрицы считается согласованной с нормой вектора, если…

а) $\|A \cdot x\| = \|A\| \cdot \|x\|$*;*
б) $\|A \cdot x\| \ne \|A\| \cdot \|x\|$*;*
в) $\|A \cdot x\| \le \|A\| \cdot \|x\|$*;*
г) $\|A \cdot x\| \ge \|A\| \cdot \|x\|$*;*
д) нет правильного варианта ответа.

4. Дана система уравнений, записанная в виде $Ax=b$. Ее решение существует и единственно, если

а) detA=0;
б) detA≠0;
в) condA=1;
г) главные миноры A не равны нулю.

5. Для вектора *x* его норма-сумма $\|x\|_1$ определяется как:

а) $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$;
б) $\|x\|_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} |x_i|}$;
в) $\|x\|_1 = \max_{i=1,n} |x_i|$;
г) $\|x\|_1 = \sqrt[p]{|x_i|}^{\,p}$.

6. Выберите верное равенство:

а) ||E||=0;
б) ||A||=||E||||0||;
в) ||0||=1;
г) ||E||=1.

7. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & -7 \end{pmatrix}.$$

Чему равна норма $\| A \|_1$?

а) 11;
б) 10;
в) 12;
г) 13;
д) нет правильного ответа.

8. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Чему равна норма $\| A \|_\infty$?

а) 16;
б) 12;
в) 14;
г) 17;
д) нет правильного ответа.

9. Дана матрица:

$$B = A^T A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}.$$

Чему равна норма $\| A \|_E$?

а) 0;
б) 4;
в) $\sqrt{336}$*;*
г) 16;
д) нет правильного ответа.

10. Дан вектор x=(4; -1; 3; -2; 5). Чему равна норма $\|x\|_1$?

а) 10;
б) 5;
в) 15;
г) $\sqrt{15}$*;*
д) нет правильного ответа.

11. Дан вектор x=(0; -6; 5; 1; -1). Чему равна норма $\|x\|_\infty$?

а) $\sqrt{63}$*;*
б) 6;

в) 13;
г) 1;
д) нет правильного ответа.

12. Дан вектор x=($\sqrt{3}$; -3; -2; 0; 3). Чему равна норма $\|x\|_E$?

а) $\sqrt{\sqrt{3}-2}$*;*
б) 5;
в) 25;
г) 3;
д) нет правильного ответа.

13. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Чему равна норма $\| A \|_E$?

а) 5;
б) 49;
в) -7;
г) 7;
д) нет правильного ответа.

14. Продолжите определение.

Нормой вектора $x \in R_n$, где R_n - пространство вещественных n-мерных векторов, называется такое действительное число $\|x\|$, которое удовлетворяет следующим условиям: …

а) $\|x\| < 0, x \neq 0,\quad \|0\| = 0;\quad \|\lambda x\| = \|\lambda\|\|x\|;\quad \|x+y\| = \|x\| + \|y\|;$
б) $\|x\| \leq 0, x \neq 0,\quad \|0\| = 0;\quad \|\lambda x\| \leq |\lambda|\|x\|;\quad \|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|;$
в) $\|x\| \geq 0, x \neq 0,\quad \|0\| = 0;\quad \|\lambda x\| \geq \|\lambda\|\|x\|;\quad \|x+y\| \geq \|x\| + \|y\|;$
г) $\|x\| > 0, x \neq 0,\quad \|0\| = 0;\quad \|\lambda x\| = |\lambda|\|x\|;\quad \|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|;$
д) верного ответа нет.

15. Вставить вместо … подходящие по смыслу пропущенные слова.
Числом обусловленности матрицы А называется величина …, которая используется для … .

а) $cond(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$,
оценки величины обратной матрицы;

б) $M_A = \|A\| \|A^{-1}\|$,
оценки погрешности решения систем линейных алгебраических уравнений;

в) $cond(A) = \|\delta x\| \|A\| \|A^{-1}\|$,
оценки погрешности решения систем линейных алгебраических уравнений;

г) $M_A = cond(A)$,
оценки величины обратной матрицы;

д) $M_A = \|A\| \|A^T\|$,
выбора метода решения систем линейных алгебраических уравнений.

3.2 Прямые методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений

1. Методы решения СЛАУ делятся на:

а) прямые, приближенные;
б) прямые, итерационные;
в) приближенные, итерационные;
г) уточнение корней, отделение корней.

2. Пусть дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$. Выполнение $detA\neq 0$ означает, что….

а) существует множество решений СЛАУ;
б) решения СЛАУ не существует;
в) решение СЛАУ существует и оно единственно;
г) не влияет на решение СЛАУ.

3. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$, с матрицей

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 2 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Укажите вид матрицы C после выполнения прямого хода метода Гаусса с выбором ведущего элемента по строке ($Ax=b$ преобразуется в $Cx=y$).

$$а)\ C=\begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -0.43 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};\quad б)\ C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0.25 & -0.25 \\ 0 & 0 & 1 & 0.43 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$в)\ C=\begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0.58 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};\quad г)\ C=\begin{pmatrix} 1 & -0.5 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0.58 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

д) для данной системы метод Гаусса не применим.

4. Какое из нижеприведенных выражений характеризует трудоемкость метода Гаусса решения СЛАУ?

а) $\approx n^3/3$;
б) $\approx n^2/2$;
в) $\approx n$;
г) $\approx 4n^3/3$.

Здесь n - число уравнений системы.

5. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Укажите вид матрицы С после выполнения прямого хода метода Гаусса с выбором ведущего элемента во всей матрице А ($Ax=b$ преобразуется в $Cx=y$).

$$а)\ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad б)\ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$в)\ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad г)\ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

д) для данной системы метод Гаусса не применим.

6. Дана матрица А:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 0 & 5 & 8 \\ 8 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Используя метод Гаусса решения СЛАУ *Ax=b,* найти detA.

а) 0;
б) 378;
в) 577;
г) 4;
д) нет правильного ответа.

7. Дана система линейных алгебраических уравнений *Ax=b* с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Укажите вид матрицы C после выполнения прямого хода метода Гаусса (*Ax=b* преобразуется в *Cx=y*).

$$а)\ C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad б)\ C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$в)\ C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad г)\ C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

д) для данной системы метод Гаусса не применим.

8. Какова будет матрица L после выполнения LU – разложения матрицы A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}?$$

а) $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$ *б)* $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$

в) $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$ *г)* $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$

д) невозможно выполнить LU-разложение матрицы A.

9. Для каких классов матриц требования теоремы о LU-разложении заведомо выполняются?

а) для квадратных матриц;
б) для матриц с определителем, отличным от нуля;
в) для матриц с диагональным преобладанием;
г) для обратных матриц.

10. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Укажите вид матрицы C после выполнения прямого хода метода Гаусса с выбором ведущего элемента по столбцу ($Ax=b$ преобразуется в $Cx=y$).

а) $C=\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\0&1&-0.5&0\\0&0&1&0.67\\0&0&0&1\end{pmatrix}$; *б)* $C=\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\0&1&-0.5&0\\0&0&10&2\\0&0&0&1\end{pmatrix}$;

в) $C=\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\0&1&-0.5&0\\0&0&1&0.67\\0&0&0&-0.67\end{pmatrix}$; *г)* $C=\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\0&1&0.5&0\\0&0&1&0.67\\0&0&0&1\end{pmatrix}$;

д) нет верного ответа.

11. Продолжите теорему:
Если все главные миноры квадратной матрицы A отличны от нуля, то существуют такие треугольные матрицы нижняя L и верхняя U, что…

а) A=LU. Если элементы диагонали одной из матриц L, U фиксированы, то такое разложение единственно;
б) A=UL. Если элементы диагонали матрицы A фиксированы, то такое разложение единственно;
в) уравнение Ax=b можно заменить эквивалентной системой Ly=b, Ux=y;
г) A=LU.

12. Дана система линейных алгебраических уравнений *Ax=b* с матрицей

$$A=\begin{pmatrix}3&0&0&0\\-3&0&2&0\\0&-3&4&2\\0&-3&0&0\end{pmatrix}.$$

Укажите вид матрицы C после выполнения прямого хода метода Гаусса с выбором ведущего элемента во всей матрице A (*Ax=b* преобразуется в *Cx=y*).

а) $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.75 & 0.5 \\ 0 & 1 & -0.5 & 0.33 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; *б)* $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$;

в) $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; *г)* $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.75 & 0.5 \\ 0 & 1 & -0.5 & 0.33 \\ 0 & 0 & 1 & -0.67 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

д) для данной системы метод Гаусса не применим.

13. Дана матрица А:

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Используя метод Гаусса решения СЛАУ $Ax=b$, найти detA.

а) 0;
б) 71;
в) 45;
г) 56;
д) невозможно найти определитель, решая СЛАУ методом Гаусса.

14. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ с матрицей

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Укажите вид матрицы С после выполнения прямого хода метода Гаусса ($Ax=b$ преобразуется в $Cx=y$).

а) $C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$; *б)* $C=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 1 & -0.33 & -0.33\\ 0 & 0 & 1 & 2.5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

в) $C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & -0.33 & -0.33\\ 0 & 0 & 1 & 2.5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; *г)* $C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & -0.33 & -0.33\\ 0 & 0 & 1 & -2.5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

д) для данной СЛАУ метод Гаусса не применим.

15. Дана матрица A:

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & 2 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}.$$

Какова будет матрица U после выполнения LU – разложения матрицы A?

а) $U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; *б)* $U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -0.33 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$;

в) $U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$; *г)* $U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & 1 & -1\\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$;

д) невозможно выполнить LU-разложение матрицы A.

16. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ с матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 1\\ -1 & 2 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}.$$

Укажите вид матрицы С после выполнения прямого хода метода Гаусса (*Ax=b* преобразуется в *Cx=y*).

$$а)\ C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}; \qquad б)\ C=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix};$$

$$в)\ C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}; \qquad г)\ C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix};$$

д) для данной системы неприменим традиционный метод Гаусса.

17. Дана СЛАУ *Ax=d* с трехдиагональной матрицей коэффициентов

$$A=\begin{pmatrix}b_1 & c_1 & 0 & \dots & 0 & 0\\ a_2 & b_2 & c_2 & \dots & 0 & 0\\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n & b_n\end{pmatrix}.$$

Какая из нижеприведенных форм записи ей соответствует?

а) $b_1x_1+c_1x_2=d_1$;
$a_ix_{i-1}+b_ix_i+c_ix_{i+1}=d_i,\quad i=2,..,n-1$;
$a_nx_{n-1}+b_nx_n=d_n$;

б) $b_ix_{i-1}+c_ix_{i+1}=d_i,\quad i=1,..,n$;

в) $a_1x_1+b_1x_2=d_1$;
$b_ix_{i+1}=x_i-d_i,\quad i=2,..,n-1$;

$$b_n x_{n-1} + c_n x_n = d_n;$$

г) $b_i x_{i-1} = d_i + c_i x_i,\ i = 1,..,n.$

18. Какова будет матрица U после выполнения LU – разложения матрицы A:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}?$$

а) $U = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; *б)* $U = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

в) $U = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; *г)* $U = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

д) невозможно выполнить LU-разложение матрицы A.

19. Препятствием для осуществимости процесса LU-разложения квадратной матрицы A при решении СЛАУ является:

а) равенство нулю всех диагональных элементов матрицы A;
б) равенство нулю всех диагональных элементов матриц U,L;
в) равенство единице главных миноров матрицы A;
г) равенство нулю главных миноров матрицы U.

20. Вычисление определителя LU-факторизованной матрицы A, где

$$A=(a_{ij}),\ i=1,..,n,\ j=1,..,n,$$

$$L = \begin{cases} 0, & i < j, \\ 1, & i = j \\ l_{ij}, & i > j, \end{cases}, \qquad U = \begin{cases} 0, & i > j, \\ u_{ij}, & i \le j, \end{cases}$$

осуществляется как….

а) $detA=a_{11}a_{22\ldots}a_{nn}$;
б) $detA=u_{11}u_{22}\ldots u_{nn}$;
в) $detA=l_{11}l_{22}\ldots l_{nn}$;
г) верного ответа нет.

21. Дана матрица А:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 6 & -13 & 6 \end{pmatrix}.$$

Выполнить LU-разложение матрицы A.

а) $L=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad U=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix};$

б) $L=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad U=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

в) $L=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad U=\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

г) $L=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}; \quad U=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$

22. Дана СЛАУ $Ax=b$, где:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

Выберите наиболее рациональный метод решения такой СЛАУ.

а) метод Гаусса;
б) LU-разложение;
в) метод скалярной трехточечной прогонки;
г) метод вращений.

23. Достаточным условием сходимости метода скалярной трехточечной прогонки решения СЛАУ $Ax=d$ является:

а) главные миноры матрицы А отличны от 0;
б) диагональное преобладание в матрице А;
в) матрица А должна быть единичной;
г) матрица А должна быть верхней треугольной.

24. Решение СЛАУ вида $Ax=d$ методом трехточечной скалярной прогонки состоит из следующих этапов:

а) приведение матрицы А к верхнему и нижнему треугольному виду; вычисление корней;
б) приведение матрицы А к верхней треугольной матрице с единичными диагональными коэффициентами; вычисление корней;
в) определение прогоночных коэффициентов; вычисление корней;
г) нет верного ответа.

25. Трудоемкость метода скалярной трехточечной прогонки оценивается как:

а) $\approx 5n$;
б) $\approx \frac{n^3}{3}$;
в) $\approx \frac{n^3}{6}$;

г) $\approx \frac{4n^3}{6}$.

Здесь n – число уравнений.

26. Выберите из нижеприведенных утверждений те, которые являются условиями применимости метода скалярной трехточечной прогонки для решения СЛАУ $Ax = d$:

1) А – нижняя треугольная;
2) А – верхняя треугольная;
3) А – с диагональным преобладанием;
4) А - симметричная;
5) А – трехдиагональная.

а) 1);
б) 3) и 5);
в) 4) и 5);
г) 2);
д) 5).

27. Как вычисляется коэффициент α_1 при решении СЛАУ вида

$$\begin{cases} b_1 x_1 + c_1 x_2 = d_1; \\ a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1} = d_i, \quad i = 2,..,n-1; \\ a_n x_{n-1} + b_n x_n = d_n : \end{cases}$$

методом скалярной трехточечной прогонки:

$$x_i = \alpha_i \cdot x_{i+1} + \beta_i ?$$

а) $\alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1}$;

б) $\alpha_1 = -\frac{d_1}{b_1}$;

в) $\alpha_1 = \frac{c_1}{b_1}$;

г) $\alpha_1 = \frac{d_1}{b_1}$;

д) нет правильного варианта ответа.

28. Как вычисляется коэффициент β_1 при решения СЛАУ

$$\begin{cases} b_1 x_1 + c_1 x_2 = d_1; \\ a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1} = d_i, \quad i = 2,..,n-1; \\ a_n x_{n-1} + b_n x_n = d_n : \end{cases}$$

методом скалярной трехточечной прогонки:

$$x_i = \alpha_i \cdot x_{i+1} + \beta_i ?$$

а) $\beta_1 = \dfrac{d_1}{b_1}$*;*

б) $\beta_1 = \dfrac{a_1}{b_1}$*;*

в) $\beta_1 = -\dfrac{d_1}{b_1}$*;*

г) $\beta_1 = \dfrac{c_1}{b_1}$*;*

д) нет правильного варианта ответа.

29. СЛАУ $Ax = b$ решается методом скалярной трехточечной прогонки. Выбрать те матрицы А, для которых указанный метод будет работать.

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 11 & 0 \\ 0 & 7 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 15 & 4 \end{pmatrix}$; 2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 15 & 7 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 15 & 2 \\ 2 & 1 & 7 & -4 \\ 15 & 7 & 1 & 2 \\ 2 & -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 20 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$;

5) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0.5 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0.3 & 0 \\ 0 & 2 & 10 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$

а) 1);
б) 2);
в) только 4);
г) 4) и 5);
д) только 5);
е) 3).

30. Из нижеприведенных формул выбрать те, которые входят в состав метода скалярной трехточечной прогонки решения СЛАУ вида

$$\begin{cases} b_1 x_1 + c_1 x_2 = d_1 \\ a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1} = d_i, \quad i = 2,..,n-1 \\ a_n x_{n-1} + b_n x_n = d_n \end{cases}$$

1) $\alpha_i = \dfrac{-c_i}{a_i \alpha_{i-1} + b_i}$; 2) $\beta_i = \dfrac{d_i - a_i \beta_{i-1}}{a_i \alpha_{i-1} + b_i}$;

3) $x_i = \sqrt{a_{ii} - \sum\limits_{j=1}^{i-1} a_{ji}}$; 4) $x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i$;

5) $x_i = \alpha_i x_{i-1} + \beta_i$.

а) 1), 2), 3);
б) 1), 2), 4);
в) 1), 2), 5);
г) только 1) и 2);
д) все верные.

31. Из нижеприведенных утверждений выбрать то, которое является условием применимости метода квадратных корней для решения СЛАУ $Ax=b$:

а) диагональное преобладание матрицы A;

б) равенство 0 угловых миноров матрицы A;
в) A - симметричная, положительно определенная матрица;
г) A – любая матрица.

32. Решение СЛАУ $Ax=b$ методом квадратных корней состоит из следующих этапов:

а) 1) представить $A=LU$;
2) Найти матрицы L, U;
3) из системы $Ly=b$ определить y;
4) из системы $Ux=y$ определить x.

б) 1) представить $A=U^TU$;
2) определить матрицы U, U^T;
3) из системы $U^Ty=b$ определить y;
4)из системы $Ux=y$ определить x.

в) 1) на первом этапе из матрицы A получить верхнюю треугольную матрицу с единичными диагональными элементами;
2) на втором этапе, используя полученную матрицу, определить x.

г) нет верного ответа.

33. Пусть СЛАУ вида

$$\begin{cases} b_1x_1 + c_1x_2 = d_1 \\ a_ix_{i-1} + b_ix_i + c_ix_{i+1} = d_i, \quad i = 2,..,n-1 \\ a_nx_{n-1} + b_nx_n = d_n \end{cases}$$

решается методом скалярной трехточечной прогонки, при этом используются следующие формулы

$$\alpha_i = \frac{-c_i}{a_i\alpha_{i-1} + b_i}, \quad \beta_i = \frac{d_i - a_i\beta_{i-1}}{a_i\alpha_{i-1} + b_i}, \quad x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i.$$

Достаточно ли этих формул для организации вычислений?

а) да;
б) нет, нужны формулы для нахождения α_1, β_1;

в) нет, нужны формулы для нахождения α_1, β_1, x_n;
г) нет, нужны формулы для нахождения α_n, β_n, x_1.

34. Вычисление определителя LU-факторизованной матрицы A, где

$$A=(a_{ij}),\ i=1,..,n,\ j=1,..,n,$$

$$L=\begin{cases}0, & i<j,\\ l_{ij}, & i\ge j,\end{cases}, \qquad U=\begin{cases}0, & i>j,\\ 1, & i=j\\ u_{ij}, & i>j,\end{cases}$$

осуществляется как….

а) $detA=a_{11}a_{22...}a_{nn}$;
б) $detA=u_{11}u_{22}...u_{nn}$;
в) $detA=l_{11}l_{22}...l_{nn}$;
г) верного ответа нет.

35. Система линейных алгебраических уравнений Ax=b, где

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 3 & 1 & 0\\ 0 & 1.5 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 2\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}4\\ 5\\ 5.5\\ 3\end{pmatrix},$$

решается методом скалярной прогонки

$$x_i=\alpha_i x_{i+1}+\beta_i.$$

Чему равны коэффициенты α_1 ,β_1?

а) $\alpha_1= 3$, $\beta_1=1$;
б) $\alpha_1= 3$, $\beta_1=4$;
в) $\alpha_1= -1$, $\beta_1=4$;
г) $\alpha_1= -1/3$, $\beta_1=4/3$;
д) $\alpha_1= -1/3$, $\beta_1= - 4/3$.

36. Вычисление определителя LU-факторизованной матрицы A, где

$$A=(a_{ij}),\ i=1,..,n,\ j=1,..,n,$$

$$L = \begin{cases} 0, & i < j, \\ l_{ij} \neq 1, & i = j, \\ l_{ij}, & i > j \end{cases}$$

осуществляется как….

а) $detA=a_{11}a_{22\ldots}a_{nn}$;
б) $detA=u_{11}u_{22}\ldots u_{nn}$;
в) $detA=l_{11}l_{22}\ldots l_{nn}$;
г) верного ответа нет.

3.3 Итерационные методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений

1. Вставьте пропущенное:
При решении СЛАУ $Ax=b$ методом верхней релаксации метод сходится при любом значении параметра релаксации $\omega \in (0;\ 2)$, если А -… матрица.

а) диагональная;
б) верхняя треугольная;
в) любого вида;
г) симметричная и положительно определенная;
д) все ответы верны.

2. Решается СЛАУ $Ax=b$. Выберите верные утверждения:
1) При ω=1 метод верхней релаксации превращается в метод Зейделя;
2) При ω=0.5 метод верхней релаксации превращается в метод простых итераций;
3) При ω=1 метод верхней релаксации превращается в метод Якоби;
4) Метод Якоби является модификацией метода Зейделя.

а) 1), 2), 3), 4);
б) 1);
в) 2), 3);
г) 4);
д) 3).

3. Для решения СЛАУ

$$\begin{cases} 1.1x_1 & -0.2x_2 & +0.1x_3 & =1.6 \\ 0.1x_1 & -1.2x_2 & -0.2x_3 & =2.3 \\ 0.2x_1 & -0.1x_2 & +1.1x_3 & =1.5 \end{cases}$$

используется метод простых итераций (τ = 1) с начальным приближением x=(0, 0, 0)^T. За сколько итераций можно гарантировать достижение точности ε=0.001 (в качестве $\|A\|$ используется норма, согласованная с нормой максимум вектора).

а) 13;
б) 11;
в) 4;

г) 10;
д) 100.

4. Решается СЛАУ $Ax=b$. Выберите верные утверждения:
1) Для сходимости метода Зейделя необходимо и достаточно, чтобы все корни уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21}\lambda & a_{22}\lambda & \dots & a_{2n} \\ & \dots\dots\dots & & \\ a_{n1}\lambda & a_{n2}\lambda & \dots & a_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

были по модулю больше 1.
2) Метод Якоби сходится в том случае, когда все корни уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\lambda & \dots & a_{2n} \\ & \dots\dots\dots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

были по модулю меньше 1.
3) Метод верхней релаксации сходится в том случае, когда все корни уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\lambda & \dots & a_{2n} \\ & \dots\dots\dots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

были по модулю меньше 1.

а) 1), 2), 3);
б) 2), 3);
в) 1), 2);
г) только 2);
д) только 1).

5. Для решения СЛАУ

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

используется метод Якоби с начальным приближением $x^{(0)}=(0,\ 0,\ 0)^T$. Выполнено две итерации. Выбрать правильный вид полученного приближения.

а) $x^{(2)} = (0.25, -0.33, 0.25)^T$ *;*
б) $x^{(2)} = (0.25, -0.167, 0.708)^T$ *;*
в) $x^{(2)} = (0.542, 0, 0.792)^T$ *;*
г) $x^{(2)} = (-5.625, -27.25, 9.0625)^T$ *;*
д) нет верного ответа.

6. Решается СЛАУ $Cx=y$. Используя априорную оценку погрешности

$$\left\| x^* - x^{(k)} \right\| \le \frac{q^k}{1-q} \left\| x^{(1)} - x^{(0)} \right\|,$$

где x^* - точное решение;
$x^{(k)}$ - решение, соответствующее k-итерации;
$x^{(1)}$ - решение, полученное на 1-итерации;
$x^{(0)}$ - начальное приближение;
$\|C\| \le q \le 1$,

можно после первой итерации сделать оценку …

а) числа итераций, необходимых для получения решения с заданной точностью ε;
б) точного решения x;
в) устойчивости метода;
г) значения приближенного решения $x^{(k)}$.

7. Для решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

используется метод Зейделя с начальным приближением $x^{(0)}=(0,\ 0,\ 0)^T$. Выполнено две итерации. Выбрать правильный вид полученного приближения.

а) $x^{(2)} = (0.25, -0.33, 0.25)^T$ *;*

б) $x^{(2)} = (0.25, -0.167, 0.708)^T$ *;*

в) $x^{(2)} = (0.542, 0, 0.792)^T$ *;*

г) $x^{(2)} = (-5.625, -27.25, 9.0625)^T$ *;*

д) нет верного ответа

8. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$, где $A=A_1+D+A_2$,

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & & & 0 \\ a_{21} & . & =0 & \\ & \neq 0 & . & \\ a_{n1} & & & 0 \end{pmatrix}, \ D = \begin{pmatrix} a_{11} & & & 0 \\ & . & =0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & a_{nn} \end{pmatrix}, \ A_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & . & \neq 0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix}.$$

При каких $B_к$ и $\tau_к$ каноническая форма

$$B_k \frac{x_k - x_{k-1}}{\tau_k} + Ax_{k-1} = b$$

является записью метода Зейделя?

а) $\tau_к=1,\ B_к=D$*;*

б) $\tau_к=0.5,\ B_к=D+A_2$*;*

в) $\tau_к=1,\ B_к=D+A_1$*;*

г) $\tau_к=1,\ B_к=D+\omega A$*;*

д) $\tau_к=\tau,\ B_к=A$*.*

9. Для решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 - 2x_3 = 10, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 10, \\ 3x_1 - x_2 + 10x_3 = -5, \end{cases}$$

используется метод Зейделя с начальным приближением $x_0=(0;0;0)^T$. Выполнена одна итерация. Определить правильный вид полученного приближения.

а) $(10;10;-5)^T$*;*

б) (-10;-10;5)^T;

в) (1;-2;-0.5)^T;

г) (1,-1.8,-0.98)^T;

д) (1,-1.8,0.62)^T.

10. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$, где $A=A_1+D+A_2$.

$$A_1=\begin{pmatrix} 0 & & & 0 \\ a_{21} & . & =0 & \\ & \neq 0 & . & \\ a_{n1} & & & 0 \end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix} a_{11} & & & 0 \\ & . & =0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & a_{nn} \end{pmatrix},\ A_2=\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & . & \neq 0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix}.$$

При каких $B_к$ и $\tau_к$ каноническая форма

$$B_k\,\frac{x_k - x_{k-1}}{\tau_k} + Ax_{k-1} = b$$

является записью метода Якоби?

а) $\tau_к=\tau$, $B_к=A$;

б) $\tau_к=0.5$, $B_к=D+A_2$;

в) $\tau_к=1$, $B_к=D+A_1$;

г) $\tau_к=1$, $B_к=D+\omega A_1$;

д) $\tau_к=1$, $B_к=D$.

11. Для решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 - 2x_3 = 10, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 10, \\ 3x_1 - x_2 + 10x_3 = -5, \end{cases}$$

используется метод Якоби с начальным приближением $x_0=(0;\ 0;\ 0)^T$. Выполнена одна итерация. Определить правильный вид полученного приближения.

а) (10;10;-5)^T;

б) (-10;-10;5)^T;

в) (1;-2;-0.5)^T;

г) (1,-1.8,-0.98)^T;

д) (1,-1.8,0.62)^T.

12. Каноническая форма метода простой итерации имеет вид:

$$\frac{x_k - x_{k-1}}{\tau} + Ax_{k-1} = b.$$

Выберите условие сходимости метода.

а) если A - симметричная, положительно определенная матрица, $\tau > 0$, $\tau < \dfrac{2}{\lambda_{\max}}$, $\lambda_{\max}$ *- наибольшее собственное число матрицы A;*

б) если A - симметричная, положительно определенная матрица, $\tau > 0$, $\tau < \dfrac{2}{\lambda_{\min}}$, $\lambda_{\min}$ *- наименьшее собственное число матрицы A;*

в) для любой матрицы A, $0 < \tau < 2$*;*

г) для любой матрицы A, $\tau = 1$*;*

д) если A –нижняя треугольная матрица, $\tau > 0$, $\tau < \dfrac{2}{\lambda_{\max}}$, $\lambda_{\max}$ *- наибольшее собственное число матрицы A;*

13. Какая из записей содержит полную характеристику итерационных методов с Чебышевским набором параметров?

а) одношаговые, нестационарные, явные или неявные;

б) многошаговые, стационарные, явные;

в) нестационарные, многошаговые, явные;

г) неявные, одношаговые;

д) одношаговые явные.

14. Продолжите теорему.

Если A- симметричная, положительно определенная матрица, то для метода простой итерации при $\tau = \tau_0 = \dfrac{2}{\lambda_{\min}+\lambda_{\max}}$, где $\lambda_{\max}$, $\lambda_{\min}$ – собственные числа матрицы A, справедлива оценка:

а) $\left\| x_k - x^* \right\| \le \rho_0^k \left\| x_0 - x^* \right\|, \quad где \rho_0 = \dfrac{1-\xi}{1+\xi} \quad \xi = \dfrac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}$;

б) $\left\| x_k - x^* \right\| \le \rho_0 \left\| x_0 - x^* \right\|, \quad где \rho_0 = \dfrac{1+\xi}{1-\xi} \quad \xi = \dfrac{\lambda_k}{\lambda_{k+1}}$;

в) $\left\| x_k - x^* \right\| \le \rho_0^k \left\| x_1 - x_0 \right\|, \quad где \rho_0 = \dfrac{1-\xi}{1+\xi} \quad \xi = \dfrac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}$;

г) нет верного ответа.

15. Какая из приведенных функций является нормированным многочленом Чебышева?

а) $T_n(x) = \dfrac{1}{2^{n-1}} \cos(n \arccos(x))$;

б) $T_n(x) = \dfrac{1}{2^{n-1}} e^x - e^{-x}$;

в) $T_n(x) = \arcsin(n \sin(x))$;

г) $T_n(x) = \dfrac{\ln(e^x - e^{-x})}{(n-1)2^{n-1}}$;

д) $T_n(x) = \cos(n \arccos(x))$.

16. СЛАУ $Ax=b$ решается методом Якоби, где $A=A_1+D+A_2$,

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & & & 0 \\ a_{21} & . & =0 & \\ & \ne 0 & . & \\ a_{n1} & & & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} a_{11} & & & 0 \\ & . & =0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & . & \ne 0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix}.$$

Если все корни уравнения … по модулю меньше 1, то метод Якоби сходится. Вместо … указать требуемое уравнение из нижеприведенных:

а) $det((A_1+D)\lambda+A_2)=0$;

б) $det((A_1+A_2)\lambda+D)=0$;

в) $det(D\lambda+A_1+A_2)=0$;

г) $det(A_1+D\lambda+A_2\lambda)=0$;

д) $det(A_1+A_2\lambda)=0$.

17. При каких значениях B_k, τ_k каноническая форма

$$B_k \frac{x_k - x_{k-1}}{\tau_k} + Ax_{k-1} = b$$

для решения СЛАУ является формой записи стационарных методов?

а) $B_k=A$, $\tau_k = 1$;

б) $B_k=E$, $\forall\ \tau_k$;

в) $B_k=const$, $\tau_k = const$;

г) $B_k=E$, $\tau_k = 1$;

д) нет верного ответа.

18. При решении СЛАУ

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - \frac{1}{5}x_3 = 4, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \end{cases}$$

с начальным приближением $x_0=(0;\ 0;\ 0)^T$ получено решение $x^{(1)}=(1;\ 4;\ 3)^T$. Определите метод, который был использован?

а) верхней релаксации с $\omega=0.1$;
б) Якоби;
в) Зейделя;
г) Гаусса;
д) нет верного ответа.

19. Системы линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ решаются методом Якоби. Выберите те матрицы А, для которых применим указанный метод.

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 11 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 & -0.2 \\ 2 & 3 & 0.1 \\ 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$;

3) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 0.5 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$; 4) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 11 & 2 & 4 \\ 120 & 13 & 14 \end{pmatrix}$.

а) 1);
б) 1), 2);
в) 2); 3);
г) 3); 4);
д) 1); 2); 3).

20. Выберите характеристики метода Якоби:

а) одношаговый, стационарный, неявный по определению, но явный по реализации;
б) многошаговый, стационарный, неявный по определению, но явный по реализации;
в) двухшаговый, нестационарный, неявный;
г) одношаговый, нестационарный, явный;
д) нет верного ответа.

21. Решается СЛАУ $Ax=b$. Выберите верные утверждения:
1) Для сходимости метода Зейделя необходимо и достаточно, чтобы все корни уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21}\lambda & a_{22}\lambda & \dots & a_{2n} \\ & \dots\dots\dots & & \\ a_{n1}\lambda & a_{n2}\lambda & \dots & a_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

были по модулю меньше 1.
2)Метод Якоби сходится в том случае, чтобы все корни уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\lambda & \dots & a_{2n} \\ & \dots\dots\dots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

были по модулю больше 1.

3)Метод верхней релаксации сходится в том случае, чтобы все корни уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\lambda & \dots & a_{2n} \\ & \dots\dots\dots\dots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

были по модулю меньше 1.

а) 1), 2), 3);
б) 2), 3);
в) 1), 2);
г) только 2);
д) только 1).

22. Для решения СЛАУ

$$\begin{cases} 1.1x_1 & -0.2x_2 & +0.1x_3 & = 1.6 \\ 0.1x_1 & -1.2x_2 & -0.2x_3 & = 2.3 \\ 0.2x_1 & -0.1x_2 & +1.1x_3 & = 1.5 \end{cases}$$

используется метод Якоби с начальным приближение x=(0, 0, 0)^T. За сколько итераций можно гарантировать достижение точности ε=0.001 (в качестве $\|A\|$ используется норма, согласованная с нормой максимум вектора).

а) 13;
б) 11;
в) 4;
г) 10;
д) 7.

23. При численном решении СЛАУ $Ax=b$ методом Зейделя она приводится к виду

$$x^{(l)} = Bx^{(l-1)} + C\,.$$

Считая, что $A=A_1+D+A_2$, где

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & & & 0 \\ a_{21} & . & =0 & \\ & \neq 0 & . & \\ a_{n1} & & & 0 \end{pmatrix}, \; D = \begin{pmatrix} a_{11} & & & 0 \\ & . & =0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & a_{nn} \end{pmatrix}, \; A_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & . & \neq 0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix},$$

из предложенных ниже вариантов выберите правильный вид матрицы B.

а) B=A;
б) B= - $(D+A_1)^{-1}A_2$;
в) B=$D+A_1$;
г) B= - $D^{-1}(A_1+A_2)$;
д) B=D.

24. При численном решении СЛАУ $Ax=b$ методом Якоби она приводится к виду

$$x^{(l)} = Bx^{(l-1)} + C.$$

Считая, что $A=A_1+D+A_2$ **,** где

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & & & 0 \\ a_{21} & . & =0 & \\ & \neq 0 & . & \\ a_{n1} & & & 0 \end{pmatrix}, \; D = \begin{pmatrix} a_{11} & & & 0 \\ & . & =0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & a_{nn} \end{pmatrix}, \; A_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & . & \neq 0 & \\ & =0 & . & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix},$$

из предложенных ниже вариантов выберите правильный вид матрицы B.

а) B=A;
б) B= - $(D+A_1)^{-1}A_2$;
в) B=$D+A_1$;
г) B= - $D^{-1}(A_1+A_2)$;
д) B=D.

4 Численное решение систем нелинейных уравнений

1. Система нелинейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1^2 & +4x_2 & =3 \\ \cos(x_1+x_2) & -x_1x_2 & =2 \end{cases}$$

решается методом Ньютона:

$$x^{(k+1)} := x^{(k)} - A_k F(x^{(k)}) .$$

Выберите правильный вид матрицы A_k.

а) $-\dfrac{1}{2x_1x_2+4\sin(x_1+x_2)}\begin{pmatrix} -x_2 & -\sin(x_1+x_2) \\ -4 & 2x_1 \end{pmatrix}$;

б) $\dfrac{1}{\sin(x_1+x_2)(4-6x_1)-6x_1^2+4x_2}\begin{pmatrix} -\sin(x_1+x_2)-x_1 & -4 \\ \sin(x_1+x_2)+x_2 & 6x_1 \end{pmatrix}$;

в) $\left(\begin{array}{cc|c} 3x_1 & 4x_2 & 3 \\ \cos(x_1+x_2) & -x_1x_2 & 2 \end{array}\right)$;

г) $\begin{pmatrix} 3x_1 & 4x_2 & -3 \\ \cos(x_1+x_2) & -x_1x_2 & -2 \end{pmatrix}$.

2. Какой из нижеприведенных методов является наиболее оптимальным для решения системы:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 0.1z = 0 \\ \dfrac{x^2}{2} - 10y + z = 0 \\ xy - 0.95z = 0. \end{cases}$$

а) метод скалярной трехточечной прогонки;
б) метод Гаусса;
в) метод Ньютона;
г) метод QR-разложений;
д)нет верного ответа.

3. Продолжите теорему. Пусть функция *f(x)* и замкнутое множество $M \subseteq D(f) \subseteq R_n$ таковы, что:

1) $\forall x \in M \quad f(x) \in M$;

2) $\forall x, \widetilde{x} \in M \;\; \exists q < 1 : \|f(x) - f(\widetilde{x})\| \le q\|x - \widetilde{x}\|$.

Тогда…

а) f(x) имеет в M единственную неподвижную точку x^**; последовательность* $\{x^{(k)}\}$*, определяемая методом простых итераций, при* $\forall x^{(0)} \in M$ *сходится к* x^* *и справедливы следующие оценки* $\|x^* - x^{(k)}\| \le \frac{q}{1-q}\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\| \le \frac{q^k}{1-q}\|x^{(1)} - x^{(0)}\| \quad \forall k \in N$*;*

б) если центр $x^{(0)}$ *и радиус шара S таковы, что* $\|x^{(0)} - f(x^{(0)})\| \le r(1-q)$ *, то справедливо заключение теоремы с M=S;*

в) f(x) удовлетворяет на множестве M условию Липшица $\|f(x) - f(\widetilde{x})\| \le L\|x - \widetilde{x}\|$*;*

г) f(x) имеет в M единственную неподвижную точку $\widetilde{x}$*, для которой выполняется условие Липшица* $\|f(x) - f(\widetilde{x})\| \le L\|x - \widetilde{x}\|$*;*

д) если центр $x^{(0)}$ *и радиус шара S таковы, что* $\|x^{(0)} - f(x^{(0)})\| \le (q-1)r$*, то функция f(x) имеет в M единственную точку* x^**, последовательность* $(x^{(k)})$ *определяемая методом простых итераций при* $\forall x^{(0)} \in M$ *сходится к* x^* *при M=S.*

4. Даны следующие шаги алгоритма решения систем нелинейных уравнений методом Ньютона:

1) вычислить матрицу $A_k := \left[F'(x^{(k)})\right]^{-1}$;
2) выбрать начальное приближение $x^{(0)}$;
3) вычислить $x^{(k+1)} := x^{(k)} - A_k F(x^{(k)})$;
4) если $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| \le \varepsilon$, то корень $x^{(k+1)}$, иначе k:=k+1 и выполнить шаги 1, 3;
5) *k:=0* (номер итерации).

Выбрать правильную последовательность их реализации.

а) 2), 5), 1), 3), 4);

б) 1), 2), 3), 4), 5);

в) 2), 3), 4), 1), 5);

г) 4), 3), 1), 2), 4);

д) 5), 4), 2), 1), 3).

5. Из нижеперечисленных групп методов решения систем нелинейных уравнений выберите ту, в которой все методы обладают квадратичной скоростью сходимости…

а) метод Ньютона, аппроксимационный аналог метода Ньютона, модифицированный метод Ньютона (когда матрица Якоби вычисляется 1 раз в начальном приближении);

б) модифицированный метод Ньютона (когда матрица Якоби вычисляется 1 раз в начальном приближении), дискретный (разностный) аналог метода Ньютона;

в) метод Ньютона, аппроксимационный аналог метода Ньютона;

г) метод Ньютона, модифицированный метод Ньютона (когда матрица Якоби вычисляется 1 раз в начальном приближении), двухступенчатый метод Ньютона;

д) нет верного ответа.

6. В чем заключается сущность дискретной модификации метода Ньютона?

а) замена элементов матрицы Якоби разностными отношениями;
б) вычисление матрицы Якоби один раз, используя начальное приближение;
в) вычисление и обращение матриц Якоби не на каждом итерационном шаге, а через несколько шагов;
г) приведение матрицы Якоби к верхнему диагональному виду;
д) все ответы верны.

7. Аналогом какого метода в одномерном случае является разностный (дискретный) метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений?

а) метода простых итераций решения нелинейных уравнений;

б) метода Ньютона решения нелинейных уравнений;
в) метода хорд;
г) метода касательных;
д) метода бисекций.

8. Какой порядок сходимости имеет дискретный аналог (дискретная модификация) метода Ньютона решения СНУ?

а) $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$*;*
б) квадратичный;
в) сверхлинейный;
г) кубический.

9. Выберите правильное название метода для следующего алгоритма:

1) выбрать начальное приближение $x^{(0)}$;
2) *k:=0* (номер итерации);
3) вычислить матрицу $A_k := \left[F'(x^{(k)})\right]^{-1}$;
4) вычислить $x^{(k+1)} := x^{(k)} - A_k F(x^{(k)})$;
5) вычислить $\psi_k := E - F'(x^{(k+1)})A_k$;
6) вычислить $A_{k+1} := A_k + A_k \psi_k$;
7) если $\left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| \le \varepsilon$, то корень $x^{(k+1)}$,иначе *k:=k+1* и выполнить шаги 4, 5,6;

а) метод Ньютона решения нелинейных уравнений;
б) метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений;
в) аппроксимационный аналог метода Ньютона решения систем нелинейных уравнений;
г) двухступенчатый метод Ньютона решения систем нелинейных алгебраических уравнений;
д) нет верного ответа.

10. Дана неупорядоченная совокупность шагов решения систем нелинейных уравнений двухступенчатым методом Ньютона:

1) вычислить матрицу $A_k := \left[F'(x^{(k)})\right]^{-1}$;
2) выбрать начальное приближение $x^{(0)}$;

3) вычислить $z^{(k)} := x^{(k)} - A_k F(x^{(k)})$;

4) если $\left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| \le \varepsilon$, то корень $x^{(k+1)}$,иначе *k:=k+1* и выполнить шаги 1, 3, 6;

5) *k:=0* (номер итерации);

6) вычислить $x^{(k+1)} := z^{(k)} - A_k F(z^{(k)})$;

Выберите правильную последовательность их реализации.

а) 2), 3), 4), 1), 5), 6);

б) 1), 2), 6), 3), 4), 5);

в) 2), 5), 1), 3), 6), 4);

г) 4), 3), 1), 2), 4), 5);

д) 5), 4), 2), 1), 3), 6).

11. Даны следующие шаги алгоритма решения систем нелинейных уравнений методом простых итераций:

1) $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)})$;

2) *k:=0* (номер итерации);

3) если $\left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| \le \varepsilon$, то корень $x^{(k+1)}$,иначе *k:=k+1* и выполнить шаги 1, 3;

4) выбрать начальное приближение $x^{(0)}$.

Выбрать правильную последовательность их реализации.

а) 1), 2), 3), 4);

б) 4), 3), 2), 1);

в) 4), 2), 1), 3);

г) 4), 3), 1), 2).

12. Выберите правильное название метода решения систем нелинейных уравнений для следующего алгоритма:

1) выбрать начальное приближение $x^{(0)}$;

2) *k:=0* (номер итерации);

3) *i:=0* (счетчик);

4) если *i>n* (n – размерность матрицы), то выполнить шаг 7, иначе выполнить шаг 5;

5) если *i>=k*, то $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)})$, иначе $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k+1)})$;

6) $i{:}=i+1$;

7) если $\left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| \le \varepsilon$, то корень $x^{(k+1)}$,иначе $k{:}=k+1$ и перейти к шагу 3;

а) метод Ньютона решения нелинейных уравнений;
б) метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений;
в) метод покоординатного спуска;
г) двухступенчатый метод Ньютона решения систем нелинейных алгебраических уравнений;
д) предложенный алгоритм не является методом решения системы нелинейных уравнений.

5 Численное решение проблемы собственных значений матриц

1. Для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

найти ее собственные числа.

а) 1, 2, 3;
б) 2, 3, 4;
в) 0, 1, 2;
г) 3, 2, 0.

2. Определить спектральный радиус матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

а) 4;
б) 3;
в) 7;
г) 1.

3. Продолжите определение. Собственным числом λ матрицы А называется такое число, для которого существует…

а) ненулевая матрица А, удовлетворяющая условию $A\lambda=x^2$;
б) ненулевой вектор x, удовлетворяющий условию $Ax=\lambda x$;
в) ненулевой вектор x, удовлетворяющий условию $A\lambda=x^2$;
г) ненулевая матрица А, удовлетворяющая условию $Ax=\lambda x$.

4. Пусть $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ – вещественные собственные числа квадратной матрицы (n>4) и $|\lambda_1|>|\lambda_2|>\ldots>|\lambda_n|$, а $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – соответствующие им собственные век-

торы. К какому числу λ_i сойдется степенной метод, если в качестве начального приближения выбрать вектор $2x_3+4x_4$? (Погрешность округления считать равной нулю)

а) λ_2;
б) λ_3;
в) λ_4;
г) λ_n.

5. Пусть $\{\lambda, x\}$ собственная пара матрицы А. Из перечисленных ниже пар выберите те, которые тоже будут являться собственными для матрицы А.

а) $\{\lambda, 5x\}$;
б) $\{\lambda, x+5\}$, $\{\lambda, 4x\}$;
в) $\{\lambda+11, x+3\}$, $\{\lambda, x+3\}$;
г) $\left\{\frac{1}{\lambda}, x\right\}$;
д) все ответы верны.

6. Даны следующие неупорядоченные шаги алгоритма решения частичной проблемы собственных чисел матрицы А методом скалярных произведений:

1) вычислить $y^{(1)} = Ax^{(0)}$;
2) вычислить $\lambda^{)k)} = \dfrac{(y^{(k)}, y^{(k)})}{(y^{(k)}, x^{(k-1)})}$;
3) если $\left|\lambda^{(k)} - \lambda^{(k-1)}\right| < \varepsilon$, то $\lambda_1 = \lambda^{(k)}$, $\quad x = x^{(k)}$, иначе $k := k+1$, шаг 5;
4) ввести симметричную матрицу $A\ (n \times n)$, ε - точность;
5) вычислить $x^{(k-1)} = \dfrac{y^{(k-1)}}{\sqrt{(y^{(k-1)}, y^{(k-1)})}}$;
6) задать $y^{(0)}$, вычислить $x^{(0)} = \dfrac{y^{(0)}}{\sqrt{(y^{(0)}, y^{(0)})}}$
7) вычислить $\lambda^{(1)} = \dfrac{(y^{(1)}, y^{(1)})}{(y^{(1)}, x^{(0)})}$
8) вычислить $y^{(k)} = Ax^{(k-1)}$;
9) $k{:}=2$ (номер итераций);

Выбрать правильную последовательность их реализации.

а) 1), 2), 3), 4), 5), 6), 7), 8), 9);

б) 4), 6), 1), 7), 9), 5), 8), 2), 3);

в) 6), 5), 4), 3), 2), 1), 9), 8), 7);

г) 4), 6), 1), 9), 5), 7), 8) 3), 2);

д) 5), 1), 4), 2), 3), 6), 9), 7), 8).

7. Для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

вычислить собственные числа.

а) 1, 0, 1;
б) 2, 0, 1;
в) 1, 3, 5;
г) 1, 9, 25;
д) для матриц такого вида собственных чисел не существует.

8. Какой по типу должна быть матрица, чтобы ее собственные числа можно было находить методом скалярных произведений?

а) единичная;
б) верхняя треугольная;
в) с диагональным преобладанием;
г) симметричная положительно определенная;
д) произвольная.

9. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 \\ 2 & -1 & -3 \\ -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Какой из ниже приведенных методов подходит для определения наибольшего по модулю собственного числа?

а) степенной;
б) частных Рэлея;
в) скалярных произведений;
г) квадратных корней;
д) Якоби.

10. Для решения полной проблемы собственных значений матрицы А используется следующий алгоритм

1) $A_0 := A$;
2) $к := 0$ (номер итерации);
3) представить $A_к = B_к C_к$;
4) вычислить $A_{к+1} = C_к B_к$;
5) $к := к + 1$;
6) выполнять шаги 3, 4, 5 до тех пор пока $A_{к+1}$ не будет треугольной.

Выберите правильное название алгоритма и характеристику, используемых матриц.

а) QR-алгоритм, $C_к$ - ортогональная матрица, $B_к$ – правая треугольная матрица;

б) LR-алгоритм, $C_к$ - ортогональная матрица, $B_к$ – правая треугольная матрица;

в) LR-алгоритм, $C_к$ - правая треугольная матрица, $B_к$ – левая треугольная матрица;

г) QR-алгоритм, $C_к$ - правая треугольная матрица, $B_к$ – левая треугольная матрица;

д) итерационный метод вращений.

11. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 8 & 2 \\ 2 & 1 & 11 & 8 & 6 \\ 3 & 11 & 5 & 2 & 1 \\ 8 & 8 & 2 & 7 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Какой из нижеприведенных методов для определения наибольшего по модулю собственного числа, является наиболее оптимальным?

а) скалярных произведений;
б) квадратных корней;
в) степенной;
г) Зейделя;
д) Якоби.

12. Для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 9 & 13 & 0 \\ 7 & 12 & 1 \end{pmatrix}$$

вычислить собственные числа.

а) 1, 0, 13;
б) 15, 9, 7;
в) 15, 13, 1;
г) 7, 12, 1;
д) для матриц такого вида собственных чисел не существует.

13. Пусть $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ – вещественные собственные числа квадратной матрицы (n>6) и $|\lambda_1|>|\lambda_2|>\ldots>|\lambda_n|$, а $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – соответствующие им собственные векторы. К какому числу λ_i сойдется степенной метод, если в качестве начального приближения выбрать вектор $4x_5+3x_6$? (Погрешность округления считать равной нулю)

а) λ_1;
б) λ_4;
в) λ_5;
г) λ_6.

14. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Для λ=2 найти нормированный собственный вектор (использовать евклидову норму).

а) $\frac{1}{\sqrt{50}}(7;1)^T$;

б) $\frac{1}{\sqrt{7}}(28;1)^T$ *;*

в) $\frac{1}{\sqrt{8}}(0;1)^T$*;*

г) $\frac{1}{\sqrt{50}}(1;0)^T$*;*

д) $\frac{1}{\sqrt{7}}(1;1)^T$*.*

15. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 \\ 2 & -1 & -3 \\ -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Какой из ниже приведенных методов можно использовать для определения наибольшего по модулю собственного числа?

а) степенной;
б) частных Рэлея;
в) скалярных произведений;
г) квадратных корней;
д) Якоби.

16. Для решения полной проблемы собственных значений матрицы A используется LU- алгоритм, где

$$L = \begin{pmatrix} l_{11} & & 0 \\ & \dots & \\ l_{1n} & & l_{nn} \end{pmatrix}, \ U = \begin{pmatrix} 1 & & u_{1n} \\ & \dots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}.$$

Какой вид будет иметь матрица A, после преобразований?

а) $\begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix}$; *б)* $\begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \dots & \\ x & & \lambda_n \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} \lambda_1 & & x \\ & \dots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix}$; *г)* $\begin{pmatrix} \lambda_1 & & \lambda_n \\ & \dots & \\ 0 & & 0 \end{pmatrix}$.

17. Пусть $\{\lambda, x\}$ собственная пара матрицы А. Из перечисленных ниже пар выберите те, которые тоже будут являться собственными для матрицы $A+5E$.

а) $\{\lambda, 5x\}$*;*
б) $\{\lambda, x+5\}$*;*
в) $\{\lambda+5, x\}$*;*
г) $\left\{\dfrac{1}{\lambda-5}, x\right\}$*;*
д) все ответы верны.

18. Для решения полной проблемы собственных значений матрицы А используется следующий алгоритм:

1) $A_0:=A$;
2) $к:=1$ (номер итерации);
3) вычислить $A_{к+1}=C_к B_к$;
4) представить $A_{к+1}=B_к C_к$;
5) $к:=к+1$;
6) выполнять шаги 4, 5 пока $A_{к+1}$ не будет не треугольная.

Выберите правильное название алгоритма и характеристику, используемых матриц

а) QR-алгоритм, $C_к$ - ортогональная матрица, $B_к$ – правая треугольная матрица;

б) LR-алгоритм, $C_к$ - ортогональная матрица, $B_к$ – правая треугольная матрица;

в) LR-алгоритм, $C_к$ - правая треугольная матрица, $B_к$ – левая треугольная матрица;

г) QR-алгоритм, $C_к$ - правая треугольная матрица, $B_к$ – левая треугольная матрица;

д) с помощью данного алгоритма нельзя решить поставленную задачу.

19. Продолжите определение. Отношением Рэлея для матрицы A(nxn) называется функционал …, определенный на множестве ненулевых n-мерных векторов x.

а) $\rho(x) = \dfrac{(Ax, x)}{(x, x)}$;

б) $\rho(x) = \dfrac{(Ax, Ax)}{(x, x)}$;

в) $\rho(x) = \dfrac{(x, x)}{(Ax, Ax)}$;

г) $\rho(x) = \dfrac{(x, x)}{(Ax, x)}$;

д) нет верного ответа.

6 Интерполирование и аппроксимация функций

1. Какую максимальную степень будет иметь интерполяционный многочлен Лагранжа, для функции, заданной таблично в *(n+1)* точке?

а) n+1;
б) n;
в) n-1;
г) n+2.

2. Что влияет на точность интерполяции при использовании интерполяционного многочлена Лагранжа?

а) степень гладкости функции, число узлов интерполирования;
б) число узлов интерполирования (n→∞);
в) положение точки, в которой осуществляется интерполирование;
г) все ответы верны.

3. Пусть имеется табличное представление функции:

x	x_0	x_1	x_2
y	y_0	y_1	y_2

Для 3 узлов интерполяции полином Лагранжа имеет вид:

а) $$L_2(x)=y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(y-y_1)(y-y_2)}+y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(y-y_0)(y-y_2)}+y_2\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(y-y_0)(y-y_1)};$$

б) $$L_3(x)=y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(y-y_1)(y-y_2)}+y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(y-y_0)(y-y_2)};$$

в) $$L_2(x)=y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}+y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}+y_2\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)};$$

г) $$L_3(x)=y_0\frac{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}{(x-x_1)(x-x_2)}+y_1\frac{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}{(x-x_0)(x-x_2)}+y_2\frac{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}{(x-x_0)(x-x_1)}$$

4. Как повлияет дополнительная *n+1* точка исходных данных внутри отрезка $\left[x_0; x_n\right]$ на точность интерполяции (если общее количество точек не велико)? Функция обладает требуемой степенью гладкости.

а) увеличится;
б) уменьшится;
в) не изменится;
г) нет верного ответа.

5. Конечную разность какого наивысшего порядка можно получить по n исходным точкам?

а) n+1;
б) n;
в) n-1;
г) 2n.

6. Как выражается конечная разность k-го порядка?

а) $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k+1} y_{i+1}$;
б) $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^k y_{i+1}$;
в) $\Delta^k y_i = \Delta^k y_{i+1} - \Delta^k y_i$;
г) $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i$.

7. Используя интерполяционные формулы Ньютона запишите многочлен для таблично заданной функции *y=f(x)*.

x	1	2	4
y	3	5	6

а) $H_2=2x^2+x$;
б) $H_2= -0.5x^2+3.5x$;
в) $H_2=2.5x^3-x^2+3x$;
г) $H_2= -3x^3-x^2+2x$;
д) $H_2=-x+4$.

8. Для функции заданной таблицей:

x	0.5	1	1.5	2	3
y	0.125	0.5	1.125	2	4.5

Подберите для *y(x)* подходящий вид аппроксимационной функции *P(x)*.

а) $P(x)=ax+b$;
б) $P(x)=ax^b$;
в) $P(x)=a+b/x$;
г) $P(x)=1/(a+bx)$.

9. Для функции $y=3x^2-2$ запишите конечную разность второго порядка.

а) $\Delta^2 y=3(x_3^2-2x_2^2+x_1^2)$;
б) $\Delta^2 y=3(x_3^2+2x_2^2-x_1^2+8)$;
в) $\Delta^2 y=2(1,5x_3^2-x_2^2+x_1^2-4)$;
г) $\Delta^2 y=3(x_3-2x_2+x_1)^2$;
д) $\Delta^2 y=3x_3^2-3x_1^2$.

10. Используя интерполяционные формулы Лагранжа запишите многочлен для таблично заданной функции $y=f(x)$.

x	1	2	4
y	3	5	6

а) $L_2=2x^2+x$;
б) $L_2= -0.5x^2+3.5x$;
в) $L_2=2.5x^3-x^2+3x$;
г) $L_2= -3x^3-x^2+2x$;
д) $L_2=-x+4$.

11. Построить кубический интерполяционный сплайн для функции, заданной таблично:

x	0	0.1	0.2
y	1	1.011	1.048

с краевыми условиями

$$f'(0) = 0, \quad f'(0.2) = 0.52.$$

а) $S_3(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x \in [0;0.1] \\ x^3 + 3x^2 + 1, & x \in [0.1;0.2] \end{cases};$

б) $S_3(x) = \begin{cases} x^3 + 3x^2 + 1, & x \in [0;0.1] \\ x^3 + 3x + 1, & x \in [0.1;0.2] \end{cases};$

в) $S_3(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + 1, & x \in [0;0.1] \\ x^3 + x^2 + 1, & x \in [0.1;0.2] \end{cases};$

г) $S_3(x) = \begin{cases} x^3 + x + 1, & x \in [0;0.1] \\ x^3 + x + 1, & x \in [0.1;0.2] \end{cases}.$

12. Для таблично заданной функции построить многочлен Лагранжа

x_i	0	2	3
y_i	6	2	3

а) $L_2 = (x-2)(x-3)+(x-3)x+x(x-2);$
б) $L_2 = x^2-4x+6;$
в) $L_2 = 6x(x-2)+2(x-2)(x-3)+3(x-2)x;$
г) $L_2 = x^3+x^2+4x+6;$
д) построить по трем точкам нельзя.

13. Дана таблично заданная функция:

x	-0.3	-0.2	-0.1	0	0.1	0.2	0.3	0.4
y	1.6	1.4	1.2	1	1.2	1.4	1.6	1.8

Наилучшей интерполяционной функцией для нее будет:

а) L_n $(n \geq 5)$;
б) $H_{4;}$
в) $L_{3;}$
г) линейная;
д) $S_{c.}$,

где H_n - многочлен Ньютона, L_n - многочлен Лагранжа, $S_{c.}$ – сплайн.

14. Таблично заданную функцию аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов многочленов первой степени $P(x)=p_0+p_1x$. Какой вид будет иметь система уравнений для определения коэффициентов p_0, p_1?

x_i	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$y(x_i)$	0.21	0.23	0.31	0.29	0.42	0.35	0.58	0.61	0.59	0.66

а) $0.9p_0+4.5p_1=4.25$
$4.5p_0+2.85p_1=2.356;$

б) $10p_0+4.5p_1=4.25$
$4.5p_0+2.85p_1=2.356;$

в) $10p_0+2.85p_1=4.25$
$2.85p_0+2.025p_1=2.356;$

г) $0.9p_0+2.85p_1=4.25$
$2.85p_0+4.5p_1=2.356;$

д) $0.9p_0+4.5p_1=4.25$
$0.9p_0+2.85p_1=2.356.$

15. Количество точек таблично заданной функции не превышает 7. Считая, что функция достаточно гладкая, определить какой интерполяционный многочлен будет для нее наиболее оптимальным

а) L_7;
б) H_4;
в) L_3;
г) H_6;
д) $S_{c\cdot}$,

где H_n - многочлен Ньютона, L_n - многочлен Лагранжа, $S_{c.}$ – сплайн.

16. Таблично заданную функцию аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов многочленов первой степени $P(x)=p_0+p_1x$. Какой вид будет иметь система уравнений для определения коэффициентов p_0, p_1?

x_i	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$y(x_i)$	0.11	0.13	0.21	0.19	0.32	0.25	0.48	0.51	0.49	0.56

а) $0.9p_0+4.5p_1=3.25$
$4.5p_0+2.85p_1=1.906;$

б) $10p_0+4.5p_1=3.25$
$4.5p_0+2.85p_1=1.906;$

в) $10p_0+2.85p_1=3.25$
$2.85p_0+2.025p_1=1.906;$

г) $0.9p_0+2.85p_1=3.25$
$2.85p_0+4.5p_1=1.906;$

д) $0.9p_0+4.5p_1=3.25$
$0.9p_0+2.85p_1=1.906.$

17. Оценить погрешность интерполяционной формулы Лагранжа при вычислении функции $y=\sqrt{x}$ в точке $x^*=10$, если выбраны узлы интерполяции $x_0=4$, $x_1=12$, $x_2=15$.

а) $R_2(10)\le 0.12;$

б) $R_2(10)\le 0.7;$

в) $R_3(10)=0.12;$

г) $R_3(10)=0.7.$

18. Дана таблично заданная функция

x	2	3	3.2	4	5	6
y	4	4.5	4.7	5.2	5.5	6

Используя линейную интерполяцию найти значение функции в точке $x=3.5$.

а) 4.89;
б) 5;
в) 7;
г) 4.85.

19. Для таблично заданной функции

x	y	y'
0	0	π
0.5	1	0
1	0	- π

построить кубический эрмитов сплайн.

$$а)\ S_3(x)=\begin{cases} H_3^1(x)=\pi x+(12-4\pi)x^2+(4\pi-16)x^3,\ x\in[0;\,0.5] \\ H_3^2(x)=1+(2\pi-12)(x-0.5)^2+(16-4\pi)(x-0.5)^3,\ x\in[0.5;\,1] \end{cases}$$

$$б)\ S_3(x)=\begin{cases} H_3^1(x)=\pi x+(4\pi-12)x^2+(16-4\pi)x^3,\ x\in[0;\,0.5] \\ H_3^2(x)=1+(2\pi-12)(x-0.5)^2+(16-4\pi)(x-0.5)^3,\ x\in[0.5;\,1] \end{cases}$$

$$в)\ S_3(x)=\begin{cases} H_3^1(x)=1+(12-4\pi)x^2+(4\pi-16)x^3,\ x\in[0;\,0.5] \\ H_3^2(x)=\pi x+(12-2\pi)(x-0.5)^2+(4\pi-16)(x-0.5)^3,\ x\in[0.5;\,1] \end{cases}$$

$$г)\ S_3(x)=\begin{cases} H_3^1(x)=\pi x+(12-4\pi)x^2+(4\pi-16)x^3,\ x\in[0.5;\,1] \\ H_3^2(x)=1+(2\pi-12)(x-0.5)^2+(16-4\pi)(x-0.5)^3,\ x\in[0;\,0.5] \end{cases}$$

20. Построить кубический интерполяционный сплайн для функции, заданной таблично:

x	0	0.1	0.2
y	1	1.301	1.608

с краевыми условиями

$$f'(0)=3.0,\quad f'(0.2)=3.12\,.$$

$$а)\ S_3(x)=\begin{cases} x^2+x+1,\ x\in[0;\,0.1] \\ x^3+3x+1,\ x\in[0.1;\,0.2] \end{cases};$$

$$б)\ S_3(x)=\begin{cases} x^3+3x+1,\ x\in[0;\,0.1] \\ x^3+3x+1,\ x\in[0.1;\,0.2] \end{cases};$$

$$в)\ S_3(x)=\begin{cases} x^2+2x+1,\ x\in[0;\,0.1] \\ x^3+3x+1,\ x\in[0.1;\,0.2] \end{cases};$$

г) $S_3(x) = \begin{cases} x^3 + x + 1, & x \in [0; 0.1] \\ x^3 + 3x + 1, & x \in [0.1; 0.2] \end{cases}.$

21. Для функции $y=3x^3-2$ запишите разделенную разность второго порядка $f(x_1, x_2, x_3)$.

а) $f(x_1, x_2, x_3)=3(x_3^3-2x_2^3+x_1^3)$;

б) $f(x_1, x_2, x_3)=3(x_3^2+2x_2^2-x_1^2+8)$;

в) $f(x_1, x_2, x_3)=3(x_3+ x_2+x_1)$;

г) $f(x_1, x_2, x_3)=3x_3^3+3x_2^3+3x_1^3$.

7 Численное интегрирование

1.Требуется вычислить

$$\int_0^4 x^4 dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ на сетке из 11 точек. Какой метод следует использовать?

а) средних прямоугольников;
б) трапеций;
в) Симпсона;
г) на указанной сетке точность не достигается;
д) левых прямоугольников.

2. Вычислите значение интеграла

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$$

по формуле трапеций с шагом 0.2.

а) 0.6956;
б) 0.7456;
в) 0.6456;
г) 0.6919;
д) нет верного ответа.

3.Требуется вычислить

$$\int_0^{3.75} x^4 dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-2}$ на сетке с шагом 0.25. Какой метод следует использовать?

а) средних прямоугольников;
б) трапеций;
в) Симпсона;
г) на указанной сетке точность не достигается;
д) левых прямоугольников.

4.Требуется вычислить

$$\int_0^4 x^4\,dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ на сетке из 41 точки. Какой метод следует использовать?

а) средних прямоугольников;
б) трапеций;
в) Симпсона;
г) на указанной сетке точность не достигается;
д) левых прямоугольников.

5. Вычислите значение интеграла

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$$

по формуле левых прямоугольников с шагом 0.2.

а) 0.6956;
б) 0.7456;
в) 0.6456;
г) 0.6919;
д) нет верного ответа.

6. Укажите составную формулу метода левых прямоугольников для численного нахождения интеграла

$$\int_a^b f(x)dx,$$

с шагом h. Где введены обозначения: $f(x_i)=f_i, i=0,1,...,n, x_0=a, x_n=b$. ($n=\dfrac{b-a}{h}$ количество точек разбиения интервала).

а) $\int_a^b f(x)dx=h(f_1+f_2+...+f_n)$;

б) $\int_a^b f(x)dx=h(f_0+f_1+...+f_n)$;

в) $\int_a^b f(x)dx=h(f_0+f_1+...+f_{n-1})$;

г) $\int\limits_a^b f(x)dx = h(f_1 + f_2 + ... + f_{n+1})$;

д) $\int\limits_a^b f(x)dx = h(f_0 + f_1 + ... + f_{n+1})$.

7. Вычислите значение интеграла

$$\int\limits_0^1 \frac{dx}{1 + x}$$

по формуле правых прямоугольников с шагом 0.2.

а) 0.6956;
б) 0.7456;
в) 0.6456;
г) 0.6919;
д) нет верного ответа.

8. Вычислите значение интеграла

$$\int\limits_0^1 \frac{dx}{1 + x}$$

по формуле средних прямоугольников с шагом 0.2.

а) 0.6856;
б) 0.7456;
в) 0.6456;
г) 0.6919;
д) нет верного ответа.

9. Вычислите значение интеграла

$$\int\limits_0^1 \frac{dx}{1 + x}$$

по формуле Симпсона с шагом 0.2.

а) 0.6500;
б) 0.7456;
в) 0.6456;

г) 0.7500;
д) нет верного ответа.

10. Определите значение главного члена погрешности при численном нахождении значения интеграла

$$\int_{0.1}^{1.1} \frac{dx}{x+2},$$

с шагом 0.2 методом средних прямоугольников.

а) $72 \cdot 10^{-5}$;
б) $1.05 \cdot 10^{-5}$;
в) $36 \cdot 10^{-5}$;
г) 0.045;
д) нет верного ответа.

11. Какой из указанных ниже подходов используется при выводе формул Ньютона-Котеса:

а) метод неопределенных коэффициентов;
б) отрезок интегрирования разбивается на n частей;
в) отрезок интегрирования разбивается на n частей, подынтегральная функция аппроксимируется по методу наименьших квадратов в полученных точках;
г) подынтегральная функция заменяется интерполяционным многочленом;
д) подынтегральная функция заменяется линейной функцией.

12. При выводе формулы Симпсона подынтегральная функция заменяется …

а) интерполяционным многочленом 1 степени;
б) интерполяционным многочленом 0 степени;
в) интерполяционным многочленом 2 степени;
г) интерполяционным многочленом 3 степени.

13. Определите метод численного интегрирования (формулу Ньютона-Котеса), при выводе которого для аппроксимации подынтегральной функции использовался интерполяционный многочлен 1 степени

а) левых прямоугольников;
б) трапеций;
в) парабол;
г) средних прямоугольников.

14. Требуется вычислить интеграл

$$\int_{0.2}^{1.2} x^3 dx$$

с шагом 0.1 методом средних прямоугольников. Выберите последовательность точек x_i, которые будут использованы в формуле:

а) 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2;
б) 0.25, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.75, 0.85, 0.95, 1.05, 1.15, 1.25;
в) 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2;
г) 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1;
д) 0.25, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.75, 0.85, 0.95, 1.05, 1.15.

15. Из перечисленных ниже названий методов численного интегрирования выберите те, которые имеют одинаковый порядок точности

а) трапеций, Симпсона, прямоугольников;
б) трапеций, Симпсона;
в) Симпсона, прямоугольников;
г) трапеций, средних прямоугольников;
д) нет методов, имеющих одинаковый порядок точности.

16. Из приведенных ниже классов формул выберите те, использование которых, дает устойчивый численный процесс

а) формулы численного дифференцирования;
б) формулы численного интегрирования и дифференцирования;
в) формулы Ньютона-Котеса численного интегрирования;
г) все ответы верны;

д) нет верного ответа.

17. Определите, с каким шагом нужно вычислить интеграл

$$\int_0^1 x^3 dx$$

методом трапеций, чтобы достичь точности 10^{-3}.

а) 0.44;
б) 0.06;
в) 0.6;
г) 0.05;
д) 0.04.

18. Требуется вычислить интеграл

$$\int_{0.2}^{1.2} x^3 dx$$

с шагом 0.1 методом левых прямоугольников. Выберите последовательность точек x_i, которые будут использованы в формуле:

а) 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2;
б) 0.25, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.75, 0.85, 0.95, 1.05, 1.15, 1.25;
в) 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2;
г) 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1;
д) 0.25, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.75, 0.85, 0.95, 1.05, 1.15.

19. Определите, с каким шагом нужно вычислить интеграл

$$\int_0^1 x^3 dx$$

методом средних прямоугольников, чтобы достичь точности 10^{-3}.

а) 0.4;
б) 0.063;
в) 0.63;
г) 0.08;
д) 0.085.

20. Из приведенных ниже формул выберите ту, которая является оценкой погрешности метода Симпсона в целом. (M_i - максимальное значение i-ой производной подынтегральной функции, h – шаг интегрирования, a, b – границы отрезка интегрирования)

а) $\varepsilon \le \dfrac{(b-a)}{12} M_2 h^2$*;*

б) $\varepsilon \le \dfrac{(b-a)}{24} M_2 h^2$*;*

в) $\varepsilon \le \dfrac{(b-a)}{90} M_4 h^4$*;*

г) $\varepsilon \le (b-a) M_1 h$*;*

д) $\varepsilon \le \dfrac{(b-a)}{12} M_2 h$.

21. Из приведенных ниже методов численного интегрирования, выберите те, которые имеют первый порядок точности:

1) левых прямоугольников;
2) правых прямоугольников;
3) средних прямоугольников;
4) трапеций;
5) парабол.

а) 1), 2), 3);
б) 3), 4);
в) 4);
г) 5);
д) 1), 2) .

22. Укажите составную формулу метода правых прямоугольников для численного нахождения интеграла

$$\int_a^b f(x)dx,$$

с шагом h. Где введены обозначения: $f(x_i) = f_i,\ i = 0,1,...n,\ x_0 = a,\ x_n = b$. ($n = \dfrac{b-a}{h}$ количество точек разбиения интервала).

а) $\int_a^b f(x)dx = h(f_1 + f_2 + ... + f_n)$;

б) $\int_a^b f(x)dx = h(f_0 + f_1 + ... + f_n)$;

в) $\int_a^b f(x)dx = h(f_0 + f_1 + ... + f_{n-1})$;

г) $\int_a^b f(x)dx = h(f_1 + f_2 + ... + f_{n+1})$.

23. Вычислите значение интеграла

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 + x}$$

с точностью $E \le 0.01$, используя формулу левых прямоугольников с начальным шагом $h=0.2$. Далее при каждой итерации шаг уменьшается в 2 раза.

а) 0.745635;
б) 0.699436;
в) 0.718771;
г) 0.705803;
д) 0.696282 .

24. Приближенное значение интеграла

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 + x},$$

вычисленное по формуле левых прямоугольников, равно 0.696282. Начальный шаг $h=0.2$. При каждой следующей итерации он уменьшается в 2 раза. Определите номер итерации, на которой было получено данное значение.

а) 1;
б) 2;
в) 3;
г) 4;
д) 5 .

25. Приближенное значение интеграла

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 + x},$$

вычисленное по формуле левых прямоугольников, равно 0.696282. Начальный шаг *h=0.2.* При каждой следующей итерации шаг уменьшается в 2 раза. Определите шаг интегрирования, с которым было получено данное значение.

а) 0.2;
б) 0.1;
в) 0.05;
г) 0.025;
д) 0.0125.

26.Требуется вычислить

$$\int_0^4 10\, x^3 dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ на сетке из 11 точек. Какой метод следует использовать?

а) средних прямоугольников;
б) трапеций;
в) Симпсона;
г) на указанной сетке точность не достигается;
д) левых прямоугольников.

27.Требуется вычислить

$$\int_0^1 x^3 dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ на сетке из 41 точки. Какой метод будет наиболее оптимальным?

а) трапеций;
б) правых прямоугольников;
в) Симпсона;
г) на указанной сетке точность не достигается;
д) левых прямоугольников.

28.Требуется вычислить

$$\int_0^1 x^4 dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-4}$ на сетке из 81 точки. Какой метод следует использовать?

а) средних прямоугольников;
б) трапеций;
в) правых прямоугольников;
г) на указанной сетке точность не достигается;
д) левых прямоугольников.

29.Требуется вычислить

$$\int_0^1 (x^2 + 3x)dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ на сетке из 41 точки. Какой метод будет наиболее оптимальным?

а) правых прямоугольников;
б) трапеций;
в) Симпсона;
г) на указанной сетке точность не достигается;
д) левых прямоугольников.

30. Из перечисленных ниже формул выберите ту, которая является в малом оценкой погрешности для метода трапеций. (M_i - максимальное значение i-ой производной подынтегральной функции, h – шаг интегрирования, a, b – границы отрезка интегрирования)

а) $\varepsilon_k \le \dfrac{(b-a)}{90} M_4 h^4;$

б) $\varepsilon_k \le \dfrac{h^5}{90} M_4;$

в) $\varepsilon_k \le \dfrac{h^3}{12} M_2;$

г) $\varepsilon_k \le \dfrac{(b-a)h^2}{12} M_2;$

д) $\varepsilon_k \le \dfrac{h^3}{24} M_2.$

8 Численное дифференцирование

1. Какая из формул дает вычисление $f'(x_i)$ со вторым порядком точности (сетка равномерная, h-шаг)?

а) $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{h}$;

б) $\dfrac{f_{i+1} - f_i}{h}$;

в) $\dfrac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$;

г) $\dfrac{f_{i+1} - 2f_i - f_{i-1}}{h^2}$;

д) $h\sum_{i=0}^{n-1} f_i$.

2. Какая из формул дает вычисление $f'(x_i)$ с первым порядком точности (сетка равномерная, h-шаг)?

а) $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{h}$;

б) $\dfrac{2f_{i+1} - f_i}{2h}$;

в) $\dfrac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$;

г) $\dfrac{f_{i+1} - 2f_i - f_{i-1}}{h^2}$;

д) $h\sum_{i=0}^{n-1} f_i$.

3. Какая из формул дает вычисление $f''(x_i)$ со вторым порядком точности (сетка равномерная, h-шаг)?

а) $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{h}$;

б) $\dfrac{f_{i+1} - f_i - f_{i-1}}{h^2}$;

в) $\dfrac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$;

г) $\dfrac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2}$;

д) $h\sum\limits_{i=0}^{n-1} f_i$.

4. Найдите значение первой производной функции, заданной таблично:

x_i	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$f(x_i)$	1.10	1.16	1.20	1.28	1.33

в точке $x = 0.2$, используя направленные разности «вперед» с первым порядком точности.

а) 1.6;
б) 0.8;
в) 1.2;
г) 0.85;
д) 16.

5. Найдите значение второй производной функции, заданной таблично:

x_i	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$f(x_i)$	1.10	1.16	1.20	1.28	1.33

в точке $x = 0.2$.

а) 1.6;
б) 0.8;
в) 1.2;
г) 0.85;
д) 16.

6. Найдите значение первой производной функции, заданной таблично:

x_i	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$f(x_i)$	1.10	1.16	1.20	1.28	1.33

в точке $x = 0.2$, используя направленные разности «назад» с первым порядком точности.

а) 1.6;
б) 0.8;
в) 1.2;
г) 0.85;
д) 16.

7. Найдите значение первой производной функции, заданной таблично:

x_i	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$f(x_i)$	1.10	1.16	1.20	1.28	1.33

в точке $x = 0.2$, используя симметричную аппроксимацию.

а) 1.6;
б) 0.8;
в) 1.2;
г) 0.85;
д) 16.

8. Функция $f(x)$ задана таблично:

x_i	x_0	x_1	…	x_n
$f(x_i)$	y_0	y_1	…	y_n

Для нахождения $f'(x_{i+2})$ используется метод неопределенных коэффициентов

$$f'(x_{i+2}) = c_0 f(x_{i+2}) + c_1 f(x_{i+3}).$$

Чему равны коэффициенты c_0, c_1?

а) $c_0 = -\frac{1}{h}; c_1 = \frac{1}{h}$;

б) $c_0 = \frac{1}{h}; c_1 = -\frac{1}{h}$;

в) $c_0 = -\frac{1}{h}; c_1 = -\frac{1}{h^2}$;

г) $c_0 = -\frac{1}{h^2}$; $c_1 = \frac{1}{h^2}$;

д) $c_0 = \frac{1}{h^2}$; $c_1 = -\frac{1}{h^2}$.

9. Для вычисления $f'(x_i)$ используется метод неопределенных коэффициентов:

$$f'(x_i) = c_0 f(x_i) + c_1 f(x_{i+1}) + E$$

Из приведенных ниже вариантов выберите для этой формулы главный член погрешности.

а) $\frac{h^2}{4} f_i''$;

б) $\frac{h^2}{8} f_{i+1}'''$;

в) $\frac{h}{4} f_i'''$;

г) $\frac{h}{2} f_i''$;

д) $\frac{h}{2} f_{i+1}''$.

10. Для функции, заданной таблично:

x_i	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0
$f(x_i)$	10	10.5	11.1	11.7	12.3	12.9	13.6	14.3	15.0	15.7	16.5

требуется вычислить первую производную в точке *2.5* со вторым порядком точности. Определите формулу, которая позволит достичь требуемого результата.

а) $y'(2.5) = \frac{y(2.6) - y(2.5)}{0.1}$;

б) $y'(2.5) = \frac{y(2.5) - y(2.4)}{0.1}$;

в) $y'(2.5) = \frac{y(2.6) - y(2.4)}{0.2}$;

г) $y'(2.5)=\dfrac{y(2.6)-y(2.4)}{0.1}$;

11. Для функции, заданной таблично, выберите формулу для вычисления $y'(x_{i+2})$. (h - шаг)

а) $y'(x_{i+2})=\dfrac{y(x_{i+3})+y(x_{i+2})}{h}$;

б) $y'(x_{i+2})=\dfrac{y(x_{i+2})-y(x_{i+1})}{h}$;

в) $y'(x_{i+2})=\dfrac{y(x_{i+3})-y(x_{i+2})}{2h}$;

г) $y'(x_{i+2})=\dfrac{y(x_{i+4})-y(x_{i+3})}{h}$;

д) $y'(x_{i+2})=\dfrac{y(x_{i+3})+y(x_{i+2})}{2h}$.

12. Пусть функция *f(x)* задана таблично

x_i	x_0	…	x_n
$f(x_i)$	y_0	…	y_n

Для нахождения $y'(x_{i+3})$ используется метод неопределенных коэффициентов:

$$y'(x_{i+3})=c_0y_{i+2}+c_1y_{i+3}+c_2y_{i+4}.$$

Определите вид коэффициентов c_0, c_1, c_2?

а) $c_0=-\dfrac{1}{2h},\ c_1=0,\ c_2=\dfrac{1}{2h}$;

б) $c_0=\dfrac{1}{2h},\ c_1=\dfrac{1}{2h},\ c_2=\dfrac{1}{2h}$;

в) $c_0=-\dfrac{1}{2h},\ c_1=\dfrac{1}{2h},\ c_2=0$;

г) $c_0=-\dfrac{1}{2h},\ c_1=-\dfrac{1}{2h},\ c_2=\dfrac{1}{2h}$;

д) $c_0 = -\frac{1}{h}, c_1 = 0, c_2 = \frac{1}{h}$.

13. Пусть функция *f(x)* задана таблично:

x_i	x_0	…	x_n
$f(x_i)$	y_0	…	y_n

Требуется вычислить $f'(x_n)$ с первым порядком точности. Какие формулы численного дифференцирования для этого следует использовать?

а) направленные разности «вперед»;
б) направленные разности «назад»;
в) симметричная аппроксимация;
г) направленные разности «вперед», симметричная аппроксимация;
д) любой метод подходит.

14. Пусть функция *f(x)* задана таблично:

x_i	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
$f(x_i)$	0.10	0.21	0.41	0.52	0.68

Требуется вычислить значение производной в точке $x= 0.35$ со вторым порядком точности. Какие методы численного дифференцирования для этого следует использовать?

1) двухточечные направленные разности «вперед»;
2) двухточечные направленные разности «назад»;
3) симметричная аппроксимация;
4) трехточечные направленные разности «вперед».

а) только 1);
б) только 2);
в) только 3);
г) 1), 2);
д) 3), 4).

15. Пусть функция *f(x)* задана таблично. Требуется определить производную во внутренних узлах сетки со вторым порядком точности. Какие методы для этого следует использовать?

1) двухточечные направленные разности «вперед»;
2) двухточечные направленные разности «назад»;
3) симметричная аппроксимация;
4) трехточечные направленные разности «вперед»;
5) трехточечные направленные разности «назад».

а) 1), 2);
б) 3), 4), 5);
в) 3);
г) 4), 5);
д) 1), 2), 3).

16. Из приведенных ниже вариантов выберите формулы, являющиеся в общем случае (при любом шаге h) неустойчивыми.

а) $y'(x_i) = \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h}$;

б) $\int\limits_a^b f(x)dx = h\sum\limits_{i=1}^{n} f(x_i)$;

в) $f(x) = \sum\limits_{i=0}^{n} y_i \dfrac{\prod\limits_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n}(x - x_j)}{\prod\limits_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n}(x_i - x_j)}$;

г) $\int\limits_a^b f(x)dx = h\sum\limits_{i=0}^{n-1} f(x_i)$;

д) нет верного ответа.

17. Из ниже приведенных формул выберите ту, которая является главным членом погрешности аппроксимации *f '(x*$_i$*)* на основе симметричной разности.

а) $f'''(x_i)\dfrac{h^2}{3!}$;

б) $f'''(x_i)\dfrac{h^3}{3!}$;

в) $f''(x_i)\dfrac{h^2}{6}$*;*

г) $f''(x_i)\dfrac{h}{2}$*;*

д) $f'''(x_i)\dfrac{h^3}{4!}$.

18. Для функции $y=x^3+7x$, которая задана таблично с шагом $h=0.1$, вычисляется первая производная в точке $x=1$ на основе симметричной аппроксимации. Чему равна погрешность?

а) $E \le 0.01$*;*
б) $E \le 0.3$*;*
в) $E \le 0$*;*
г) $E \le 0.02$*;*
д) $E \le 0.003$.

19. Пусть функция *f(x)* задана таблично. Требуется определить производную во всех узлах сетки со вторым порядком точности. Какие из приведенных формул для этого следует использовать?

1) $\dfrac{f_{i+1}-f_i}{h}$;

2) $\dfrac{f_i-f_{i-1}}{h}$;

3) $\dfrac{f_{i+1}-f_{i-1}}{2h}$;

4) $\dfrac{-3f_i+4f_{i+1}-f_{i+2}}{2h}$;

5) $\dfrac{f_{i-2}-4f_{i-1}+3f_i}{2h}$.

а) 1), при i=0, … , n;
2), при i=0, … , n;

б) 3), при i=0,…, n;

в) 3), при i=1, …, n-1;
4), при i=0;

5), при i=n;

г) 4), при i=0, … , n;

д) 5), при i=0, … , n.

20. Найдите значение первой производной функции, заданной таблично:

x_i	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$f(x_i)$	1.10	1.16	1.20	1.28	1.33

в точке $x = 0.2$, используя направленные разности «вперед» со вторым порядком точности.

а) 1.6;
б) 1.9;
в) 1.2;
г) 0.85;
д) 16.

21. Найдите значение первой производной функции, заданной таблично:

x_i	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$f(x_i)$	1.10	1.16	1.20	1.28	1.33

в точке $x = 0.2$, используя направленные разности «назад» со вторым порядком точности.

а) 1.6;
б) 0.8;
в) 1.2;
г) 0.85;
д) 0.6.

22. Пусть функция $f(x)$ задана таблично:

x_i	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
$f(x_i)$	0.10	0.21	0.41	0.52	0.68

Требуется вычислить значение $f'(x_i)$ в точке $x_i = 0.3$ со вторым порядком точности. Какие формулы численного дифференцирования для этого следует использовать?

1) $\dfrac{f_{i+1} - f_i}{h}$;

2) $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{h}$;

3) $\dfrac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$;

4) $\dfrac{-3f_i + 4f_{i+1} - f_{i+2}}{2h}$;

5) $\dfrac{f_{i-2} - 4f_{i-1} + 3f_i}{2h}$.

а) только 1);
б) только 2);
в) только 3);
г) 3), 4), 5);
д) 4), 5).

23. Для вычисления производной таблично заданной функции в узлах используется численный процесс:

$$f_i' = \frac{f_i - f_{i-1}}{h} + E\ .$$

Чему равен главный член погрешности?

а) $\dfrac{h}{4} f''_{i-1}$;

б) $\dfrac{h^2}{2} f''_{i-1}$;

в) $\dfrac{h^2}{4} f''_i$;

г) $\dfrac{h^2}{6} f'''_i$;

д) $\dfrac{h}{2} f''_i$

24. Какая из формул дает вычисление $f'(x_i)$ со вторым порядком точности (сетка равномерная, h-шаг)?

а) $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{h}$;

б) $\dfrac{f_{i+1} - f_i}{h}$;

в) $\dfrac{-3f_i + 4f_{i+1} - f_{i+2}}{2h}$;

г) $\dfrac{f_{i+1} - 2f_i - f_{i-1}}{h^2}$;

д) $h\sum\limits_{i=0}^{n-1} f_i$.

25. Какая из формул дает вычисление $f'(x_i)$ со вторым порядком точности (сетка равномерная, h-шаг)?

а) $\dfrac{f_{i-2} - 4f_{i-1} + 3f_i}{2h}$;

б) $\dfrac{2f_{i+1} - f_i}{2h}$;

в) $\dfrac{f_{i+1} - f_i}{h}$;

г) $\dfrac{f_{i+1} - 2f_i - f_{i-1}}{h^2}$;

д) $h\sum\limits_{i=0}^{n-1} f_i$.

26. Пусть функция $f(x)$ задана таблично:

x_i	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
$f(x_i)$	0.10	0.21	0.41	0.52	0.68

Требуется вычислить значение $f'(x_i)$ в точке $x_i = 0.40$ со вторым порядком точности. Какие формулы численного дифференцирования для этого следует использовать?

1) $\dfrac{f_{i+1} - f_i}{h}$;

2) $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{h}$;

3) $\dfrac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$;

4) $\dfrac{-3f_i + 4f_{i+1} - f_{i+2}}{2h}$;

5) $\dfrac{f_{i-2} - 4f_{i-1} + 3f_i}{2h}$.

а) только 1);
б) только 3);
в) 3), 5);
г) 3), 4), 5);
д) 4), 5).

27. Пусть функция *f(x)* задана таблично:

x_i	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
$f(x_i)$	0.10	0.21	0.41	0.52	0.68

Требуется вычислить значение $f'(x_i)$ в точке $x_i = 0.2$ со вторым порядком точности. Какие формулы численного дифференцирования для этого следует использовать?

1) $\dfrac{f_{i+1} - f_i}{h}$;

2) $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{h}$;

3) $\dfrac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$;

4) $\dfrac{-3f_i + 4f_{i+1} - f_{i+2}}{2h}$;

5) $\dfrac{f_{i-2} - 4f_{i-1} + 3f_i}{2h}$.

а) 1);
б) 2);
в) 3);
г) 3), 4), 5);

д) 3), 4).

28. Для функции $y=x^3+7x$, заданной таблично с шагом $h=0.1$, вычисляется вторая производная в точке $x=1$. Чему равна погрешность?

а) $\varepsilon \leq 0.01$;
б) $\varepsilon \leq 0.3$;
в) $\varepsilon \leq 0$;
г) $\varepsilon \leq 0.02$;
д) $\varepsilon \leq 0.003$.

29. Для функции $y=x^3+7x$, заданной таблично с шагом $h=0.1$, вычисляется первая производная в точке $x=1$ с использованием направленной разности «вперед» с первым порядком точности. Чему равна погрешность?

а) $\varepsilon \leq 0.01$;
б) $\varepsilon \leq 0.3$;
в) $\varepsilon \leq 0.02$;
г) $\varepsilon \leq 0.0001$;
д) $\varepsilon \leq 0.003$.

30. Для функции $y=x^3+7x$, заданной таблично с шагом $h=0.1$, вычисляется первая производная в точке $x=1$ с использованием направленной разности «вперед» со вторым порядком точности. Чему равна погрешность?

а) $\varepsilon \leq 0.01$;
б) $\varepsilon \leq 0.3$;
в) $\varepsilon \leq 0.02$;
г) $\varepsilon \leq 0.0001$;
д) $\varepsilon \leq 0.003$.

31. Пусть функция $f(x)$ задана таблично. Требуется определить производную во всех узлах сетки со вторым порядком точности. Какие из приведенных формул для этого следует использовать?

1) $\dfrac{f_{i+1} - f_i}{h}$;

2) $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{h}$;

3) $\dfrac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$;

4) $\dfrac{-3f_i + 4f_{i+1} - f_{i+2}}{2h}$;

5) $\dfrac{f_{i-2} - 4f_{i-1} + 3f_i}{2h}$.

а) 1), при i=0, … , n;
2), при i=0, … , n;

б) 3), при i=0,…, n-1;

в) 4), при i=0;
5), при i=1, …, n;

г) 4), при i=0, … , n-2;
5), при i=n-1, n;

д) 5), при i=0, … , n.

9 Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

1. Требуется численно решить задачу Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u),\ u(0) = u^{(0)},\ t>0$$

со вторым порядком точности. Какой метод будет оптимальным для использования?

а) $\dfrac{u_{n+1} - u_n}{\tau} - f(t_n, u_n) = 0 \quad n = 0,1,2,... \quad u_0 = u^{(0)}$

б) $\dfrac{u_{n+1} - u_n}{\tau} - f(t_{n+1/2}, u_{n+1/2}) = 0 \quad n = 0,1,2,... \quad u_0 = u^{(0)}$

в) $\dfrac{u_{n+1/2} - u_n}{0.5\tau} - f(t_n, u_n) = 0 \quad \dfrac{u_{n+1} - u_n}{\tau} - f(t_{n+1/2}, u_{n+1/2}) = 0$
$n = 0,1,2,... \quad u_0 = u^{(0)}$

г) $\dfrac{u_{n+1} - u_n}{\tau} - \dfrac{1}{2}(f(t_n, u_n) + f(t_{n+1}, u_{n+1})) = 0$
$n = 0,1,2,... \quad u_0 = u^{(0)}$

д) правильного ответа нет.

2. Требуется численно решить задачу Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u)\ ,u(0) = u^{(0)},\ t>0$$

с первым порядком точности. Какой метод будет оптимальным для использования?

а) $\dfrac{u_{n+1/2} - u_n}{0.5\tau} - f(t_n, u_n) = 0 \quad \dfrac{u_{n+1} - u_n}{\tau} - f(t_{n+1/2}, u_{n+1/2}) = 0$
$n = 0,1,2,... \quad u_0 = u^{(0)}$

б) $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-f(t_{n+1/2},u_{n+1/2})=0 \quad n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

в) $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-f(t_n,u_n)=0 \quad n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

г) $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-\dfrac{1}{2}(f(t_n,u_n)+f(t_{n+1},u_{n+1}))=0 \; n=0,1,2,...$
$u_0=u^{(0)}$

д) данная точность недостижима.

3. Требуется численно решить задачу Коши

$$\frac{du(t)}{dt}=f(t,u)\ ,u(0)=u^{(0)}\ ,\ t>0$$

со вторым порядком точности. Какой метод будет оптимальным для использования?

а) $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-f(t_n,u_n)=0 \quad n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

б) $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{0.5\tau}-f(t_{n+1/2},u_{n+1/2})=0 \; n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

в) $\dfrac{u_{n+1/2}-u_n}{2\tau}-f(t_n,u_n)=0 \quad \dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-f(t_{n+1/2},u_{n+1/2})=0$
$n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

г) $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-\dfrac{1}{2}(f(t_n,u_n)+f(t_{n+1},u_{n+1}))=0 \; n=0,1,2,...$
$u_0=u^{(0)}$

д) правильного ответа нет

4. Выберите расчетные формулы, которые являются методом предиктор-корректор численного решения задачи Коши

$$\frac{du(t)}{dt}=f(t,u),\ u(0)=u^{(0)},\ t>0.$$

а) $\dfrac{u_{n+2}-u_n}{2\tau}-f(t_n,u_n)=0 \quad \dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-f(t_{n+2}u_{n+2})=0$;
$n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

б) $\dfrac{u_{n+1/2}-u_n}{\tau}-f(t_{n+1/2},u_{n+1/2})=0,\, n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$;

в) $\dfrac{u_{n+1/2}-u_n}{0.5\tau}-f(t_n,u_n)=0 \quad \dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-f(t_{n+1/2},u_{n+1/2})=0$;
$n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

г) $\dfrac{u_{n+1/2}-u_n}{0.5\tau}-f(t_{n-1},u_{n-1})=0 \quad \dfrac{u_{n+1}-u_{n+1/2}}{0.5\tau}-f(t_{n+1/2},u_{n+1/2})=0$;
$n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

д) $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{2\tau}-f(t_n,u_n)=0 \quad \dfrac{u_{n+1}-u_n}{\tau}-f(t_{n+1},u_{n+1})=0$.
$n=0,1,2,... \quad u_0=u^{(0)}$

5. Выберите таблицу, являющуюся решением задачи Коши

$$\frac{du(t)}{dt}=2t^2+2u \quad ,u(0)=1$$

методом Эйлера на отрезке *[0; 1]* с шагом *0.2*.

а)

t	*0*	*0.2*	*0.4*	*0.6*	*0.8*	*1*
u(t)	*1*	*1.44*	*2.1041*	*3.1183*	*4.6747*	*7.04272*

б)

t	*0*	*0.2*	*0.4*	*0.6*	*0.8*	*1*
u(t)	*1*	*1.4*	*1.976*	*2.8304*	*4.10656*	*6.005184*

в)

t	*0*	*0.2*	*0.4*	*0.6*	*0.8*	*1*
u(t)	*1*	*1.4977*	*2.2783*	*3.5202*	*5.4895*	*8.5836*

г)

t	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
u(t)	1	1.4923	2.2466	3.4176	5.2288	8.0032

6. Выберите таблицу, являющуюся решением задачи Коши

$$y' = \frac{x + y}{1 - x},\ y(0) = 0,\ 0 \le x \le 0.4,\ h=0.2$$

методом Эйлера.

а)

x	0	0.2	0.4
y	0	0	0.05

б)

x	0	0.2	0.4
y	0	0.05	0.2

в)

x	0	0.2	0.4
y	0	0.022	0.122

7. Требуется численно решить задачу Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u),\ u(0) = u^{(0)},\ t>0.$$

Выберите методы, позволяющие найти решение со вторым порядком точности.

1) $u_{i+1} = u_i + \tau f(t_i, u_i)$. $u_0 = u^{(0)}, n = 0,1,2,...$;

2) $u_{i+1} = u_i + 0.5\tau\left[f(t_i, u_i) + f(t_{i+1}, u_{i+1})\right]$. $u_0 = u^{(0)}, n = 0,1,2,...$;

3) $u_{i+1/2} = u_i + 0.5\tau f(t_i, u_i),\ u_{i+1} = u_i + \tau f(t_{i+1/2}, u_{i+1/2})$. $u_0 = u^{(0)}, n = 0,1,2,...$;

а) 1), 2), 3);
б) 2);
в) 3);
г) 2), 3);
д) 1), 3).

8. Выберите таблицу, являющуюся решением задачи Коши

$$y' = \frac{x + y}{1 - x}\ .\ y(0) = 0,\ 0 \le x \le 0.4,\ h{=}0.2$$

методом предиктор-корректор.

а)

x	*0*	*0.2*	*0.4*
y	*0*	*0*	*0.05*

б)

x	*0*	*0.2*	*0.4*
y	*0*	*0.05*	*0.2*

в)

x	*0*	*0.2*	*0.4*
y	*0*	*0.022*	*0.122*

9. Для численного решения задачи Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u)\ .\ u(0) = u^{(0)}\ .\ t>0$$

используется метод Эйлера. Выберите главный член ошибки аппроксимации метода.

а) $\frac{\tau}{2}\max\limits_{i=0,n}\left|u''(t_i)\right|$;

б) $\frac{\tau^2}{2}\max\limits_{i=0,n}\left|u''(t_i)\right|$;

в) $\frac{\tau}{2}\max\limits_{i=0,n}\left|u'(t_i)\right|$;

г) $\frac{\tau^2}{2}\max\limits_{i=0,n}\left|u(t_i)\right|$;

д) $\frac{\tau}{2}\max\limits_{i=0,n}\left|u(t_i)\right|$.

10. Требуется численно решить задачу Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u).\ u(0) = u^{(0)}.\ t>0$$

с первым порядком точности. Какие из перечисленных методов для этого следует использовать:

а) Эйлера, предиктор-корректор;
б) Эйлера;
в) предиктор-корректор, двухэтапный метод Рунге-Кутта;
г) двухэтапный метод Рунге-Кутта;
д) нет верного ответа.

11. Выберите таблицу, являющуюся решением задачи Коши

$$y' = \cos y + 3x,\ y(0)=1.3$$

методом Эйлера на отрезке *[0;1]* с шагом *h=0.2*.

а)

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
y_i	1.3	1.35	1.52	1.77	2.09	2.47

б)

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
y_i	1.35	1.52	1.77	2.09	2.47	2.99

в)

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
y_i	1.3	1.3	1.35	1.52	1.77	2.09

г)

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
y_i	1.52	1.77	2.09	2.77	2.99	3.01

12. Найдите значения *y(0.1), z(0.1)* численного решения задачи Коши из системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} y' = e^{-y^2-z^2} + 2x \\ z' = 2y^2 + z \end{cases},$$

$$y(0)=0.5,\ z(0)=1$$

методом Эйлера с шагом *h=0.1*.

а) y(0.1)=1.15, z(0.1)=0.53;
б) y(0.1)=0.846, z(0.1)=1.15;
в) y(0.1)=1.15, z(0.1)=0.846;
г) y(0.1)=0.63, z(0.1)=0.846;
д) y(0.1)=0.53, z(0.1)=1.15.

13. Найдите значение *y(0.2)* из численного решения дифференциального уравнения

$$y'' = 2y^2 + xy'$$

методом Эйлера с шагом *h=0.1*. Начальные условия *y(0)=1, y′(0)=0.*

а) 1;
б) 0;
в) 1.02;
г) 0.2;
д) 0.04.

14. Найдите значение *y(2.2)* из численного решения дифференциального уравнения

$$y' = x^2 + xy + y$$

методом Рунге-Кутта IV порядка точности с использованием схемы:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\,.$$

Начальные условия *y(2)=1.2*, шаг *h=0.2.*

а) 3.44;
б) 2.72;
в) 2;
г) 1.9;
д) 4.7.

15. Из ниже перечисленных методов решения ОДУ выберите те, которые являются явными

а) Адамса-Моултона, Эйлера;
б) Адамса-Башфорта, предиктор-корректор;
в) Адамса-Моултона, Адамса-Башфорта;
г) нет верного ответа;

16. Выберите расчетные формулы для численного решения задачи Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u),\ u(0) = u^{(0)},\ t>0$$

методом Адамса-Башфорта со вторым порядком точности.

а) $u_{n+1} = u_n + \tau f(t_n, u_n) \quad n = 0,1,2,\ldots \quad u_0 = u^{(0)}$

б) $u_{n+1} = u_n + \frac{\tau}{2}(3f(t_n, u_n) - f(t_{n-1}, u_{n-1})) \quad n = 0,1,2,\ldots$
$u_0 = u^{(0)}$

в) $u_{n+1} = u_n + \frac{\tau}{12}(23f(t_n, u_n) - 16f(t_{n-1}, u_{n-1}) + 5f(t_{n-2}, u_{n-2}))$
$n = 0,1,2,\ldots \quad u_0 = u^{(0)}$

г) $u_{n+1} = u_n + \frac{\tau}{2}(f(t_n, u_n) + f(t_{n+1}, u_{n+1})) \quad n = 0,1,2,\ldots$
$u_0 = u^{(0)}$

д) $u_{n+1} = u_n + \frac{\tau}{12}(5f(t_{n+1}, u_{n+1}) + 8f(t_n, u_n) - f(t_{n-1}, u_{n-1}))$.
$n = 0,1,2,\ldots \quad u_0 = u^{(0)}$

17. При численном решении задачи Коши

$$y' = x^2 + xy + y^2, y(2) = 1.2$$

методом Эйлера с начальным шагом 0.2 было получено решение *y(2.2)=3.656*. Определите шаг, с которым было получено это решение.

а) 0.2;
б) 0.05;

в) 0.1;
г) 0.4;
д) 0.025.

18. Выберите расчетные формулы для численного решения задачи Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u).\ u(0) = u^{(0)}.\ t>0$$

методом Адамса-Моултона с третьим порядком точности.

а) $u_{n+1} = u_n + \tau f(t_{n+1}, u_{n+1})\quad n = 0,1,2,...\quad u_0 = u^{(0)}$

б) $u_{n+1} = u_n + \frac{\tau}{2}(-f(t_{n-1}, u_{n-1}) + 3f(t_n, u_n))$
$n = 0,1,2,...\quad u_0 = u^{(0)}$

в) $u_{n+1} = u_n + \frac{\tau}{12}(23f(t_n, u_n) - 16f(t_{n-1}, u_{n-1}) + 5f(t_{n-2}, u_{n-2}))$
$n = 0,1,2,...\quad u_0 = u^{(0)}$

г) $u_{n+1} = u_n + \frac{\tau}{2}(f(t_n, u_n) + f(t_{n+1}, u_{n+1}))\ n = 0,1,2,...$
$u_0 = u^{(0)}$

д) $u_{n+1} = u_n + \frac{\tau}{12}(5f(t_{n+1}, u_{n+1}) + 8f(t_n, u_n) - f(t_{n-1}, u_{n-1}))$
$n = 0,1,2,...\quad u_0 = u^{(0)}$

19. Для задачи

$$u' + u = \cos 2t \quad u(0) = 0.$$

постройте трехточечную разностную схему второго порядка точности.

а) $\frac{u_{n+1} - u_n}{\tau} + u_n = \cos(\tau n)$*;*

б) $\frac{u_{n+1} - u_n}{\tau} + 0.5(u_{n+1} + u_{n-1}) = \cos(\tau n)$*;*

в) $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{2\tau}+u_{n+1}+u_{n-1}=\cos(\tau n)$*;*

г) $\dfrac{u_n-u_{n-1}}{\tau}+u_{n-1}=\cos(\tau n-\tau)$*;*

д) $\dfrac{u_{n+1}-u_{n-1}}{2\tau}+u_n=\cos(\tau n)$.

20. Из перечисленных ниже вариантов выберите основные этапы вывода формул метода Адамса-Башфорта решения задачи Коши:

$$\frac{du(t)}{dt}=f(t,u),\ u(0)=u^{(0)},\ t>0.$$

а) 1. Интегрирование дифференциального уравнения на промежутке $[t_i;t_{i+1}]$*;*

2. Замена функции $f(t,u)$ *интерполяционным многочленом Ньютона требуемой степени.*

б) 1. Интегрирование дифференциального уравнения на промежутке $[t_i;t_{i+1}]$*;*

2. Аппроксимация $\dfrac{du(t)}{dt}$ *направленной разностью «вперед» относительно i-го узла с шагом* $\tau=t_{i+1}-t_i$.

в) 1. Аппроксимация $\dfrac{du(t)}{dt}$ *направленной разностью «вперед» относительно i-го узла с шагом* $\tau=t_{i+1}-t_i$*;*

2. Вычисление значений функции u_{i+1} *через* u_i.

г) 1. Интегрирование дифференциального уравнения на промежутке $[t_i;t_{i+1}]$*;*

2. Замена функции $f(t,u)$ *интерполяционным многочленом Лагранжа требуемой степени.*

д) нет верного ответа.

21. Требуется решить задачу Коши

$$y'=f(x,y),\quad y(0)=1$$

методом Адамса-Башфорта со вторым порядком точности, $h=0.05$. Из ниже перечисленных вариантов выберите правильную формулу для $y(0.1)$.

а) $y(0.1) = y(0.05) + 0.025(3f(0.05, y(0.05)) - f(0, y(0)))$;

б) $y(0.1) = y(0.05) + 0.05f(0, y(0))$;

в) $y(0.1) = y(0) + 0.1f(0, y(0))$;

г) $y(0.05) = y(0) + 0.05f(0, y(0))$,
$y(0.1) = y(0) + 0.05(3f(0, y(0)) - f(0.05, y(0.05)))$;

д) нет верного ответа.

22. Требуется решить задачу Коши

$$y' = x + y, \quad y(0) = 1$$

методом Рунге-Кутта IV порядка точности с использованием схемы:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).$$

Вычислите k_1, k_2, k_3, k_4 в точке $x=0.1$ при $h=0.1$.

а) $k_1=1.1$, $k_2=1.105$, $k_3=1.2105$, $k_4=1.3$;
б) $k_1=1$, $k_2=1.1$, $k_3=1.2$, $k_4=1.3$;
в) $k_1=0.1$, $k_2=1$, $k_3=1.1$, $k_4=1.105$;
г) $k_1=1$, $k_2=1.1$, $k_3=1.105$, $k_4=1.2105$;
д) $k_1=0$, $k_2=0.1$, $k_3=1$, $k_4=1.1$.

23. Продолжите предложение.

Зафиксируем точку t_i и введем последовательность разностных сеток $\{\omega_n\}: \tau \to 0$. Численное решение задачи Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u),\ u(0) = u^{(0)},\ t>0$$

сходится в точке t_i, если …

а) он сходится в каждой точке расчетной области;

б) $\left|u_i - u(t_i)\right| \underset{\tau\to 0}{\to} 0$, *где* τ *– шаг сетки,* u_i *– решение дискретной задачи,* $u(t_i)$ *– точное решение;*

в) $\left|u_i - u(t_i)\right| \underset{\tau\to\infty}{\to} 0$, *где τ – шаг сетки, u_i – решение дискретной задачи, $u(t_i)$ – точное решение;*
г) нет верного ответа.

24. Для решения задачи Коши

$$y' = f(x, y), \quad y(0) = 1$$

используется метод Адамса-Моултона со вторым порядком точности, *h=0.05*. Из ниже перечисленных вариантов выберите правильную формулу для *y(0.1)*.

а) $y(0.1) = y(0.05) + 0.05 f(0.1, y(0.1))$*;*
б) $y(0.1) = y(0.05) + 0.025(f(0, y(0)) + f(0.1, y(0.1)))$*;*
в) $y(0.1) = y(0.05) + 0.025(f(0.05, y(0.05)) + f(0.1, y(0.1)))$*;*
г) $y(0.1) = y(0) + 0.05(f(0, y(0)) + f(0.1, y(0.1)))$*;*
д) $y(0.1) = y(0.05) + 0.0042(5 f(0.1, y(0.1)) + 8 f(0.05, y(0.05)) - f(0, y(0)))$.

25. Требуется численно решить задачу Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t, u).\ u(0) = u^{(0)}.\ t>0$$

со вторым порядком точности. Какие из перечисленных методов для этого можно использовать:

а) предиктор-корректор, Рунге-Кутта;
б) Эйлера;
в) предиктор-корректор;
г) Рунге-Кутта;
д) нет верного ответа.

26. Задача Коши для ОДУ

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t, u).\ u(0) = u^{(0)}.\ t>0$$

решается с помощью схемы второго порядка точности:

$$\frac{u_{i+1} - u_i}{\tau} = \sigma_1 k_1 + \sigma_2 k_2,$$

где $k_1 = f(t_i, u_i), k_2 = f(t_i + \alpha\tau, u_i + \beta\tau k_1)$.

Выпишите систему для нахождения *α, β, σ₁, σ₂*.

а) $\begin{cases} \sigma_1 + \sigma_2 = 0 \\ \sigma_1 \alpha = 1 \\ \sigma_2 \beta = 1 \end{cases}$ *;*

б) $\begin{cases} \sigma_1 + \sigma_2 = 1 \\ \sigma_1 \alpha = 0.5 \\ \sigma_2 \beta = 0.5 \end{cases}$ *;*

в) $\begin{cases} \sigma_1 + \sigma_2 = 1 \\ \sigma_2 \alpha = 0.5 \\ \sigma_2 \beta = 0.5 \end{cases}$ *;*

г) $\begin{cases} \sigma_1 + \sigma_2 = 1 \\ \sigma_1 \alpha = 0.5 \\ \sigma_1 \beta = 0.5 \end{cases}$ *;*

д) нет верного ответа.

27. Для численного решения задачи Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u),\ u(0) = u^{(0)},\ t>0$$

используется метод предиктор-корректор. Чему равен главный член ошибки аппроксимации метода?

а) $\dfrac{\tau}{2} \max\limits_{\underline{i=0,n}} |u''(t_i)|$*;*

б) $\dfrac{\tau^2}{3!} \max\limits_{\underline{i=0,n}} |u'''(t_i)|$*;*

в) $\dfrac{\tau^3}{6} \max\limits_{\underline{i=0,n}} |u'''(t_i)|$*;*

г) $\dfrac{\tau}{3!} \max\limits_{\underline{i=0,n}} |u'(t_i)|$*;*

д) $\dfrac{\tau^3}{3!}\max\limits_{i=\overline{0,n}}\left|u'^{v}(t_i)\right|$.

28. Исследуется ошибка аппроксимации метода предиктор-корректор. Определите пропущенные члены в записи:

$$L_\tau = u'(t_i) + \frac{\tau}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial t} + f(t,u)\frac{\partial f}{\partial u}\right) + \frac{\tau^2}{6}u'''(t_i) - f(t_i,u(t_i)) - \frac{\tau}{2}\frac{\partial f}{\partial t} + \ldots + \ldots$$
$$-\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}\frac{\tau^2}{8}f^2(t_i,u(t_i)) + o(\tau^3)$$

а) $-\dfrac{\tau^2}{8}\dfrac{\partial^2 f}{\partial t^2}$, $-\dfrac{\partial f}{\partial u}\dfrac{\tau}{2}f(t_i,u(t_i))$;

б) $\dfrac{\tau}{2}u''(t_i)$, $-\dfrac{\partial f}{\partial u}\dfrac{\tau}{2}f(t_i,u(t_i))$;

в) $-\dfrac{\tau^2}{8}\dfrac{\partial^2 f}{\partial t^2}$;

г) $\dfrac{\tau^2}{2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial t^2}$;

д) запись верна, ничего не пропущено.

29. Требуется численно решить задачи Коши для ОДУ

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u).\ u(0) = u^{(0)}.\ t>0.$$

Каким интерполяционным многочленом, аппроксимируется функция $f(t,u)$ в методе Адамса-Башфорта 2 порядка точности?

а) интерполяционным многочленом Ньютона 2 степени;
б) интерполяционным многочленом Лагранжа 1 степени;
в) интерполяционным многочленом Ньютона 1 степени;
г) интерполяционным многочленом Лагранжа 3 степени.

30. Продолжите определение.
Погрешностью аппроксимации разностной схемы на решении называют…

а) сеточную функцию, полученную при подстановке точного решения в разностную задачу и характеризующую степень близости дифференциального и разностного уравнений;
б) сеточную функцию, получающуюся при подстановке приближенного значения в разностную задачу;
в) сеточную функцию, получающуюся при подстановке приближенного значения в дифференциальное уравнение;
г) нет верного ответа.

31. На последовательности сеток с шагами: $h_1=0.02$, $h_2=0.01$, $h_3=0.005$, $h_4=0.0025$ методом Эйлера были получены решения двух задач Коши:

1) $\dfrac{dy}{dx}=\sqrt{4x^2+1}-3y^2$, $y(2.6)=1.8$;

2) $\dfrac{dy}{dx}=x^2+xy+y^2$, $y(2)=1.2$.

Для первой задачи:

x	2.6	2.62	2.64	2.66	2.68	2.7
y_{h1}	1.8	1.711506	1.642442	1.588062	1.545009	1.510836
y_{h2}	1.8	1.716422	1.650115	1.59716	1.554696	1.520585
y_{h3}	1.8	1.718611	1.653581	1.601318	1.559171	1.525133
y_{h4}	1.8	1.719649	1.655233	1.603312	1.561326	1.527332

Для второй задачи:

x	2	2.02	2.04	2.06	2.08	2.1
y_{h1}	1.2	1.3568	1.530041	1.722519	1.9377	2.17993
y_{h2}	1.2	1.36084	1.539205	1.738236	1.961872	2.215127
y_{h3}	1.2	1.362971	1.544063	1.746613	1.974839	2.234149
y_{h4}	1.2	1.364067	1.546567	1.750944	1.981566	2.244057

Определите, какой из численных процессов сходится.

а) сходится решение первой задачи;
б) сходится решение второй задачи;
в) сходятся решения первой и второй задач;
г) оба решения не сходятся.

32. Из перечисленных ниже вариантов выберите систему, которая будет эквивалентна указанному дифференциальному уравнению:

$$y'' = 2y^2 + xy'.$$

а) $\begin{cases} y = k \\ k'' = 2k^2 + xk' \end{cases};$

б) $\begin{cases} y' = k \\ k' = 2y^2 + xk \end{cases};$

в) $\begin{cases} y' = k \\ k' = k(2k + x) \end{cases};$

г) $\begin{cases} y'' = k \\ k = 2y^2 + xy' \end{cases}.$

33. Для двух задач Коши:

1) $\dfrac{dy}{dx} = x^2 + xy + y^2$, $y(2)=1.2$;

2) $\dfrac{dy}{dx} = xy^3 - x^2$, $y(4)=2.6$.

на последовательности сеток с шагами $h_1=0.02$, $h_2=0.01$ методом Эйлера были получены решения:

Для первой задачи:

x	2	2.02	2.04	2.06	2.08	2.1
y_{h1}	1.2	1.3568	1.530041	1.722519	1.9377	2.17993
y_{h2}	1.2	1.36084	1.539205	1.738236	1.961872	2.215127

Для второй задачи:

x	4	4.02	4.04	4.06	4.08	4.1
y_{h1}	2.6	3.68608	7.389582	39.66715	5107.483	10910
y_{h2}	2.6	4.22731	21.37929	291.6102	41552.11	11599.11

Определите правильность и сходимость полученных численных решений.

1) верно решение первой задачи, численный процесс сходится;
2) неверно решение первой задачи, численный процесс расходится;
3) верно решение второй задачи, численный процесс сходится;
4) неверно решение второй задачи, численный процесс расходится;
5) неверно решение первой задачи, численный процесс сходится;

а) 1), 3);

б) 2), 3);
в) 4), 5);
г) 3), 5);
д) 1), 4).

34. Задача Коши для ОДУ

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t,u).\ u(0) = u^{(0)}.\ t>0$$

решается с помощью схемы:

$$\frac{u_{i+1} - u_i}{\tau} = \varphi(t,u,\tau).$$

Определите вид функции $\varphi(t,u,\tau)$, при котором указанная схема определяет классический метод Рунге-Кутта четвертого порядка.

а)

$\varphi(t,u,\tau) = \sigma_1 k_1 + \sigma_2 k_2 + \sigma_3 k_3 + \sigma_4 k_4$, *где*
$k_1 = f(t_i, u_i);$
$k_2 = f(t_i + a_2\tau, u_i + \tau b_{21} k_1)$
$k_3 = f(t_i + a_3\tau, u_i + \tau(b_{31} k_1 + b_{32} k_2))$
$k_4 = f(t_i + a_4\tau, u_i + \tau(b_{41} k_1 + b_{42} k_2 + b_{43} k_3))$

б)
$\varphi(t,u,\tau) = \sigma_1 k_1 + \sigma_2 k_2 + \sigma_3 k_3 + \sigma_4 k_4$, *где*
$k_1 = f(t_i, u_i);$
$k_2 = f(t_i + a_2\tau, u_i + \tau k_1)$
$k_3 = f(t_i + a_3\tau, u_i + \tau(k_1 + k_2))$
$k_4 = f(t_i + a_4\tau, u_i + \tau(k_1 + k_2 + k_3))$

в)
$\varphi(t,u,\tau) = \sigma_1 k_1 + \sigma_2 k_2 + \sigma_3 k_3 + \sigma_4 k_4$, *где*
$k_1 = f(t_i, u_i);$
$k_2 = f(t_i + \tau, u_i + \tau k_1)$
$k_3 = f(t_i + a\tau, u_i + \tau(k_1 + k_2))$
$k_4 = f(t_i + \tau, u_i + \tau(k_1 + k_2 + k_3))$

г)

$$\varphi(t,u,\tau) = \sigma_1 k_1 + \sigma_2 k_2 + \sigma_3 k_3 + \sigma_4 k_4, \text{ где}$$

$$k_1 = f(t_i, u_i);$$

$$k_2 = f(t_i + a_2\tau, u_i + \tau b_{21} k_1)$$

$$k_3 = f(t_i + a_3\tau, u_i + \tau(b_{31}k_1 + b_{32}k_2 + b_{33}k_3))$$

$$k_4 = f(t_i + a_4\tau, u_i + \tau(b_{41}k_1 + b_{42}k_2 + b_{43}k_3 + b_{44}k_4))$$

д) все ответы верны.

10 Решение уравнений конвективного переноса

1. Какой из приведенных ниже методов будет разностной схемой уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a > 0,$$

имеющей 2-ой порядок точности по пространству и являющейся абсолютно устойчивой?

$$а)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$$

$$б)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} + a_m^n\,\frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

$$в)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1}\,\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1}$$

$$г)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_{m+1}^n + u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

$$д)\ \frac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

2. Какая из приведенных ниже разностных схем для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x)$$

является явной и неустойчивой?

$$а)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$$

$$б)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

$$в)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} = f_m^n$$

$$г)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} + a_m^n\,\frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

3. Какой из приведенных ниже методов будет разностной схемой для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a < 0,$$

имеющей 1-ой порядок точности по пространству и являющейся абсолютно устойчивой?

$$а)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$$

$$б)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1}\,\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_m^{n+1}}{h} = f_m^{n+1}$$

$$в)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1}\,\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1}$$

$$г)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1}\,\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{h} = f_m^{n+1}$$

$$д)\ \frac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

4. Какая из приведенных ниже разностных схем построена на основе шаблона, приведенного на рисунке 1,

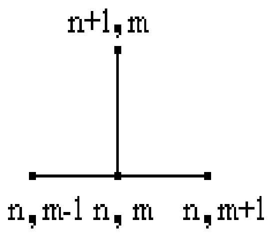

Рисунок 1

и может быть использована для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x)?$$

$$а)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n\,\frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$$

$$б)\ \frac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n - u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

$$в)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1} \frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1}$$

$$г)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

5. Продолжите предложение. Шаблон схемы – это…

а) количество слоев, использованных в построении разностной схемы;
б) расчетная область, покрытая разностной сеткой;
в) совокупность узлов разностной сетки, расположенных на одном слое;
г) точки разностной сетки, использованные в записи разностной схемы.

6. Какая из приведенных ниже разностных схем построена на основе шаблона, приведенного на рисунке 2,

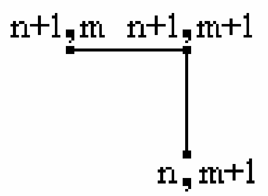

Рисунок 2

и может быть использована для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a > 0.$$

$$а)\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$$

$$б)\ \frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m+1}^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^{n+1} - u_m^{n+1}}{h} = f_m^n$$

в) $\dfrac{u_{m+1}^{n+1}-u_{m+1}^{n}}{\tau}+a_{m+1}^{n+1}\dfrac{u_{m+1}^{n+1}-u_{m}^{n+1}}{h}=f_{m+1}^{n+1}$

г) $\dfrac{u_{m}^{n+1}-u_{m}^{n}}{\tau}+a_{m}^{n+1}\dfrac{u_{m+1}^{n+1}-u_{m-1}^{n+1}}{2h}=f_{m}^{n+1}$

7. Из шаблонов, перечисленных на рисунке 3, выберите те, на основании которых можно построить явные разностные схемы, используемые для решения и уравнения конвективного переноса, и уравнения диссипации, конвекции и кинетики.

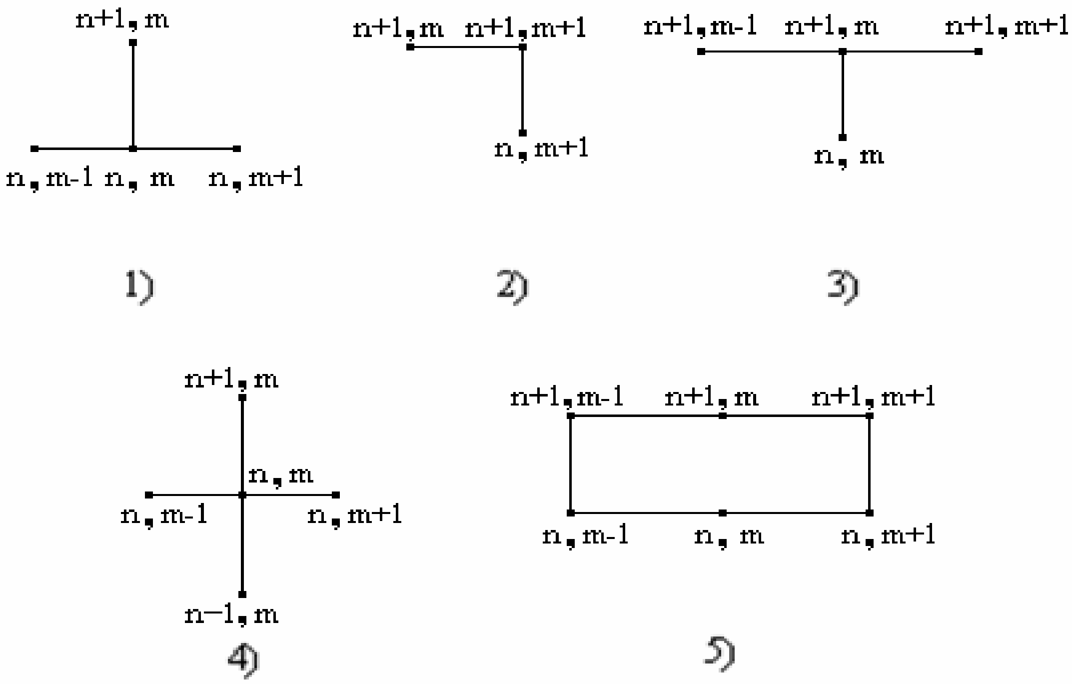

Рисунок 3

а) 1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 4);
в) 2), 3), 5);
г) 1), 3);
д) 5).

8. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t}+a\frac{\partial u}{\partial x}=f(t,x),$$

$$a>0$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n .$$

Какими свойствами она обладает?

а) явная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет первый порядок точности по времени;
б) неявная, двухслойная, условно устойчивая, имеет первый порядок точности по пространству;
в) явная, трехслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по времени;
г) явная, двухслойная, условно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству;
д) неявная, трехслойная, условно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству.

9. Разностная схема

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$$

используется для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x).$$

Выберите для нее условие устойчивости.

а) абсолютно устойчива;
б) устойчива при к≤1, где $\kappa = \frac{|a|\tau}{h}$*;*
в) схема не устойчива;
г) устойчива при к≤1, где $\kappa = \frac{a\tau}{h}$*, a>0;*

10. Разностная схема

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$$

используется для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a > 0.$$

Из ниже приведенных записей выберите ту, которая содержит члены, характеризующие главную часть ошибки аппроксимации данной схемы.

а) $\dfrac{\tau}{2}\dfrac{\partial^2 u(t_n,x_m)}{\partial t^2},\quad a_m^n \dfrac{h}{2}\dfrac{\partial^2 u(t_n,x_m)}{\partial x^2};$

б) $\dfrac{\tau}{2}\dfrac{\partial^2 u(t_n,x_m)}{\partial t^2},\quad a_m^n \dfrac{h^2}{3!}\dfrac{\partial^3 u(t_n,x_m)}{\partial x^3};$

в) $\dfrac{\tau}{6}\dfrac{\partial^2 u(t_n,x_m)}{\partial t^2},\quad a_m^n \dfrac{h^2}{6}\dfrac{\partial^2 u(t_n,x_m)}{\partial x^2};$

г) $\dfrac{\tau^2}{6}\dfrac{\partial^3 u(t_n,x_m)}{\partial t^3},\quad a_m^n \dfrac{h^2}{6}\dfrac{\partial^3 u(t_n,x_m)}{\partial x^3};$

д) $\dfrac{\tau^2}{6}\dfrac{\partial^3 u(t_n,x_m)}{\partial t^3},\quad a_m^n \dfrac{h}{2}\dfrac{\partial^2 u(t_n,x_m)}{\partial x^2},$

11. Из шаблонов, перечисленных на рисунке 4, выберите те, на основании которых можно построить неявные разностные схемы, используемые для решения уравнения конвективного переноса.

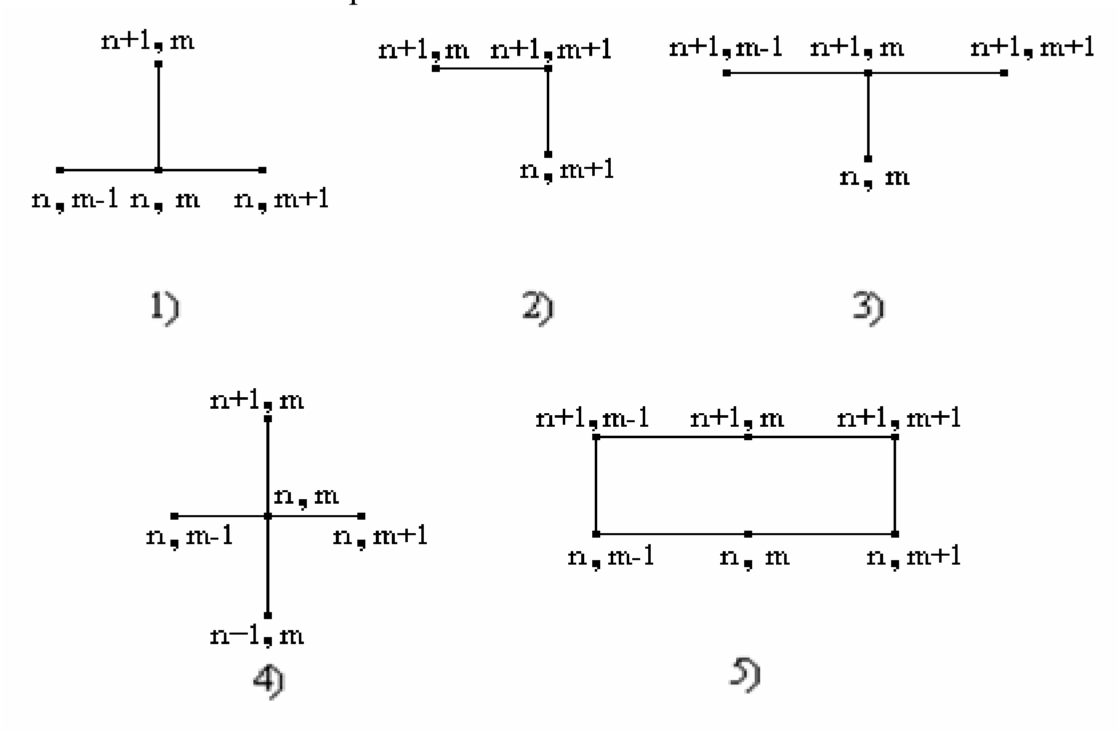

Рисунок 4

а) 1), 2), 3) 4), 5);
б) 1), 4);
в) 2), 3), 5);
г) 1), 3);
д) 5).

12. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a > 0$$

используется разностная схема

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n .$$

Укажите самый существенный недостаток данной схемы.

а) $\frac{|a|\tau}{h} \le 1$*;*
б) схема неустойчивая;
в) схема первого порядка точности по времени;
г) для применения данной схемы необходимо использовать дополнительные сеточные граничные условия;
д) схема имеет разные порядки точности по пространству и времени.

13. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a > 0$$

используется разностная схема

$$\frac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n .$$

Определите условия ее применимости.

а) $\tau \le h, \frac{|a|\tau}{h} \le 1$*;*
б) $\tau \approx h^2$*;*

в) $\tau \leq h^2$*;*

г) $\frac{h^2}{\tau} \to 0, \frac{|a|\tau}{h} \leq 1$*;*

д) нет верного ответа.

14. Требуется решить уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x)$$

со вторым порядком точности. Какие разностные схемы могут быть использованы для решения поставленной задачи?

1) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$

2) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$

3) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1} \frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1}$

4) $\frac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$

5) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + 0.5a_m^{n+1/2}(\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1})}{2h} + \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h}) = f_m^{n+1/2}$

а) 2), 3) 4), 5);

б) 1), 4);

в) 2), 3), 5);

г) 1), 3);

д) 2), 5).

15. Требуется решить уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

$$a > 0$$

с первым порядком точности. Какие разностные схемы могут быть использованы для решения поставленной задачи?

1) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \dfrac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$

2) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1} \dfrac{u_m^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{h} = f_m^{n+1}$

3) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1} \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1}$

4) $\dfrac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n \dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n$

5) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + 0.5 a_m^{n+1/2} (\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1})}{2h} + \dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h}) = f_m^{n+1/2}$

6) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \dfrac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} = f_m^n$

а) 1), 2), 3) 4), 5);
б) 1), 6);
в) 2), 3), 5);
г) 1), 2);
д) 1), 2), 6).

16. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a > 0$$
$$u(0,x)=\varphi(x),\ u(t,0)=\psi(t)$$

решается в области $G = \{0 \le t \le T,\ 0 \le x \le X\}$ с использованием разностной схемы:

$$\frac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n.$$

Как получить решение на правой границе области (в точках u_M^n, $n = \overline{1,N}$)?

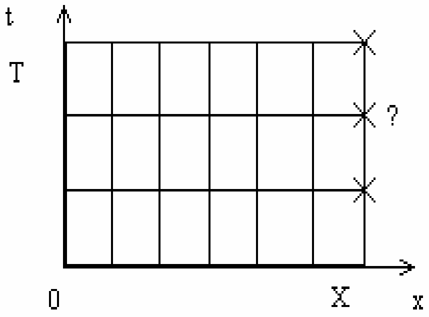

Рисунок 5

а) значения в указанных точках должны быть заданы в граничных условиях задачи;

б) привлечь для вычисления дополнительную разностную схему:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n;$$

в) привлечь для вычисления дополнительную разностную схему:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} = f_m^n;$$

г) использовать указанную разностную схему для m=M.

17. Выберите таблицу, являющуюся решением уравнения конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0.5\frac{\partial u}{\partial x} = x + 0.5t$$

в области $G = \{0 \le t \le 0.1,\ 0 \le x \le 0.3\}$

при *u(0,x)=1,*

u(t,0)=1

с использованием явной разностной схемы «левый уголок». ($\tau, h = 0.1$)

а)

	0	*0.1*	*0.2*	*0.3*
0	*1*	*1*	*1*	*1*
0.1	*1*	*1.01*	*1.02*	*1.03*

б)

	0	*0.1*	*0.2*	*0.3*
0	*1*	*1*	*1*	*1*
0.1	*1*	*1.015*	*1.025*	*1.035*

в)

	0	*0.1*	*0.2*	*0.3*
0	*1*	*1*	*1*	*1*
0.1	*1.015*	*1.025*	*1.035*	*1*

г)

	0	*0.1*	*0.2*	*0.3*
0	*1.1*	*1.2*	*1.3*	*1*
0.1	*1*	*1*	*1*	*1*

18. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0.1\frac{\partial u}{\partial x} = 1.6x + 0.1t$$

решается в области $G = \{0 \le t \le 1,\ 0 \le x \le 1\}$

при $u(0,x)=3x^2$,

$u(t,0)=0$

с использованием явной разностной схемы «левый уголок». Найти $u(0.2,0.8)$, при $\tau, h = 0.2$.

а) 0.172;
б) 1.758;
в) 1.92;
г) 3;
д) 2.092.

19. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0.1\frac{\partial u}{\partial x} = 1.6x + 0.1t$$

решается в области $G = \{0 \le t \le 1,\ 0 \le x \le 1\}$

при $u(0,x)=3x^2$,

$u(t,0)=0$

с использованием разностной схемы Лакса. Найти $u(0.2,0.2)$, при $\tau = 0.1, h = 0.2$.

а) 0;
б) 0.25;
в) 0.337;
г) 0.12;
д) 3.

20. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

$1 \geq a > 0$

решается в области $G = \{0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq X\}$

при $u(0,x)=\varphi(x)$,

$u(t,0)=\psi(t)$

с использованием разностной схемы «крест», с точностью 10^{-8}. Известно, что все значения производных функции *u* не больше *1*. Выберите возможные начальные значения τ, h, позволяющие решить поставленную задачу.

а) $\tau \geq 10^{-1}, h \geq 10^{-1}$;
б) $\tau \leq 10^{-3}, h = 10^{-1}$;
в) $\tau = 10^{-4}, h \geq 10^{-3}$;
г) $\tau = 10^{-4}, h = 10^{-4}$;
д) $\tau = 10^{-2}, h = 10^{-4}$.

21. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

$a = 1$

решается в области $G = \{0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq X\}$

при $u(0,x)=\varphi(x)$,

$u(t,0)=\psi(t)$

с использованием явной разностной схемы «левый уголок». Известно, что $u''_{tt} \le 40$, $u''_{xx} \le 20$. Выберите возможные наибольшие значения τ, h так, чтобы ошибка аппроксимации была не больше 10^{-3}?

а) $\tau \le 10^{-4}, h \le 10^{-4}$*;*
б) $\tau \le 10^{-3}, h \le 10^{-4}$*;*
в) $\tau \le 10^{-4}, h \le 10^{-5}$*;*
г) $\tau \le 10^{-3}, h \le 10^{-3}$*;*
д) нет верного ответа.

22. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

$a < 0$

решается в области $G = \{0 \le t \le T, 0 \le x \le X\}$

при $u(0,x)=\varphi(x)$,
$u(t,X)=\psi(t)$

с использованием разностной схемы Лакса. Как найти значения $u(t,0)$?

а) значения в указанных точках заданы в граничных условиях;
б) с помощью явной разностной схемы «правый уголок»;
в) с помощью явной разностной схемы «левый уголок»;
г) с помощью разностной схемы «тренога»;
д) в этих точках невозможно найти решение.

23. Для аппроксимации уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

$a > 0$

в области $G = \{0 \le t \le T, 0 \le x \le X\}$

при условиях $u(0,x)=\varphi(x)$,
$u(t,0)=\psi(t)$

используется разностная схема «крест». Из предложенных ниже вариантов выберите алгоритм численного решения поставленной задачи.

а) 1. Вычислить $M=X/h$, $N=T/\tau$*;*
2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $n = 1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^1 = \psi(t_1)$

3.2 При $1 \le m \le M - 1$ *найти значения функции* u_m^1 *по разностной схеме Лакса*

3.3 При m=M найти значение функции u_m^1 *по явной разностной схеме «левый уголок»*

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^1

4. Для $1 \le n \le N - 1$

4.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi(t_{n+1})$

4.2 При $1 \le m \le M - 1$ *найти значения функции* u_m^{n+1} *по разностной схеме «крест»*

4.3 При m=M найти значения функции u_m^{n+1} *по явной разностной схеме «левый уголок»*

4.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

б) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $n = 1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^1 = \psi(t_1)$

3.2 При $1 \le m \le M - 1$ *найти значения функции* u_m^1 *по разностной схеме «тренога»*

3.3 При m=M найти значение функции u_m^1 *по явной разностной схеме «левый уголок»*

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^1

4. Для $1 \le n \le N - 1$

4.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi(t_{n+1})$

4.2 При $1 \le m \le M - 1$ *найти значения функции* u_m^{n+1} *по разностной схеме «крест»*

4.3 При m=M найти значения функции u_m^{n+1} *по явной разностной схеме «левый уголок»*

4.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

в) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi(t_{n+1})$

3.2 При $1 \le m \le M-1$ *найти значения функции* u_m^{n+1} *по разностной схеме «крест»*

3.3 При m=M найти значения функции u_m^{n+1} *по явной разностной схеме «левый уголок»*

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

г) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $n = 1$

3.1 При m=M найти значение функции $u_m^1 = \psi(t_1)$

3.2 При $M-1 \ge m \ge 1$ *найти значения функции* u_m^1 *по разностной схеме Лакса*

3.3 При m=0 вычислить u_m^1 *по явной разностной схеме «правый уголок»*

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^1

4. Для $1 \le n \le N-1$

4.1 При m=M найти значения функции $u_m^{n+1} = \psi(t_{n+1})$

4.2 При $M-1 \ge m \ge 1$ *найти значения функции* u_m^{n+1} *по разностной схеме «крест»*

4.3 При m=0 вычислить u_m^{n+1} *по явной разностной схеме «правый уголок»*

4.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

д) нет верного ответа.

24. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a = 1$$

решается в области $G=\{0\le t\le T, 0\le x\le X\}$

при *u(0,x)=φ(x),*

u(t,0)=ψ(t)

Считая τ, h равными 0.01, выберите формулу для расчета *u* во внутренних точках области ($0\le n\le T/\tau,\quad 1\le m\le X/h$) с использованием неявной разностной схемы «левый уголок».

а) $u_m^n = 2u_m^{n+1} - 0.005 f_m^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}$;

б) $u_m^{n+1} = 0.005 f_m^{n+1} + 0.5(u_{m-1}^{n+1} + u_m^n)$;

в) $u_{m-1}^{n+1} = 2u_m^{n+1} - 0.005 f_m^{n+1} - u_m^n$;

г) $u_m^n = u_m^{n+1} - f_m^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}$;

д) нет верного ответа.

25. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = x - t$$

решается в области $G=\{0\le t\le 1, 0\le x\le 1\}$

при *u(0,x)=0,*

u(t,1)=t.

Считая τ, h равными 0.1, вычислите *u(0.1, 0.9)* с помощью неявной разностной схемы «правый уголок».

а) 0;

б) 1;

в) 0.09;

г) 0.1;

д) нет верного ответа.

26. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

$a=-1$

решается в области $G=\{0\le t\le T, 0\le x\le X\}$

при *u(0,x)=φ(x),*

u(t,X)=ψ(t).

Считая τ, h равными 0.1, выберите формулу для расчета u во внутренних точках области $(0 \le n \le T/\tau,\ \ 0 \le m \le X/h - 1)$с помощью неявной разностной схемы «правый уголок».

а) $u_m^{n+1} = 0.005 f_m^{n+1} + 0.5(u_{m-1}^{n+1} + u_m^n)$*;*
б) $u_{m+1}^{n+1} = -0.1 f_m^{n+1} + u_m^n + 2u_m^{n+1}$*;*
в) $u_m^{n+1} = 0.1 f_m^{n+1} + 0.5u_m^{n+1} - u_m^n$*;*
г) $u_m^{n+1} = 0.05 f_m^{n+1} + 0.5(u_{m+1}^{n+1} + u_m^n)$*;*
д) нет верного ответа.

27. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0.1\frac{\partial u}{\partial x} = 2tx + 0.1t^2 + 0.1$$

решается в области $G = \{0 \le t \le 1,\ 0 \le x \le 1\}$
при *u(0,x)= x,*
u(t,0)=0.

Используется разностная схема

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1}\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1}.$$

Из приведенных ниже алгоритмов выберите алгоритм ее реализации. Считать τ, h равными 0.2.

а) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ*
2. При $0 \le m \le M$
2.1 Вычислить $u_m^0 = x$
2.2 Вывод u_m^0
3. Для $0 \le n \le N-1$
3.1 Вычислить $u_0^{n+1} = 0$
3. 2 При $1 \le m \le M$ *решить систему уравнений вида*
$-0.05u_{m-1}^{n+1} + u_m^{n+1} + 0.05u_{m+1}^{n+1} = 0.2 f_m^{n+1} + u_m^n$
методом скалярной трехточечной прогонки
где $u_M^{n+1} = 0.9u_M^n + 0.1u_{M-1}^n + 0.2 f_M^n$
3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

б) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ*
2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = x$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 Вычислить $u_0^{n+1} = 0$

3. 2 При $1 \le m \le M$ *вычислить*

$u_m^{n+1} = 0.2 f_m^{n+1} + u_m^n - 0.05(u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1})$

3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

в) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = x$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 Вычислить $u_0^{n+1} = 0$

3. 2 При $1 \le m \le M-1$ *вычислить*

$u_m^{n+1} = 0.2 f_m^{n+1} + u_m^n - 0.05(u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1})$

3.3 При m=M вычислить $u_M^{n+1} = 0.9u_M^n + 0.1u_{M-1}^n + 0.2 f_M^n$

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}*;*

г) 1. Вычислить количество точек сетки M=X/h, N=T/τ

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = x$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 Вычислить $u_0^{n+1} = 0$

3. 2 При $1 \le m \le M$ *решить систему уравнений вида*

$-2u_{m-1}^{n+1} + u_m^{n+1} + 2u_{m+1}^{n+1} = 0.005 f_m^{n+1} - u_m^n$

методом скалярной трехточечной прогонки

где $u_M^{n+1} = 0.9u_M^n + 0.1u_{M-1}^n + 0.2 f_M^n$

3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

д) нет верного ответа.

28. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0.1\frac{\partial u}{\partial x} = 2tx + 0.1t^2,$$

решается в области $G = \{0 \le t \le 1,\, 0 \le x \le 1\}$.

при *u(0,x)=2,*

u(t,0)=2.

Считая τ, h равными 0.2, и используя разностную схему

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1}\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1},$$

определите значения прогоночных коэффициентов α_0, β_0 при $t=\tau$.

а) α_0*= - 0.05,* β_0*= 2.1021;*
б) α_0*= 0.05,* β_0*= - 2.1021;*
в) α_0*= 2.1168,* β_0*=-0.05;*
г) α_0*= - 0.05,* β_0*=2.1168;*
д) нет верного ответа.

29. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),\ ,$$

$a > 0$

решается в области $G = \{0 \le t \le T,\, 0 \le x \le X\}$.

при *u(0,x)=φ(x),*

u(t,0)=ψ(t)

Из предложенных ниже вариантов выберите алгоритм разностной схемы «прямоугольник», считая, что τ, h заданы (выбраны из требований заданной точности).

а) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;*
2. При $0 \le m \le M$
2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$
2.2 Вывод u_m^0
3. Для $0 \le n \le N-1$
3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi(t_{n+1})$
3.2 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*

$$U_{m+1}^{n+1} = \frac{2\tau f_{m+0.5}^{n+0.5} + (1 - a\tau/h)(U_{m+1}^n - U_m^{n+1})}{1 + a\tau/h} + U_m^n$$

3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

б) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;*
2. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*

$$U_{m+1}^{n+1} = \frac{2\tau f_{m+0.5}^{n+0.5} + (1 - a\tau/h)(U_{m+1}^{n} - U_{m}^{n})}{1 + a\tau/h} + U_{m}^{n}$$

3.2 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

в) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi(t_{n+1})$

3.2 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*

$$U_{m}^{n+1} = \frac{2\tau f_{m+0.5}^{n+0.5} + (1 + a\tau/h)(U_{m}^{n} - U_{m+1}^{n+1})}{1 - a\tau/h} + U_{m+1}^{n}$$

3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

г) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=M вычислить $u_m^{n+1} = \psi(t_{n+1})$

3.2 При $M-1 \ge m \ge 0$ *вычислить*

$$U_{m}^{n+1} = \frac{2\tau f_{m+0.5}^{n+0.5} + (1 + a\tau/h)(U_{m}^{n} - U_{m+1}^{n+1})}{1 - a\tau/h} + U_{m+1}^{n}$$

3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

д) нет верного ответа.

30. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a > 0$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{u_{m+1/2}^{n+1/2} - 0.5(u_m^n + u_{m+1}^n)}{0.5\tau} + a_{m+1/2}^{n}\frac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} = f_{m+1/2}^{n}$$

$$\frac{u_{m-1/2}^{n+1/2} - 0.5(u_{m-1}^{n} + u_{m}^{n})}{0.5\tau} + a_{m-1/2}^{n} \frac{u_{m}^{n} - u_{m-1}^{n}}{h} = f_{m-1/2}^{n}$$

$$\frac{u_{m}^{n+1} - u_{m}^{n}}{\tau} + a_{m}^{n+1/2} \frac{u_{m+1/2}^{n+1/2} - u_{m-1/2}^{n+1/2}}{h} = f_{m}^{n+1/2}$$

Какими свойствами обладает данная схема?

а) неявная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет первый порядок точности по времени и второй по пространству, одношаговая;
б) неявная, двухслойная, условно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени, двухшаговая;
в) явная, трехслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по времени, двухшаговая;
г) явная, двухслойная, условно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и первый по времени, одношаговая;
д) явная, двухслойная, условно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени, двухшаговая.

31. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
$$a > 0$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{u_{m}^{n+1} - u_{m}^{n}}{\tau} + 0.5a_{m}^{n+1/2}\left(\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + \frac{u_{m+1}^{n} - u_{m-1}^{n}}{2h}\right) = f_{m}^{n+1/2}.$$

Какими свойствами обладает данная схема?

а) явная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет первый порядок точности по времени;
б) неявная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет первый порядок точности по времени и второй по пространству;
в) явная, трехслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по времени;
г) неявная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени;
д) неявная, трехслойная, условно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству.

32. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

$a < 0$

решается в области $G = \{0 \le t \le T,\ 0 \le x \le X\}$

при *u(0,x)=φ(x),*

u(t,X)=ψ(t)

с использованием разностной схемы:

$$\frac{u_m^{n+1} - 0.5(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = f_m^n.$$

Как получить решение на левой границе области (в точках u_0^n, $n = \overline{1,N}$)?

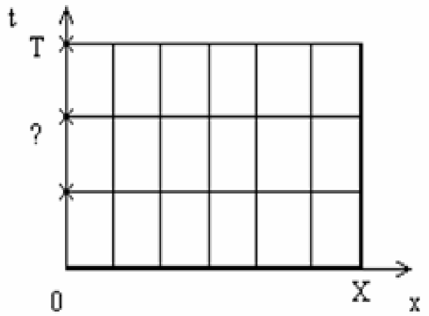

Рисунок 6

а) значения в указанных точках должны быть заданы в граничных условиях;

б) привлечь для вычисления дополнительную разностную схему:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n;$$

в) привлечь для вычисления дополнительную разностную схему:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \frac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} = f_m^n;$$

г) в этих точках невозможно найти решение.

33. Какая из приведенных ниже разностных схем для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

$a > 0$

является неявной и абсолютно устойчивой?

а) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^n \dfrac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} = f_m^n$

б) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1} \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1}$

в) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$

г) $\dfrac{3}{2}\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} - \dfrac{1}{2}\dfrac{u_m^n - u_m^{n-1}}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2}$

34. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0.1\frac{\partial u}{\partial x} = 2tx + 0.1t^2$$

решается в области $G = \{0 \le t \le 1,\, 0 \le x \le 1\}$

при *u(0,x)=2,*

u(t,0)=2

используется разностная схема:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + a_m^{n+1} \frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} = f_m^{n+1}.$$

Для ее реализации составлена система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$-0.05u_{m-1}^{n+1} + u_m^{n+1} + 0.05u_{m+1}^{n+1} = 0.2f_m^{n+1} + u_m^n,$$

где $0 \le n \le 4, \quad 1 \le m \le 4$

Выберите оптимальный метод решения данной СЛАУ.

а) Гаусса;
б) LU-разложение;
в) Зейделя;
г) скалярная трехточечная прогонка;
д) нет верного ответа.

35. Из перечисленных ниже названий разностных схем, аппроксимирующих уравнение конвективного переноса, выберите те, которые обладают свойством позитивности.

а) схема Лакса, «крест»;
б) «крест», явный «правый уголок», «тренога»;
в) явный «правый уголок», неявный «правый уголок»;
г) явный «левый уголок», «прямоугольник»;
д) все существующие схемы обладают указанным свойством.

36. Для численного решения уравнения конвективного переноса используется разностная схема Лакса, укажите ν в ее первом дифференциальном приближении:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} - \nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

а) $\nu = \frac{ah}{2k}(1-k^2)$;
б) $\nu = \frac{ah}{2}(1+k)$;
в) $\nu = \frac{ah}{2}(k-1)$;
г) $\nu = \frac{ah}{2}(1-k)$;
д) $\nu = -\frac{ah}{2}(1+k)$.

37. Из перечисленных ниже названий разностных схем, аппроксимирующих уравнение конвективного переноса, выберите те, которые обладают свойством монотонности.

а) схема Лакса, «крест»;
б) неявный «левый уголок», неявный «правый уголок»;
в) «крест», неявный «левый уголок», «тренога»
г) явный «левый уголок», «прямоугольник»;
д) все существующие схемы обладают указанным свойством.

38. Для численного решения уравнения конвективного переноса используется неявная разностная схема «правый уголок», укажите ν в ее первом дифференциальном приближении:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} - \nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

а) $\nu = \frac{ah}{2k}(1-k^2)$*;*

б) $\nu = \frac{ah}{2}(1+k)$*;*

в) $\nu = \frac{ah}{2}(k-1)$*;*

г) $\nu = \frac{ah}{2}(1-k)$*;*

д) $\nu = -\frac{ah}{2}(1+k)$.

39. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

$a > 0$

решается в области $G = \{0 \le t \le 1, 1 \le x \le 2\}$

при *u(0,x)=0,*

u(t,1)=1.

Из перечисленных ниже названий разностных схем, выберите те, которые позволяют решить поставленную задачу?

а) неявный «левый уголок», явный «левый уголок»;
б) неявный «правый уголок», явный «правый уголок»;
в) «крест», «Лакса»;
г) «прямоугольник», явный «левый уголок»;
д) «Лакса», явный «правый уголок»

40. Выберите таблицу, являющуюся решением уравнения конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 0.2\frac{\partial u}{\partial x} = x - 0.2t - 0.4$$

в области $G = \{0 \le t \le 0.2,\ 1 \le x \le 2\}$

при *u(0,x)=2x,*

u(t,2)=2t+4

с использованием явной разностной схемы «правый уголок». ($\tau = 0.2, h = 0.2$)

а)

	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
0	2	2.4	2.8	3.2	3.6	4
0.2	2	2.4	2.8	3.2	3.6	4.4

б)

	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
0	2	2.4	2.8	3.2	3.6	4
0.2	2.024	2.465	2.901	3.355	3.74	4.4

в)

	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
0	2	2.4	2.8	3.2	3.6	4
0.2	2.032	2.472	2.912	3.352	3.792	4.4

г)

	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
0	2	2.4	2.8	3.2	3.6	4
0.2	2.2	2.64	3.08	3.52	3.96	4.4

д) нет верного решения.

41. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0.2\frac{\partial u}{\partial x} = x + 0.2t + 0.4$$

решается в области $G = \{0 \le t \le 1,\ 1 \le x \le 2\}$

при *u(0,x)=2x*,

u(t,1)=t+2

с использованием неявной разностной схемы «левый уголок». Найти *u(0.4,1.2)* при $\tau = 0.2, h = 0.2$.

а) 0;
б) 1.12;
в) 2.88;
г) 3.454;
д) нет верного ответа.

42. Для уравнения конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t}+0.1\frac{\partial u}{\partial x}=x+0.1t+2$$

в области $G=\{0\le t\le 1,\ 0\le x\le 1\}$

была получена таблица значений искомой функции на 2 первых слоях:

	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0	0	0	0	0	0	0
0.2	0.4	0.44	0.48	0.52	0.56	0.6
0.4	0.8					

Используя разностную схему «крест», заполните третий слой (во внутренних точках области).

а)

	0	0.2	0.4	0.6	0.8
0.4	0.8	0.444	0.484	0.524	0.526

б)

	0	0.2	0.4	0.6	0.8
0.4	0.8	0.81	0.82	0.83	0.84

в)

	0	0.2	0.4	0.6	0.8
0.4	0.8	0.8876	0.968	1.014	1.056

г)

	0	0.2	0.4	0.6	0.8
0.4	0.8	0.88	0.96	1.04	1.12

д) нет верного решения.

43. Пространственным профилем решения *u(t,x)* называется … при … . Вставьте пропущенное:

а) график функции u(t,x), x - фиксированном;
б) таблица значений функции u(t,x), t - заданном;
в) таблица значений функции u(t,x), x - фиксированном;
г) таблица значений $u'_x(t,x)$, x - фиксированном;
д) график функции u(t,x), t - фиксированном.

44. Продолжите формулировку свойства.

Если во всей области $G = \{t_0 \le t \le T,\ x_0 \le x \le X\}$ правая часть уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x)$$

неотрицательна, начальные и граничные значения также неотрицательны, то ...

а) решение искомой функции u(t,x) будет монотонно возрастать в области G;
б) искомая функция u(t,x) не принимает отрицательных значений в области G;
в) искомая функция u(t,x) имеет точки разрыва в области G ;
г) то уравнение имеет единственное решение в области G.

45. Из перечисленных ниже вариантов, выберите тот, который является характеристической формой уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x).$$

а) $\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = f(t,x) \\ \dfrac{\partial x}{\partial t} = a(t,x) \end{cases}$;

б) $\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = f(t,x) \\ \dfrac{du}{dx} = a(t,x) \end{cases}$;

в) $\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = f(t,x) \\ \dfrac{dx}{dt} = a(t,x) \end{cases}$;

г) $\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = f(t,x) \\ \dfrac{dx}{dt} = a(t,x) \end{cases}$;

д) нет верного ответа.

46. Из приведенных ниже записей выберите те, которые являются свойствами решения уравнения конвективного переноса.

1) позитивность;
2) монотонность;
3) принцип максимума;
4) образование и распространение особенностей во внутрь области;
5) стабилизация.

а) 1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 3), 4), 5);
в) 2),3), 4);
г) 3), 4), 5);
д) 1), 2), 4).

47. Выписать математическую модель для задачи одномерного переноса тепла средой, движущейся со скоростью $a(t,x)$ в положительном направлении оси x.

1) $\dfrac{\partial u}{\partial t} + a(t,x)\dfrac{\partial u}{\partial x} = f(t,x)$;
2) $G = \{t_0 \le t \le T,\ x_0 \le x \le X\}$;
3) $u(t_0,x)=\varphi(x)$;
4) $u(t,x_0)=\psi_1(t)$;
5) $u(t,X)=\psi_2(t)$;
6) $a(t,x) > 0$;
7) $a(t,x) < 0$.

а) 1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 6), 2), 3), 4);
в) 1), 7), 2), 3), 5);
г) 1), 6), 2), 3), 5);
д) 1), 7), 2), 3), 4).

48. Дано уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$

которое является математической моделью процесса одномерного переноса тепла средой при пренебрежении … и с учетом … $f(t,x)$. Где $a(t,x)$ - **…** .
Вставьте пропущенное:

а) вещества, интенсивности возможных источников или стоков, температура;
б) вещества, диффузии, скорость;
в) кондуктивной теплопроводностью, интенсивности возможных источников или стоков, скорость;
г) кондуктивной теплопроводностью, диффузии, температура;
д) нет верного ответа.

49. Уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),\ ,$$

$a < 0$

решается в области $G = \{0 \le t \le T,\ 0 \le x \le X\}$.

при *u(0,x)=φ(x),*

u(t,X)=ψ(t)

Из предложенных ниже вариантов выберите алгоритм разностной схемы «прямоугольник», считая, что τ, h заданы (выбраны из требований заданной точности).

а) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;*

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi(t_{n+1})$

3.2 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*

$$U_{m+1}^{n+1} = \frac{2\tau f_{m+0.5}^{n+0.5} + (1 - a\tau/h)(U_{m+1}^{n} - U_{m}^{n+1})}{1 + a\tau/h} + U_m^n$$

3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

б) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;*

2. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*

$$U_{m+1}^{n+1} = \frac{2\tau f_{m+0.5}^{n+0.5} + (1 - a\tau/h)(U_{m+1}^{n} - U_{m}^{n})}{1 + a\tau/h} + U_m^n$$

3.2 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

в) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;*
2. При $0 \le m \le M$
2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$
2.2 Вывод u_m^0
3. Для $0 \le n \le N-1$
3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi(t_{n+1})$
3.2 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*
$$U_m^{n+1} = \frac{2\tau f_{m+0.5}^{n+0.5} + (1 + a\tau/h)(U_m^n - U_{m+1}^{n+1})}{1 - a\tau/h} + U_{m+1}^n$$
3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

г) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;*
2. При $0 \le m \le M$
2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$
2.2 Вывод u_m^0
3. Для $0 \le n \le N-1$
3.1 При m=M вычислить $u_m^{n+1} = \psi(t_{n+1})$
3.2 При $M-1 \ge m \ge 0$ *вычислить*
$$U_m^{n+1} = \frac{2\tau f_{m+0.5}^{n+0.5} + (1 + a\tau/h)(U_m^n - U_{m+1}^{n+1})}{1 - a\tau/h} + U_{m+1}^n$$
3.3 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

д) нет верного ответа.

50. Дано уравнение
$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x),$$
которое является математической моделью процесса одномерного переноса вещества средой при пренебрежении … и с учетом … $f(t,x)$. Где $a(t,x)$ - … .
Вставьте пропущенное:

а) диффузии, интенсивности возможных источников или стоков, температура;
б) диффузии, интенсивности возможных источников или стоков, скорость;

в) кондуктивной теплопроводностью, интенсивности возможных источников или стоков, скорость;
г) кондуктивной теплопроводностью, диффузии, температура;
д) нет верного ответа.

11 Численное решение модельного уравнения диссипации, конвекции и кинетики

1. Какой из приведенных ниже методов будет явной разностной схемой для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x),$$

имеющей 2-ой порядок точности по времени и пространству и являющейся абсолютно устойчивой?

а) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a \dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

б) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a \dfrac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

в) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^n}{h^2} - a \dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

г) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a \dfrac{u_m^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

д) все явные разностные схемы условно устойчивы.

2. Из приведенных ниже разностных схем для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x)$$

выберите те, которые являются явными и условно устойчивыми

1) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a \dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

2) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a \dfrac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

3) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^n}{h^2} - a \dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

4) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a \dfrac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

5) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$

а)1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 4);
в) 2), 3), 5);
г) 1), 2);
д) 5).

3. Из шаблонов, перечисленных на рисунке 7, выберите те, на основании которых можно построить явные разностные схемы, используемые для решения уравнения диссипации, конвекции и кинетики

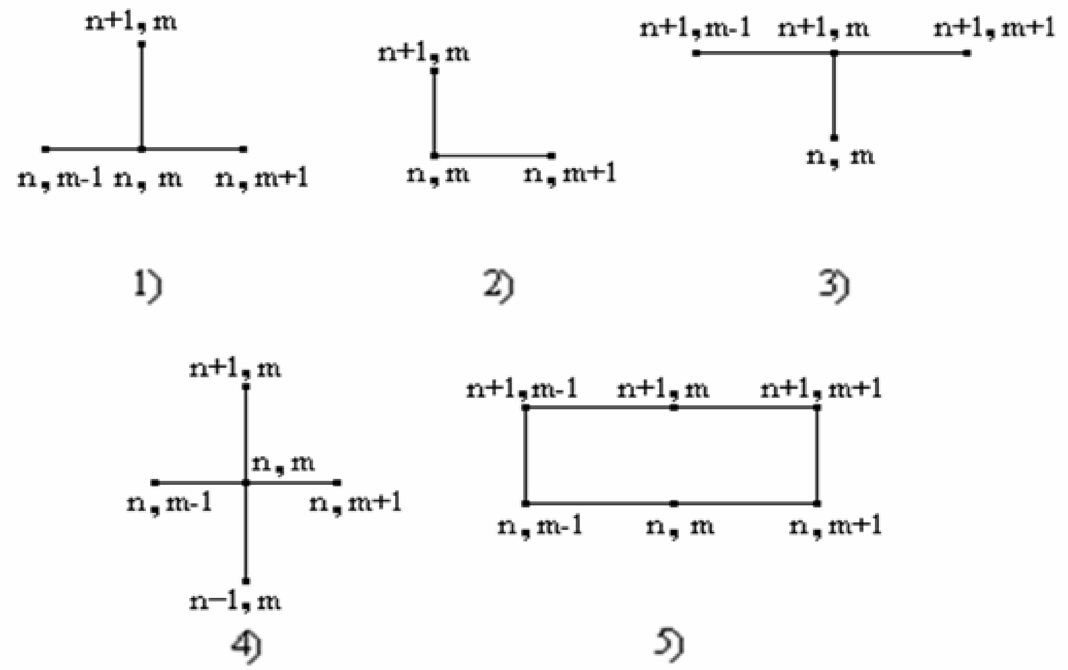

Рисунок 7

а)1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 4);
в) 2), 3), 5);
г) 1), 2),4);
д) 5).

4. Какие из приведенных ниже разностных схем построены на основе шаблона, приведенного на рисунке 8

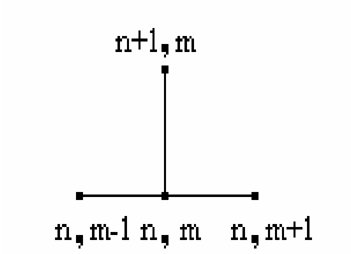

Рисунок 8

и могут быть использованы для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x)$$

1) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

2) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

3) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^n}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

4) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\dfrac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

5) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$

а)1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 4);
в) 1), 2), 4);
г) 1), 2);
д) 3),5).

5. Из шаблонов, перечисленных на рисунке 9, выберите те, на основании которых можно построить разностные схемы, используемые для решения и уравнения конвективного переноса, и уравнения диссипации, конвекции и кинетики.

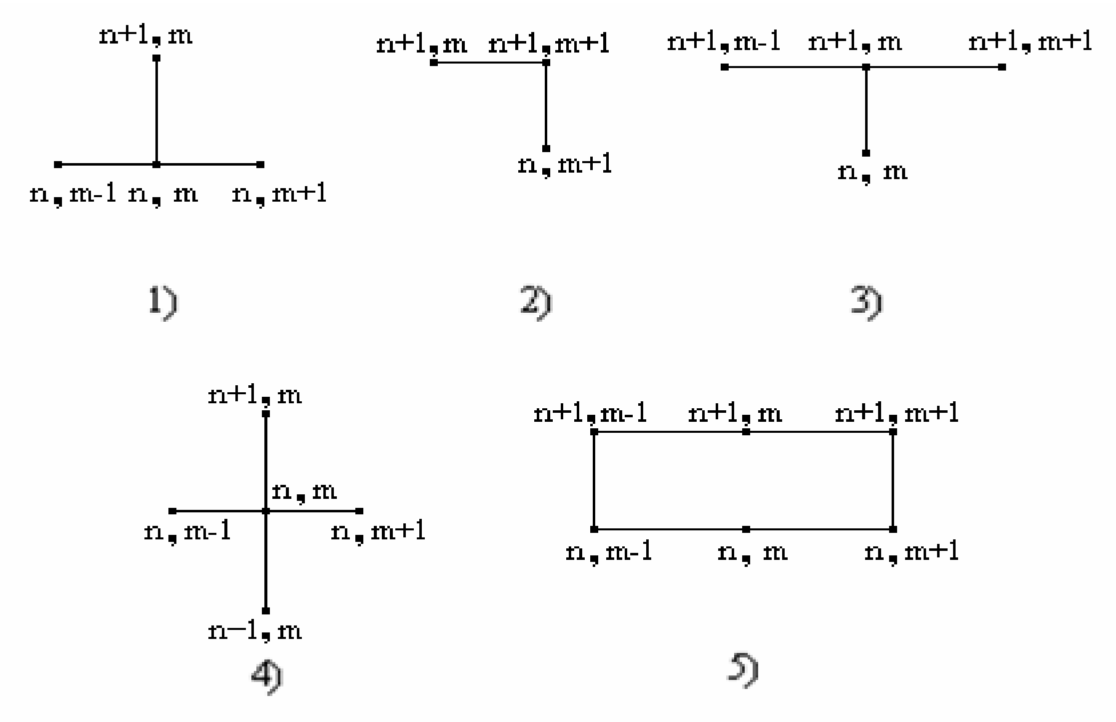

Рисунок 9

а) 1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 4);
в) 1), 3), 4), 5);
г) 1), 3);
д) таких шаблонов нет.

6. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x)$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu\, \frac{u_{m+1}^{n} - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^{n}}{h^2} - a\,\frac{u_{m+1}^{n} - u_{m-1}^{n}}{2h} + bu_m^n + f_m^n\,.$$

Какими свойствами обладает данная схема?

а) явная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по времени и по пространству, $\tau / h \to 0$*;*
б) неявная, двухслойная, условно устойчивая, имеет первый порядок точности по пространству;
в) явная, трехслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени, $\tau / h \to 0$*;*

г) неявная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени;
д) явная, трехслойная, устойчивая, имеет второй порядок точности по времени и первый по пространству, аппроксимирующая.

7. Какие из приведенных ниже разностных схем для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x)$$

являются абсолютно устойчивыми?

1) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\,\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

2) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\,\dfrac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

3) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^n - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^n}{h^2} - a\,\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

4) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\,\dfrac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

5) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\,\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$

а) 3), 5);
б) 1), 2), 3);
в) 1), 2), 3), 4);
г) 1), 2), 3), 4), 5);
д) 5).

8. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x)$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{u_m^{n+1}-u_m^n}{\tau}=0.5(\nu\frac{u_{m+1}^{n+1}-2u_m^{n+1}+u_{m-1}^{n+1}}{h^2}+\nu\frac{u_{m+1}^n-2u_m^n+u_{m-1}^n}{h^2})-$$
$$0.5(a\frac{u_{m+1}^{n+1}-u_{m-1}^{n+1}}{2h}+a\frac{u_{m+1}^n-u_{m-1}^n}{2h})+0.5b(u_m^{n+1}+u_m^n)+f_m^{n+1/2}$$

Какими свойствами обладает данная схема?

а) явная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет первый порядок точности по времени;
б) неявная, двухслойная, условно устойчивая, имеет первый порядок точности по пространству;
в) явная, трехслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени;
г) неявная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени;
д) явная, трехслойная, устойчивая, имеет второй порядок точности по времени и первый по пространству.

9. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-a\frac{\partial u}{\partial x}+bu+f(t,x)$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{u_m^{n+1}-u_m^{n-1}}{2\tau}=\nu\frac{u_{m+1}^n-(u_m^{n+1}+u_m^{n-1})+u_{m-1}^n}{h^2}-a\frac{u_{m+1}^n-u_{m-1}^n}{2h}+bu_m^n+f_m^n.$$

Укажите недостаток данной схемы.

а) схема неустойчивая;
б) схема условно устойчивая;
в) схема условно аппроксимирующая, $\tau/h^2\to 0$*;*
г) условно устойчивая $\tau/h\to 0$*;*
д) схема условно аппроксимирующая, $\tau/h\to 0$.

10. Какие из приведенных ниже разностных схем построены на основе шаблона, изображенного на рисунке 10

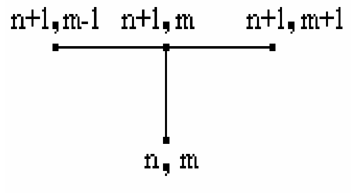

Рисунок 10

и могут быть использованы для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x),$$
$$a < 0$$

1) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\,\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

2) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\,\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_m^{n+1}}{h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$

3) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^n - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^n}{h^2} - a\,\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

4) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\,\dfrac{u_m^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$

5) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\,\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$

а)1), 2), 3), 4), 5);
б) 5);
в) 2), 5);
г) 1), 2);
д) 2).

11. Из нижеприведенных записей выберите те, которые фиксируют свойства решения модельного уравнения диссипации, конвекции и кинетики.

1) внутренняя гладкость решения;

2) монотонность;

3) принцип максимума;

4) образование и распространение особенностей во внутрь области;

5) характеристическая форма исходного уравнения $\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = f(t,x) \\ \dfrac{dx}{dt} = a(t,x) \end{cases}$;

6) позитивность;

7) стабилизация.

а) 1), 2), 3), 4), 5), 6), 7);
б) 1), 3), 4), 5);
в) 2),3), 4);
г) 1),3), 6), 7);
д) 2), 5),7).

12. Выписать математическую модель для задачи одномерного распространения тепла в ограниченной среде, при заданных значениях температур на границе.

1) $\dfrac{\partial u}{\partial t} = \nu \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\dfrac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x),\ a,b,\nu = const,\ \nu > 0$;

2) $G = \{t_0 \le t \le T,\ \ x_0 \le x \le X\}$;

3) $u(t_0,x)=\varphi(x)$;

4) $u(t,x_0)=\psi_1(t),\ u(t,X)=\psi_2(t)$;

5) $\dfrac{\partial u(t,x_0)}{\partial x} = \psi_1(t),\ \dfrac{\partial u(t,X)}{\partial x} = \psi_2(t)$;

6) $\alpha_1 \dfrac{\partial u(t,x_0)}{\partial x} + \beta_1 u(t,x_0) = \psi_1(t),\ \alpha_2 \dfrac{\partial u(t,X)}{\partial x} + \beta_2 u(t,X) = \psi_2(t)$;

а) 1), 2), 3), 4);
б) 1), 2), 3), 6);
в) 1), 2), 3), 5);
г) 1), 2), 3), 5), 6);
д) 1), 3), 4).

13. Дано уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \frac{\partial u}{\partial x},$$

$$a, \nu = const, \nu > 0$$

u(t,x) – температура.

Дайте физическую интерпретацию следующим обозначениям:

1) $\nu \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - ...$

2) $a \dfrac{\partial u}{\partial x} - ...$.

а) 1) конвективный перенос,
2) перенос тепла теплопроводностью;
б) 1) перенос тепла теплопроводностью,
2)конвективный перенос;
в) 1) перенос за счет внешних источников и стоков,
2) перенос вещества диффузией;
г) 1) перенос вещества диффузией,
2) источник, пропорциональный температуре.

14. Одномерный перенос тепла (или вещества) теплопроводностью (для вещества соответственно диффузией) и конвекцией описывается дифференциальным уравнением …

а) $\dfrac{\partial u}{\partial t} + a(t,x)\dfrac{\partial u}{\partial x} = f(t,x)$;

б) $\dfrac{\partial u}{\partial t} = \nu_1 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + f(t,x,y)$;

в) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - f(t,x,y) = 0$;

г) $\dfrac{\partial u}{\partial t} = \nu \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \dfrac{\partial u}{\partial x}$;

д) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t,x)$.

15. Выписать математическую модель для задачи одномерного распространения тепла в ограниченной среде, при заданных значениях тепловых потоков на границе.

1) $\dfrac{\partial u}{\partial t} = \nu \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\dfrac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x),\ a,b,\nu = const,\ \nu > 0$;

2) $G = \{t_0 \le t \le T,\ x_0 \le x \le X\}$;

3) $u(t_0,x)=\varphi(x)$;

4) $u(t,x_0)=\psi_1(t),\ u(t,X)=\psi_2(t)$;

5) $\dfrac{\partial u(t,x_0)}{\partial x} = \psi_1(t),\ \dfrac{\partial u(t,X)}{\partial x} = \psi_2(t)$;

6) $\alpha_1 \dfrac{\partial u(t,x_0)}{\partial x} + \beta_1 u(t,x_0) = \psi_1(t),\ \alpha_2 \dfrac{\partial u(t,X)}{\partial x} + \beta_2 u(t,X) = \psi_2(t)$;

а) 1), 2), 3), 4);
б) 1), 2), 3), 6);
в) 1), 2), 3), 5);
г) 1), 2), 3), 5), 6);
д) 1), 3), 4).

16. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x)$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\,\frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\,\frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n .$$

Укажите самый существенный недостаток данной схемы.

а) схема неустойчивая;
б) схема условно устойчивая;
в) схема имеет разный порядок точности по пространству и времени;
г) для применения данной схемы необходимо использовать дополнительные схемы;
д) схема условно аппроксимирующая, необходимо, чтобы $\tau / h \to 0$.

17. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x)$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{3}{2}\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} - \frac{1}{2}\frac{u_m^n - u_m^{n-1}}{\tau} = \nu \frac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$$

Какими свойствами обладает данная схема?

а) явная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет первый порядок точности по времени;

б) неявная, двухслойная, условно устойчивая, имеет первый порядок точности по пространству;

в) явная, трехслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени;

г) неявная, двухслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по пространству и по времени;

д) неявная, трехслойная, абсолютно устойчивая, имеет второй порядок точности по времени и по пространству.

18. Для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x),$$

$$a, b, \nu = const, \nu > 0$$

используется следующая разностная схема:

$$\frac{\overline{u}_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \frac{\overline{u}_{m+1}^{n+1} - 2\overline{u}_m^{n+1} + \overline{u}_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\frac{\ldots - \overline{u}_{m-1}^{n+1}}{2h} + b\overline{u}_m^{n+1} + \overline{f}_m^{n+1}$$

$$\frac{\widehat{u}_m^{n+1/2} - u_m^n}{\tau/2} = \nu \frac{\widehat{u}_{m+1}^{n+1/2} - 2\widehat{u}_m^{n+1/2} + \widehat{u}_{m-1}^{n+1/2}}{h^2} - a\frac{\widehat{u}_{m+1}^{n+1/2} - \widehat{u}_{m-1}^{n+1/2}}{2h} + \ldots$$

$$\frac{\widehat{u}_m^{n+1} - \ldots}{\tau/2} = \nu \frac{\widehat{u}_{m+1}^{n+1} - 2\widehat{u}_m^{n+1} + \widehat{u}_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\frac{\widehat{u}_{m+1}^{n+1} - \widehat{u}_{m-1}^{n+1}}{2h} + b\widehat{u}_m^{n+1} + \widehat{f}_m^{n+1}$$

$$u_m^{n+1} = 2\widehat{u}_m^{n+1} - \overline{u}_m^{n+1}$$

Вставьте пропущенные члены разностной схемы.

а) $\overline{u}_{m+1}^{n+1}$, $\quad b\widehat{u}_m^{n+1/2} + \widehat{f}_m^{n+1/2}$, $\quad \widehat{u}_m^{n+1/2}$;

б) $\overline{u}_m^{n+1}$, $\quad b\widehat{u}_m^n + \widehat{f}_m^n$, $\quad u_m^n$;

в) $\overline{u}_{m+1}^{\,n+1}, \quad b\widehat{u}_m^{n+1/2} + \widehat{f}_m^{n+1/2}, \quad u_m^n;$

г) $\overline{u}_m^{\,n+1}, \quad u_m^n;$

д) $\overline{u}_m^{\,n+1}, \quad b\widehat{u}_m^{n+1/2} + \widehat{f}_m^{n+1/.2}, \quad \widehat{u}_m^n.$

19. Какая из приведенных ниже разностных схем построена на основе шаблона, приведенного на рисунке 11,

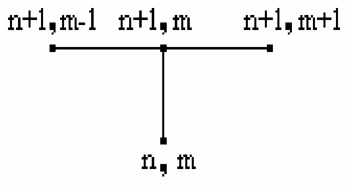

Рисунок 11

и может быть использована для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$
$$\nu > 0$$

а) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = 0.5(\nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} + \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2});$

б) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2};$

в) $\dfrac{3}{2}\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} - \dfrac{1}{2}\dfrac{u_m^n - u_m^{n-1}}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2};$

г) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^n}{h^2};$

д) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2}.$

20. Выберите из приведенных ниже записей те, которые соответствуют разностной схеме с «весами» для уравнения:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \frac{\partial u}{\partial x}$$

1) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = 0.5\nu(\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} + \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2}) - 0.5a(\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + \dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h});$

2) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu(s\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} + (1-s)\dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2}) -$
$a(s\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + (1-s)\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h});$

3) $\dfrac{3}{2}\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} - \dfrac{1}{2}\dfrac{u_m^n - u_m^{n-1}}{\tau} = \nu\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h};$

4) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu\dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h};$

5) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu\dfrac{u_{m+1}^n - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^n}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h}.$

а)1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 4);
в) 1), 2), 4);
г) 1), 2);
д) 5).

21. Модельное уравнение диссипации, конвекции и кинетики

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x),$$

$a, b, \nu = const,$

$a, \nu > 0$

решается в области $G = \{0 \le t \le T,\ 0 \le x \le X\}$

при $u(0,x)=\varphi(x)$,
$u(t,0)=\psi_1(t)$
$u(t,X)=\psi_2(t)$.

Из предложенных ниже вариантов выберите алгоритм неявной четырехточечной схемы, считая, что τ, h заданы (выбраны из требований заданной точности).

а) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi_1(t_{n+1})$

3.2 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*

$$u_m^{n+1} = u_m^n + \frac{\nu\tau}{h^2}(u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n) - \frac{a\tau}{2h}(u_{m+1}^n - u_{m-1}^n) + b\tau u_m^n + \tau f_m^n$$

3.3 При m=M вычислить $u_M^{n+1} = \psi_2(t_{n+1})$

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

б) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi_1(t_{n+1})$

3.2 При m=M вычислить $u_M^{n+1} = \psi_2(t_{n+1})$

3.3 При $0 \le m \le M-1$ *решить систему уравнений вида*

$$\left(\frac{\nu}{h^2} + \frac{a}{2h}\right)u_{m-1}^{n+1} + (b - \frac{1}{\tau} - \frac{2\nu}{h^2})u_m^{n+1} + \left(\frac{\nu}{h^2} - \frac{a}{2h}\right)u_{m+1}^{n+1} = -\frac{1}{\tau}u_m^n - f_m^{n+1}$$

методом скалярной трехточечной прогонки

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

в) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi_1(t_{n+1})$

3.2 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*

$$u_m^{n+1} = \frac{\left(\frac{\nu}{h^2} - \frac{a}{2h}\right)}{(\frac{1}{\tau} + \frac{2\nu}{h^2} - b)} u_{m+1}^{n+1} + \frac{\left(\frac{\nu}{h^2} + \frac{a}{2h}\right)}{(\frac{1}{\tau} + \frac{2\nu}{h^2} - b)} u_{m-1}^{n+1} + \frac{1}{\tau(\frac{1}{\tau} + \frac{2\nu}{h^2} - b)} u_m^n + \frac{1}{(\frac{1}{\tau} + \frac{2\nu}{h^2} - b)} f_m^{n+1}$$

3.3 При m=M вычислить $u_M^{n+1} = u_M^n (1 - \frac{a\tau}{h}) + \frac{a\tau}{h} u_{M-1}^n + \tau f_M^n$

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

г) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi_1(t_{n+1})$

3.2 При $0 \le m \le M-1$ *вычислить*

$$u_m^{n+1} = u_m^n + \frac{\nu\tau}{h^2}(u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n) - \frac{a\tau}{2h}(u_{m+1}^n - u_{m-1}^n) + b\tau u_m^n + \tau f_m^n$$

3.3 При m=M вычислить $u_M^{n+1} = u_M^n (1 - \frac{a\tau}{h}) + \frac{a\tau}{h} u_{M-1}^n + \tau f_M^n$

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

д) нет верного ответа.

22. Из приведенных ниже утверждений выберите верные:

Для решения уравнения диссипации, конвекции и кинетики…

1) все явные схемы являются условно устойчивыми;
2) все неявные схемы условно аппроксимирующие;
3) при значении весового параметра s=0.5 схема «с весами» превращается в шеститочечную схему;
4) все неявные схемы являются абсолютно устойчивыми;
5) схема Дюффорта-Франкела условно устойчивая.

а)1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 2);
в) 1), 2), 4);
г) 3), 4);
д) 5).

23. Модельное уравнение диссипации, конвекции и кинетики

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x),$$

$$a, b, \nu = const,$$

$$a, \nu > 0$$

решается в области $G = \{0 \le t \le T,\, 0 \le x \le X\}$

при $u(0,x)=\varphi(x)$,

$u(t,0)=\psi_1(t)$

$u(t,X)=\psi_2(t)$.

Из предложенных ниже вариантов выберите алгоритм схемы Дюффорта-Франкела, считая, что τ, h заданы (выбраны из требований заданной точности).

а) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;*

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3.Для $n = 1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^1 = \psi_1(t_1)$

3.2 При $1 \le m \le M-1$ *найти значения функции* u_m^1 *с помощью явной четырехточечной схемы второго порядка точности по пространству и времени*

3.3 При m=M найти значение функции u_m^1 *по схеме явный «левый уголок»*

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^1

4. Для $1 \le n \le N-1$

4.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi_1(t_{n+1})$

4.2 При $1 \le m \le M-1$ *найти значения функции* u_m^{n+1} *по схеме Дюффорта-Франкела*

4.3 При m=M найти значения функции u_m^{n+1} *по схеме явный «левый уголок»*

4.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

б) *1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;*

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi_1(t_{n+1})$

3.2 При $1 \le m \le M-1$ *найти значения функции* u_m^{n+1} *по схеме Дюффорта-Франкела*

3.3 При m=M вычислить $u_M^{n+1} = \psi_2(t_{n+1})$

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

в) 1. Вычислить M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $n = 1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^1 = \psi_1(t_1)$

3.2 При $1 \le m \le M-1$ *найти значения функции* u_m^1 *с помощью явной четырехточечной схемы второго порядка точности по пространству и времени*

3.3 При m=M вычислить $u_M^1 = \psi_2(t_1)$

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^1

4. Для $1 \le n \le N-1$

4.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi_1(t_{n+1})$

4.2 При $1 \le m \le M-1$ *найти значения функции* u_m^{n+1} *по схеме Дюффорта-Франкела*

4.3 При m=M вычислить $u_M^{n+1} = \psi_2(t_{n+1})$

4.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

г) 1. Вычислить количество точек сетки M=X/h, N=T/τ;

2. При $0 \le m \le M$

2.1 Вычислить $u_m^0 = \varphi(x_m)$

2.2 Вывод u_m^0

3. Для $0 \le n \le N-1$

3.1 При m=0 вычислить $u_0^{n+1} = \psi_1(t_{n+1})$

3.2 При $1 \le m \le M-1$ *найти значения функции* u_m^{n+1} *по схеме Дюффорта-Франкела*

3.3 При m=M вычислить u_M^{n+1} *по схеме явный «левый уголок»*

3.4 При $0 \le m \le M$ *вывод* u_m^{n+1}

д) нет верного ответа.

24. Какие из приведенных ниже разностных схем построены на основе шаблона, приведенного на рисунке 12,

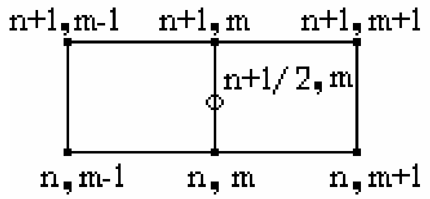

Рисунок 12

и могут быть использованы для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x}.$$

1) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

2) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = 0.5(\nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} + \nu \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2}) -$
$0.5(a\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + a\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h})$

3) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu(s\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} + (1-s)\dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2}) -$
$a(s\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + (1-s)\dfrac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h});$

4) $\dfrac{3}{2}\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} - \dfrac{1}{2}\dfrac{u_m^n - u_m^{n-1}}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h}$

5) $\dfrac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \dfrac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\dfrac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h}$

а)1), 2), 3), 4), 5);
б) 2), 3), 5);
в) 1), 2), 4);
г) 2), 3);

д) 3), 4).

25. Какие из приведенных ниже разностных схем построены на основе шаблона, приведенного на рисунке 13

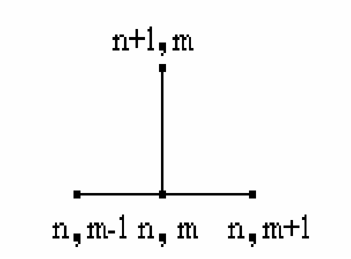

Рисунок 13

и могут быть использованы для решения уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a\frac{\partial u}{\partial x} + bu + f(t,x),$$
$$a > 0$$

1) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

2) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\frac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

3) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^{n-1}}{2\tau} = \nu \frac{u_{m+1}^n - (u_m^{n+1} + u_m^{n-1}) + u_{m-1}^n}{h^2} - a\frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} + bu_m^n + f_m^n$

4) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - a\frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} + bu_m^n + f_m^n$

5) $\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \nu \frac{u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}}{h^2} - a\frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}}{2h} + bu_m^{n+1} + f_m^{n+1}$

а)1), 2), 3), 4), 5);
б) 1), 2);
в) 1), 2), 4);
г) 1), 4);
д) 3),5).

12 Литература, рекомендуемая для изучения дисциплины «Численные методы»

12.1 **Самарский, А.А.** Численные методы математической физики: учебное пособие для вузов/ А.А.Самарский, А.В. Гулин. - М.: Научный мир, 2000. – 316 с.
12.2 **Вержбицкий, В.М.** Основы численных методов: учебник для вузов. / В.М. Вержбицкий. – М.: Высш. шк., 2002. – 840с. с ил.
12.3 **Бахвалов, Н.С.** Численные методы: учеб пособие для вузов/ Н.С. Бахвалов, Н.П.Житков, Г.М. Кобельков. – 3-е изд. перераб. и доп.-М: Бином, 2003. – 632 с. с ил.
12.4 **Костомаров, Д.Г.** Вводные лекции по численным методам: учебное пособие/ Д.Г. Костомаров, А.П. Фаворский. – М.: Логос, 2004. – 184с.
12.5 **Самарский, А.А.** Введение в численные методы: учебное пособие для вузов/ А.А. Самарский. – М.: Наука, 1987. – 287с.
12.6 **Бахвалов, Н.С.** Численные методы в задачах и упражнениях: учеб пособие/ Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Высш.шк., 2000. –190с.
12.7 **Самарский, А.А.** Задачи и упражнения по численным методам: учебное пособие/А.А. Самарский. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 208 с.
12.8 **Влацкая, И.В.** Программа итоговой аттестации выпускников по специальности 010503 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем/ И.В. Влацкая, Т.П. Петухова, А.Е. Шухман. – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. – 44с.
12.9 **Болодурина И.П.** Программа итоговой аттестации выпускников по специальности 010501.65 Прикладная математика и информатика/ И.П. Болодурина, С.В. Ханжин. - Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. – 74с.

Приложение А

(*справочное*)

Выписка из программы государственного экзамена по направлению подготовки 010501.65 Прикладная математика и информатика

Студенты специальности 010501.65 Прикладная математика и информатика сдают итоговый междисциплинарный экзамен по трем блокам:

- I –математические и общие естественнонаучные дисциплины,
- II – компьютерные дисциплины,
- III – дисциплины специализации.

Вопросы по дисциплине «Численные методы» относятся к первому блоку и включают в себя следующие материалы:

- приближенное решение нелинейных уравнений: постановка задачи, отделение корней, уточнение корней (методы бисекций, Ньютона, хорд, простых итераций). Алгоритм и расчетные формулы, геометрическая интерпретация, сходимость методов, сопоставление методов. Численное решение систем нелинейных уравнений. Методы простой итерации, Ньютона и их модификации. Скорость сходимости методов;
- численное решение СЛАУ. Обусловленность СЛАУ, устойчивость по правой части и устойчивость по матрице коэффициентов. Прямые методы решения СЛАУ: основные идеи методов, условия применимости, вычислительные затраты. Контроль точности решения СЛАУ. Итерационные методы решения СЛАУ: примеры методов, каноническая форма записи одношаговых итерационных методов, условия сходимости, оценка скорости сходимости;
- численные методы решения частичной и полной проблемы собственных значений. Методы: степенной, скалярных произведений, частных Рэлея; их сопоставление. Обратные итерации. Основные сведения о преобразовании подобия матриц. Итерационные методы: вращений (Якоби), QR-алгоритм, LU-алгоритм, их недостатки и преимущества;
- численное интегрирование и дифференцирование. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеции, Симпсона. Погрешность квадратурных формул, принцип Рунге. Метод неопределенных коэффициентов построения формул численного дифференцирования. Оценка погрешности. Устойчивость формул численного интегрирования и дифференцирования;
- интерполирование функций. Глобальная интерполяция алгебраическими многочленами (многочлены Лагранжа и Ньютона). Погрешность интерполяционных формул, сходимость интерполяционного процесса. Интерполирование сплайнами. Локальные и нелокальные кубические сплайны;

- численное решение задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка: метод Эйлера и его модификации, метод «предиктор-корректор», методы Рунге-Кутта;
- численное решение уравнения теплопроводности. Основные понятия теории разностных схем. Построение и исследование разностных схем для параболических уравнений. Численное решение двумерных стационарных уравнений в частных производных методом установления.

Приложение Б

(справочное)

Выписка из программы государственного экзамена по направлению подготовки 010503.65 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Студенты специальности 010503.65 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем сдают итоговый междисциплинарный экзамен по трем блокам:

- I – общие математические и естественнонаучные дисциплины,
- II – общепрофессиональные дисциплины специальности,
- III – дисциплины специальности.

Вопросы по дисциплине «Вычислительная математика» относятся к первому блоку и включают в себя знания следующего материала:

- приближенное решение нелинейных уравнений: постановка задачи, отделение корней, уточнение корней (методы бисекций, Ньютона, хорд, простых итераций). Алгоритм и расчетные формулы, геометрическая интерпретация, сходимость методов, сопоставление методов. Численное решение систем нелинейных уравнений. Методы простой итерации, Ньютона и их модификации. Скорость сходимости методов;
- численное решение СЛАУ. Обусловленность СЛАУ, устойчивость по правой части и устойчивость по матрице коэффициентов. Прямые методы решения СЛАУ: основные идеи методов, условия применимости, вычислительные затраты. Контроль точности решения СЛАУ. Итерационные методы решения СЛАУ: примеры методов, каноническая форма записи одношаговых итерационных методов, условия сходимости, оценка скорости сходимости;
- численное интегрирование и дифференцирование. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеции, Симпсона. Погрешность квадратурных формул, принцип Рунге. Метод неопределенных коэффициентов построения формул численного дифференцирования. Оценка погрешности. Устойчивость формул численного интегрирования и дифференцирования;
- интерполирование функций. Глобальная интерполяция алгебраическими многочленами (многочлены Лагранжа и Ньютона). Погрешность интерполяционных формул, сходимость интерполяционного процесса. Интерполирование сплайнами. Локальные и нелокальные кубические сплайны;
- численное решение задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка: метод Эйлера и его модификации, метод «предиктор-корректор», методы Рунге-Кутта;
- численное решение уравнения теплопроводности. Основные понятия теории разностных схем;

- численное решение двумерных стационарных уравнений в частных производных методом установления.

В экзаменационных билетах вопросы по области знаний «Вычислительная математика» объединены с вопросами по дисциплинам «Дифференциальные уравнения» и «Уравнения математической физики». Например:

1) Задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка. Численные методы решения задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка.

2) Задача о распространении тепла в неограниченном стержне и ее решение методом разделения переменных. Интеграл Пуассона и его вычисление. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности. численное решение уравнения теплопроводности. Основные понятия теории разностных схем.

3) Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом разделения переменных. Формула Пуассона. Ядро Пуассона и его свойства. Численное решение двумерных стационарных уравнений в частных производных методом установления.

Приложение В
(справочное)
Карта правильных ответов

1 Этапы вычислительного эксперимента

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ответ	г	б	в	г	б	а	в	а	г	а	в	г	в	в	г

2 Численное решение нелинейных уравнений

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	в	б	д	в	а	в	г	в	б	а	в
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ответ	г	в	в	в	а	а	в	б	б	а	б
№ вопроса	23	24	25	26	27	28	29	30	31		
ответ	в	а	в	б	б	г	г	д	б		

3 Численное решение систем линейных алгебраических уравнений
3.1 Сведения из матричной и векторной алгебры

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ответ	г	а	в	б	а	г	в	а	б	в	б	б	г	г	б

3.2 Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	б	в	б	а	д	д	д	в	в	а	а
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ответ	а	б	в	в	а	а	д	б	б	б	в
№ вопроса	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
ответ	б	в	а	б	а	а	г	б	в	б	в
№ вопроса	34	35	36								
ответ	в	г	в								

3.3 Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	г	б	а	г	в	а	д	в	г	д	в
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ответ	а	а	а	а	в	в	д	в	а	д	д
№ вопроса	23	24									
ответ	б	г									

4 Численное решение систем нелинейных уравнений

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ответ	б	в	а	а	в	а	в	в	в	в	в	д

5 Численное решение проблемы собственных значений матриц

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	а	в	б	б	а	б	в	г	а	в	а
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19			
ответ	в	в	а	а	б	в	д	а			

6 Интерполирование и аппроксимация функций

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	б	а	в	а	в	г	б	б	а	б	в
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
ответ	б	г	б	г	б	а	а	а	б	в	

7 Численное интегрирование

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	г	а	в	в	б	в	в	г	д	в	г
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ответ	в	б	д	г	в	д	г	б	в	д	а
№ вопроса	23	24	25	26	27	28	29	30			
ответ	б	д	д	в	а	а	б	в			

8 Численное дифференцирование

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	в	а	г	а	д	б	в	а	г	в	б
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ответ	а	б	в	б	а	а	а	в	б	д	г
№ вопроса	23	24	25	26	27	28	29	30	31		
ответ	д	в	а	в	д	в	б	в	г		

9 Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	в	в	г	в	б	а	г	в	а	б	а
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ответ	д	в	а	б	б	б	д	д	а	а	г
№ вопроса	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
ответ	б	в	а	в	б	а	в	а	в	б	д
№ вопроса	34										
ответ	а										

10 Численное решение уравнений конвективного переноса

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	в	б	б	б	г	в	б	г	б	а	в
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ответ	б	г	д	г	б	а	д	в	г	а	б
№ вопроса	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
ответ	а	б	в	г	а	г	а	д	г	в	б
№ вопроса	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
ответ	г	в	а	б	в	а	г	в	г	д	б
№ вопроса	45	46	47	48	49	50					
ответ	г	д	б	в	г	б					

11 Численное решение модельного уравнения диссипации, конвекции и кинетики

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ответ	в	г	б	в	в	в	а	г	д	в	г
№ вопроса	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ответ	а	б	г	в	б	д	а	д	г	б	г
№ вопроса	23	24	25								
ответ	в	г	г								