

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

А.В. Кострюков, Ю.В. Семагина

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Практикум (сборник заданий)

Рекомендовано Ученым советом государственного образовательного
учреждения высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»
в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по программам
высшего профессионального образования инженерно-технических
специальностей (кроме архитектурных и строительных)

Оренбург
ИПК ГОУ ОГУ
2010

УДК 514.18(075)
ББК 22.151.3я73
К72

Рецензент

кандидат технических наук, доцент О.Г. Размадзе

Кострюков А.В.

К72 Начертательная геометрия. Практикум (сборник заданий): учебное пособие по курсу «Начертательная геометрия» / А.В. Кострюков, Ю.В. Семагина; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2010. – 107с., ил.

Практикум предназначен для студентов очного отделения не конструкторских специальностей ВУЗов (кроме архитектурных и строительных), а также может быть использован аспирантами, инженерами и школьниками старших классов.

УДК 514.18(075)
ББК 22.151.3я73

ISBN К 1602050000

©Кострюков А.В.,2010
©Семагина Ю.В.,2010
©ИПК ГОУ ОГУ,2010

Содержание

	Предисловие.....	4
	Введение.....	5
1	Задачи для самостоятельного решения.....	7
2	Плоские кривые	21
2.1	Конструирование наиболее употребительных кривых.....	22
2.2	Наиболее распространенные виды геометрических построений...	23
2.3	Задания на тему «Кривые линии».....	25
2.4	Варианты задания на тему «Кривые линии».....	27
3	Тело с вырезом.....	44
3.1	Общие положения.....	44
3.2	Варианты задания на тему «Тело с вырезом».....	45
4	Пересечение поверхностей.....	63
4.1	Способ секущих плоскостей.....	63
4.2	Способ секущих сфер.....	64
4.3	Варианты задания на тему «Пересечение поверхностей».....	64
5	Развертки.....	96
5.1	Развертки гранных поверхностей.....	96
5.2	Приближенное построение разверток.....	98
5.3	Задание на тему «Развертки».....	100
	Список использованных источников.....	101
	Приложение А - Оформление заданий.....	102
	Приложение Б - Вопросы для подготовки к экзамену.....	105
	Приложение В - Координаты точек для решения задач.....	107

Предисловие

Практикум по курсу Начертательная геометрия предназначен для студентов очной формы обучения неконструкторских специальностей ВУЗов (кроме архитектурных и строительных). Содержание практикума полностью соответствует учебным стандартам и программам курса НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА.

Активное внедрение в современную жизнь средств вычислительной техники потребовало корректировки содержания общеинженерных дисциплин, а также методики их преподавания. Курс «Начертательная геометрия» (теория построения чертежа) должен способствовать глубокому усвоению студентами сущности и методов геометрического моделирования многомерных пространств и структур, на базе которых и формируются математические модели. Последнее является одним из важнейших этапов автоматизации проектирования и конструирования в современной технике, оптимизации технологических процессов, организации управления производством.

Отход от узкого понимания предмета и цели изучения начертательной геометрии, как теоретической базы курса черчения, приводит к пересмотру структуры предмета с целью систематизации изучаемого материала, разработки способов конструирования и изображения геометрических объектов, решения абстрактных и прикладных задач. Предлагаемый практикум призван способствовать самостоятельному изучению предмета, являясь средством организации учебного процесса, подчеркивая единство и взаимосвязь методов начертательной и аналитической геометрии как базы для автоматизации решения задач прикладной геометрии.

Структура практикума рассчитана на развитие творческих способностей обучаемых за счет активизации самостоятельной работы.

Введение

Начертательная геометрия представляет собой раздел геометрии, занимающийся изучением форм предметов реального мира и абстрактных закономерностей с использованием "плоских эквивалентов многомерного пространства" – чертежей.

В этой связи содержание начертательной геометрии можно свести к следующим двум основным вопросам:

- разработке способов построения изображений (чертежей) пространственных фигур на двумерной плоскости;
- изучению способов решения и исследования пространственных задач при помощи "плоских эквивалентов" (чертежей).

Потребность в построении изображений проявлялась уже на ранних стадиях развития человеческого общества. Об этом свидетельствуют многочисленные изображения на камнях и скалах, на предметах и орудиях первобытного человека, сохранившиеся до нашего времени. В дальнейшем развитие производственной деятельности человека поставило перед ним задачу более точного изображения пространственных предметов на плоскости.

Строительство крепостных укреплений и других сооружений требовало предварительного составления их изображений или чертежей, позволяющих не только определить форму и размеры всех частей предмета, но и получить наглядное представление о нем. Ужесточений требований, предъявляемым к чертежам, привело к необходимости разработать «теорию изображений», которая и составляет основу начертательной геометрии.

В начертательной геометрии чертеж является инструментом, осуществляющим непосредственное изучение геометрических форм предметов и позволяющим решать пространственные задачи. Это обуславливает ряд требований, предъявленных к чертежам. Наиболее существенные следующие:

- а) чертеж должен быть наглядным, т.е. он должен давать пространственное представление изображаемого предмета;
- б) он должен быть обратимым, т.е. таким, чтобы по нему можно было бы точно воспроизвести форму и размеры изображаемого предмета;
- в) чертеж должен быть достаточно простым с точки зрения его выполнения. Графические операции, выполняемые на чертеже, должны давать достаточно точные решения.

Для всех видов технических чертежей «обратимость» является особенно важным требованием. Чертеж – это производственный документ, по которому выполняется то или другое изделие. Поэтому необходимо, чтобы по чертежу можно было точно установить форму и размеры будущего изделия, а также некоторые другие данные о нем. Кроме того, чертеж дает наглядное представление об изделии, что в свою очередь облегчает его выполнение. Никакие описания предмета не могут заменить чертежа. Последний является «языком техника», как говорил один из создателей начертательной геометрии французский ученый и инженер Гаспар Монж (1746—1818).

Очевидно, что не всякое изображение предмета на плоскости позволяет

точно определить его форму и положение в пространстве. Необходимо, чтобы чертеж объекта был построен по определенным правилам, позволяющим от плоских и, следовательно, искаженных форм на чертеже переходить к натуральным пространственным формам реального объекта.

Такое геометрически закономерное изображение пространственного объекта на плоскости достигается на основе метода *проецирования*, который является основным в начертательной геометрии. Чертежи, построенные по методу проецирования, получили название проекционных чертежей.

Следует иметь в виду, что переход от пространственных объектов, непосредственно наблюдаемых человеком, к их изображениям на плоскости (проекционным чертежам), а затем умение пользоваться такими изображениями взамен самих предметов, нередко вызывают на первых порах большие трудности.

Начертательная геометрия является той научной дисциплиной, которая формализует процесс построения и реконструкции чертежей, что значительно облегчает интерпретацию изображений не только в технике, но и вообще в практической жизни человека.

Одним из направлений при изучении начертательной геометрии является моделирование соответствующих геометрических форм. Другое направление - глубокая формализация методов построения и реконструкции чертежей.

На первом этапе допустимо использование первого подхода, в дальнейшем желательно базироваться на втором.

В практикуме по Начертательной геометрии приняты следующие условности и обозначения.

Рассматривается расширенное Евклидово пространство E_3^+ . Основным элементом пространства является точка.

Все объекты такого пространства рассматриваются как множества точек. В качестве характеристики множества выступает его размерность. Точка представляется нульмерным множеством, линия — одномерным множеством точек, а поверхность - двумерным множеством точек (при рассмотрении каркасов поверхность представляется одномерным множеством линий).

Решения задач практикума базируются на представлениях синтетической начертательной геометрии, в которой все элементы пространства моделируются симплексами. Симплексы объектов большей размерности конструируются на базе симплексов меньшей размерности.

В целях уменьшения объема пособия в тексте применяются широко используемые в математике обозначения операций такие, как \cap — пересечение множеств, \cup — объединение множеств, \in — принадлежность элемента множеству, \perp — перпендикулярность и т.д.

1 Задачи для самостоятельного решения

Задачи решаются студентом самостоятельно и под руководством преподавателя в процессе практических занятий и после защиты представляются на экзамене.

Оформление решений должно соответствовать требованиям, предъявляемым к оформлению чертежей (на листах формата **A3**, в карандаше, линии по **ГОСТ 2.303-68**).

Проекции точек обозначаются цифрами или прописными буквами латинского алфавита (**ГОСТ 2.304-81**), линий – строчными буквами латинского алфавита, плоскости и поверхности – прописными буквами греческого алфавита с подстрочными индексами (номер шрифта индексов на единицу меньше основного шрифта). Для горизонтальной плоскости проекций (π_1) принимается индекс **1**, а для фронтальной (π_2) - индекс **2**.

Вспомогательные построения (оси, линии связи и т.п.) выполняются тонкой сплошной линией, проекции отрезков прямых и дуг кривых сплошной основной.

Координаты точек **A, B, C, D, E, K** для решения задач с 1 по 54 берутся из приложения В в зависимости от номера варианта.

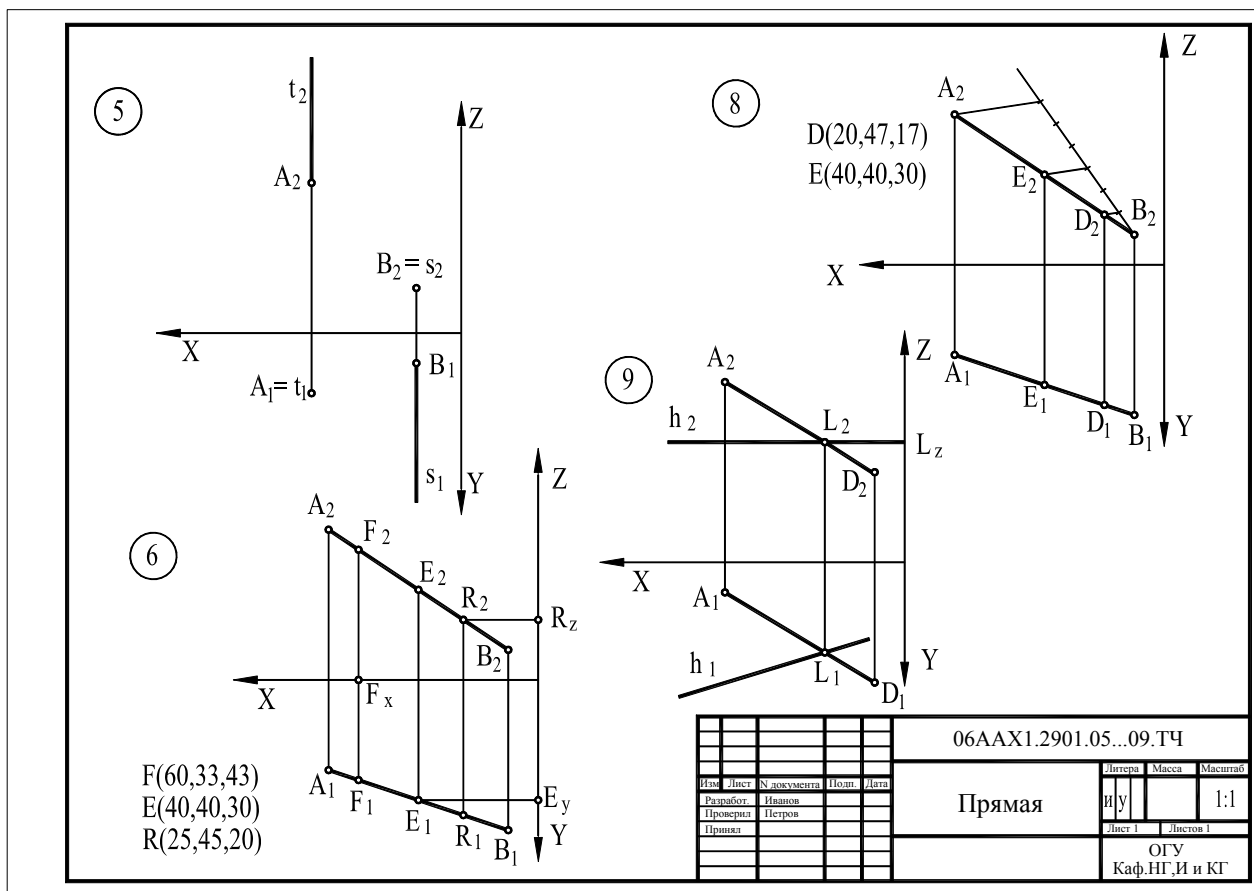


Рисунок 1.1 - Образец листа с задачами (см. также раздел «Оформление заданий»)

Задание 1 (ТОЧКА)

Точка на комплексном чертеже (*эпюре Монжа*) моделируется парой проекций, лежащих на одной линии связи, перпендикулярной оси чертежа - оси OX (точки A и B). Точки, лежащие в плоскостях проекций, совпадают с одной (D, E) или двумя (C) из своих проекций (рисунок 1.2).

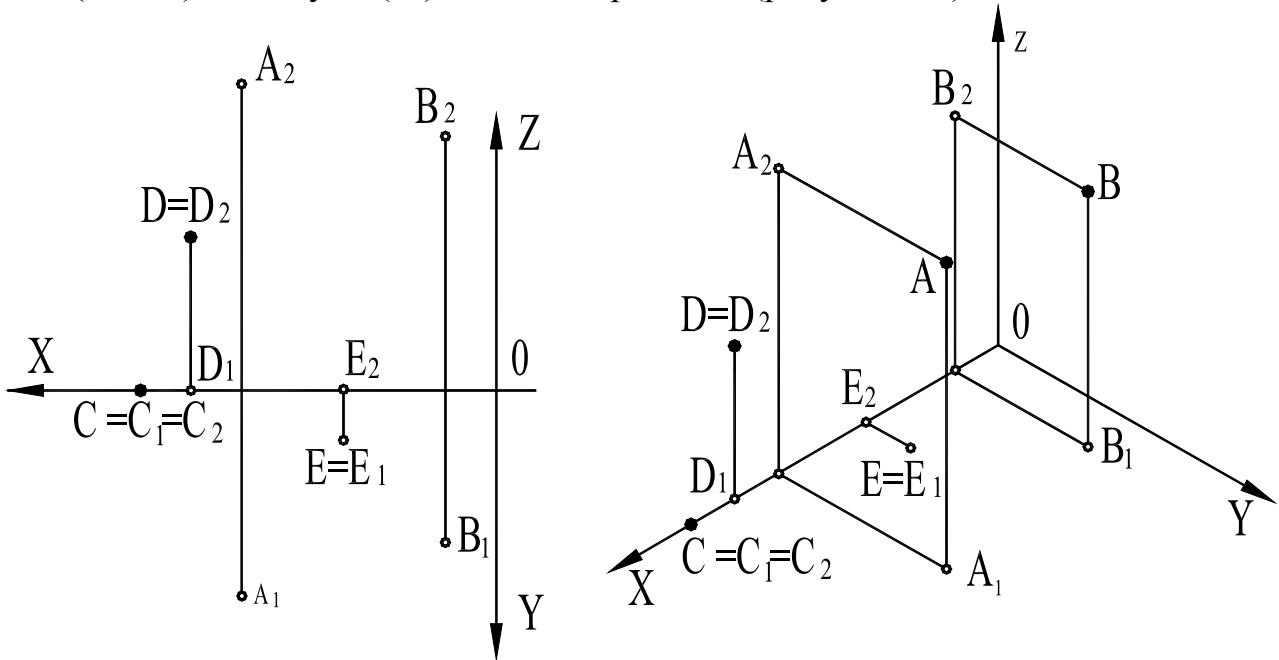


Рисунок 1.2 - Комплексный и аксонометрический чертежи точек

Самостоятельно решить на комплексном чертеже следующие задачи по теме "Точка".

1. Построить комплексный чертеж точек A, B, C и D и выполнить наглядное изображение (изометрию). Задачу решить в масштабе 1:1.
2. Построить комплексный чертеж точки M , равноудаленной от двух плоскостей проекций, и точки N , равноудаленной от трех плоскостей проекций. Записать координаты точек.
3. Построить комплексный чертеж точки, удаленной от фронтальной плоскости на расстояние вдвое большее, чем от горизонтальной. Записать координаты точки.
4. Построить комплексный чертеж точек, лежащих на осях OX, OY, OZ . Записать их координаты.

Задание 2 (ПРЯМАЯ)

Прямая на чертеже моделируется парой проекций отрезка, который может быть задан своими граничными точками. В частном случае, когда прямая перпендикулярна плоскости проекции (проецирующая прямая), одна из проекций прямой вырожденная (точка).

Признаком принадлежности точки прямой (на чертеже) является принадлежность проекций точки соответствующим проекциям отрезка прямой. При этом выполняется условие простого отношения трех точек, т.е.

$$AB/AC = A_1B_1/A_1C_1 = A_2B_2/A_2C_2.$$

Прямые, параллельные плоскостям проекций, называются линиями уровня. Одна из проекций линии уровня всегда параллельна оси чертежа, вторая же представлена отрезком прямой в натуральную величину.

Признаком, на чертеже, пересечения прямых является наличие общей точки.

Параллельные прямые пересекаются в несобственной (бесконечно удаленной) точке и, как следствие этого, проекции таких прямых попарно параллельны.

Если прямые не пересекаются, значит они скрещиваются, точки мнимого пересечения прямых называются конкурирующими.

Пример решения задачи. Отрезок горизонтальной линии уровня, проходящей через точку $G(10,15,30)$, поделить пополам:

- по заданным координатам строятся проекции (G_1, G_2) точки G (рисунок 1.3);

- проводится фронтальная проекция горизонтали S_2G_2 параллельно оси OX ($z = \text{const.}$) и произвольно выбирается точка S_2 ;

- ориентация отрезка G_1S_1 (горизонтальная проекция горизонтали) также выбирается произвольно;

- горизонтальная проекция G_1S_1 делится (графически) пополам точкой M_1 ;

- вторая (фронтальная M_2) проекция точки находится по соответствию на фронтальной проекции S_2G_2 (на пересечении проекции и линии связи, проходящей через точку S_1G_1).

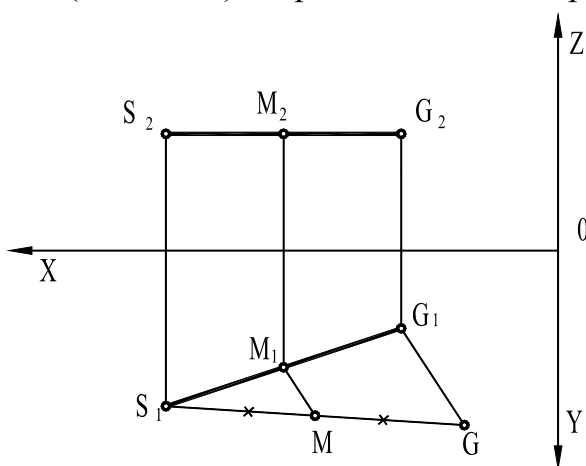


Рисунок 1.3 - Деление отрезка пополам

Решить на комплексном чертеже самостоятельно следующие задачи по теме "Прямая".

5. Через точку B провести фронтально-проецирующую прямую, а через точку A горизонтально-проецирующую прямую.

6. Точки F , L и T лежат на прямой AB . Определить их координаты при условии, что координата $X_F = 30$, $Y_L = 30$, а $Z_T = 10$.

7. Определить, лежат ли точки P , S и Q на прямой CD . Известно, что фронтальные проекции точек принадлежат фронтальной проекции прямой, а горизонтальные определяются координатами: $P_1(30,40)$, $S_1(10,50)$, $Q_1(20,35)$.

8. Отрезок прямой AB разделить в отношении 1:2:3. Записать координаты точек, делящих отрезок.
9. Прямую AD пересечь горизонтальной линией уровня в точке $L (Z_L = 40)$.
10. Прямую BC пересечь фронтальной линией уровня в точке $Q (Y_Q = 30)$.
11. Через точку D провести прямую k , параллельную отрезку прямой AK .
12. Через точку E провести прямую, которая бы скрещивалась с прямой AB и пересекала прямую CD .
13. Через точку A провести две горизонтальные линии уровня с углами наклона к фронтальной плоскости проекций в 30° и 60° . Отложить на них отрезки по 50 мм.
14. Через точку K провести горизонтальную линию уровня, пересекающую ось OZ .
15. Через точку B провести две фронтальные линии уровня. Отложить на них отрезки, отношение длин которых равно 3:2.
16. Через точку A провести фронтальную линию уровня с углом наклона к горизонтальной плоскости проекций в 60° . Отложить на ней отрезок в 30 мм.
17. Прямые AE и CD пересечь прямой, отстоящей от горизонтальной плоскости проекций на расстояние в 40 мм.

Задание 3 (ПРЯМАЯ, ПЛОСКОСТЬ)

Плоскость, в отличие от точки и прямой, на чертеже задается не проекциями, а родственным соответствием (т.е. тремя парами соответственных точек, как показано на рисунке 1.4).

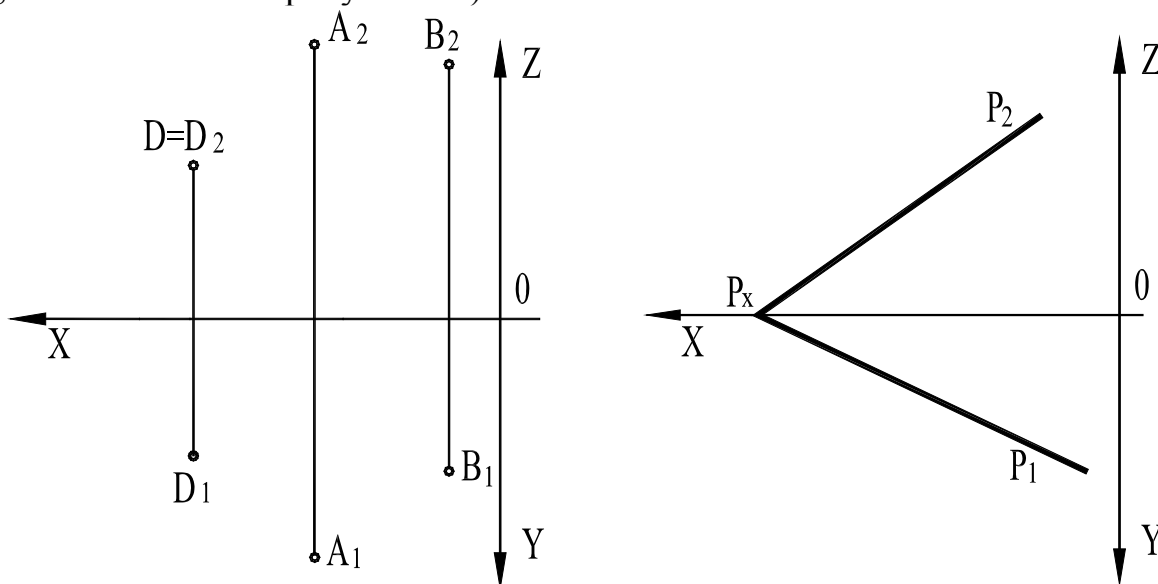


Рисунок 1.4 - Задание плоскости на эюре тремя точками и следами

Наиболее распространенные способы задания такого соответствия - это симплекс (три точки, объединенные в треугольник) и следы (линии пересечения плоскости с плоскостями проекции). Возможны и другие вариации трех точек (параллельные и пересекающиеся прямые и т.п.).

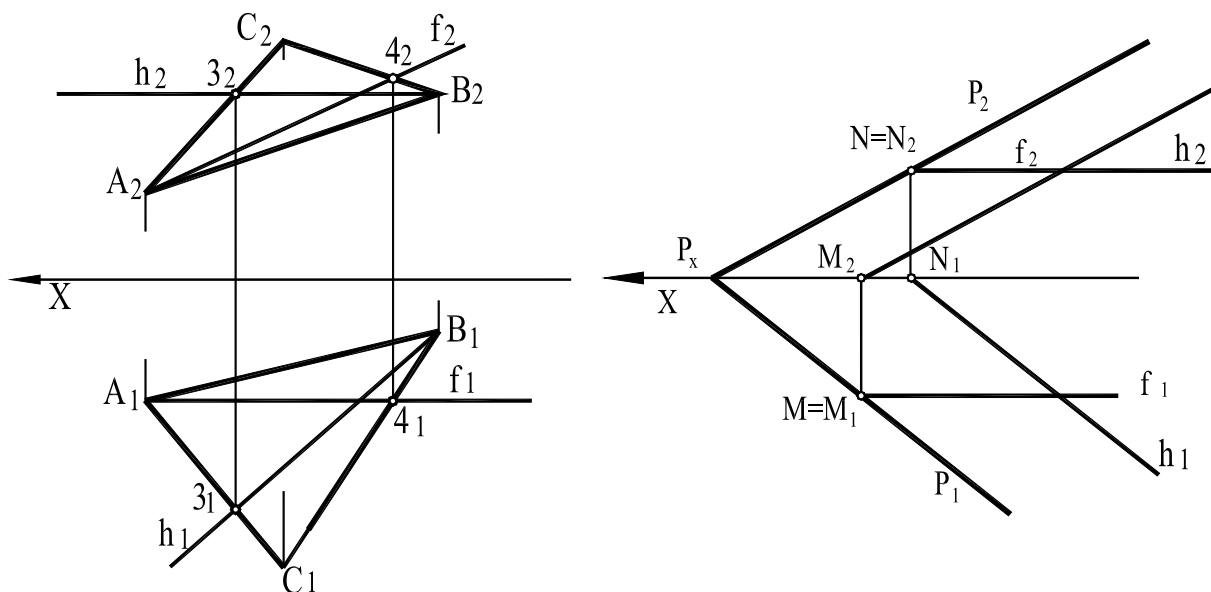


Рисунок 1.5 - Главные линии плоскости

Условие принадлежности прямой плоскости вытекает из способа ее задания на чертеже. Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая ей принадлежит.

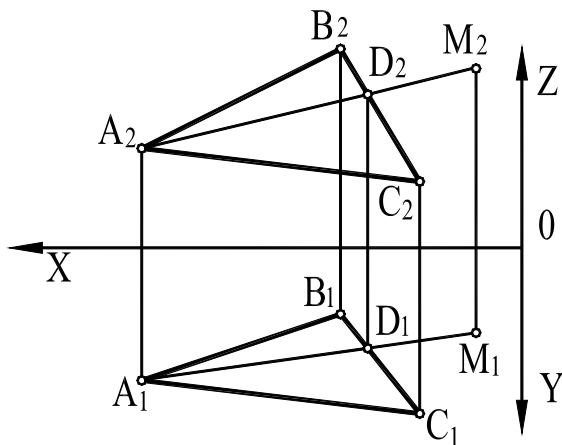
Принадлежность точки плоскости сводится к определению принадлежности точки одной из прямых этой плоскости.

Прямые, лежащие в плоскости и параллельные плоскостям проекции (h - горизонталь, f - фронталь на рисунке 1.5) получили названия линий уровня плоскости (следы - линии нулевого уровня). Линии же, перпендикулярные им, называют линиями наибольшего наклона (ската).

Обобщающее название линий уровня и наибольшего ската - **главные линии плоскости**.

Пример решения задачи. Определить принадлежит ли точка M плоскости треугольника ABC .

Точка M лежит
в плоскости



Точка M не лежит
в плоскости

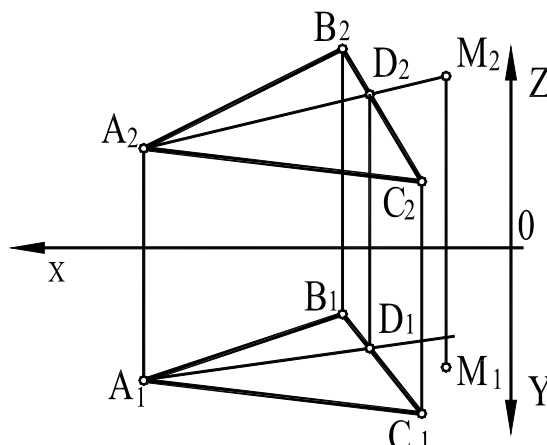


Рисунок 1.6 - Принадлежность точки плоскости

Точка M может быть отнесена к одной из линий плоскости треугольника ABC (например, к прямой AM). Это и определяет стратегию решения:

- проводится (для определенности) через точку M_2 фронтальная проекция прямой A_2D_2 ;

Тогда из условия принадлежности этой прямой плоскости, она должна проходить через точку D плоскости ABC , и можно построить ее горизонтальную проекцию.

- по соответствию, находится горизонтальная проекция точки D (D_1 на горизонтальной проекции прямой B_1C_1);

- строится горизонтальная проекция прямой A_1D_1 .

Анализ чертежа показывает, принадлежит точка M прямой AD или нет (проекции точек должны принадлежать соответствующим проекциям прямым). Это позволяет сделать вывод о том, что и сама точка в рассматриваемой плоскости лежит или не лежит, как показано на рисунке 1.6.

Решить на комплексном чертеже самостоятельно следующие задачи по теме "Прямая, плоскость".

18. Построить точку M , лежащую в плоскости ΔABC , $M_1(30,40)$.

19. В плоскости прямых AB и AC выделить треугольник так, чтобы одна из его сторон оказалась линией уровня.

20. Через точку K провести плоскость общего положения P (плоскость задать следами) и в ней выделить четырехугольник.

21. Как расположены точки A , E и K по отношению к плоскости ΔBCD ?

22. Построить чертеж точки M , лежащей в плоскости, заданной параллельными прямыми, если $M_2(30,40)$.

23. Построить чертеж точки T , лежащей в плоскости пересекающихся прямых AB и BC , $T_1(20,50)$.

24. Провести плоскости через точки:

B - горизонтальную уровня (пересекающиеся прямые);

A - фронтальную уровня (параллельные прямые);

C - горизонтально-проецирующую (треугольник);

D - фронтально-проецирующую (точка и прямая);

E - общего положения (задать следами).

25. Прямая LT лежит в плоскости Σ (Σ - плоскость общего положения задана следами). Построить L_1T_1 и L_2T_2 , если известно, $L_2(30,20)$ а $T_2(60,20)$.

26. Через точку A провести прямую, параллельную плоскости общего положения Ω , проходящую через прямую BK и содержащую точку D (Ω задать следами).

Задание 4 (ПЛОСКОСТИ)

27. Построить линию пересечения плоскостей общего положения P и Q , заданных следами. Следы взять произвольно, считая, что точка A лежит в

плоскости P , а точка D в плоскости Q .

28. Построить линию пересечения плоскостей $\triangle ABC$ и $\triangle DEK$. (Задачу решить на комплексном и аксонометрическом чертежах, масштаб 1:1)

Пример решения задачи

Две плоскости P и Q в трехмерном пространстве пересекаются по прямой линии MN . Рассмотрим задачу на ее построение.

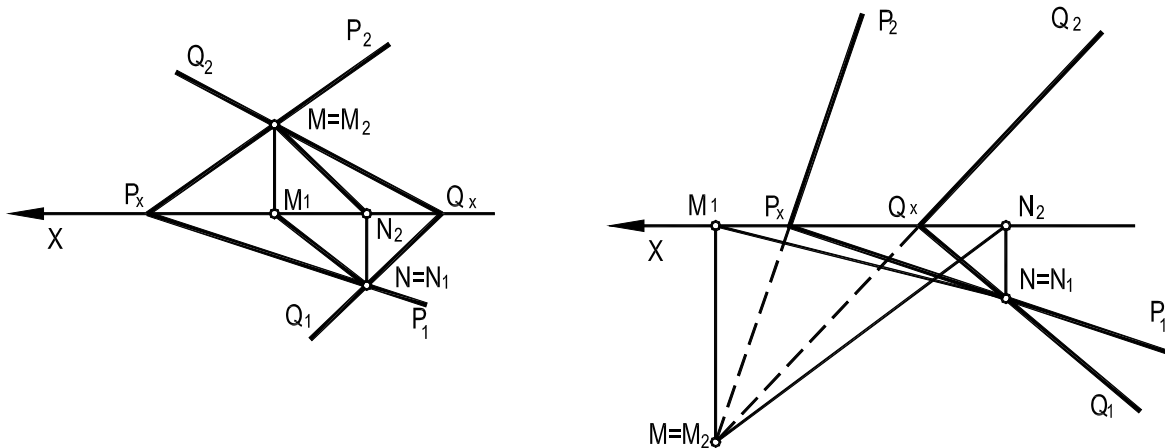


Рисунок 1.7 - Пересечение плоскостей

Пусть обе плоскости P и Q заданы следами (рисунок 1.7).

Фронтальные следы плоскостей P_2 и Q_2 лежат в одной плоскости проекции π_2 и следовательно пересекаются в точке M .

Аналогично дело обстоит и с горизонтальными следами P_1 и Q_1 : они пересекаются в горизонтальной плоскости π_1 в точке N .

Эти две точки M и N одновременно принадлежат обеим плоскостям P и Q и, следовательно, определяют линию, принадлежащую одновременно двум плоскостям, или, другими словами, линию пересечения.

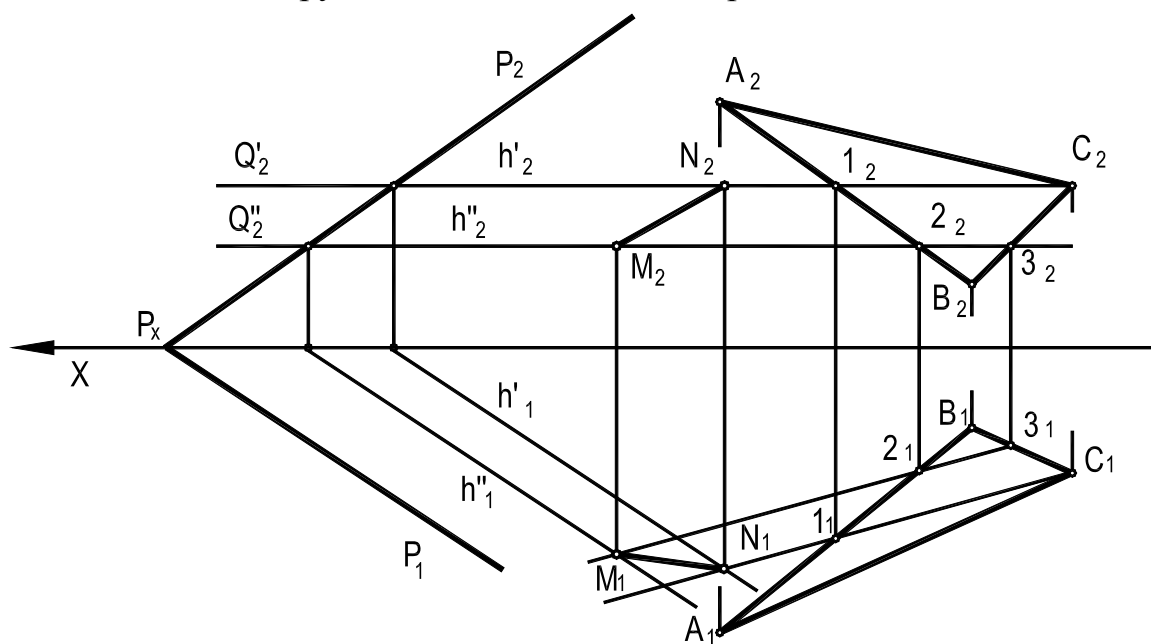


Рисунок 1.8 - Пересечение плоскостей

В случае, когда пересекающиеся плоскости заданы менее удобным образом (рисунок 1.8), например одна (Q) следами, а другая симплексом (треугольником ABC), задача может быть сведена к уже рассмотренной: в первом варианте находятся следы плоскости заданной треугольником, и тогда задача сводится к рассмотренной выше; во втором используется известное утверждение о том, что три плоскости всегда пересекаются в одной точке. Остановимся на втором варианте.

Введение горизонтальной плоскости уровня Q' приведет к тому, что исходные плоскости пересекутся с ней по горизонталям h' и IC , которые пересекутся по точке N (эта точка одновременно принадлежит трем плоскостям Q' , P и ABC) и, следовательно, эту точку можно отнести к линии пересечения.

Повторное введение плоскости уровня Q'' позволит получить еще одну точку линии пересечения - M .

Задание 5 (ЗАДАЧИ ПОЗИЦИОННЫЕ)

29. Найти точку пересечения прямой общего положения RS с плоскостью пересекающихся прямых AC и BC . Прямую RS взять произвольно.

30. Найти точку пересечения прямой ST с плоскостью, которая определяется прямой AK и точкой E . Прямую общего положения ST , взять произвольно.

31. Найти пересечение горизонтально-проецирующей прямой с плоскостью $\triangle ABC$. Прямая проходит через точку $M(50,40,25)$.

32. Найти точку пересечения прямой EK и плоскости общего положения. Плоскость задать следами (следы взять произвольно).

Пример решения задачи. Задачи на построение точки пересечения прямой и плоскости решаются сведением их к задачам на пересечение плоскостей. Рассмотрим один из возможных вариантов.

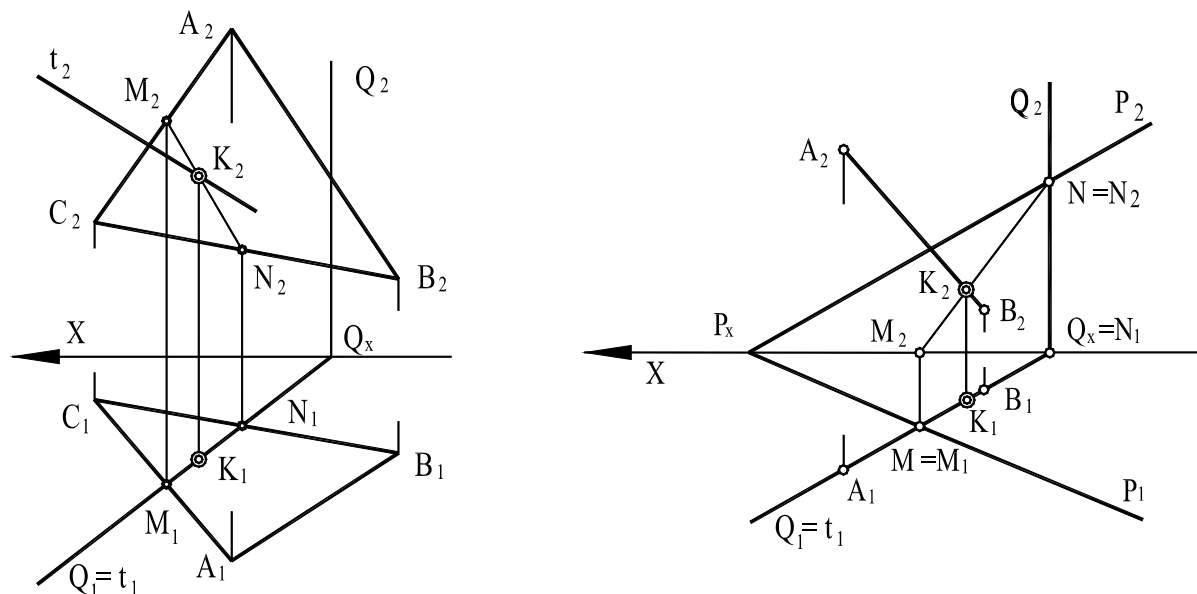


Рисунок 1.9 - Точка встречи прямой с плоскостью

Пусть требуется найти точку пересечения прямой t , заданной отрезком AB , и плоскости общего положения P , заданной треугольником ABC или следами (рисунок 1.9).

Прямая t может быть отнесена к одной из проецирующих плоскостей, для определенности будем считать, что к горизонтально - проецирующей плоскости Q . Тогда плоскости P и Q пересекутся по линии MN и, в силу того, что линии t и MN лежат в одной плоскости Q , они пересекутся в точке K .

Эта точка одновременно принадлежит прямой и плоскости и, следовательно, является искомой точкой пересечения.

Задание 6 (ЗАДАЧИ МЕТРИЧЕСКИЕ)

(решать без методов преобразования)

Задачи связанные с определением на чертеже длин отрезков, углов между прямыми и плоскостями, площадей плоских фигур, а также объемов тел получили название метрических. Решение таких задач базируется на умении определять длину отрезка и строить прямой угол (проводить взаимно перпендикулярные прямые). Последнее базируется на теореме о проецировании прямого угла.

Прямой угол проецируется на плоскость проекции без искажения в том случае, если одна из его сторон параллельна этой плоскости, а вторая не перпендикулярна.

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна любому двум пересекающимся прямым этой плоскости.

Одна плоскость перпендикулярна другой, если она проходит через перпендикуляр к этой плоскости.

Примеры решения метрических задач. Определить длину отрезка AB линии общего положения и угол наклона этой прямой к фронтальной плоскости проекции (рисунок 1.10).

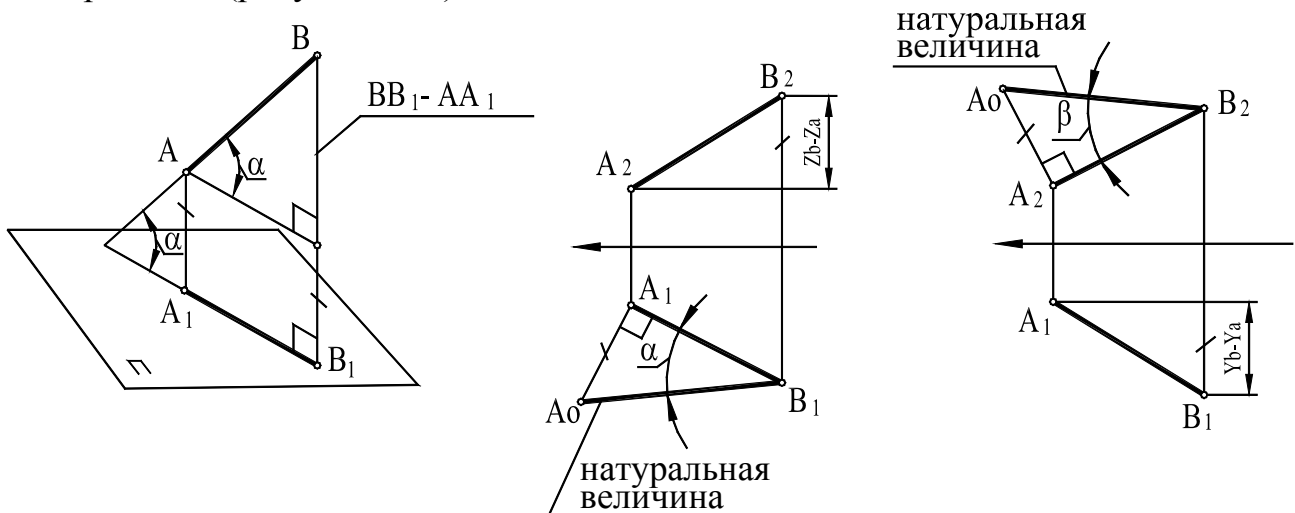


Рисунок 1.10 - Определение натуральной величины отрезка

Решение:

- определяется разница координат Z концов отрезка (на фронтальной плоскости проекции);
- проводится (через один из концов проекции A_1B_1) перпендикуляр;
- откладывается на нем величина ортогонального дополнения ΔZ ;
- строится прямоугольный треугольник $A_0A_1B_1$.

Гипотенуза этого треугольника определит искомую длину отрезка AB . А угол при вершине B_1 будет совпадать с искомым углом наклона прямой к плоскости π_1 .

Аналогичные построения выполняются и на фронтальной плоскости. А угол при вершине B_2 будет совпадать с искомым углом наклона прямой к плоскости π_2 .

Проведение перпендикуляра к прямой равносильно проведению к этой прямой перпендикулярной плоскости. Покажем это.

Пусть из точки C к прямой общего положения AB нужно провести перпендикуляр (рисунок 1.11):

- через точку C перпендикулярно AB проводится горизонталь h ($h_2 \parallel oX$, $h_1 \perp A_1B_1$);
- затем точно также, перпендикулярно AB проводится фронталь f ($f_1 \parallel oX$, $f_2 \perp A_2B_2$).

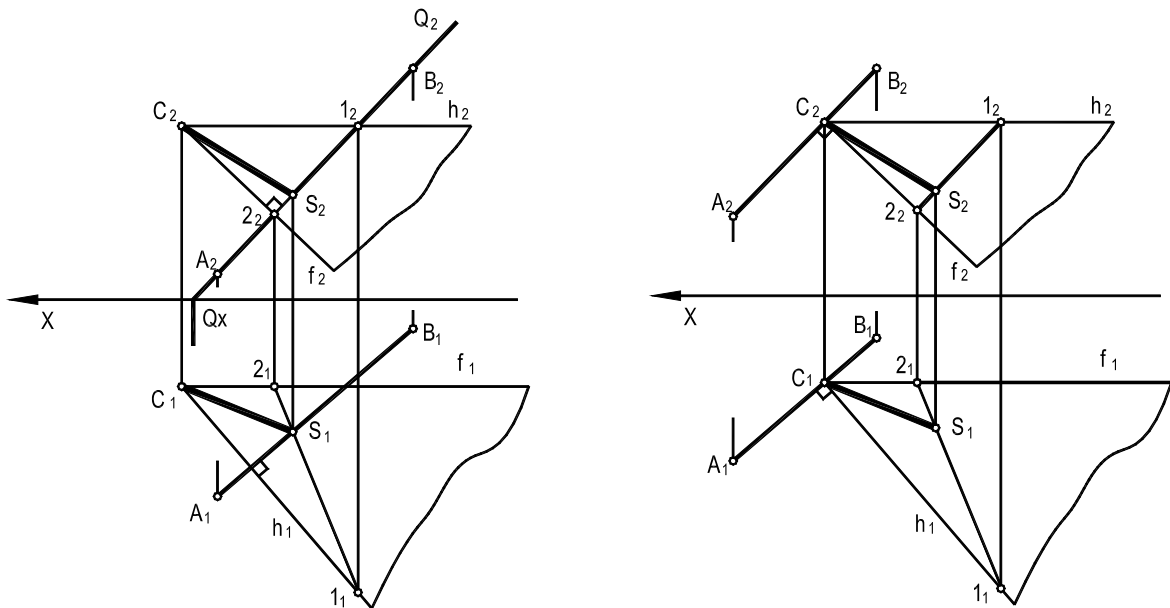


Рисунок 1.11 - Прямая, перпендикулярная плоскости

Плоскость, образованная пересекающимися прямыми f и h , по определению будет перпендикулярна прямой AB и, следовательно, в ней и будет лежать искомая прямая. Для этого нужно найти точку пересечения этой плоскости и исходной прямой AB .

Определяем точку пересечения. Введение проецирующей плоскости Q через прямую AB позволяет найти линию пересечения плоскости Q и плос-

кости пересекающихся прямых f и h (линия 12), на которой и лежит точка S (точка основания перпендикуляра).

Отрезок CS и есть искомый перпендикуляр, т.к. он лежит в плоскости перпендикулярной прямой.

На этом же рисунке решена задача построения перпендикуляра к плоскости, когда его основание (точка C) лежит в этой плоскости. Строится плоскость, перпендикулярная прямой, задается горизонталью и фронталью. В этой плоскости произвольно строится прямая 12. Точка S , принадлежащая прямой 12, определит вторую точку перпендикуляра CS .

Решить на комплексном чертеже самостоятельно следующие задачи по теме "Метрические задачи", не применяя методов преобразования чертежа.

33. На прямой AB найти точку, равноудаленную от концов отрезка CD .

34. Найти геометрическое место точек, равноудаленных от точек A , B и C .

Решить в масштабе 1:1.

35. Из точки D к прямой AB провести перпендикуляр.

36. Через точку S , которая делит отрезок AD в отношении 1:3, провести перпендикуляр к этой прямой.

37. Определить угол наклона прямой AB к фронтальной плоскости проекций.

38. Определить расстояние от точки A до горизонтали, содержащей точку B .

39. Определить расстояние от точки K до плоскости $\triangle ABE$.

40. Определить угол наклона плоскости $\triangle ABC$ к горизонтальной плоскости проекций.

41. Определить длины отрезков AB , EK и BK .

42. Найти расстояние от точки A до плоскости $\triangle BKE$.

43. Определить расстояние от точки K до плоскости общего положения, проходящей через прямую AB . Плоскость задать следами.

44. Через точку C провести плоскость, перпендикулярную плоскости $\triangle AKE$.

45. Через прямую AB провести плоскость, перпендикулярную плоскости $\triangle DKE$.

Задание 7 (ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА)

Решение многих задач значительно упрощается, если геометрические объекты занимают частное положение по отношению к плоскостям проекции. Существуют специальные способы преобразования чертежа к такому виду, примером может служить перемена плоскостей проекций (любое преобразование чертежа можно свести к конечному числу переносов и поворотов плоскости).

Преобразуем прямую общего положения AB в прямую уровня (рисунок 1.12):

- заменим плоскость π_1 на новую плоскость π'_1 . Для этого проведем ось чертежа X_1 , параллельно проекции $A_2 B_2$;
- сохраняя значение координаты z , строим проекцию $A'_1 B'_1$. В новой системе координат прямая AB стала линией уровня.

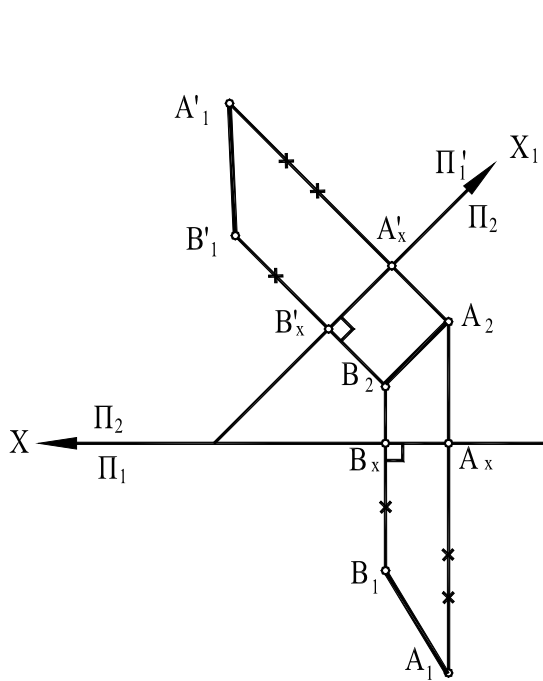


Рисунок 1.12- Преобразование прямой общего положения в линию уровня

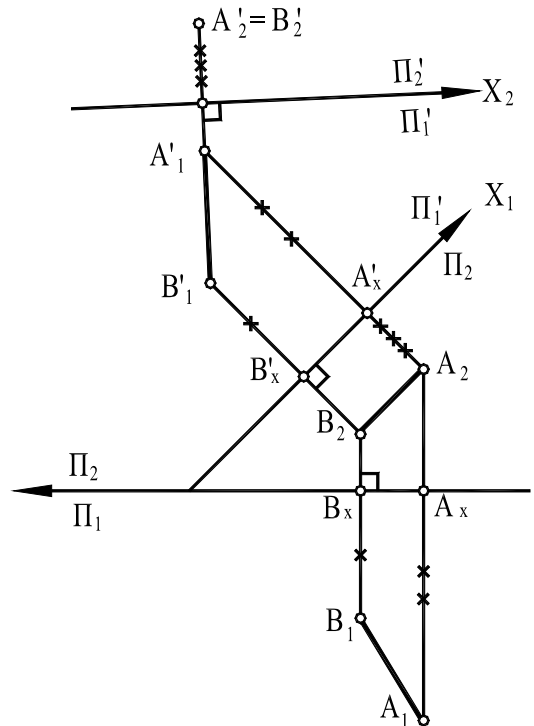


Рисунок 1.13 - Преобразование прямой общего положения в проецирующую прямую

Введение еще одной плоскости проекции взамен π_2 на плоскость, перпендикулярную прямой AB в положении линии уровня, переводит ее в положение проецирующей прямой (рисунок 1.13).

Для этого введем еще одну дополнительную плоскость, представленную новой осью чертежа X_2 , перпендикулярной $A'_1 B'_1$. Для построения новой проекции линии сохраняем координаты плоскости π_2 .

При необходимости **определения угла наклона плоскости общего положения к плоскости проекций** достаточно плоскость перевести в положение проецирующей. Это может быть достигнуто за счет переориентации линий уровня плоскости, перевода их в положение проецирующих прямых.

Для решения задачи поступаем следующим образом:

- выделим (проведем) в плоскости линию (рисунок 1.14) уровня, для определенности фронталь f ;
- введем новую плоскость, перпендикулярную фронтали (новая ось чертежа X_1);
- изобразим на новой плоскости проекций стороны треугольника.

Угол между новой осью чертежа и проекцией плоскости определит угол наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций.

Рассмотренный подход является наиболее общим для решения подобного рода метрических задач.

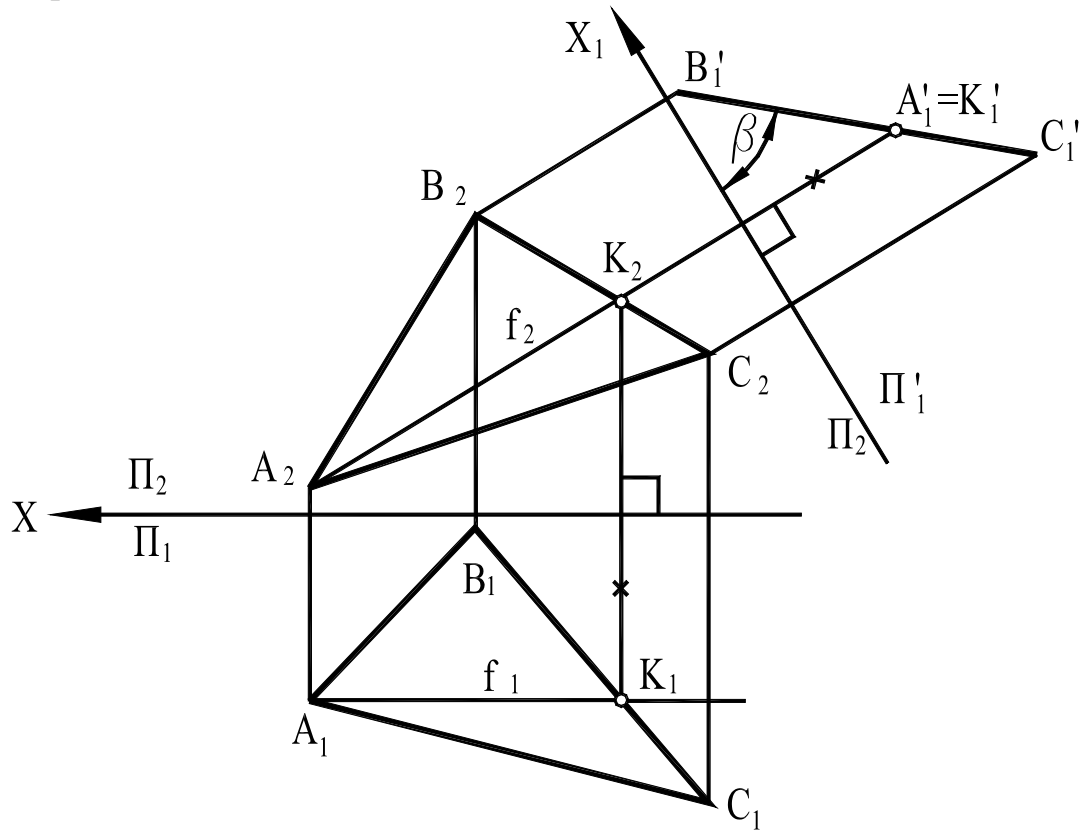


Рисунок 1.14 – Угол наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций.

Решить на комплексном чертеже самостоятельно следующие задачи по теме "Преобразование чертежа".

46. Определить расстояние между прямыми AE и DK .

47. Из точки K к прямой AB провести перпендикуляр.

48. Найти геометрическое место точек, равноудаленных от плоскостей $\triangle ABC$ и $\triangle DEK$.

49. Определить угол наклона плоскости $\triangle ABE$ к фронтальной плоскости проекций.

50. Через точку A провести плоскость, параллельную плоскости общего положения, проходящей через прямую BK и содержащую точку E . Плоскость задать следами.

Задание 8 (ЗАДАЧИ КОМПЛЕКСНЫЕ)

51. Определить угол между прямой AB и плоскостью $\triangle DEK$.

52. Определить угол между плоскостями $\triangle AEC$ и $\triangle BDK$.

53. Определить площадь отсека плоскости $\triangle ABC$.

54. Определить положение точки M , лежащей внутри тетраэдра $ABEK$, если известно, что она лежит на прямой, которая проходит через вершину K и центр тяжести материальных точек A, B и E . При этом она лежит и в плоскости, которая делит двугранный угол между плоскостями $\triangle ABE$ и $\triangle AEK$ на две равные части. Определить натуральную величину отрезка MK .

Пример решения задачи 51

Известно, что угол между прямой и плоскостью измеряется величиной плоского угла между рассматриваемой прямой и её ортогональной проекцией на эту плоскость (рисунок 1.15).

Решение проводим в следующей последовательности:

- через точку A на прямой t проводим перпендикуляр s к плоскости P ;
- ограничиваем отсек плоскости фронталью CB ;
- методом перемены плоскостей определяем натуральную величину треугольника ABC ;
- графически или аналитически определяем искомый угол Ψ .

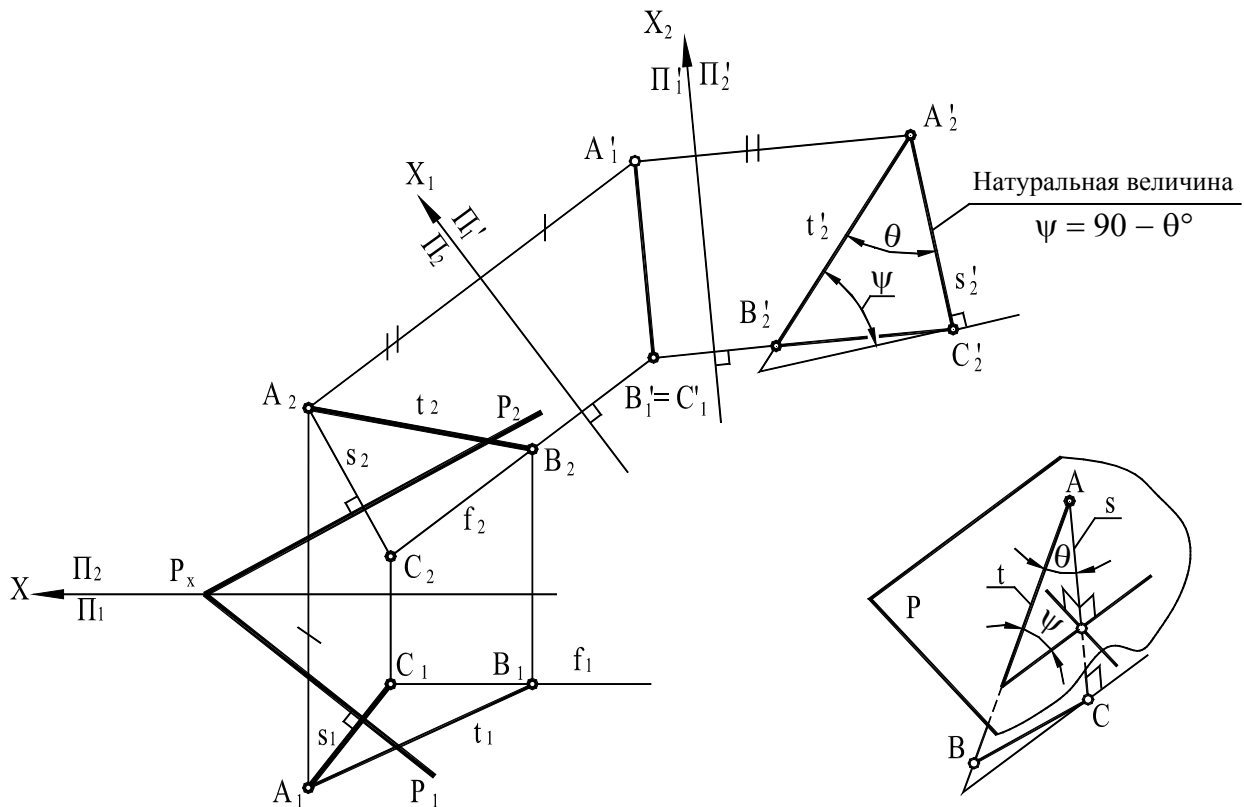


Рисунок 1.15– Определение угла наклона прямой к плоскости

2 Плоские кривые

Решение практических задач по формированию сложных технических контуров наталкивается на такую проблему, как невозможность представления всего контура единственной кривой. Это и породило необходимость конструирования составных кривых (кривых, сформированных из дуг простых).

В технике такие кривые получили название обводов, в математике они более известны как сплайны (*spline*). Основной характеристикой обвода является гладкость. Под гладкостью понимают число совпавших производных (уравнений стыкующихся кривых) в точках стыка.

Наиболее простой вариант построения составной кривой - из дуг окружностей.

Окружности могут сопрягаться таким образом, что в точках стыка будут располагаться общие касательные. Такой стык соответствует первому порядку гладкости (совпадают только первые производные).

Для построения этого обвода используется идея радиусо - графического сопряжения дуг окружностей. Исходной информацией является точечный ряд $(1, 2, 3, \dots, n)$ и касательная на одном из концов этого ряда, например, t_i (рисунок 2.1).

Вследствие того, что окружность трехпараметрическая кривая, для её построения кроме точки i нужно определить еще одну, например $(i+1)$ или $(i-1)$. Не нарушая общности рассуждений, рассмотрим вариант с $(i+1)$ -ой точкой (рисунок ниже).

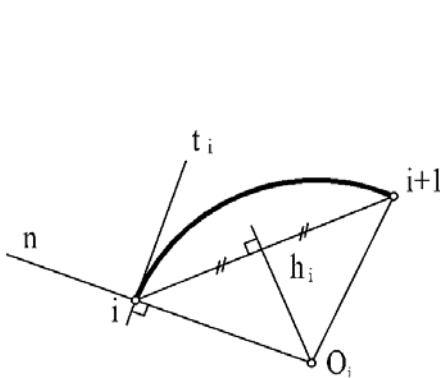


Рисунок 2.1 - Дуга окружности с заданными параметрами

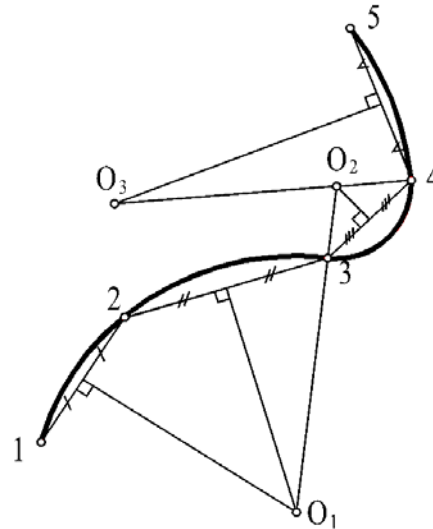


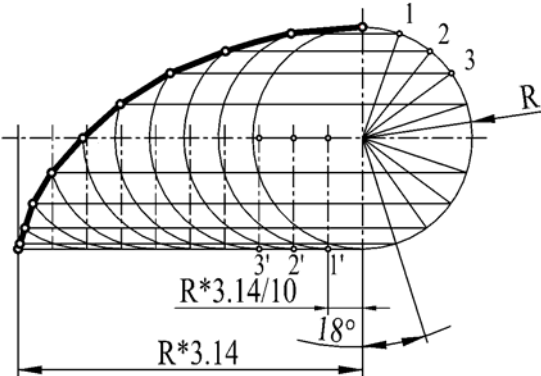
Рисунок 2.2 - Обвод первого порядка гладкости

Графическое решение выглядит следующим образом: через точку i проводится нормаль n . Конечные точки i и $(i+1)$ соединяются хордой. В средней точке хорды строится перпендикуляр h . Пересечение нормали n и перпендикуляра h и определит положение центра искомой окружности. Радиус окружности совпадает с отрезками $[o-i]$ и $[o-(i+1)]$. Касательная к построенной окружности будет перпендикулярна радиусу, проведенному в $(i+1)$ -ю точку.

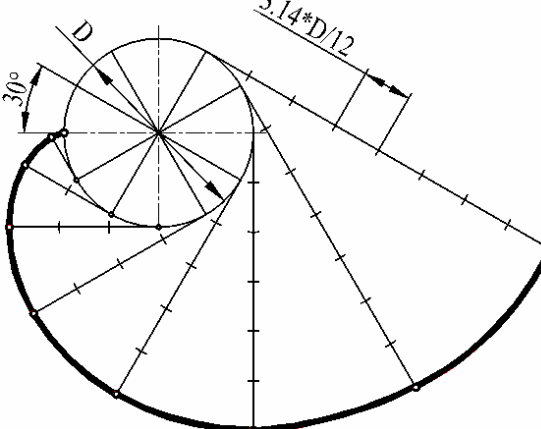
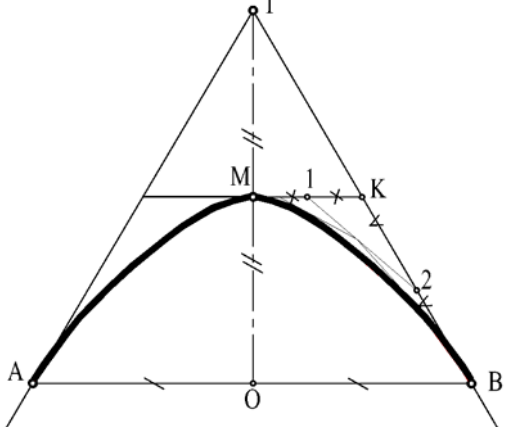
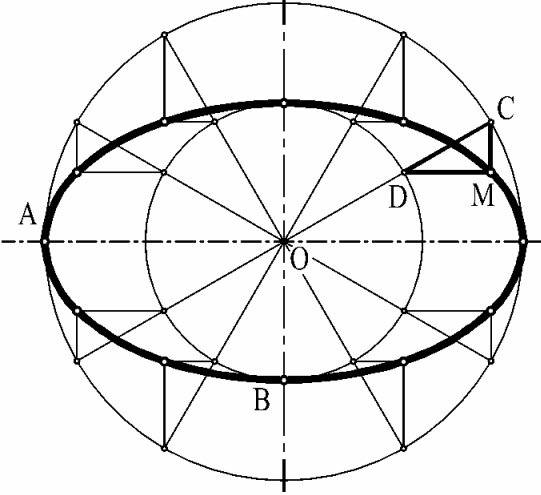
Центры соприкасающихся окружностей лежат на одной прямой, проходящей через точку касания. Таким образом, определение центра окружности сопрягающейся с i -той найдется на пересечении линии $O_i(i+1)$ с перпендикуляром к середине хорды $(i+1)(i+2)$ (рисунок 2.2).

2.1 Конструирование наиболее употребительных кривых

Таблица 2.1 – Лекальные кривые

Изображение кривой	Алгоритм построения кривой
<p style="text-align: center;">1</p>  <p style="text-align: center;">Синусоида</p>	<p>Синусоидой называется плоская кривая, графически изображающая изменение синуса в зависимости от его аргумента (угла). Для построения синусоиды окружность радиуса R делят на произвольное количество равных частей. На горизонтальной прямой откладывают отрезок, равный половине длины окружности ($R*3.14$), и делят его на такое же число равных частей. Из концов этих отрезков (точки $1',2',3'$) проводят вертикальные прямые до пересечения с горизонтальными прямыми, исходящими из концов соответствующих радиусов (точки $1,2,3$).</p>
 <p style="text-align: center;">Циклоида</p>	<p>Циклоидой называется кривая, образованная точкой окружности, катящейся без скольжения по прямой линии. Для построения циклоиды окружность радиуса R делят на произвольное количество равных частей. На горизонтальной прямой откладывают отрезок, равный половине длины окружности ($R*3.14$), и делят его на такое же число равных частей. Из концов этих отрезков (точки $1',2',3'$) проводят вертикальные прямые до пересечения с горизонтальной осевой линией. Эти точки будут центрами окружностей радиуса R. Пересечения окружностей с соответствующими горизонтальными прямыми, исходящими из концов радиусов (точки $1,2,3$), дадут точки циклоиды.</p>

Продолжение таблицы 2.1

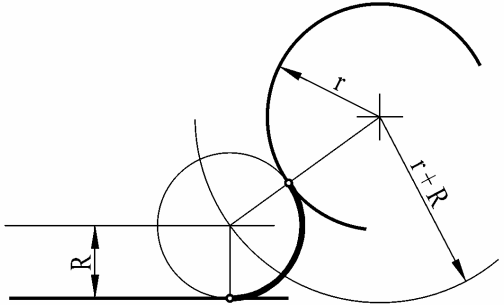
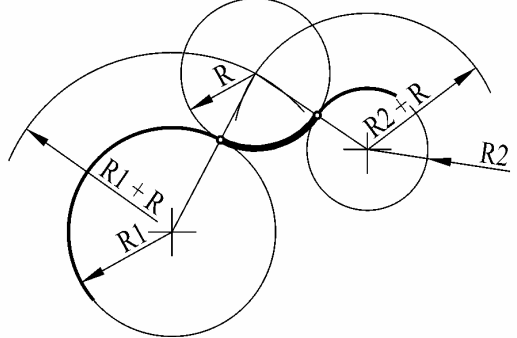
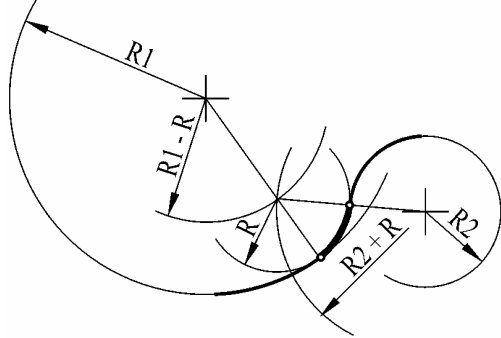
1	2
 <p style="text-align: center;">Эвольвента</p>	<p>Эвольвентой окружности называется кривая, которую описывает точка прямой линии, катящейся без скольжения по неподвижной окружности. Окружность диаметра D делят на произвольное число равных частей. Из точек деления проводят касательные к окружности, на которых откладывают соответственно 1, 2, 3 и т.д. части окружности.</p>
 <p style="text-align: center;">Парабола</p>	<p>Параболой называется, кривая, полученная при пересечении конуса и плоскости, параллельной образующей конуса. При задании параболы граничными точками A и B и точкой пересечения касательных T кривая строится методом пропорционального деления.</p> <p>Отрезок AB делится пополам в точке O, отрезок OT – тоже пополам в точке M, отрезок MK – в точке 1, KB – в точке 2 и т.д.</p>
 <p style="text-align: center;">Эллипс</p>	<p>Эллипсом называется кривая, полученная при пересечении конуса и плоскости, пересекающей все образующие конуса.</p> <p>Эллипс удобнее строить по его полуосям (большой OA и малой OB).</p> <p>Для построения эллипса проводятся две соосные окружности радиусами OB и OA. Проведение произвольной прямой OC и дальнейшее построение "ключа" (треугольника CDM со сторонами параллельными осям эллипса) позволяет определить положение текущей точки эллипса M.</p>

2.2 Наиболее распространенные виды геометрических построений

Таблица 2.2 – Геометрические построения

Изображение построения	Алгоритм построения
<p style="text-align: center;">1</p>  <p>Касательная к эллипсу в заданной точке C</p>	<p style="text-align: center;">2</p> <p>Построение касательной к эллипсу (с полуосями OA и OB) в заданной точке C нужно начинать с построения фокусов эллипса, точек F1 и F2.</p> <p>Построить окружность с центром в точке B и радиусом, равным большой полуоси OA. В пересечении окружности с горизонтальной осью отметить точки F1 и F2. Построить биссектрису угла F1CF2. Прямая, перпендикулярная биссектрисе и проходящая через точку C, и будет касательной к эллипсу в заданной точке.</p>
 <p>Биссектриса угла</p>	<p>Из вершины угла произвольным радиусом построить дугу окружности. Из точек пересечения дуги окружности со сторонами угла построить равные окружности произвольного радиуса R. Прямая, проходящая через вершину угла и точки пересечения окружностей, - биссектриса угла.</p>
 <p>Сопряжение прямых окружностью заданного радиуса R</p>	<p>На расстоянии R от заданных прямых построить вспомогательные прямые, им параллельные. Из точки пересечения вспомогательных прямых построить сопрягающую окружность заданного радиуса R. Отметить точки сопряжения. Они лежат на перпендикулярах, проведенных из центра сопрягающей окружности к заданным прямым.</p>

Продолжение таблицы 2.2

1	2
 <p data-bbox="164 638 710 761">Сопряжение окружностью заданного радиуса R прямой и дуги</p>	<p data-bbox="734 324 1428 660">На расстоянии R от заданной прямой построить вспомогательную прямую, ей параллельную. Из центра сопрягаемой дуги провести дугу окружности с радиусом $r + R$. Из точки пересечения построенной дуги и вспомогательной прямой построить сопрягающую окружность. Отметить точки сопряжения.</p>
 <p data-bbox="164 1131 710 1299">Внешнее сопряжение окружностью с заданным радиусом R двух окружностей с радиусами R_1 и R_2.</p>	<p data-bbox="734 784 1428 1131">Из центров заданных окружностей провести дуги вспомогательных окружностей с радиусами R_1+R и R_2+R. Из точки пересечения дуг вспомогательных окружностей построить сопрягающую окружность радиуса R. Отметить точки сопряжения. Они лежат на прямых, соединяющих центры окружностей.</p>
 <p data-bbox="164 1668 710 1825">Смешанное сопряжение окружностью с заданным радиусом R двух окружностей с радиусами R_1 и R_2.</p>	<p data-bbox="734 1321 1428 1657">Из центров заданных окружностей провести дуги вспомогательных окружностей с радиусами R_1-R и R_2+R. Из точки пересечения дуг вспомогательных окружностей построить сопрягающую окружность радиуса R. Отметить точки сопряжения. Они лежат на прямых, соединяющих центры окружностей.</p>

2.3 Задания на тему «Плоские кривые»

Задание 1. На формате А3 в масштабе 1:1 построить контур кулачка, представляющий обвод первого порядка гладкости, составленный из дуг ок-

ружностей, лекальных кривых, отрезков прямых линий. Проставить размеры. Варианты заданий даны на рисунках 2.5 – 2.19

Задание 2 . На том же формате А3 построить обвод первого порядка гладкости, составленный из дуг окружности и проходящий через заданные точки.

Варианты заданий даны в таблице 2.3

Примеры выполнения заданий приведены на рисунке 2.3. См. также приложение А - «Оформление заданий»

Построения не стирать!

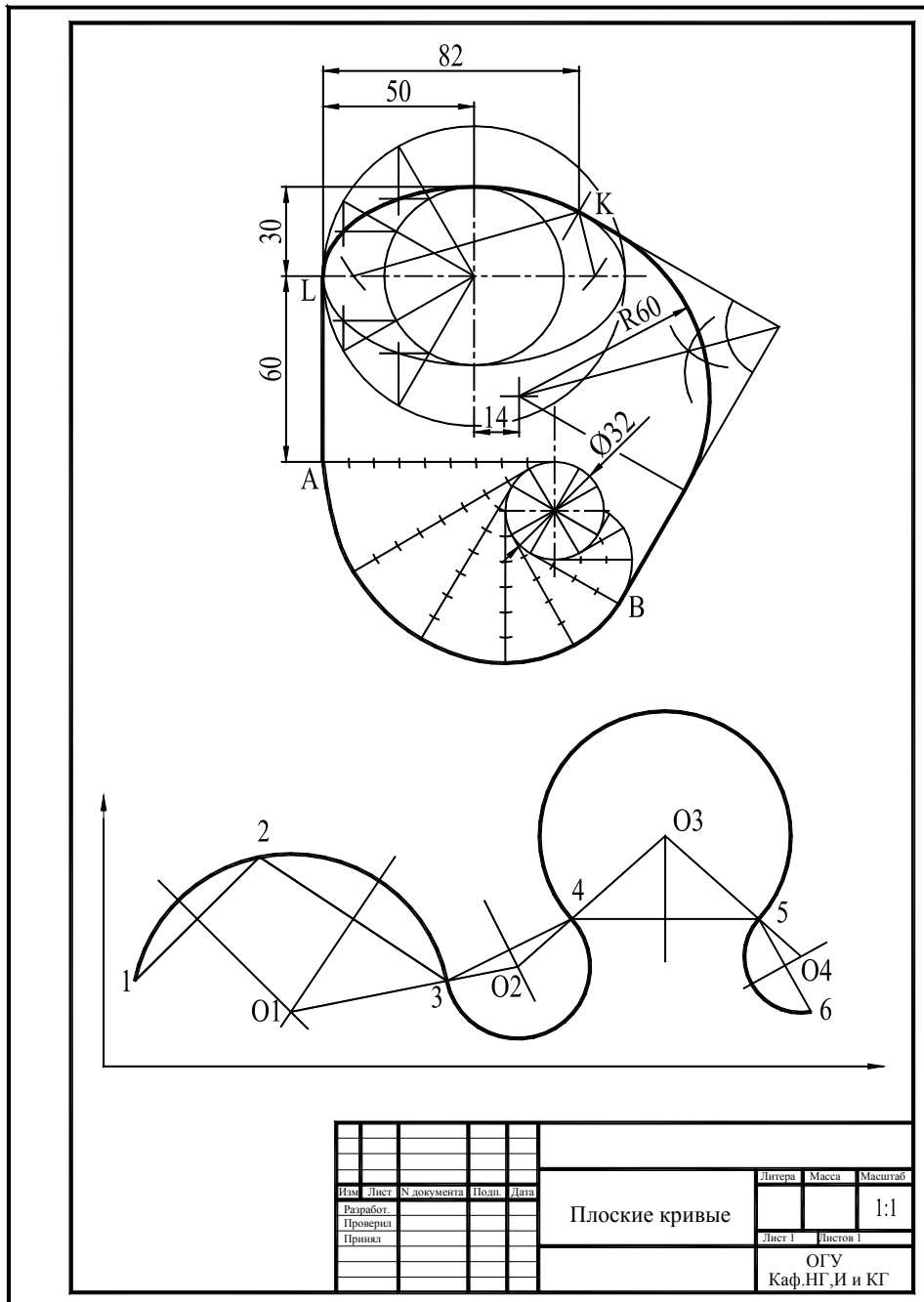
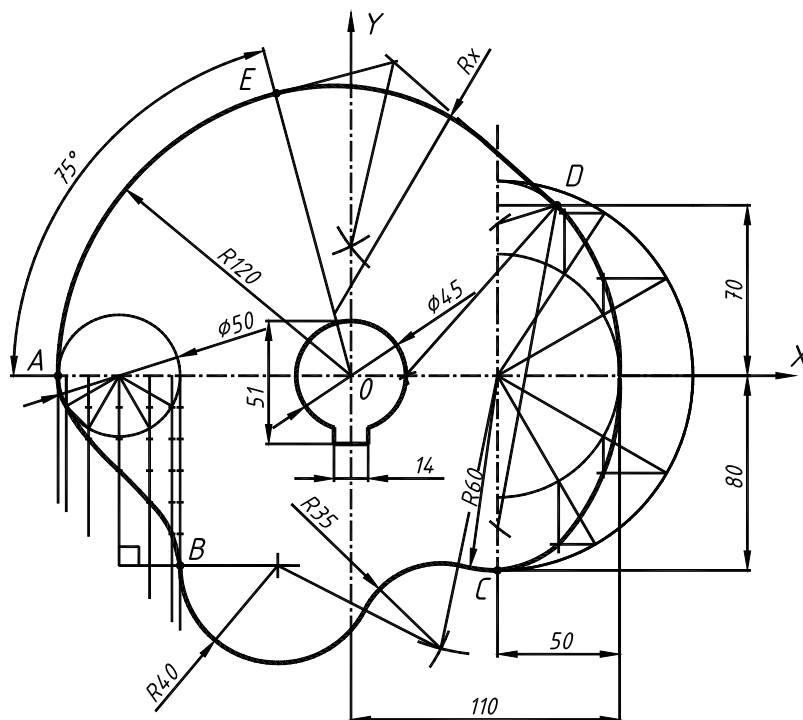


Рисунок 2.3 - Пример выполнения заданий 1 и 2.

2.4 Варианты задания на тему «Плоские кривые»

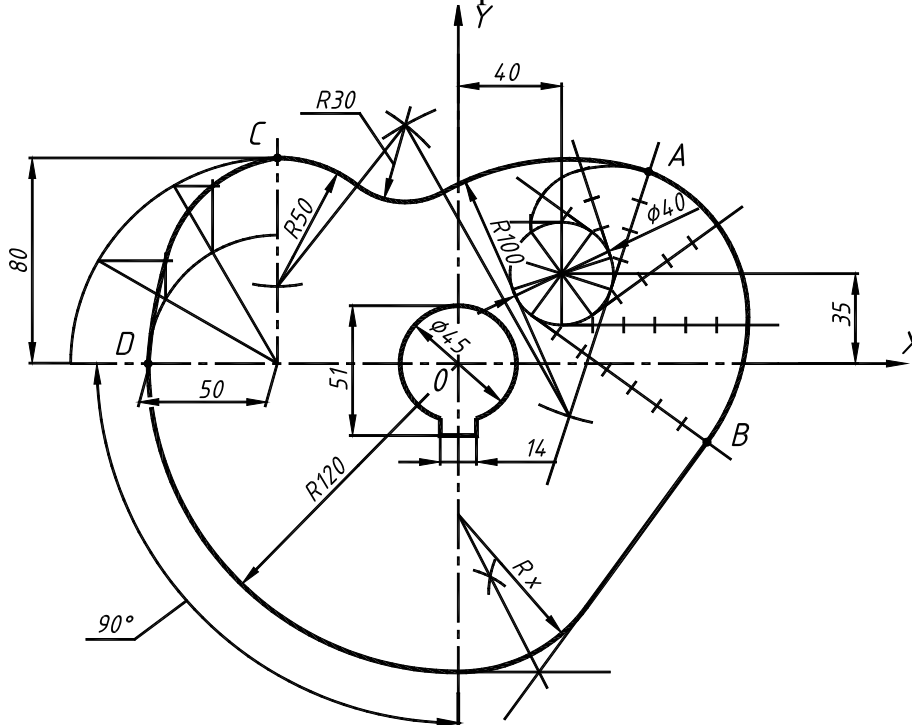
Вариант 1



AB – дуга синусоиды

CD - дуга эллипса

Вариант 2

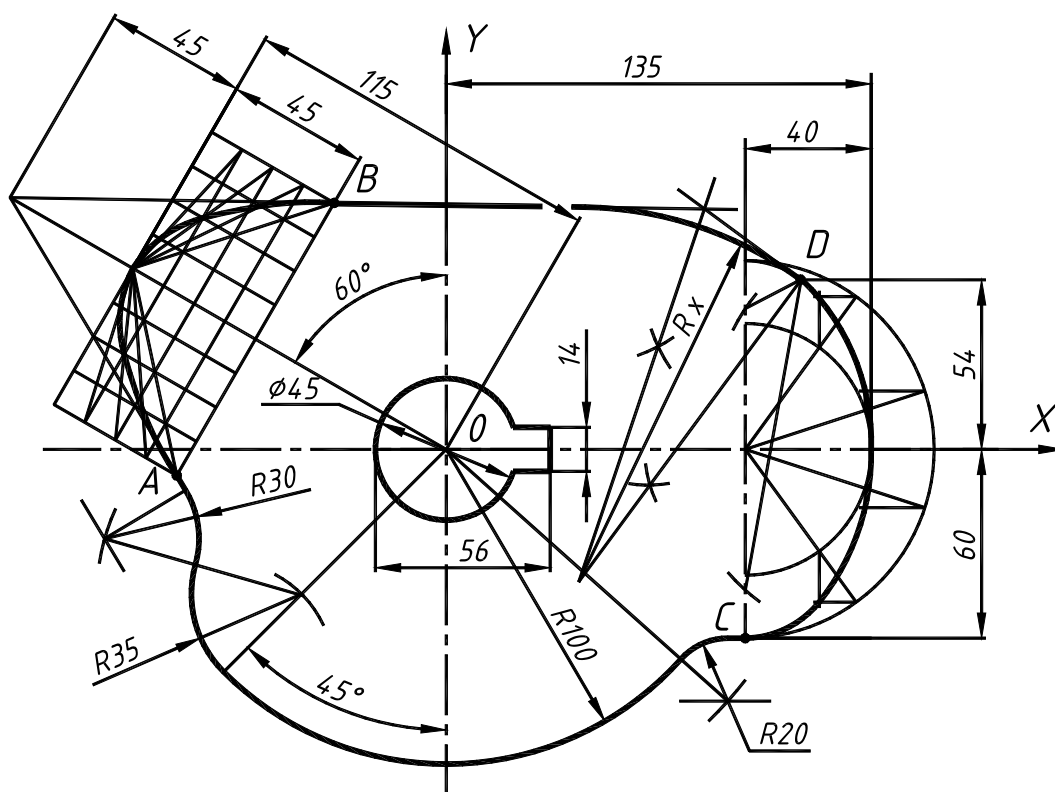


AB – дуга эвольвенты

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.4 – Варианты задания 1 и 2

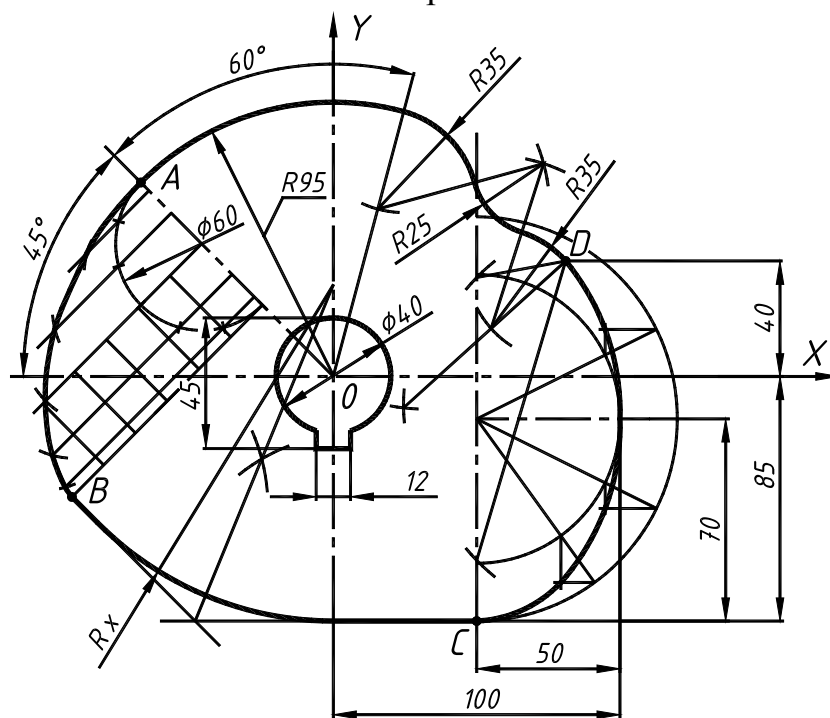
Вариант 3



AB – дуга параболы

CD - дуга эллипса

Вариант 4

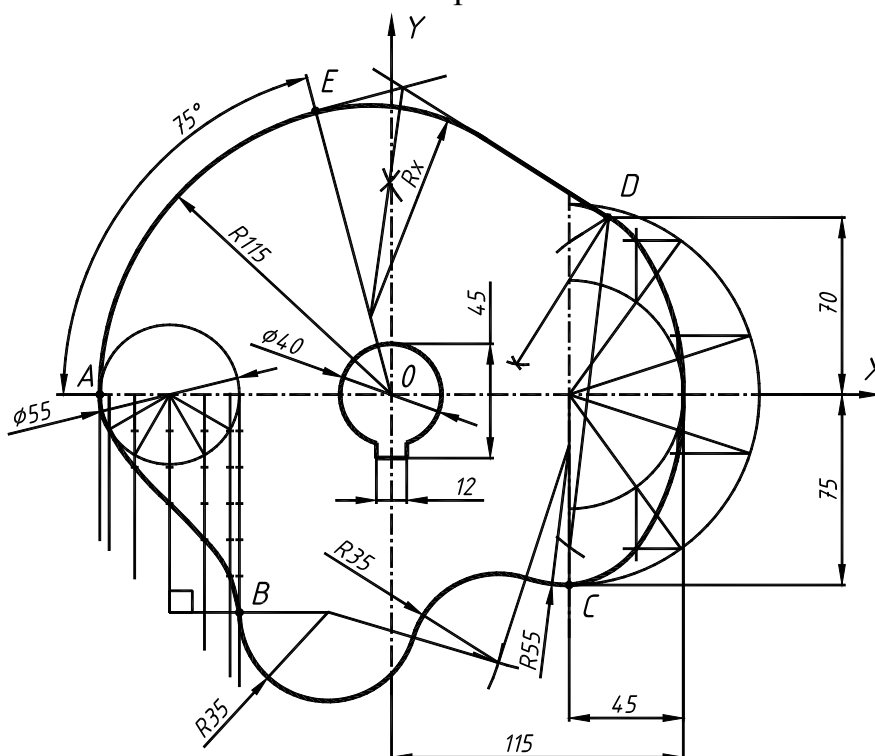


AB – дуга циклоиды

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.5 – Варианты задания 3 и 4

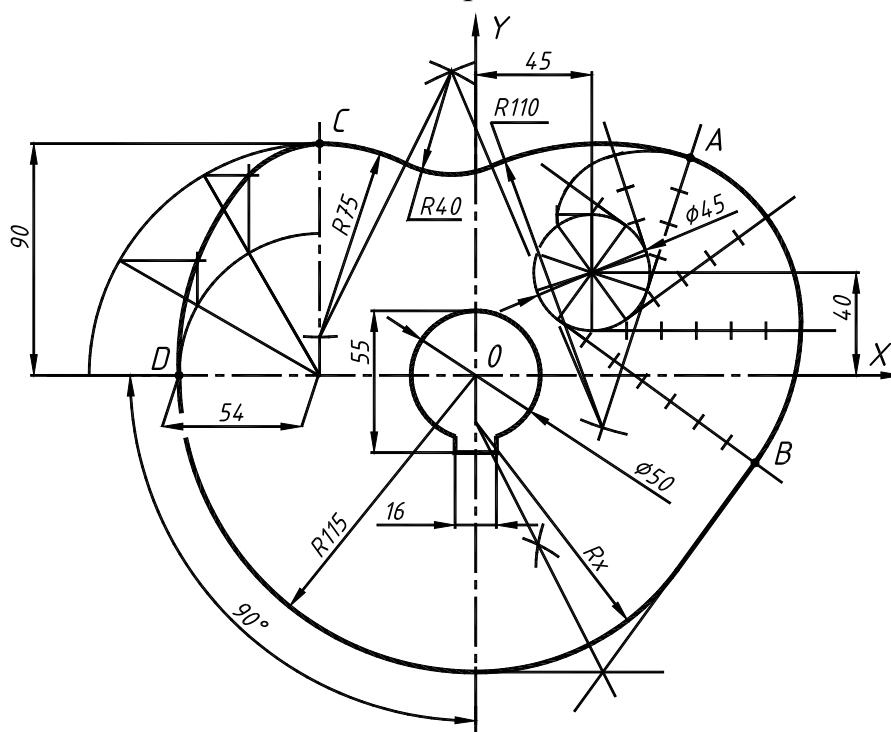
Вариант 5



AB – дуга синусоиды

CD - дуга эллипса

Вариант 6

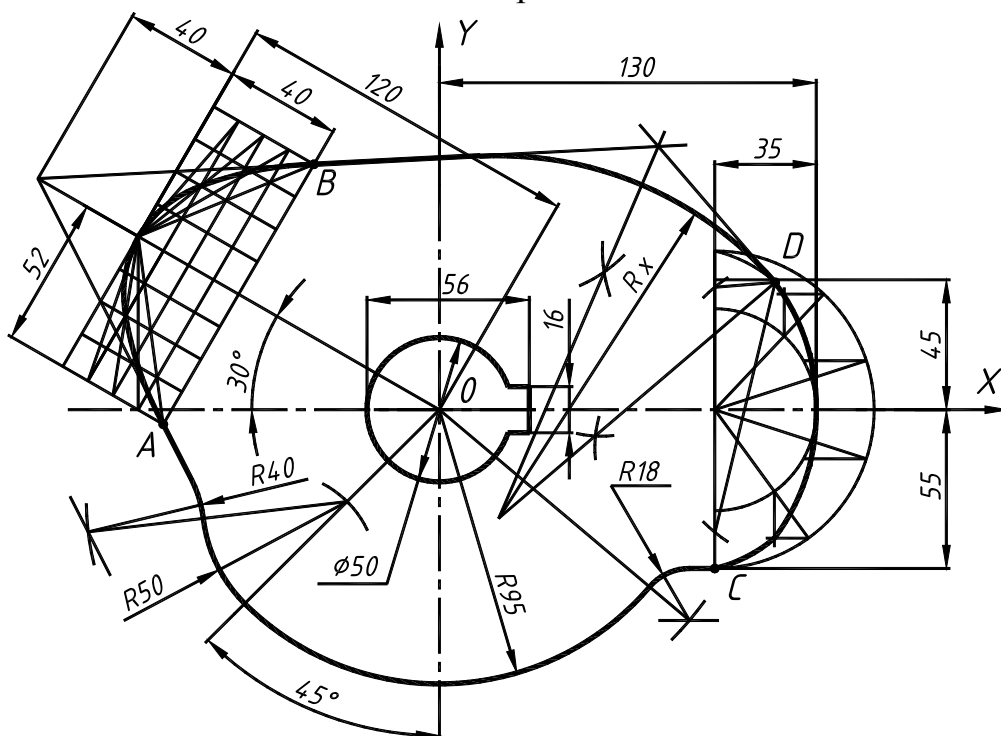


AB – дуга эвольвенты

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.6 – Варианты задания 5 и 6

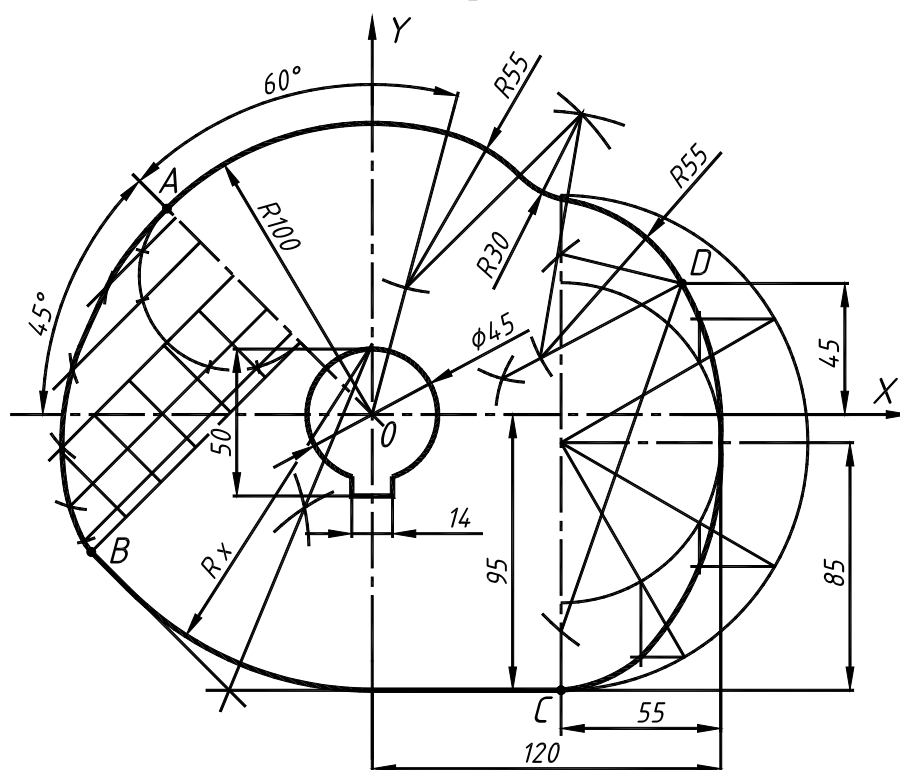
Вариант 7



AB – дуга параболы

CD - дуга эллипса

Вариант 8

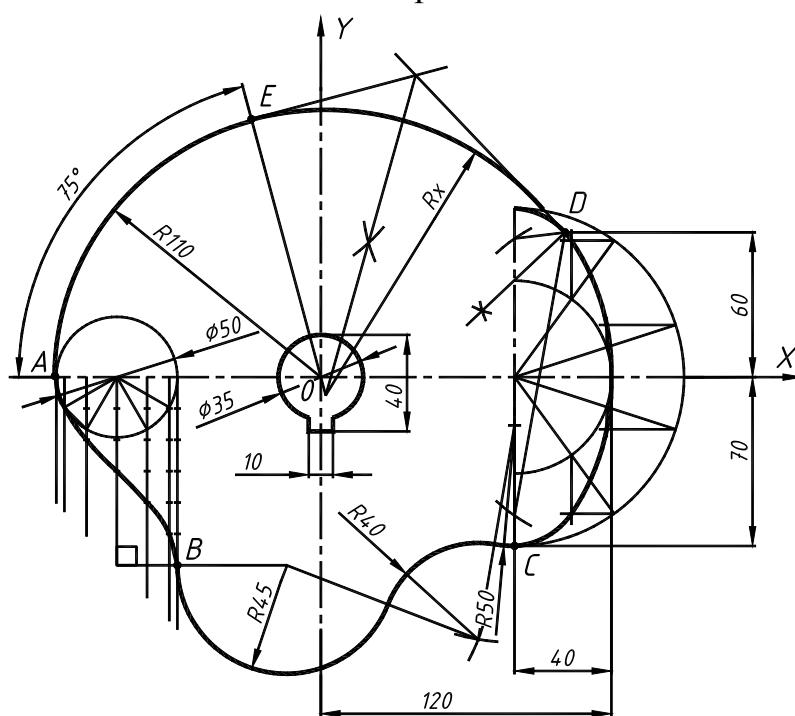


AB – дуга циклоиды

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.7 – Варианты задания 7 и 8

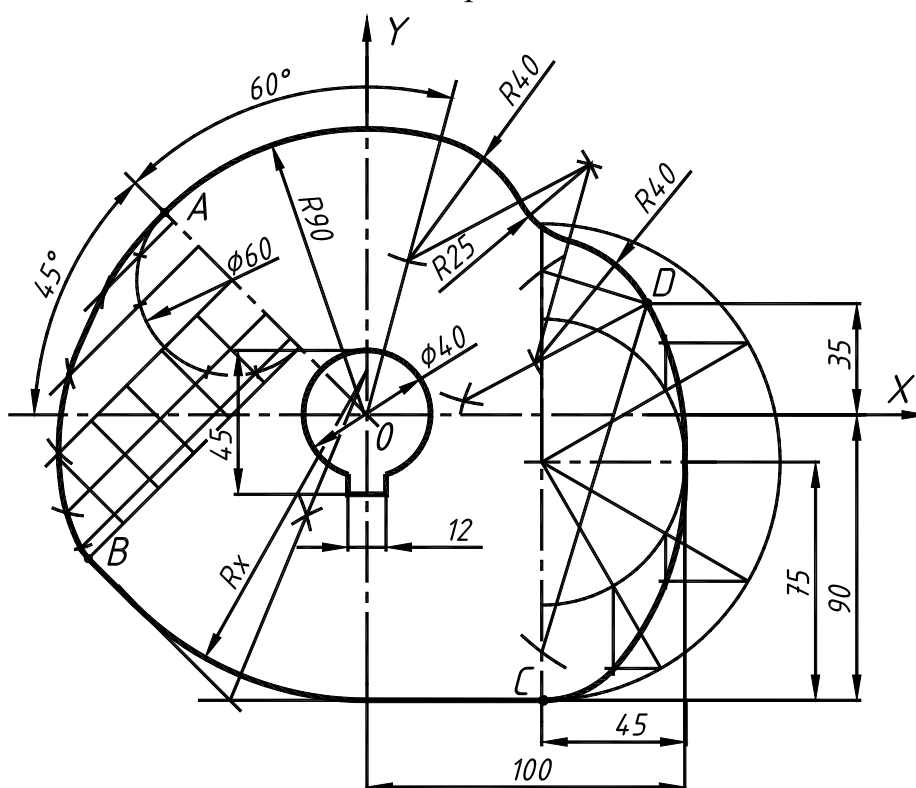
Вариант 9



AB – дуга синусоиды

CD - дуга эллипса

Вариант 10

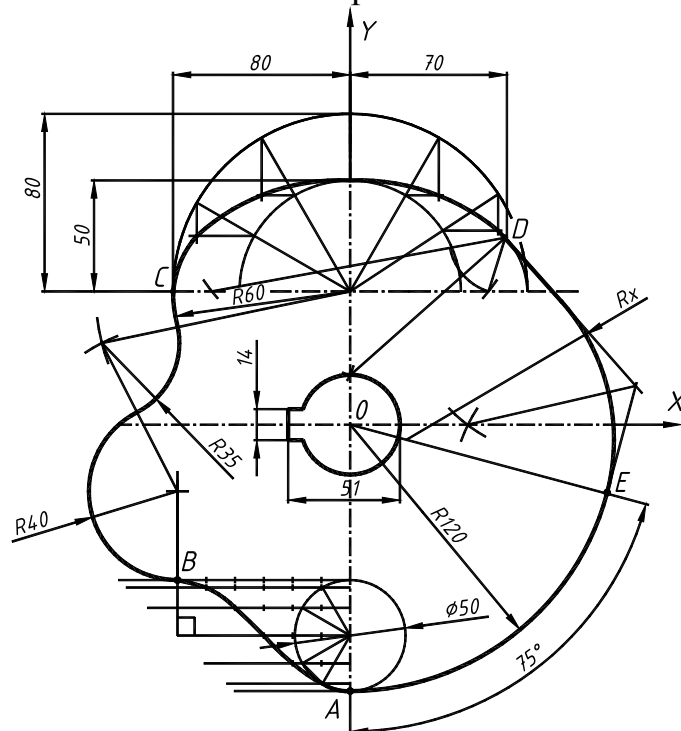


AB – дуга циклоиды

CD - дуга эллипса

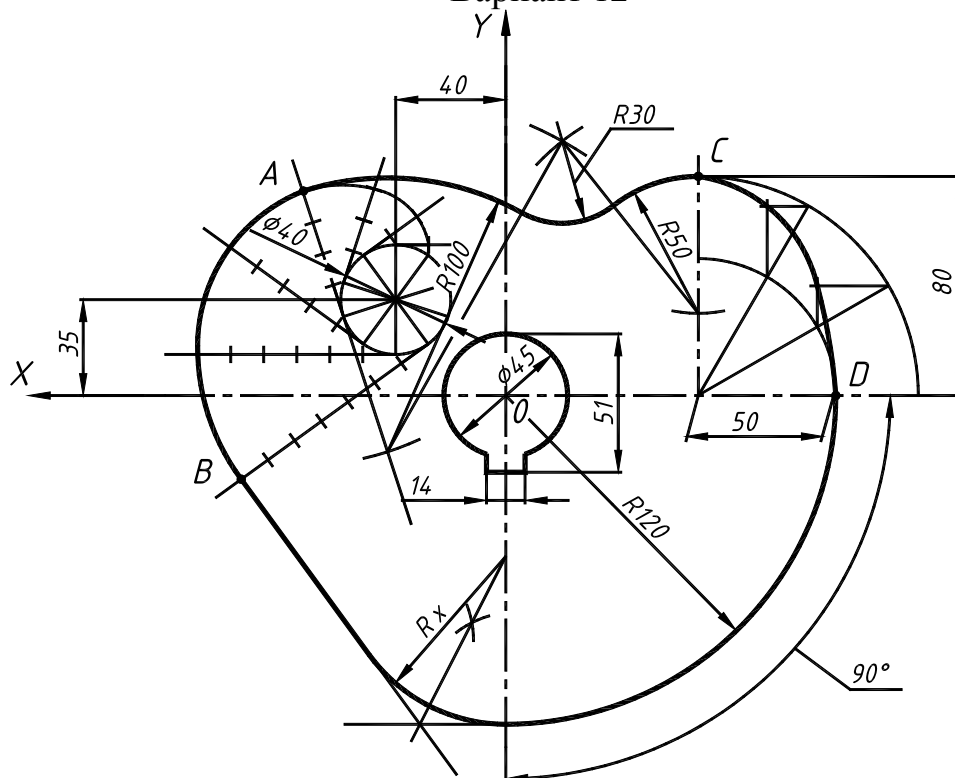
Рисунок 2.8 – Варианты задания 9 и 10

Вариант 11



AB – дуга синусоиды
CD - дуга эллипса

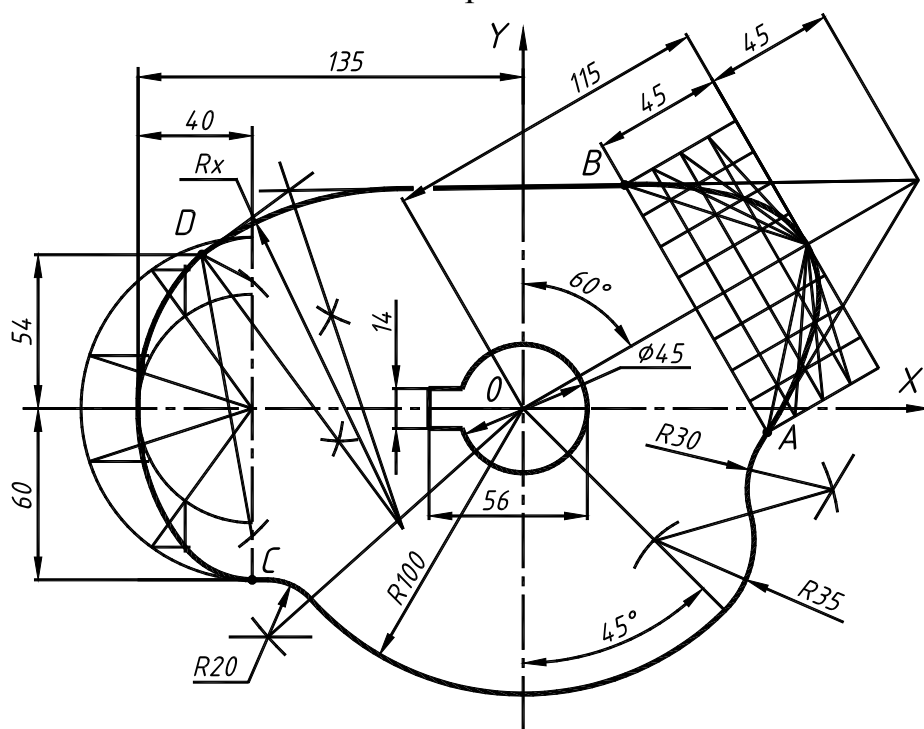
Вариант 12



AB – дуга эвольвенты
CD - дуга эллипса

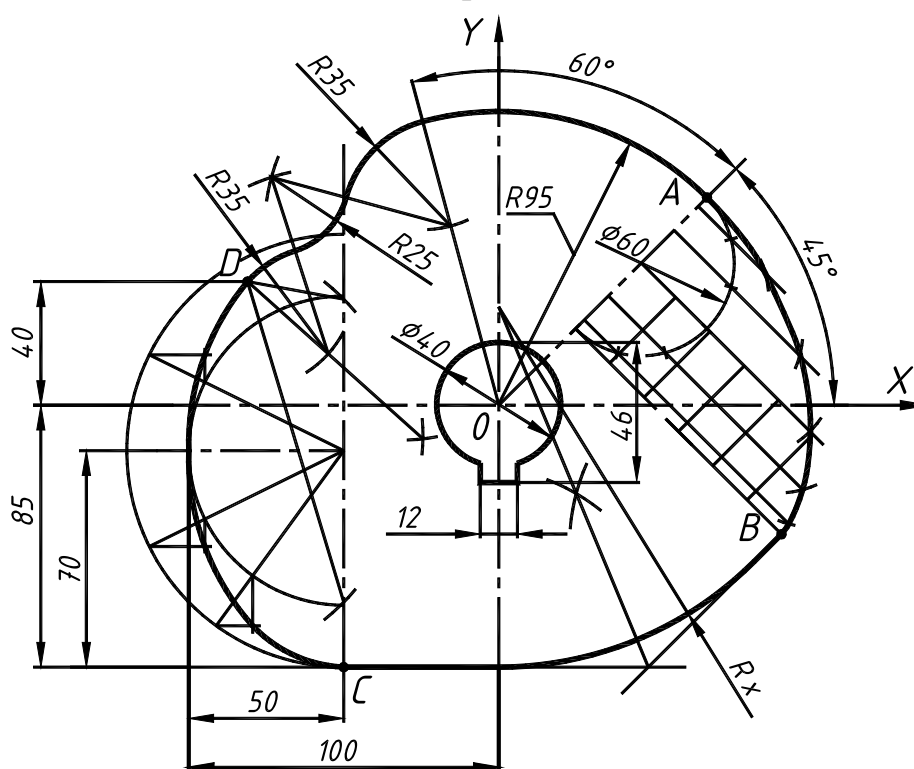
Рисунок 2.9 – Варианты задания 11 и 12

Вариант 13



AB – дуга параболы
CD - дуга эллипса

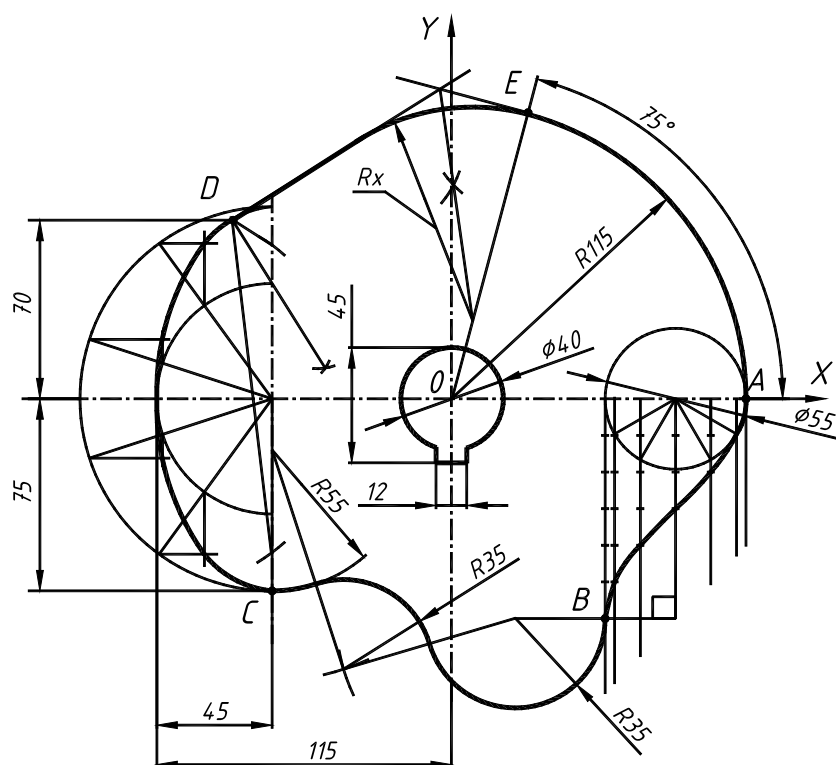
Вариант 14



AB – дуга циклоиды
CD - дуга эллипса

Рисунок 2.10 – Варианты задания 13 и 14

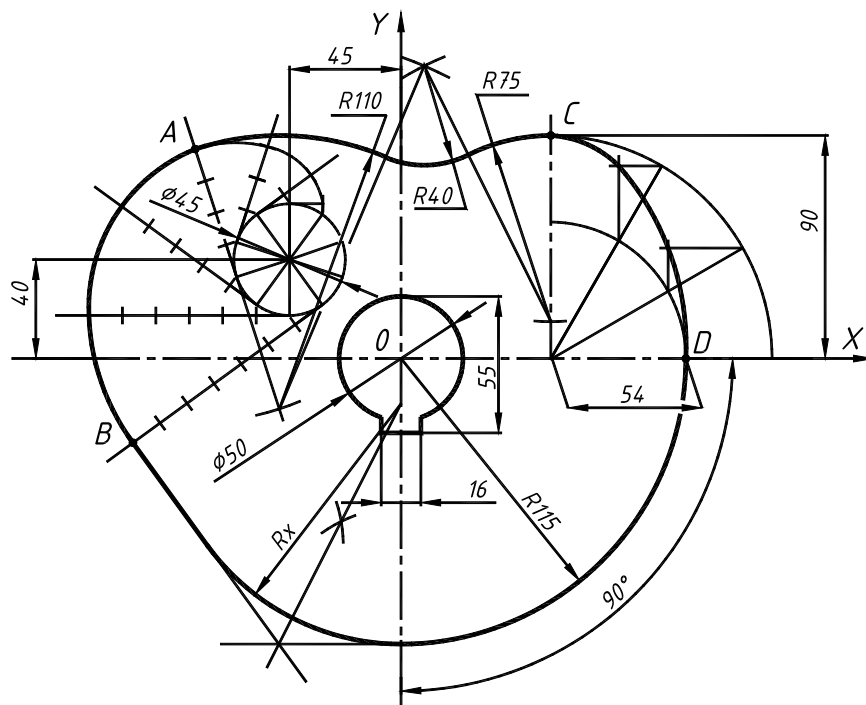
Вариант 15



AB – дуга синусоиды

CD - дуга эллипса

Вариант 16

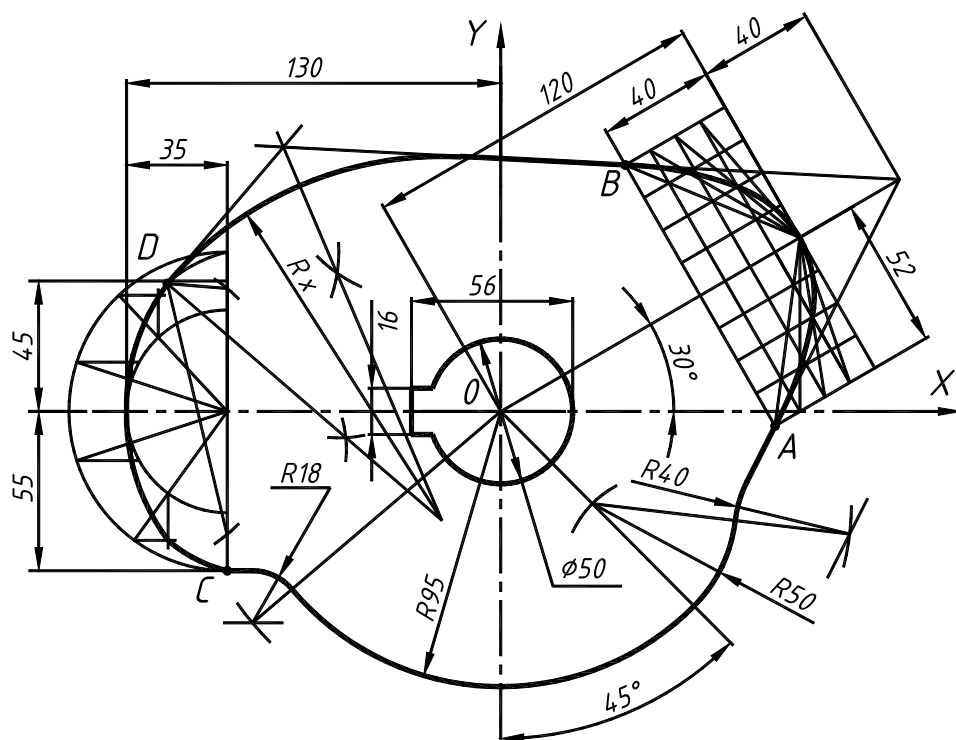


AB – дуга эвольвенты

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.11 – Варианты задания 15 и 16

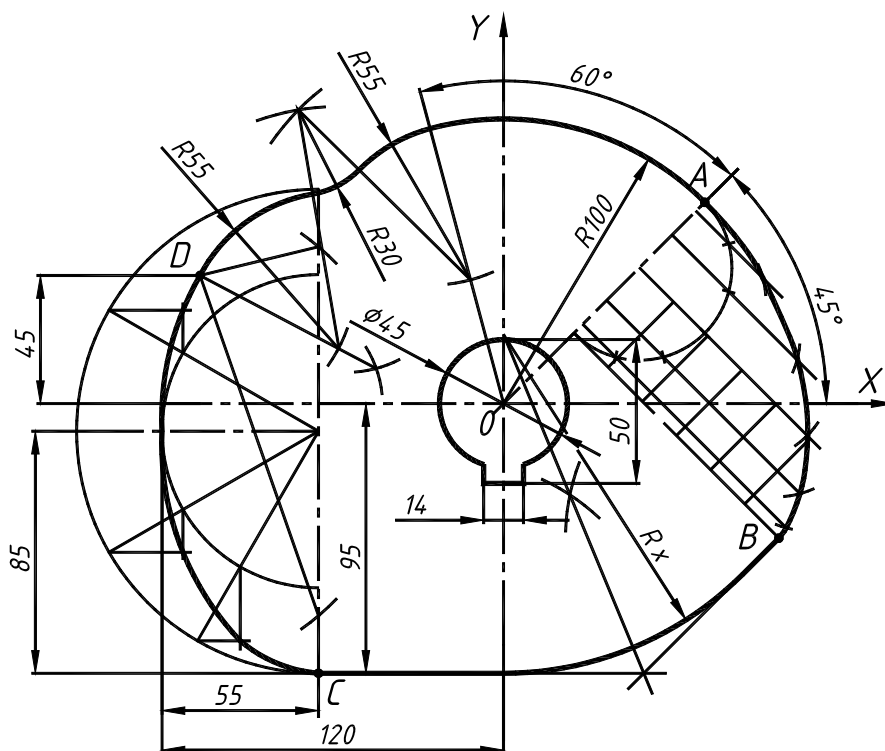
Вариант 17



AB – дуга параболы

CD - дуга эллипса

Вариант 18

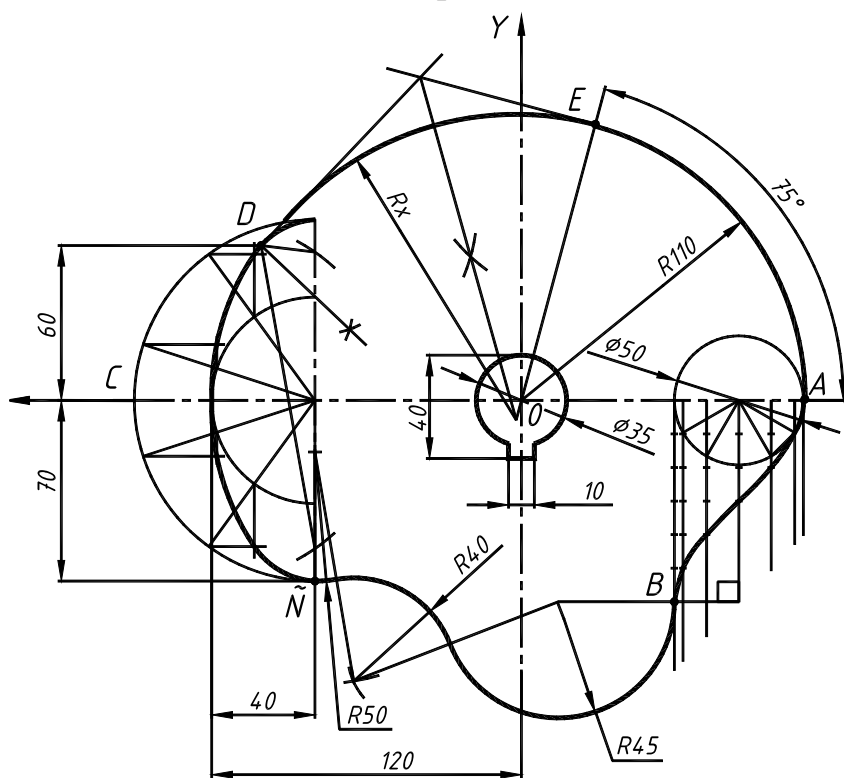


AB – дуга циклоиды

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.12 – Варианты задания 17 и 18

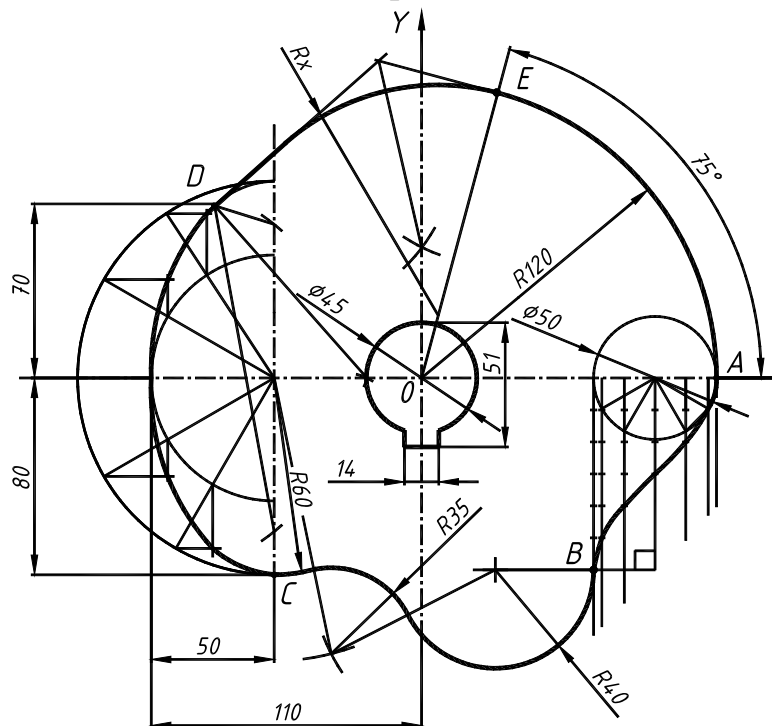
Вариант 19



AB – дуга синусоиды

CD - дуга эллипса

Вариант 20

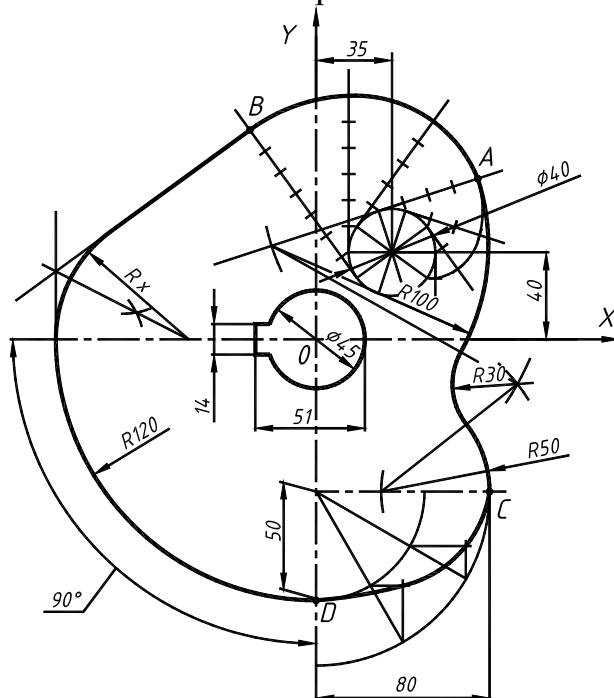


AB – дуга синусоиды

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.13 – Варианты задания 19 и 20

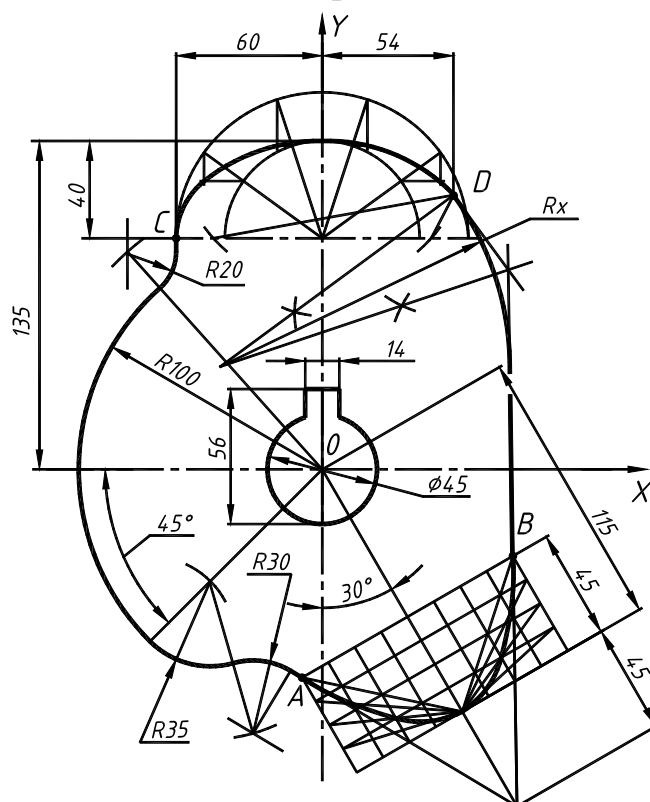
Вариант 21



AB – дуга эвольвенты

CD - дуга эллипса

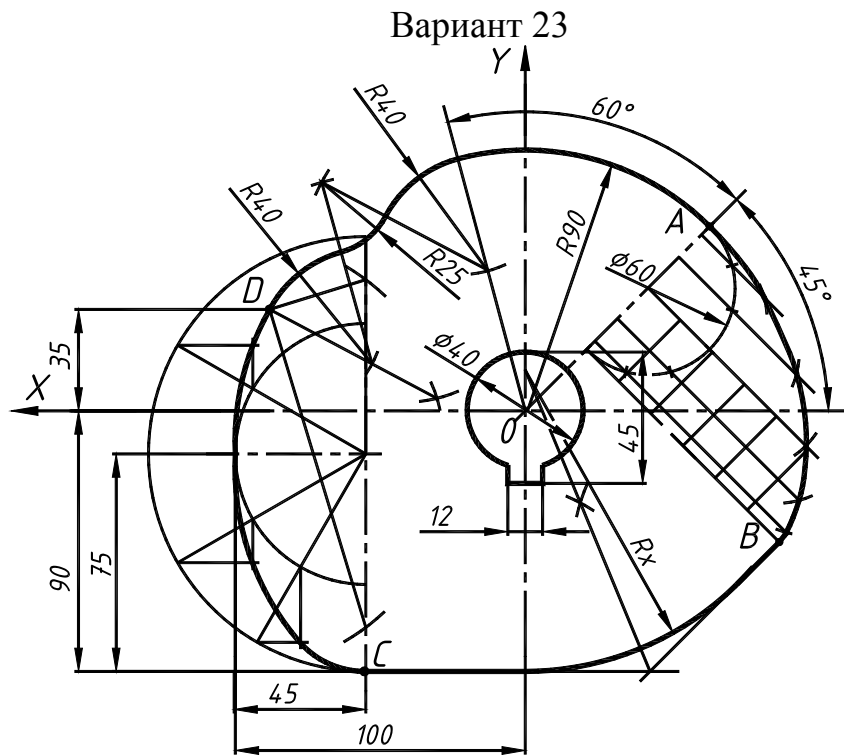
Вариант 22



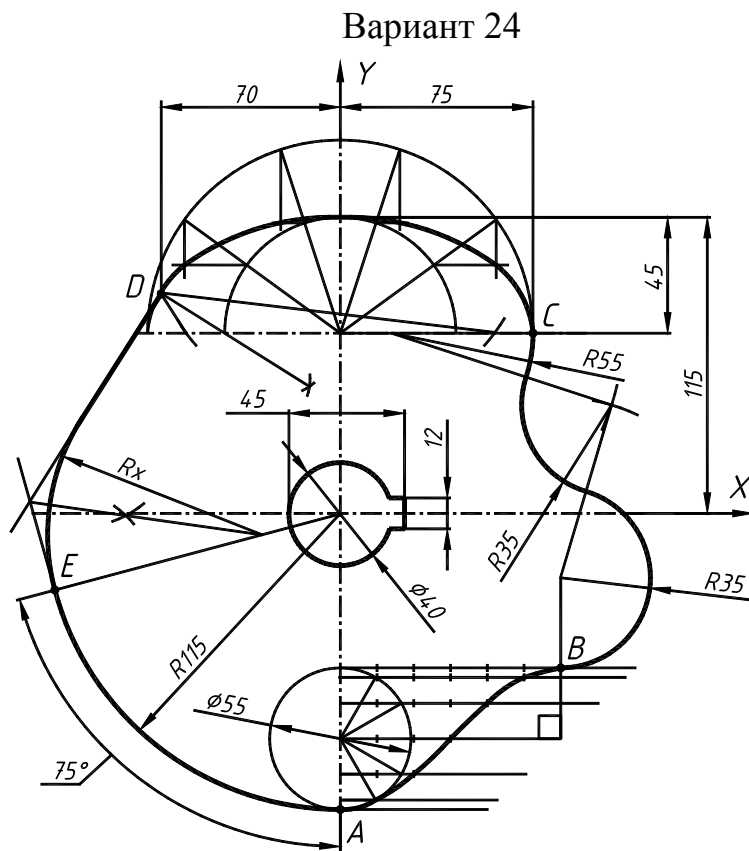
AB – дуга циклоиды

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.14 – Варианты задания 21 и 22



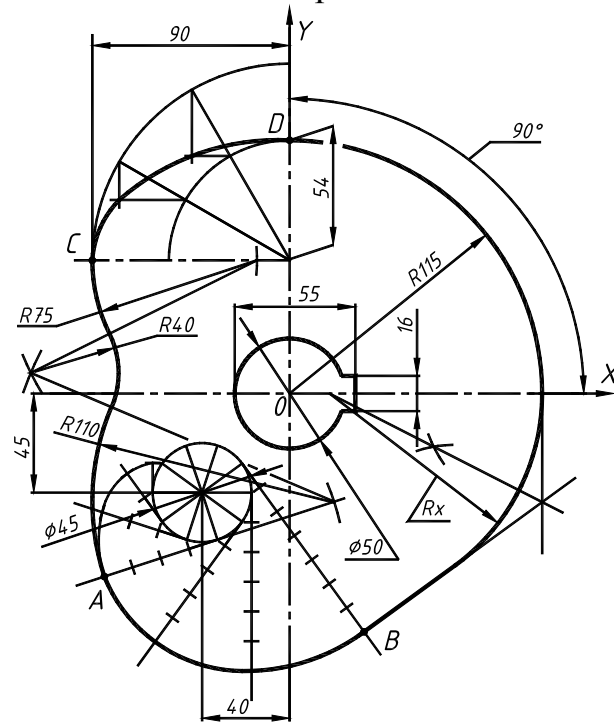
AB – дуга циклоиды
CD - дуга эллипса



AB – дуга синусоиды
CD - дуга эллипса

Рисунок 2.15 – Варианты задания 23 и 24

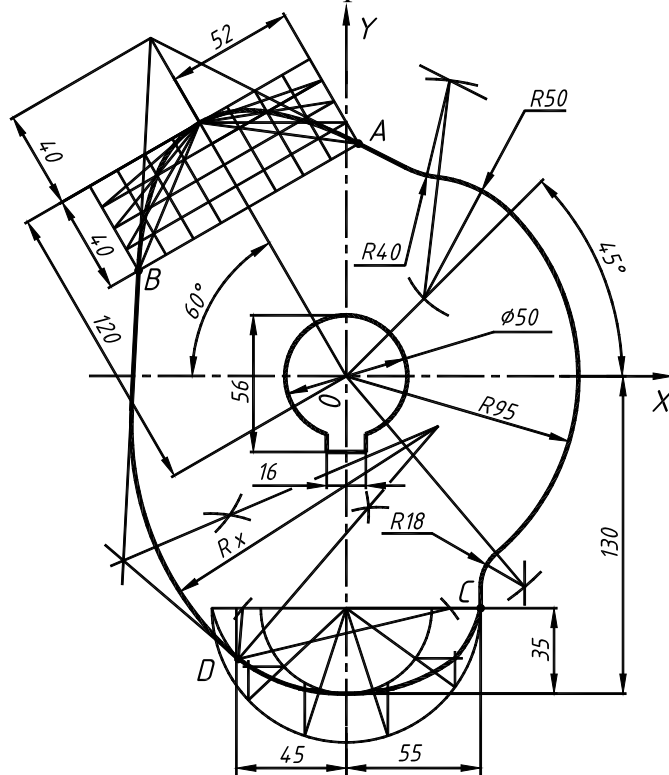
Вариант 25



AB – дуга эвольвенты

CD - дуга эллипса

Вариант 26

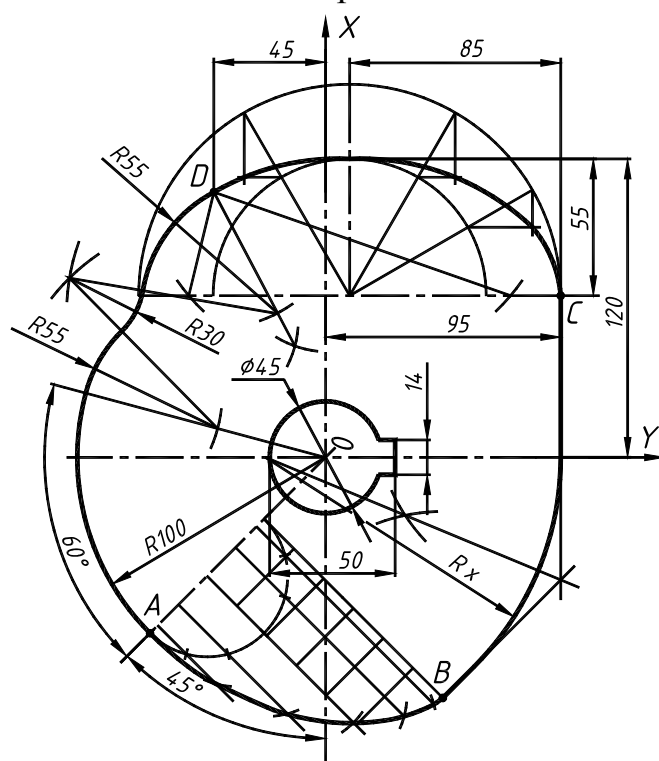


AB – дуга параболы

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.16 – Варианты задания 25 и 26

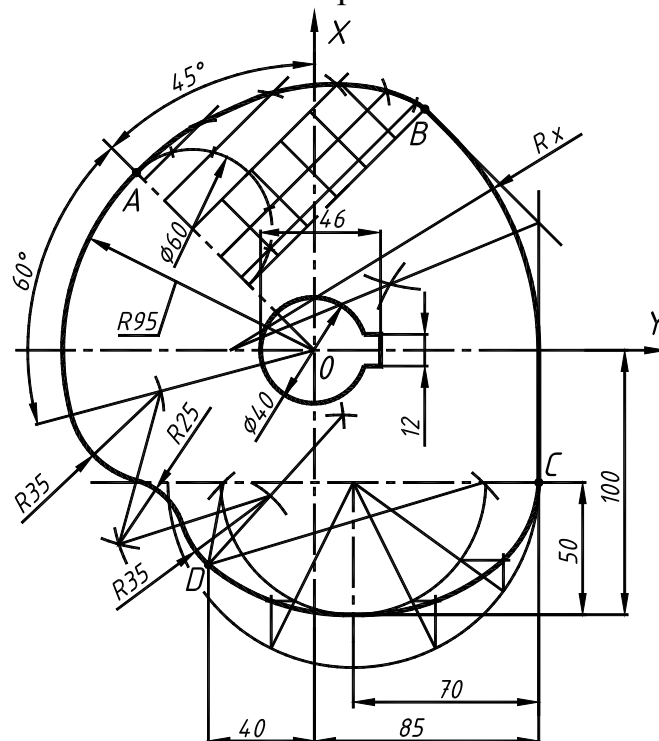
Вариант 27



AB – дуга циклоиды

CD - дуга эллипса

Вариант 28

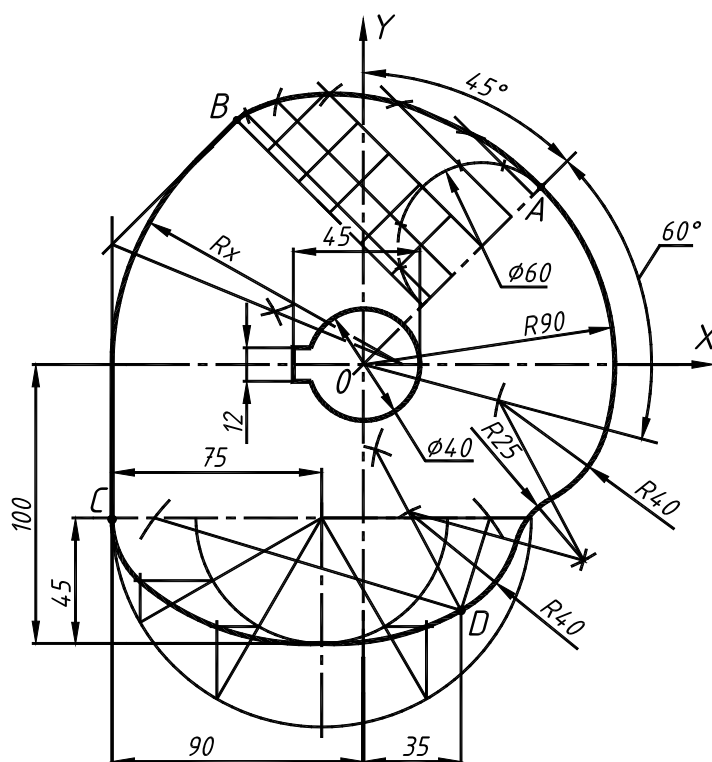


AB – дуга синусоиды

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.17 – Варианты задания 27 и 28

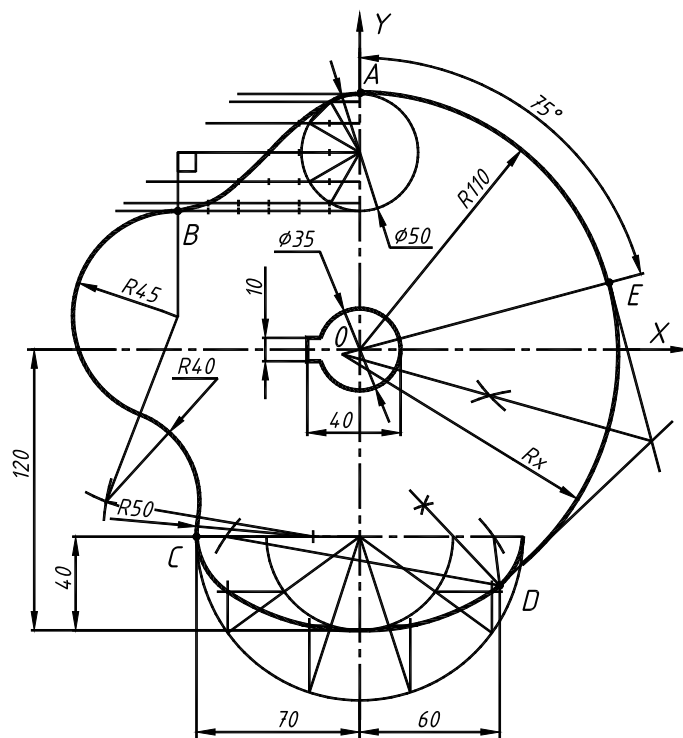
Вариант 29



AB – дуга циклоиды

CD - дуга эллипса

Вариант 30



AB – дуга синусоиды

CD - дуга эллипса

Рисунок 2.18 – Варианты задания 29 и 30

Таблица 2.3 – Координаты точек для задания 2

Вариант	Координаты	Значение в мм					
		3					
1	2						
Вар. 1	X	10	50	110	150	210	240
	Y	20	60	20	40	40	10
Вар. 2	X	10	50	110	150	210	240
	Y	20	60	40	60	40	10
Вар. 3	X	10	50	110	170	220	240
	Y	20	60	20	10	30	5
Вар. 4	X	10	50	100	150	200	240
	Y	20	50	10	50	70	10
Вар. 5	X	15	55	115	155	235	245
	Y	20	60	15	40	50	10
Вар. 6	X	15	55	115	165	215	245
	Y	20	60	20	60	70	10
Вар. 7	X	15	55	115	155	215	240
	Y	20	60	80	40	40	10
Вар. 8	X	15	35	115	155	215	245
	Y	20	70	20	40	30	10
Вар. 9	X	10	50	110	150	210	205
	Y	20	60	20	40	40	10
Вар. 10	X	10	50	110	150	210	240
	Y	20	60	20	40	40	50
Вар. 11	X	10	0	30	150	210	240
	Y	20	60	80	20	40	10
Вар. 12	X	10	50	100	150	190	210
	Y	20	60	35	40	70	10
Вар. 13	X	15	55	115	175	215	195
	Y	20	60	40	70	40	10
Вар. 14	X	15	55	115	155	225	240
	Y	20	60	70	40	20	70

Продолжение таблицы 2.3

1	2	3					
Вар. 15	X	15	5	35	165	215	245
	Y	20	60	80	10	40	10
Вар. 16	X	15	65	135	185	215	245
	Y	20	30	10	30	70	50
Вар. 17	X	0	30	90	130	190	230
	Y	10	40	40	10	60	30
Вар. 18	X	0	30	90	130	190	230
	Y	10	40	60	40	60	20
Вар. 19	X	0	30	70	130	190	230
	Y	10	40	10	20	60	25
Вар. 20	X	0	30	90	140	190	230
	Y	10	40	40	80	60	15
Вар. 21	X	5	15	95	135	195	235
	Y	10	50	40	20	60	20
Вар. 22	X	5	35	85	135	195	235
	Y	10	40	60	20	60	20
Вар. 23	X	5	35	95	135	195	235
	Y	10	40	40	80	60	20
Вар. 24	X	5	35	95	135	215	235
	Y	10	40	40	20	70	25
Вар. 25	X	60	40	100	140	200	240
	Y	10	40	40	20	60	20
Вар. 26	X	10	40	100	140	200	240
	Y	70	40	40	20	60	20
Вар. 27	X	10	40	100	160	250	240
	Y	10	40	40	70	60	20
Вар. 28	X	60	40	100	120	200	240
	Y	10	70	40	10	60	20
Вар. 29	X	5	25	95	135	195	235
	Y	70	20	40	70	60	20
Вар. 30	X	5	35	65	115	185	235
	Y	50	70	30	10	30	20

3 Тело с вырезом

3.1 Общие положения

Поверхности - двумерные объекты. На чертеже моделируется одно-многозначными соответствиями (в отличие от одно-однозначного соответствия для плоскости).

Соответствия могут быть представлены: аналитическими уравнениями вида $F(X,Y,Z) = 0$; точечными или линейчатыми каркасами; очерками и определителями.

Вопросы построения линий пересечения и принадлежности решаются аналогично тому, как они решаются для прямых и плоскостей.

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии этой поверхности.

Две поверхности всегда пересекаются по кривой (действительной или мнимой).

Поверхности, ограниченные отсеками плоскостей, называются гранными, и задачи, связанные с ними, могут быть сведены к конечному числу (по количеству граней) задач.

Рассмотрим решения некоторых задач. Пусть требуется определить положение точки A , заданной проекцией A_2 , на поверхностях пирамиды, конуса, сферы (см. рисунок 3.1).

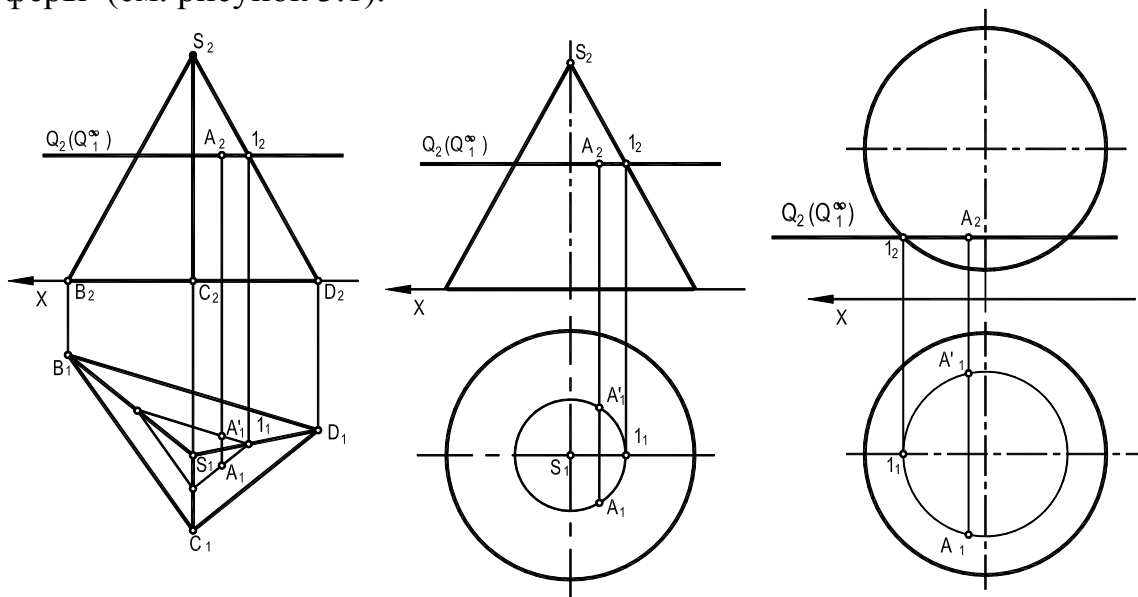


Рисунок 3.1 - Точки на поверхности

Исходя из известной теоремы о том, что точка принадлежит области (поверхности), если она лежит в плоском ее сечении, разрежем поверхности плоскостью, проходящей через точку A , так, чтобы в сечении получились заведомо известные линии.

Такой плоскостью может быть Q (горизонтальная плоскость уровня). В сечении конуса и сферы получится окружность, проецирующаяся на горизонтальную плоскость проекции без искажения, а в сечении пирамиды - тре-

угольник, подобный основанию. Вторая проекция точки найдется на этих объектах, как показано на рисунке 3.1.

Рассмотрим вопрос о построении произвольного сечения поверхности плоскостью G (см. рисунок 3.2).

Для определенности возьмем фронтально-проецирующую плоскость G . В этом случае фронтальную проекцию линии пересечения нужно отнести к ее фронтальному следу.

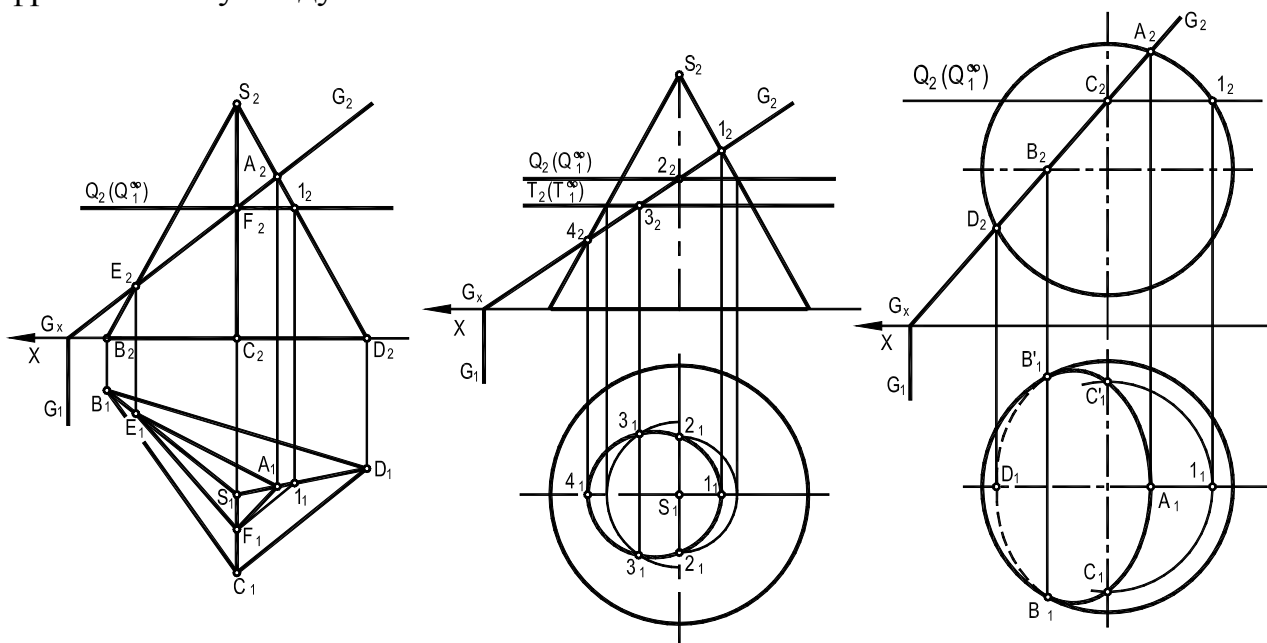


Рисунок 3.2 - Сечение поверхности плоскостью

С другой же стороны эту линию можно отождествить с последовательностью точек (в пределах очерков), лежащих на поверхности. Таким образом, задача свелась к предыдущей, с той лишь разницей, что плоскостей Q нужно ввести несколько (3,...,5), не считая граничные точки.

Если тело ограничено проецирующими поверхностями то без дополнительных построений точки находятся на очерках поверхностей.

3.2 Варианты заданий на тему «Тело с вырезом»

Варианты заданий приведены на рисунках 3.5 – 3.19, Образец выполнения – на рисунках 3.3 и 3.4. См. также раздел «Оформление заданий»

Задание 1 на тему «Тело с вырезом»

По указанным размерам в масштабе 1:1 на формате А3 построить горизонтальную и фронтальную проекции тела с вырезом.

Построить профильную проекцию тела. Построить недостающие проекции выреза. **Размеры на чертеже не проставлять!**

Задание 2 на тему «Тело с вырезом»

Построить аксонометрическую проекцию (приведенную изометрию) тела с вырезом из задания 1 (по указанию преподавателя).

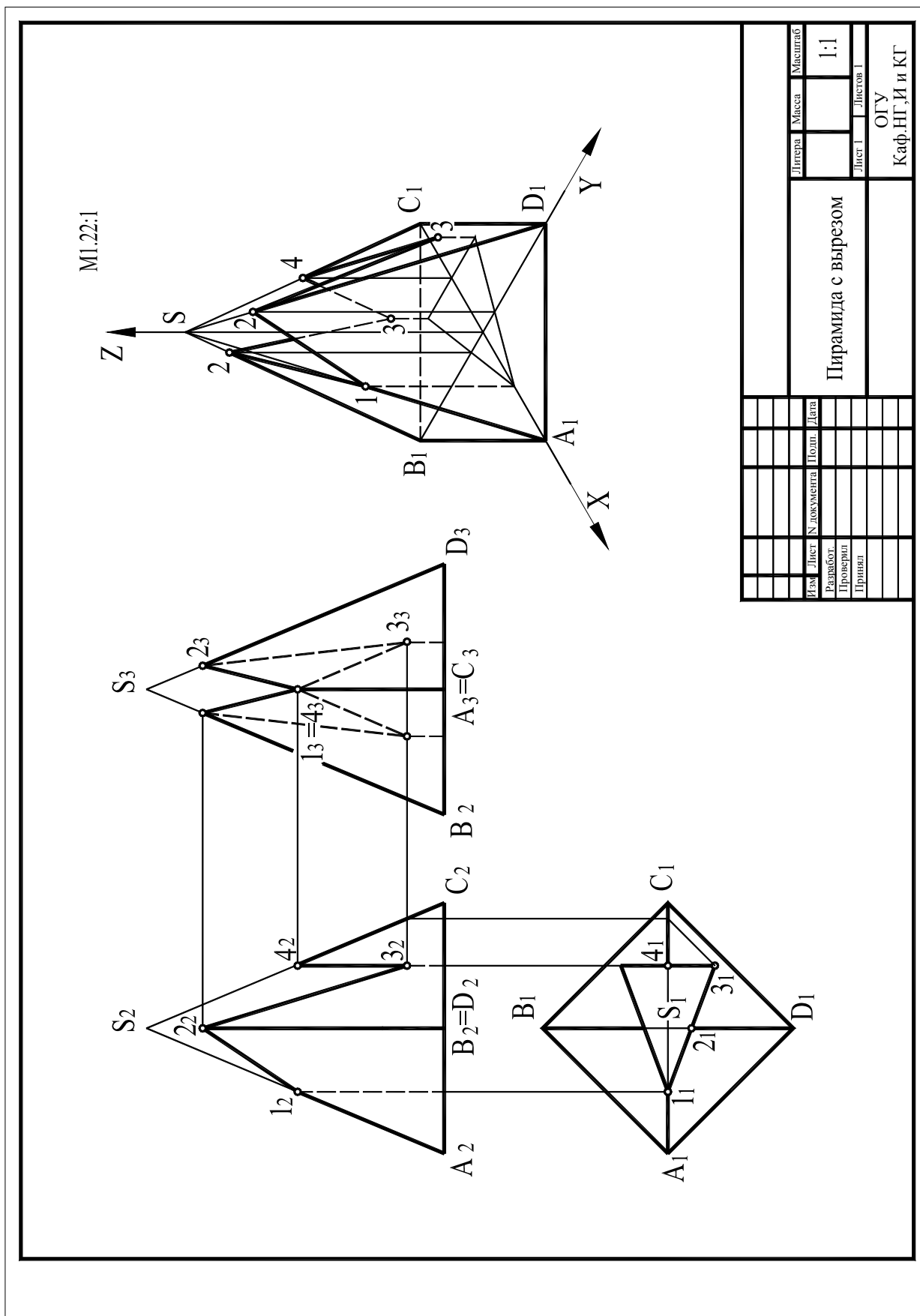
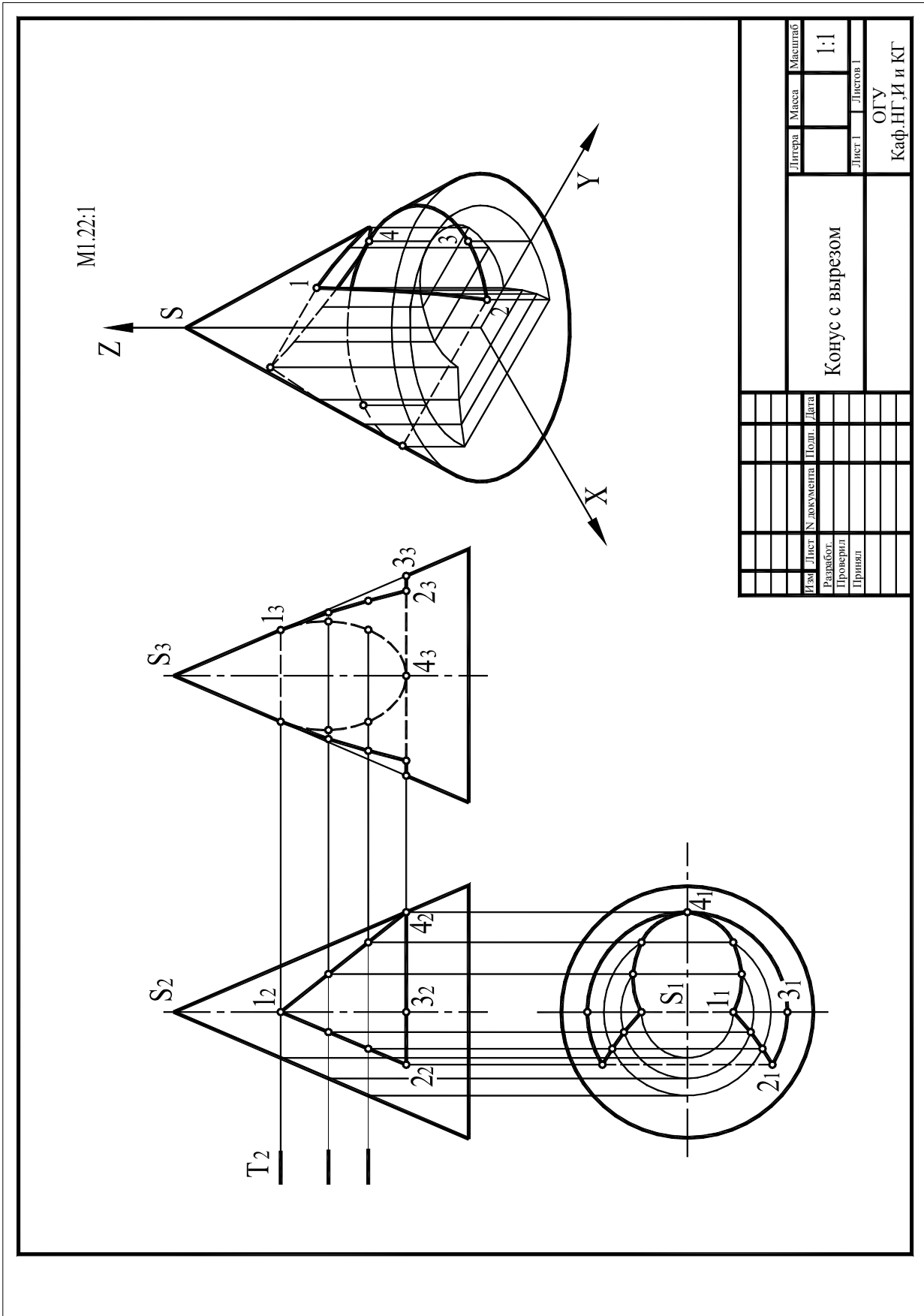


Рисунок 3.3 - Образец выполнения заданий на тему «Тело с вырезом».

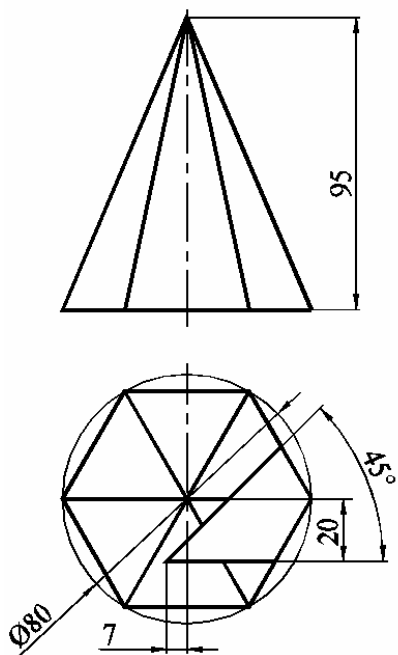


Литера	Масса	Масштаб
		1:1
Конус с вырезом		
Лист 1	Листов 1	ОГУ
Каф. НГ, И и КГ		
Имя	Лист	№ документа
		Пошл. Дата
Разработ.		
Проверил		
Принял		

Рисунок 3.4 - Образец выполнения заданий на тему «Тело с вырезом».

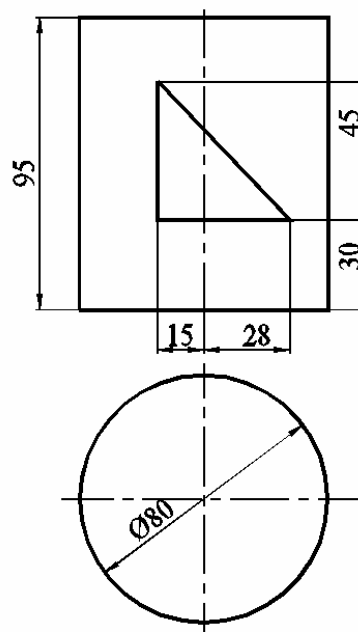
Вариант 1

Задача 1



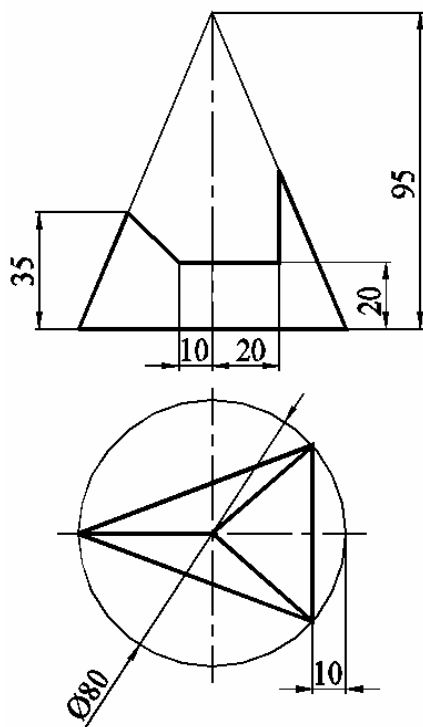
Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Задача 2



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

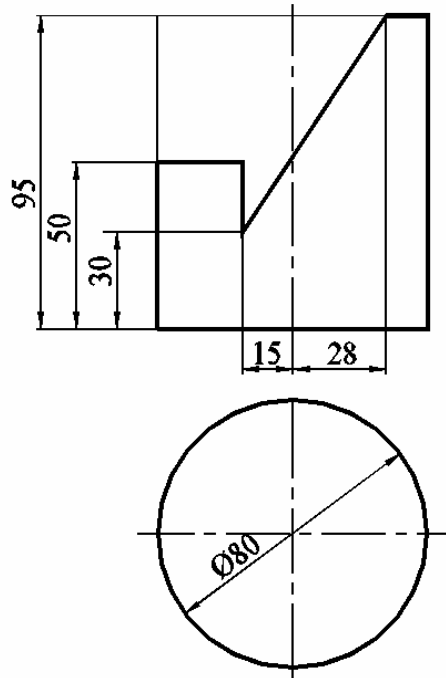
Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Вариант 2

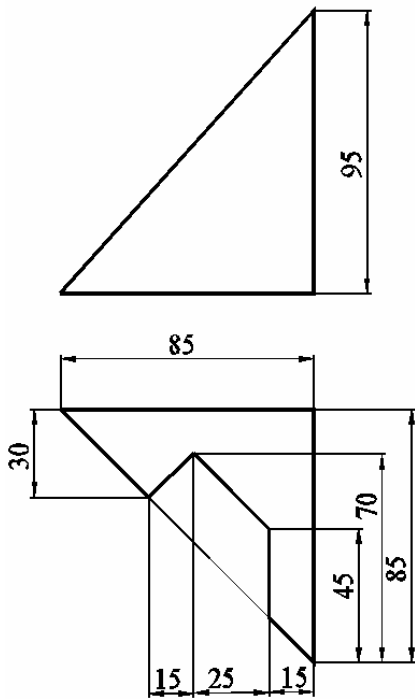
Задача 2



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.5 – Варианты заданий 1 и 2

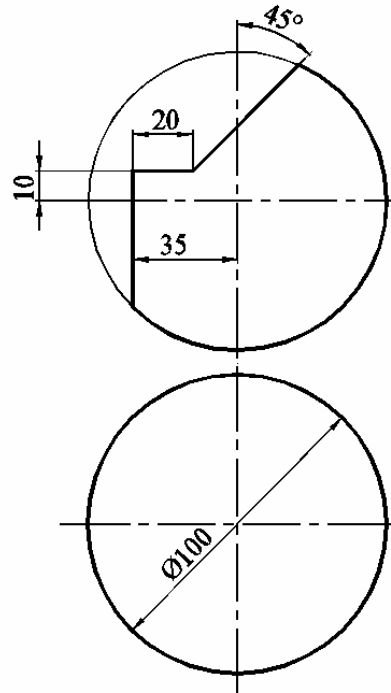
Задача 1



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

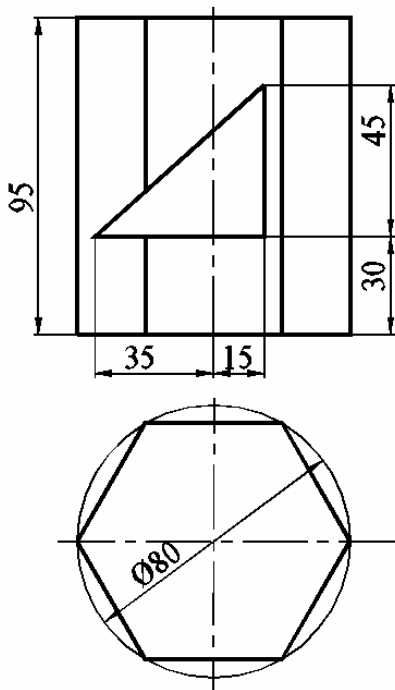
Вариант 3

Задача 2



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

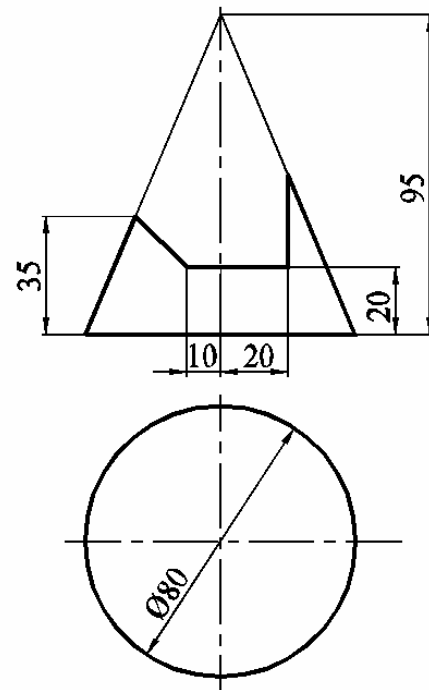
Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

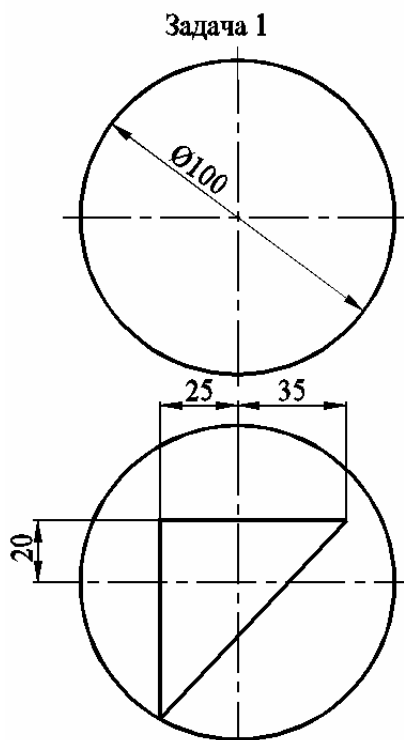
Вариант 4

Задача 2



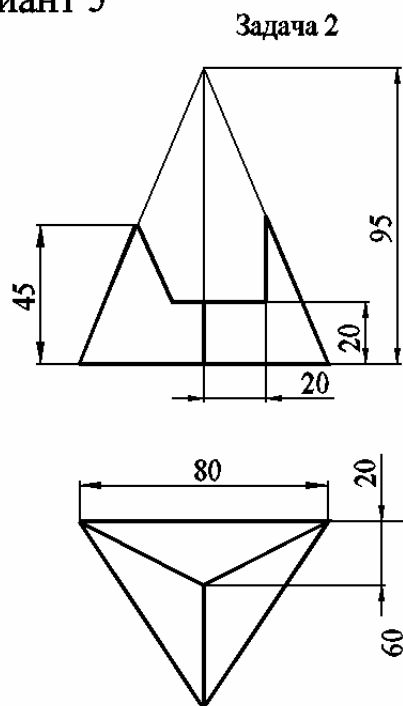
Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.6 – Варианты заданий 3 и 4

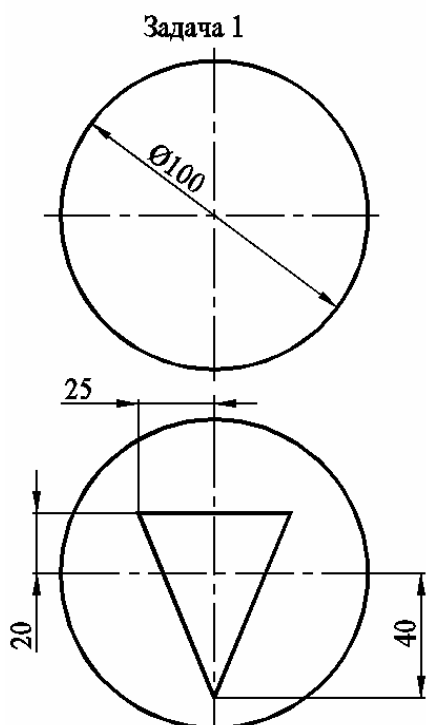


Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Вариант 5

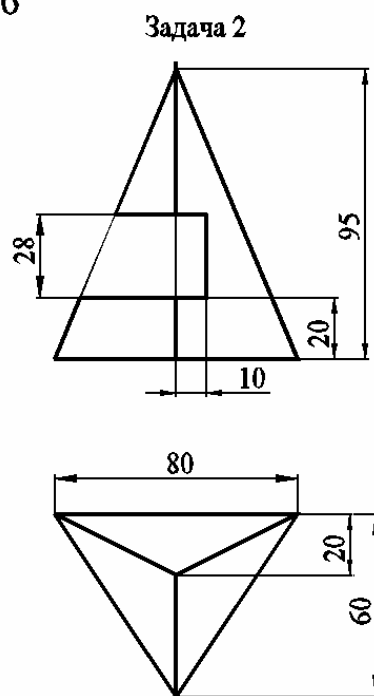


Построить горизонтальную и профильную проекции выреза



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

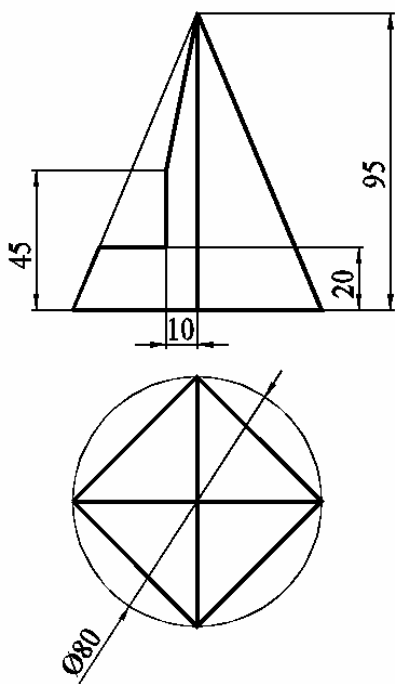
Вариант 6



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.7 – Варианты заданий 5 и 6

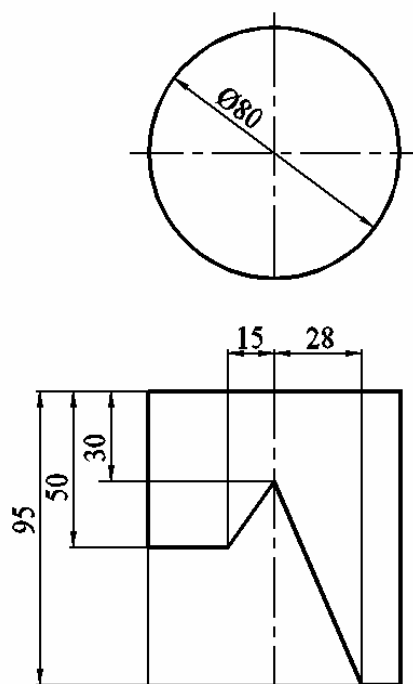
Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

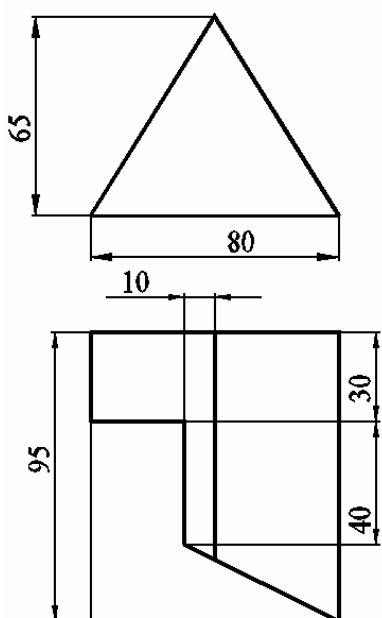
Вариант 7

Задача 2



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

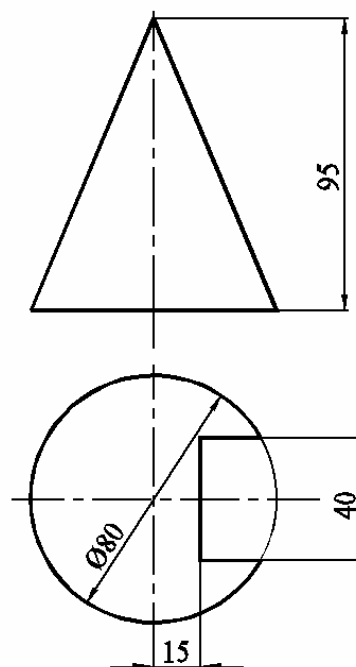
Задача 1



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Вариант 8

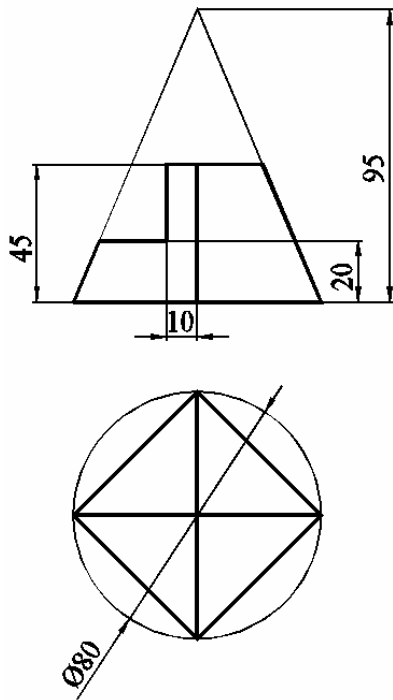
Задача 2



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.8 – Варианты заданий 7 и 8

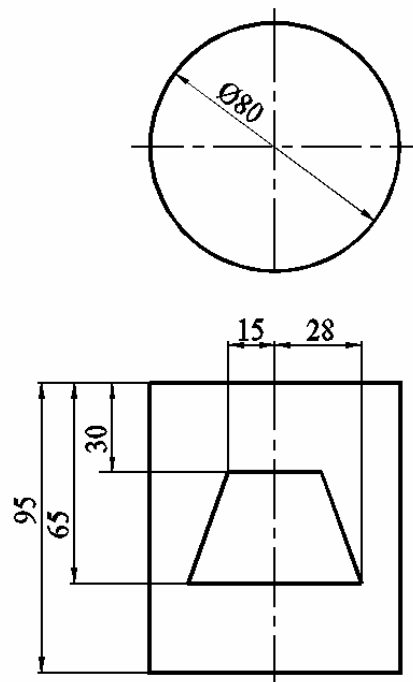
Задача 1



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

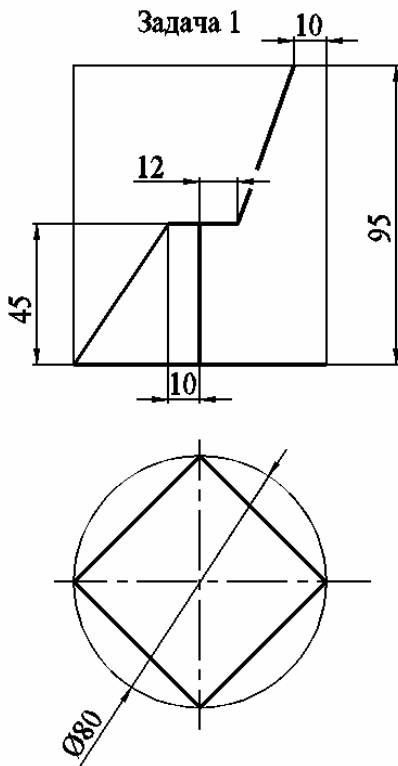
Вариант 9

Задача 2



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

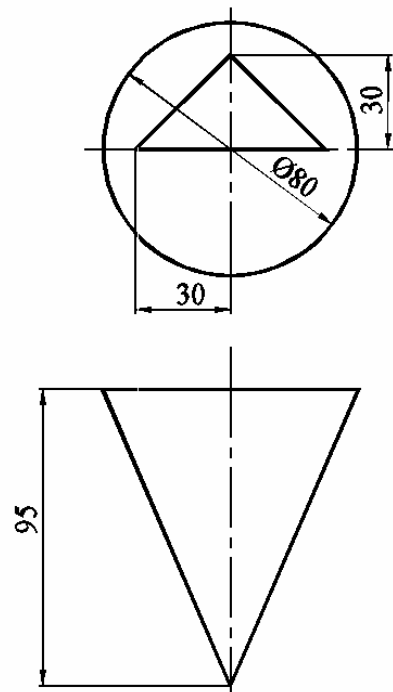
Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Вариант 10

Задача 2

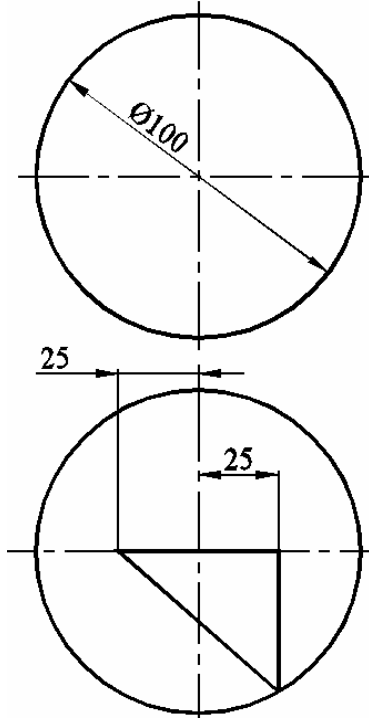


Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.9 – Варианты заданий 9 и 10

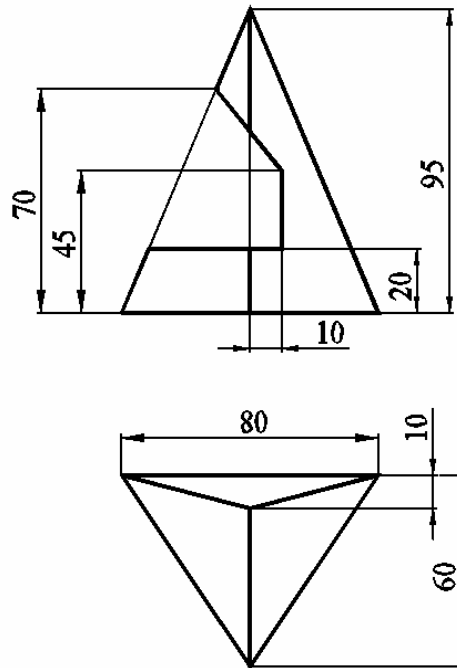
Вариант 11

Задача 1



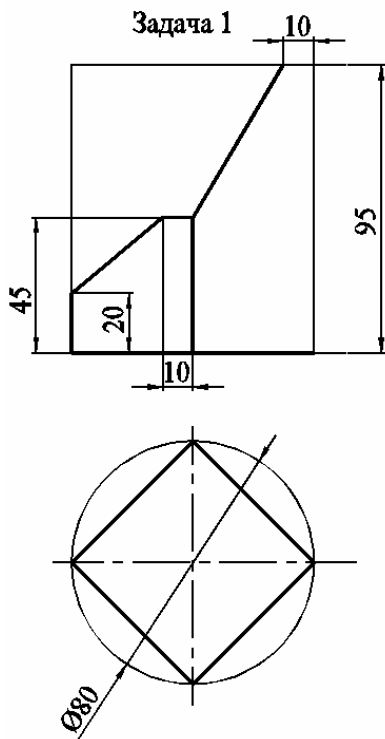
Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Задача 2



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

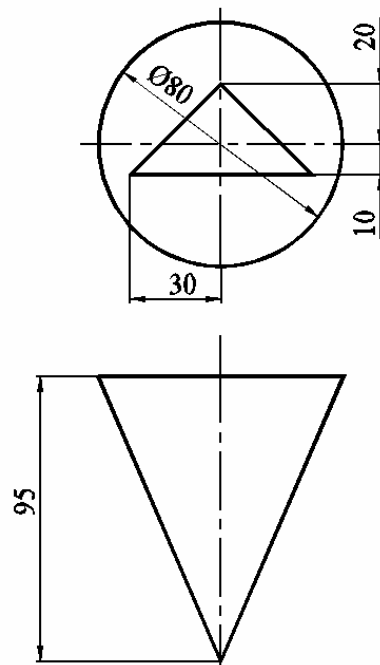
Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

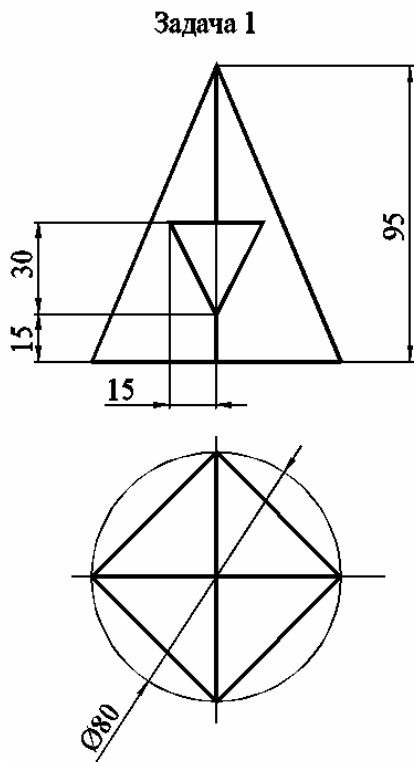
Вариант 12

Задача 2



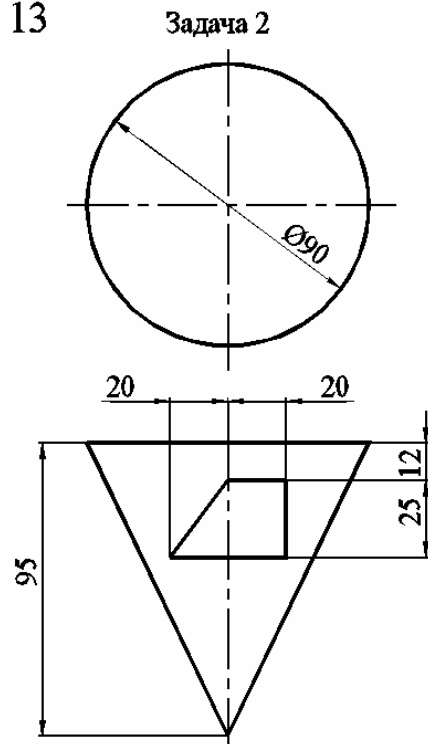
Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.10 – Варианты заданий 11 и 12

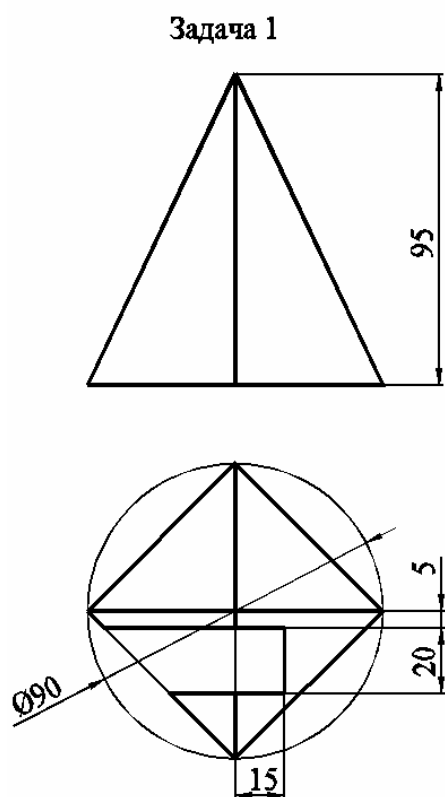


Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Вариант 13

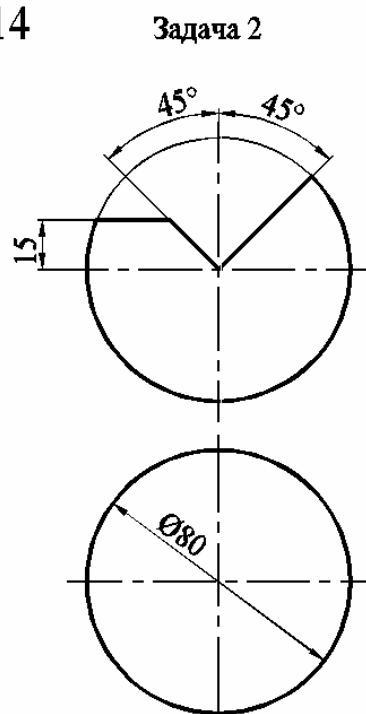


Построить фронтальную и профильную проекции выреза



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Вариант 14

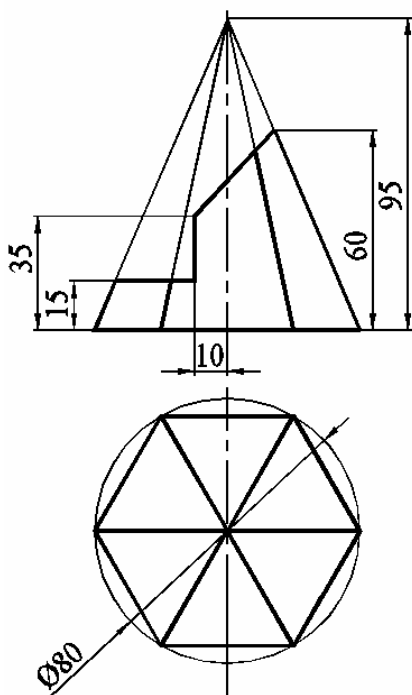


Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.11– Варианты заданий 13 и 14

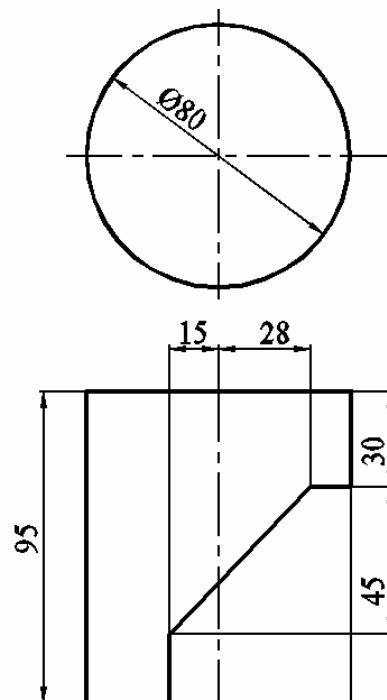
Вариант 15

Задача 1



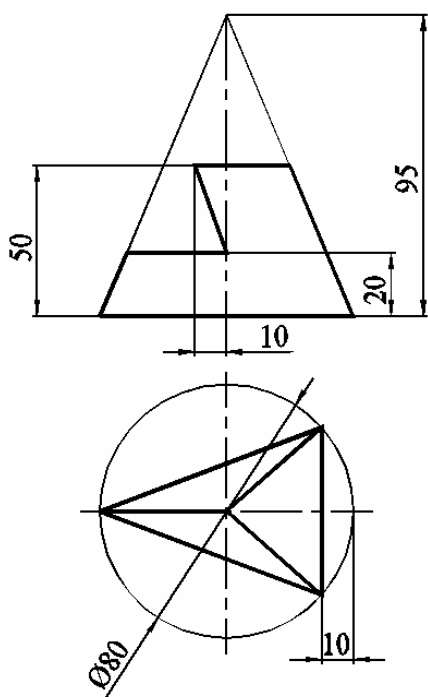
Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Задача 2



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

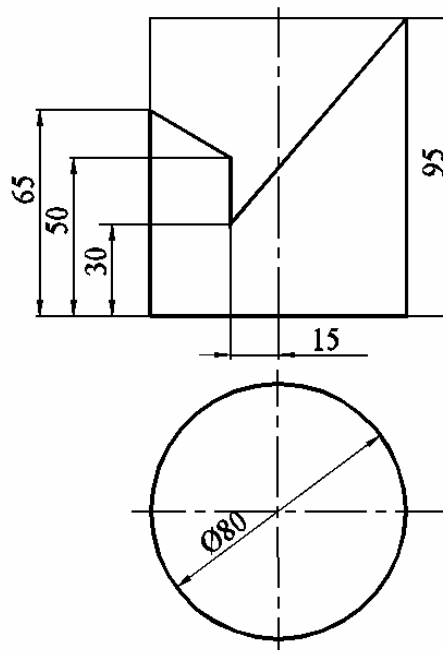
Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Вариант 16

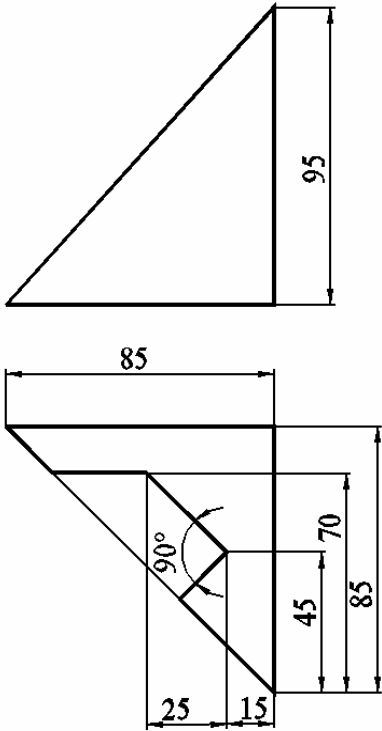
Задача 2



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.12– Варианты заданий 15 и 16

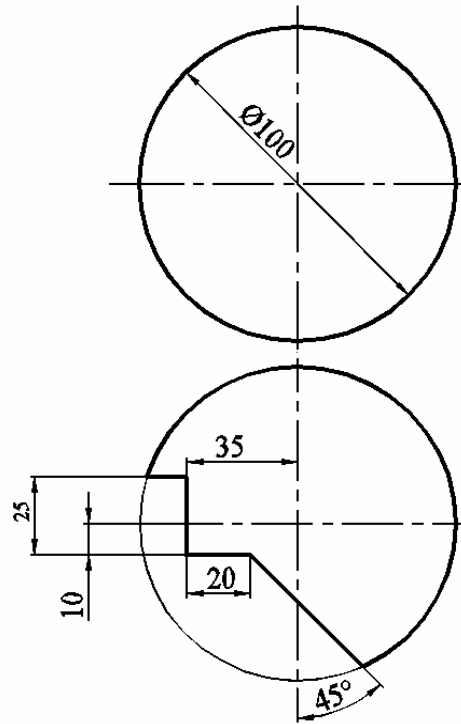
Задача 1



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

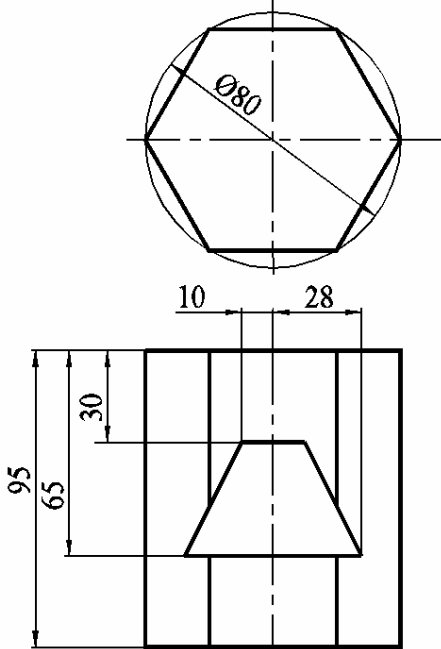
Вариант 17

Задача 2



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

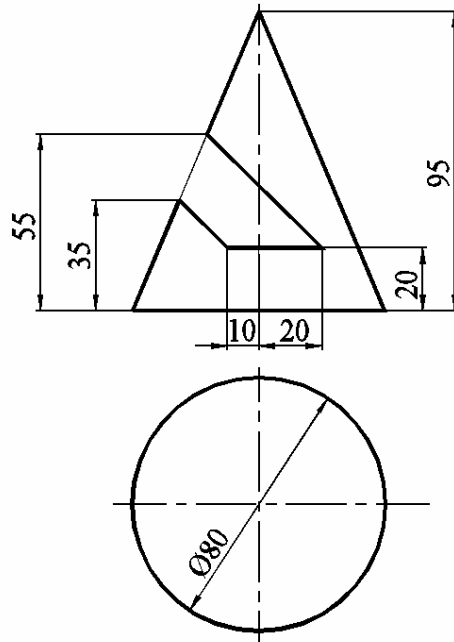
Задача 1



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Вариант 18

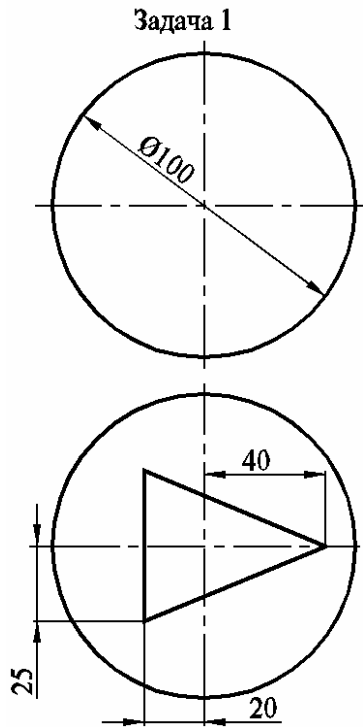
Задача 2



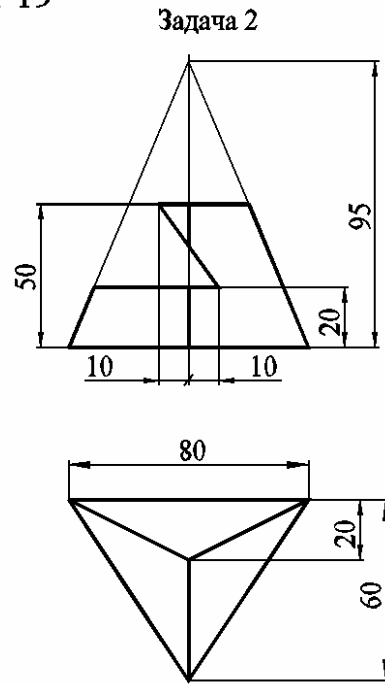
Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.13 – Варианты заданий 17 и 18

Вариант 19

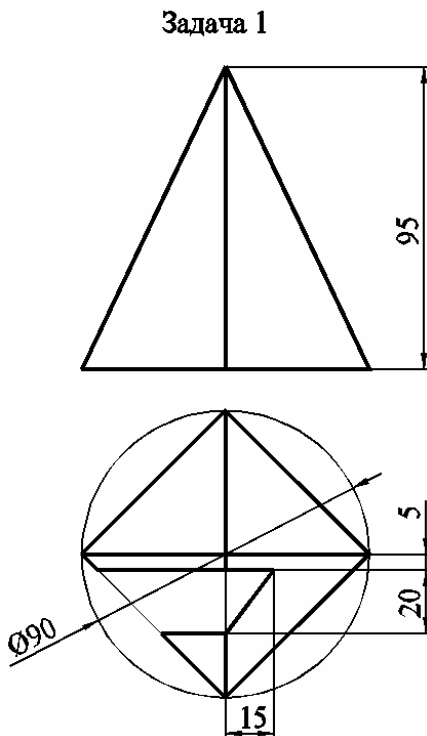


Построить фронтальную и профильную проекции выреза

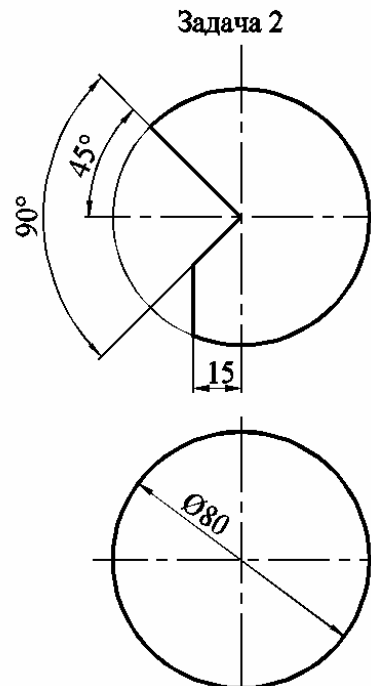


Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Вариант 20



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

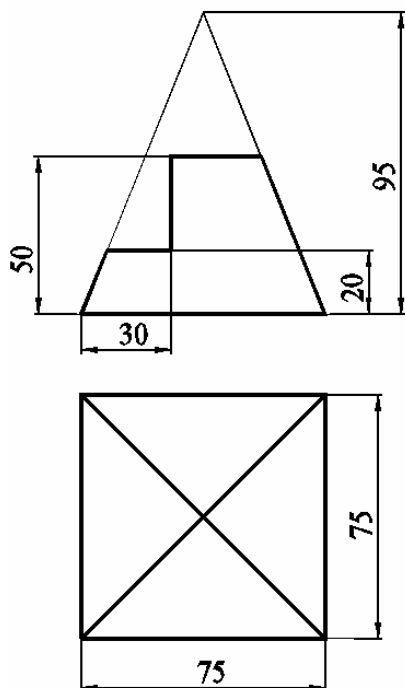


Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.14 – Варианты заданий 19 и 20

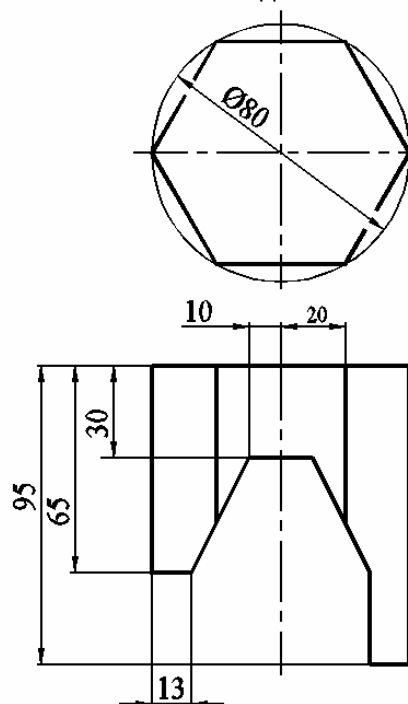
Вариант 21

Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

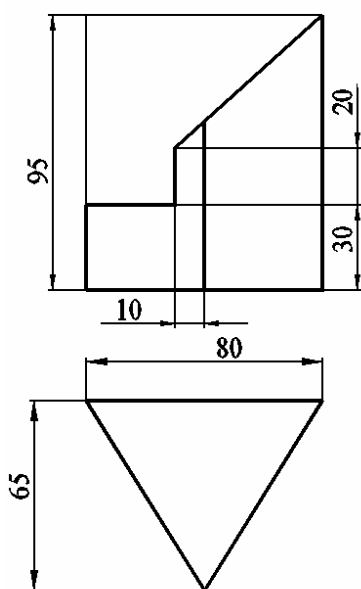
Задача 2



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

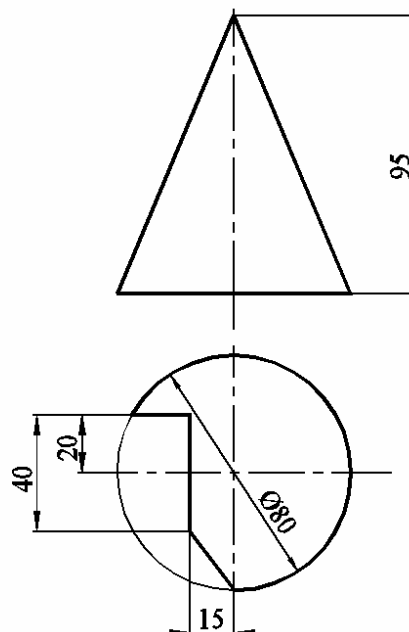
Вариант 22

Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Задача 2

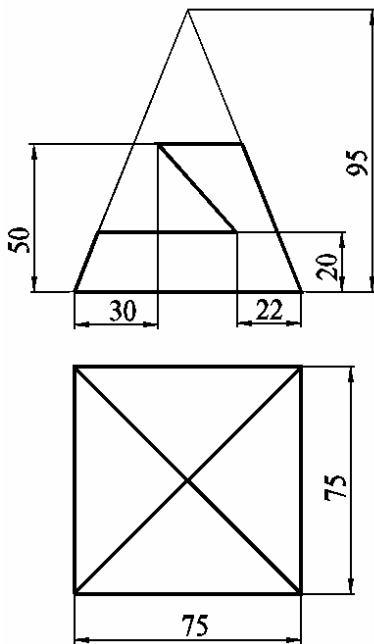


Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.15 – Варианты заданий 21 и 22

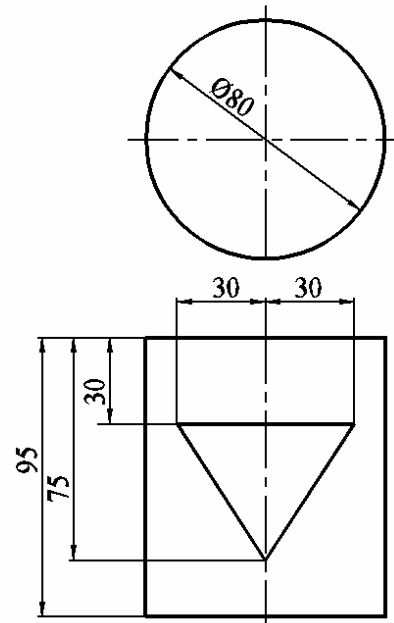
Вариант 23

Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

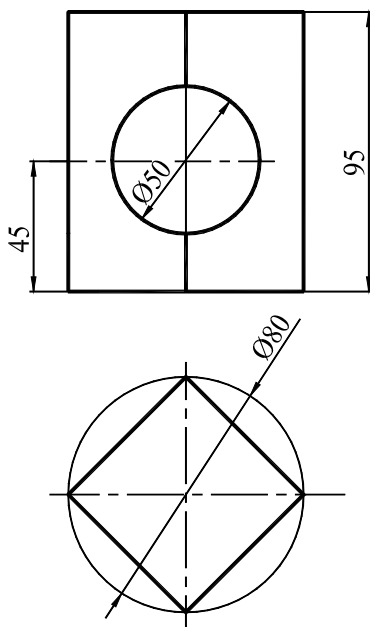
Задача 2



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

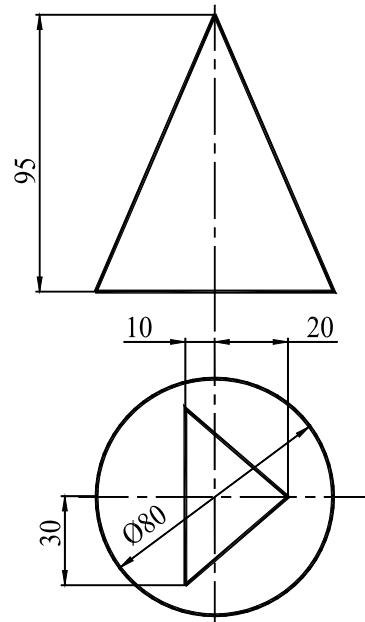
Вариант 24

Задача 1



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Задача 2

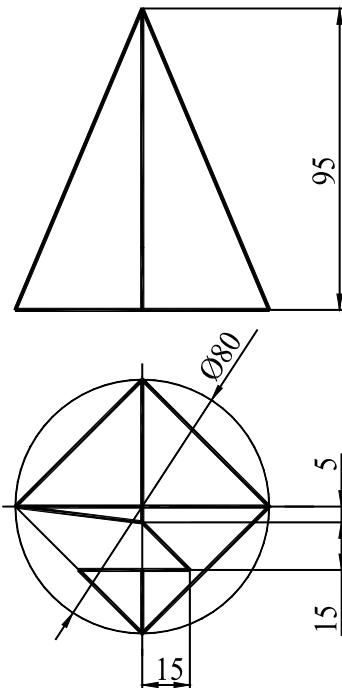


Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.16 – Варианты заданий 23 и 24

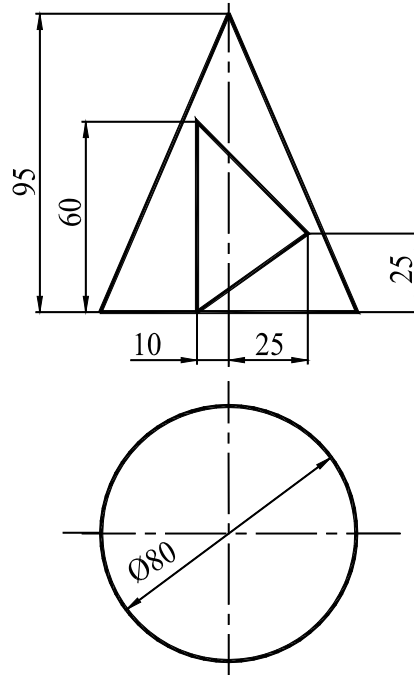
Вариант 25

Задача 1



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

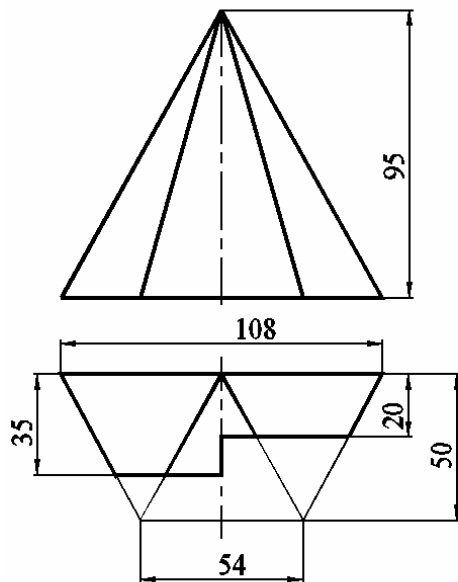
Задача 2



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

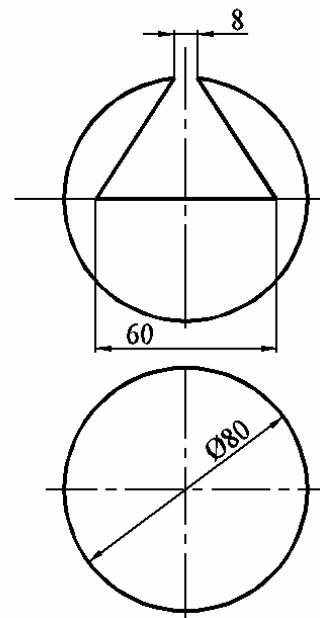
Вариант 26

Задача 1



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Задача 2

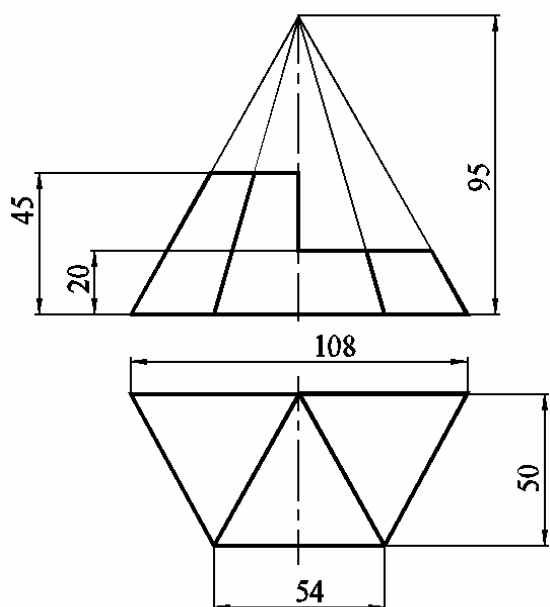


Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.17 – Варианты заданий 25 и 26

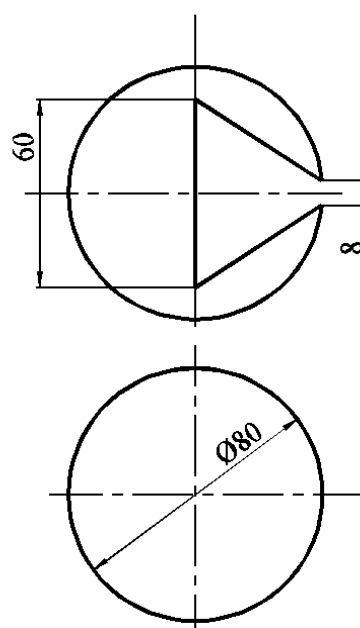
Вариант 27

Задача 1



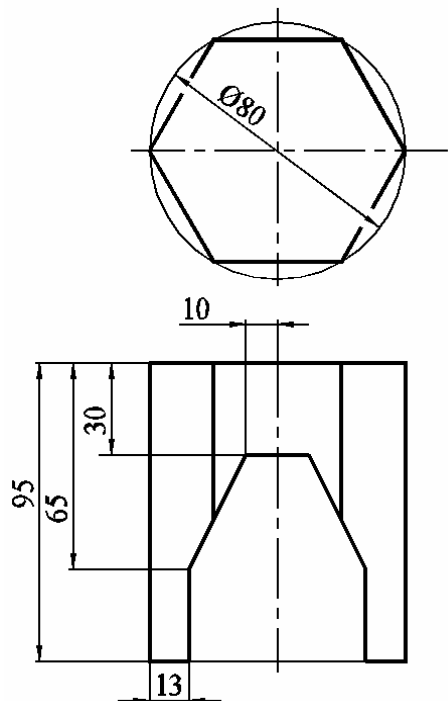
Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Задача 2



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

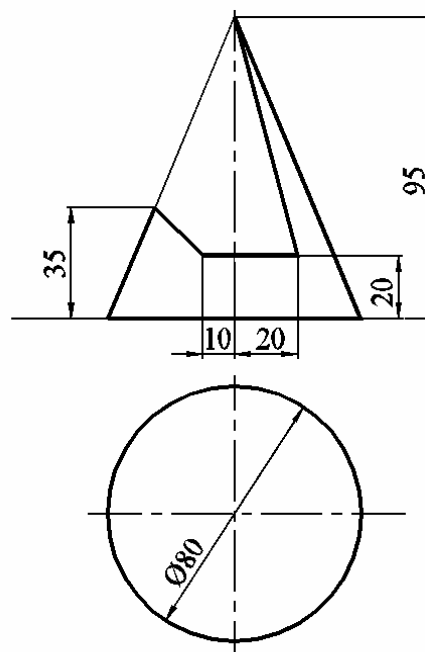
Задача 1



Построить фронтальную и профильную проекции выреза

Вариант 28

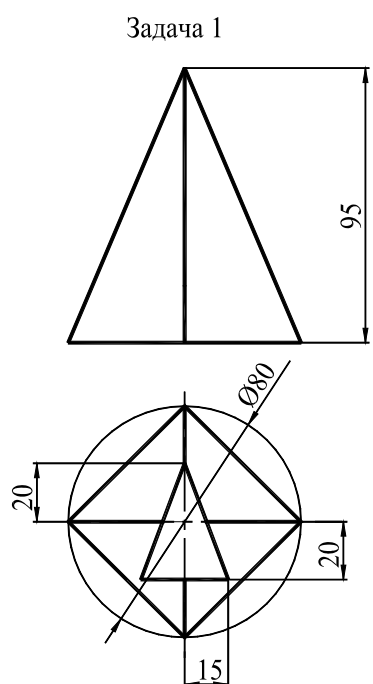
Задача 2



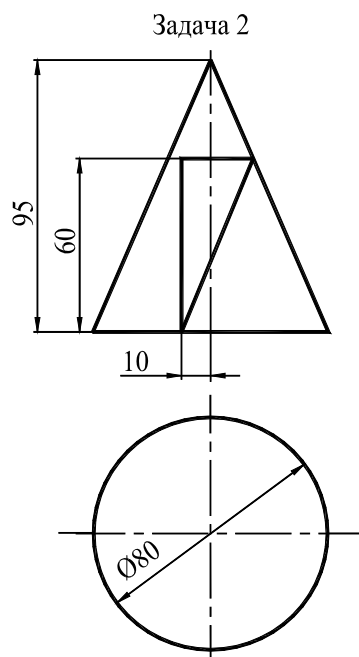
Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.18 – Варианты заданий 27 и 28

Вариант 29

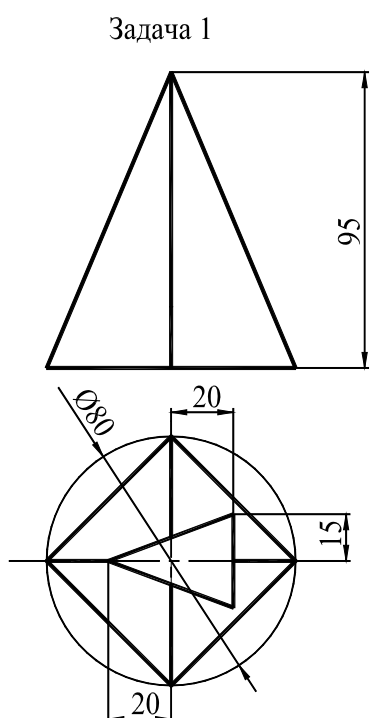


Построить фронтальную и профильную проекции выреза

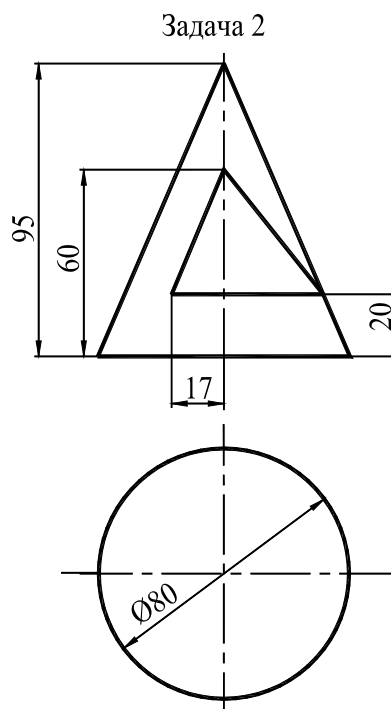


Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Вариант 30



Построить фронтальную и профильную проекции выреза



Построить горизонтальную и профильную проекции выреза

Рисунок 3.19 – Варианты заданий 29 и 30

4 Пересечение поверхностей

В соответствии с формулой $p=2+2-3=1$ пересечение двух поверхностей должно привести к появлению трехмерного объекта – пространственной кривой, все точки которой являются общими для двух поверхностей.

При построении линии пересечения встречаются два случая:

- одна из проекций линии пересечения известна и задача сводится к отысканию недостающих проекций точек по принадлежности одной из поверхностей;

- проекции линии пересечения не известны.

И в том и другом случае задача решается введением дополнительных секущих поверхностей, когда находятся точки, принадлежащие одновременно трем геометрическим объектам. В качестве дополнительных поверхностей берутся плоскости уровня и сферы, дающие наиболее простые линии при пересечении с заданными поверхностями.

4.1 Способ секущих плоскостей

Этот способ применяют для построения линии пересечения поверхностей, позволяющих получать (одновременно) во вводимых секущих плоскостях, графически простые линии (прямые или окружности). Это утверждение может быть проиллюстрировано на примере пересечения призмы Δ и конуса Φ (см. рисунок 4.1).

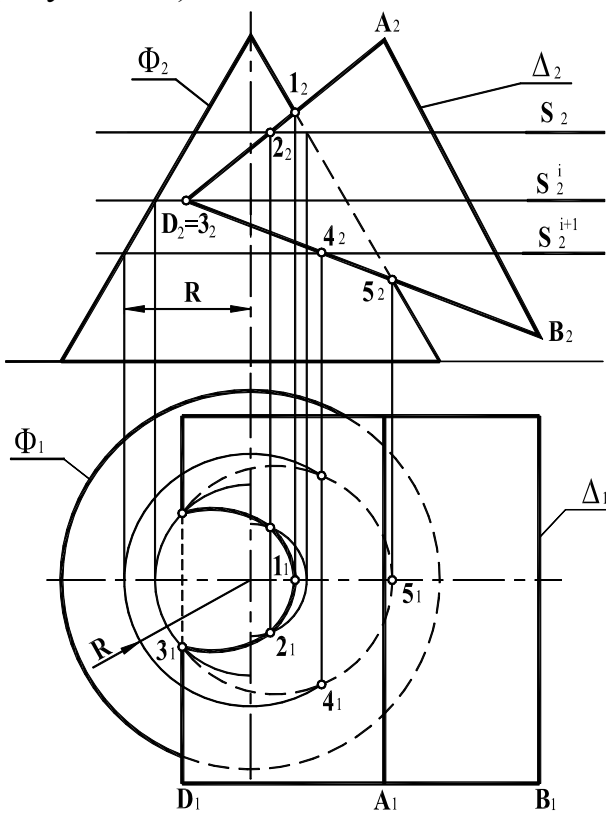


Рисунок 4.1 Метод секущих плоскостей

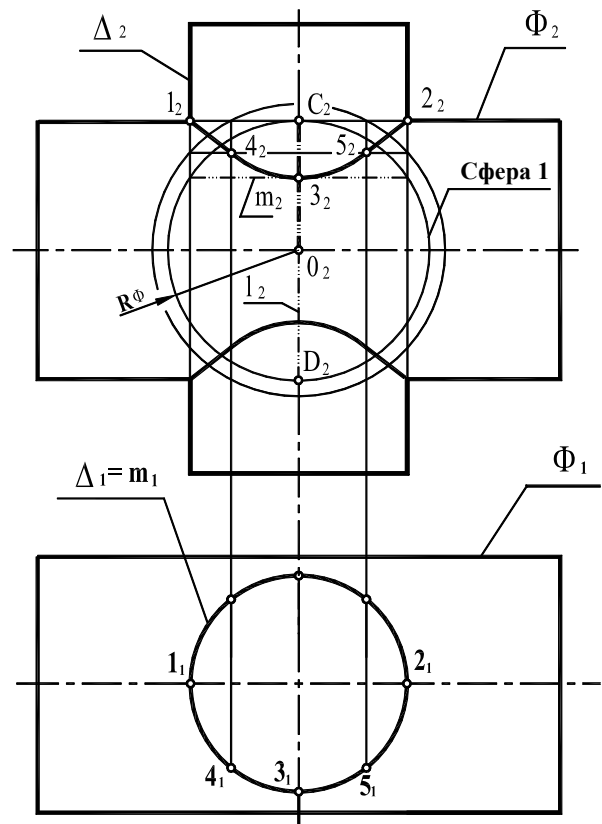


Рисунок 4.2 - Метод секущих сфер

Здесь в качестве вспомогательных секущих плоскостей выступают горизонтальные плоскости уровня S_i . На поверхности конуса (в силу того, что они перпендикулярны оси вращения) эти плоскости выделяют окружности, а на поверхности призмы - параллельные прямые (образующие).

Характерные точки 1 , 5 линии пересечения определяют в пересечении фронтальных очерков. Текущие точки линии пересечения определяются как результат пересечения соответствующих окружностей и прямых в секущих плоскостях S_i .

4.2 Способ секущих сфер

Линия пересечения двух цилиндров Φ и Δ ($R_\Phi > R_\Delta$) может быть определена с помощью метода секущих сфер. Это определяется тем, что рассматриваемые поверхности являются поверхностями вращения и оси вращения пересекаются.

Линия пересечения распадается на две ветви, нижнюю и верхнюю, построение которых аналогично (см. рисунок 4.2).

Фронтальные проекции характерных точек линии пересечения 1_2 и 2_2 определяются в результате пересечения фронтальных очерков Φ_2 и Δ_2 , а горизонтальные - определяются по принадлежности этих точек цилиндру Δ .

Нижшая точка линии пересечения (3) определяется введением сферы R_Φ , которая пересечет цилиндр Φ по окружности l (фронтальная проекция этой окружности совпадет с фронтальной проекцией оси вращения цилиндра Δ).

С цилиндром Δ эта же сфера пересечется по окружности m . Точка 3 и есть результат пересечения окружностей l и m . Промежуточные точки определяются аналогично, как пересечение окружностей, получающихся в пересечении произвольных сфер $R_\Phi < R_i < O_2 I_2$ с цилиндрами Φ и Δ . Фронтальные проекции точек линии пересечения определяются как пересечения отрезков прямых, в которые вырождаются окружности, перпендикулярные оси вращения, а горизонтальные проекции находятся по принадлежности одной из поверхностей. В данном случае - поверхности Δ .

4.3 Варианты задания на тему «Пересечение поверхностей»

Варианты заданий даны на рисунках 4.4 – 4.35, Образец выполнения на рисунке - 4.3. См. также приложение А – Оформление заданий.

Задание 1

На формате А3 в масштабе 1:1 вычертить условия задачи 1 и задачи 2.

Построить линию пересечения поверхностей, используя для одной задачи метод секущих плоскостей, для другой – секущих сфер. **Размеры на чертеже не проставлять!**

Задание 2

Построить аксонометрическую проекцию (приведенную изометрию) поверхностей и их линии пересечения из задания 1 (по указанию преподавателя).

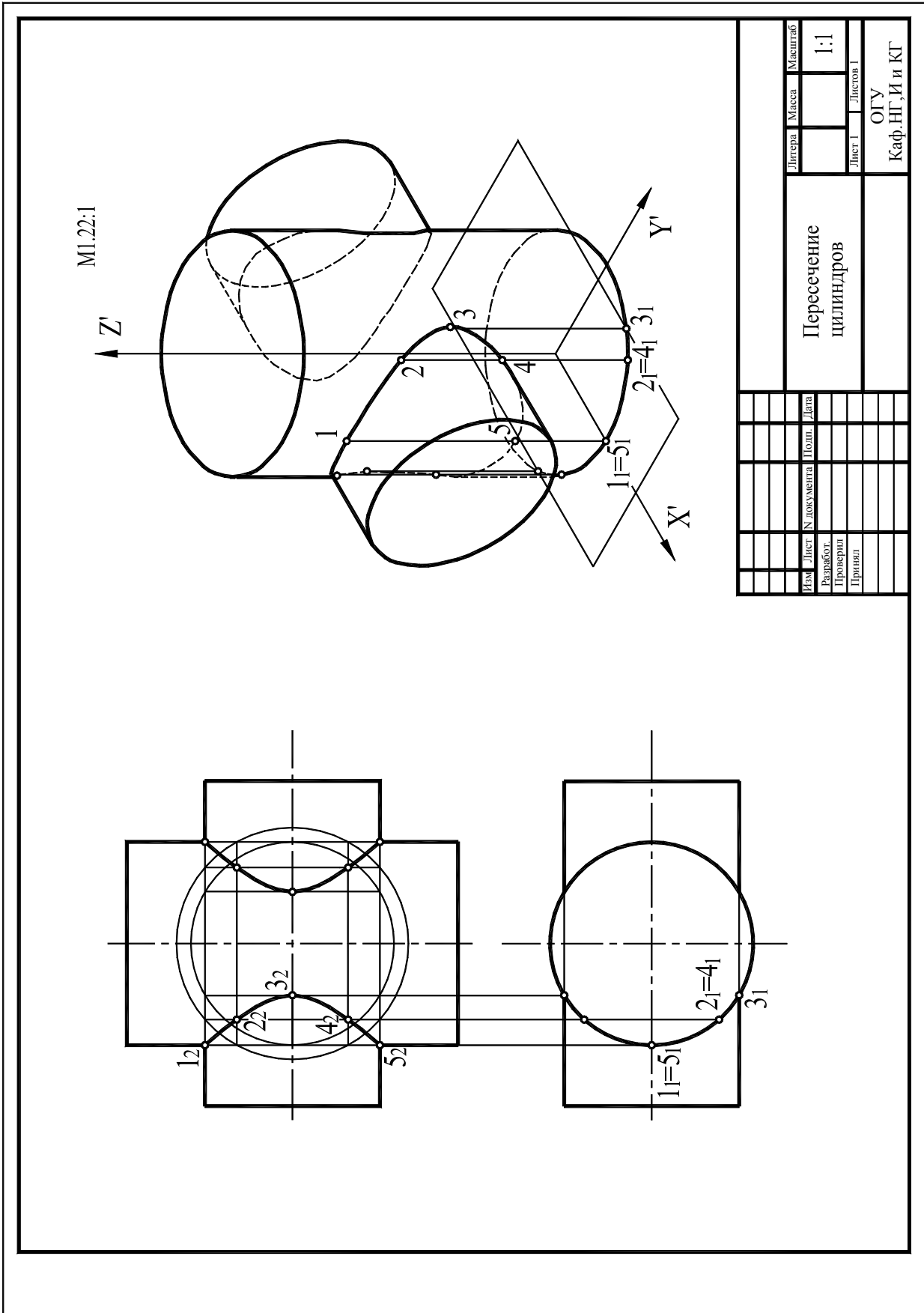


Рисунок 4.3 - Образец выполнения задания «Пересечение поверхностей»

Вариант № 1

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: трехгранной призмы и профильно-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок).

Задача №2 Построить линию пересечения двух прямых круговых конусов, заданных следующим описанием.

Один конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} x = 0.4z + 40 \\ y = 100 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , этого конуса, является горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(90, 100, 0)$. Основание конуса располагается в горизонтальной плоскости $z=0$.

Второй конус получается в результате вращения фронтальной линии уровня s

$$\begin{cases} z = -0.38x + 130 \\ y = 100 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого конуса, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 100, 70)$. Основание конуса лежит в профильной плоскости уровня $x=20$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

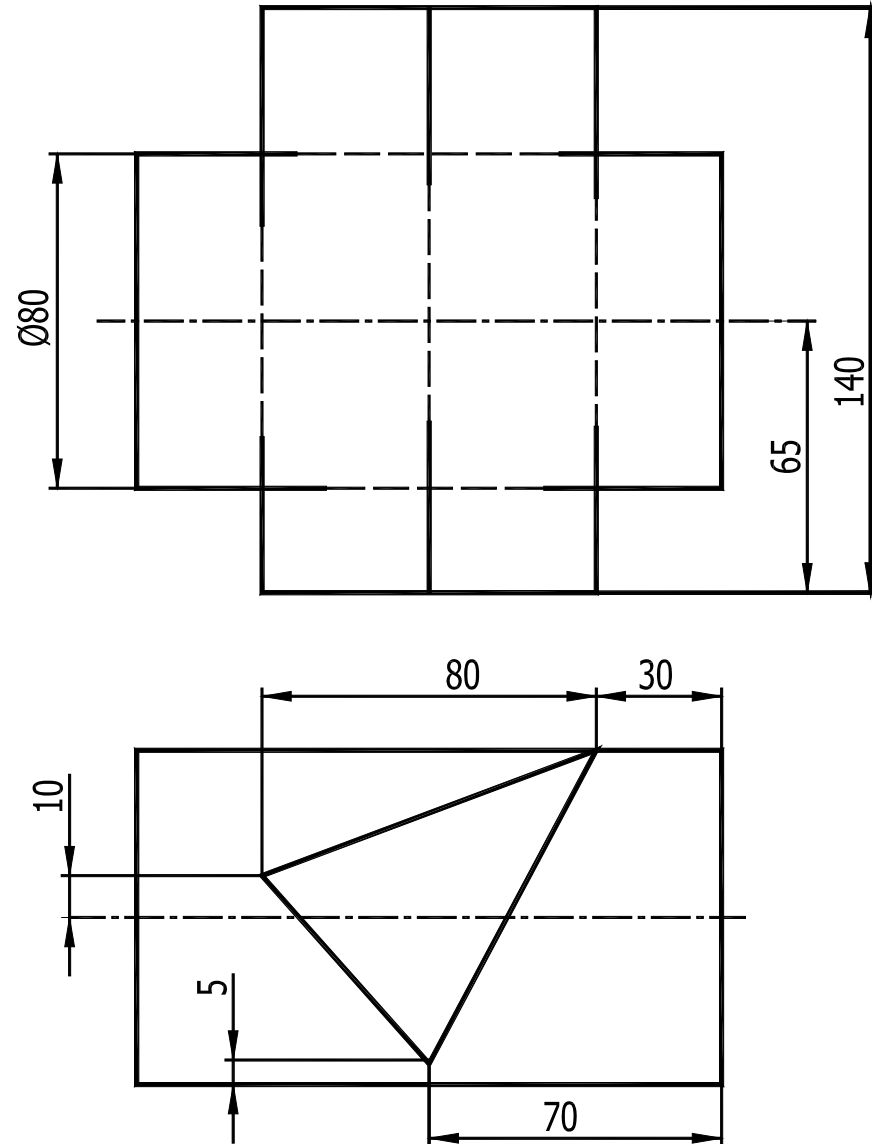


Рисунок 4.4 - Задача №1

Вариант № 2

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: пирамиды и горизонтально-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.5).

Задача №2 Построить линию пересечения эллипсоида вращения с фронтально проецирующим прямым круговым цилиндром, заданных следующим описанием.

Эллипсоид образован вращением эллипса t

$$\begin{cases} (x - 90)^2 / 60^2 + (y - 60)^2 / 30^2 = 1 \\ z = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , этой поверхности, является фронтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOz), которая проходит через точку $A(90, 0, 70)$.

Вторая поверхность, цилиндр, получается в результате вращения фронтально-проецирующей прямой s

$$\begin{cases} x = 70 \\ z = 55 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого цилиндра, является фронтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOz), которая проходит через точку $B(105, 0, 55)$. Торцы проецирующего цилиндра лежат в плоскостях $y=0$ и $y=125$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

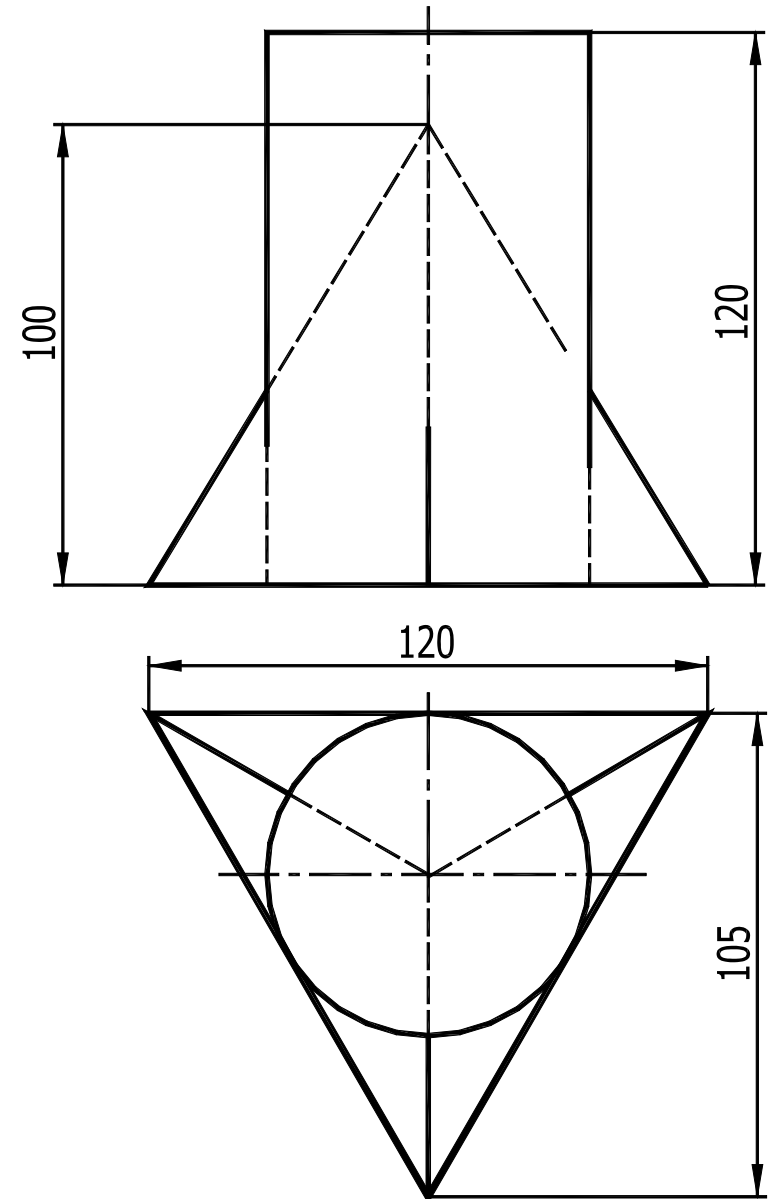


Рисунок 4.5 - Задача №1

Вариант № 3

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и горизонтально-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.6).

Задача №2 Построить линию пересечения двух поверхностей, сферы и параболоида вращения, заданных следующим описанием.

Сфера образована вращением окружности t , лежащей во фронтальной плоскости уровня, вокруг оси i .

$$\begin{cases} (x - 45)^2 + (z - 85)^2 = 40^2 \\ y = 80 \end{cases}$$

Ось i , этой поверхности, является горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(45, 80, 0)$.

Вторая поверхность, параболоид, получается в результате вращения параболы S

$$\begin{cases} (z - 80)^2 = 40(x - 15) \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого параболоида, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 80, 80)$. Торцы параболоида вращения лежат в плоскости $x=125$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

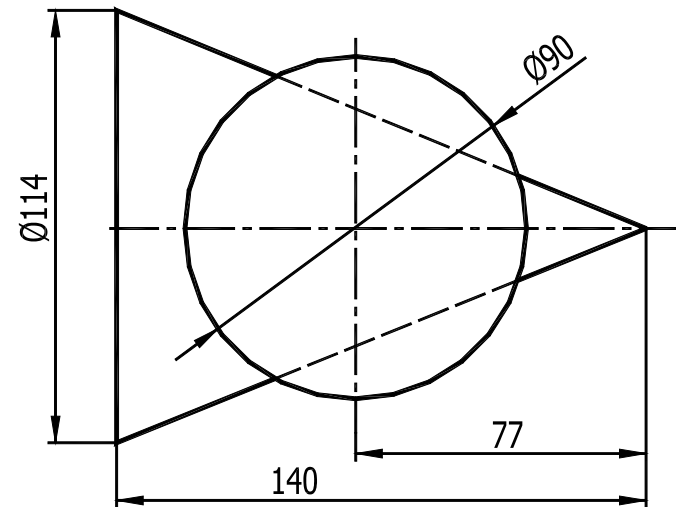
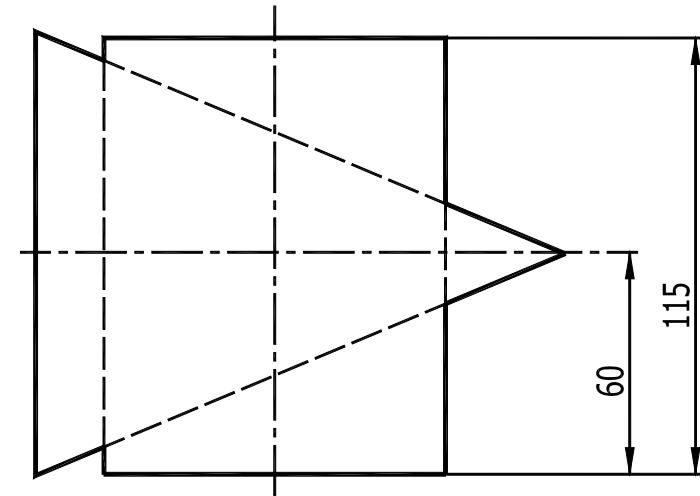


Рисунок 4.6 - Задача №1

Вариант № 4

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: самопересекающегося тора и прямого кругового усеченного конуса, заданных своими очерками (см. рисунок 4.7).

Задача №2 Построить линию пересечения двух поверхностей, кругового конуса и проецирующего кругового цилиндра, заданных следующим описанием.

Конус образован вращением фронтальной прямой уровня t вокруг оси i .

$$\begin{cases} x = 0.35z + 40 \\ y = 70 \end{cases}$$

Ось i , этой поверхности, является горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(90, 70, 0)$.

Вторая поверхность, цилиндр, получается в результате вращения профильно-проецирующей прямой s

$$\begin{cases} z = 30 \\ y = 70 \end{cases}$$

вкруг оси j . Ось j , этого цилиндра, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 70, 70)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $x=20$ и $x=160$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

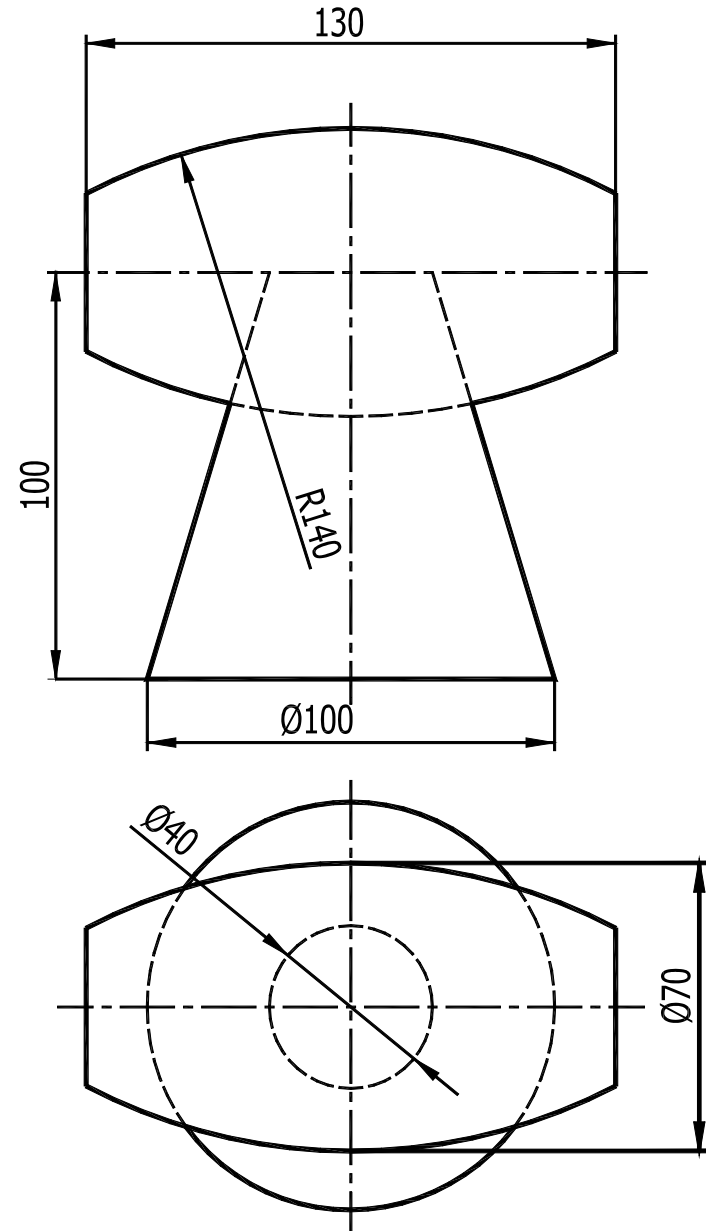


Рисунок 4.7 - Задача №1

Вариант № 5

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: трехгранной призмы и профильно-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.8).

Задача №2 Построить линию пересечения двух прямых круговых конусов, заданных следующим описанием.

Один конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} x = 0.4z + 40 \\ y = 100 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , этого конуса, является горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(90, 100, 0)$. Основание конуса располагается в горизонтальной плоскости $z=0$.

Второй конус получается в результате вращения фронтальной линии уровня s

$$\begin{cases} z = -0.3x + 120 \\ y = 100 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого конуса, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 100, 70)$. Основание конуса лежит в профильной плоскости уровня $x=20$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

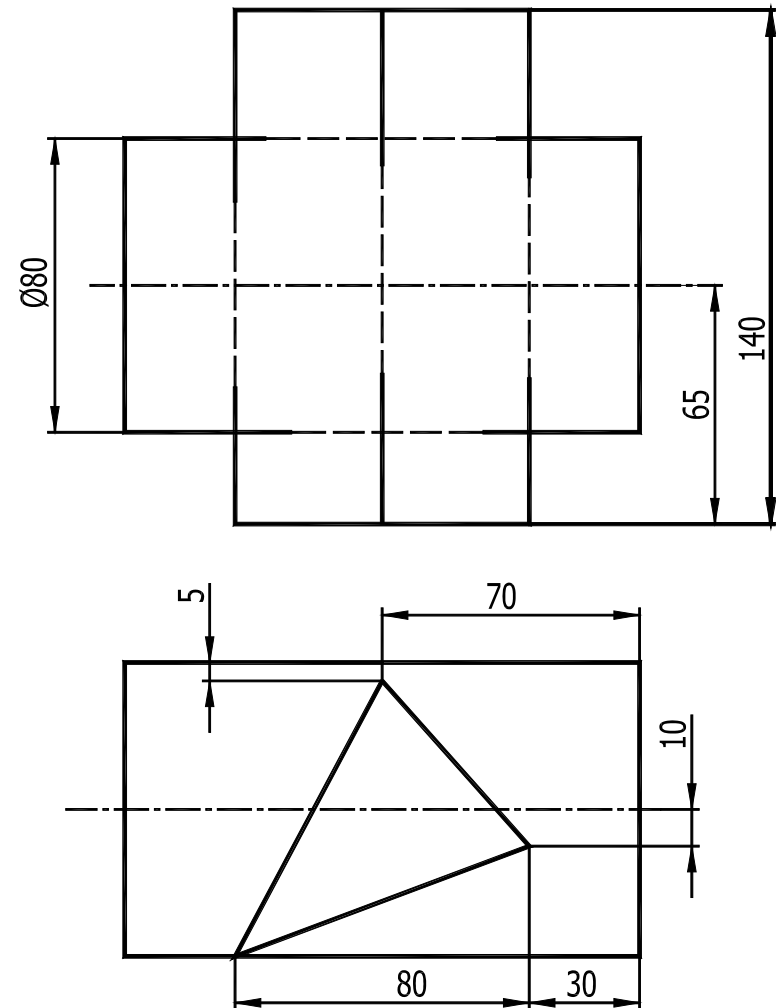


Рисунок 4.8 - Задача №1

Вариант № 6

Задача №1 Построить линию пересечения конических поверхностей, заданных своими очерками (см. рисунок 4.9).

Задача №2 Построить линию пересечения горизонтально проецирующего цилиндра со сферой, заданных следующим описанием.

Проецирующий цилиндр образован вращением горизонтально-проецирующей прямой t

$$\begin{cases} x = 55 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , цилиндра, также является горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(100, 70, 0)$. Торцы цилиндра располагается в горизонтальных плоскостях уровня $z=0$ и $z=120$.

Вторая поверхность, сфера, получается в результате вращения окружности S

$$\begin{cases} (x-45)^2 + (z-60)^2 = 40^2 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого конуса, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 70, 60)$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

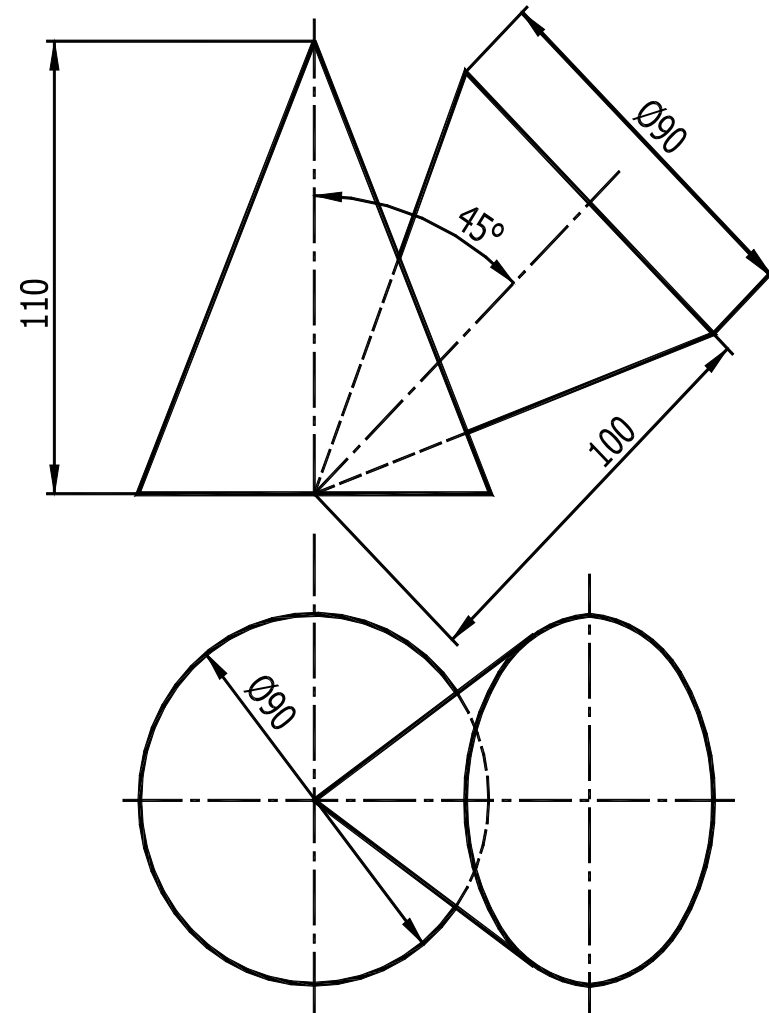


Рисунок 4.9 - Задача №1

Вариант № 7

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: сферы и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.10).

Задача №2 Построить линию пересечения эллипсоида вращения и прямого кругового конуса, заданных следующим описанием.

Эллипсоид вращения образован вращением эллипсом t

$$\begin{cases} (x-85)^2/30^2 + (z-60)^2/60^2 = 1 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i , эллипсоида, является горизонтально-проецирующая прямая (прямая перпендикулярная плоскости xOy), которая проходит через точку $A(85, 70, 0)$.

Вторая поверхность, прямой круговой конус, получается в результате вращения фронтальной линии уровня s

$$\begin{cases} z = -0.45x + 130 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого конуса, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 70, 60)$. Основание конуса лежит в плоскости $x=25$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

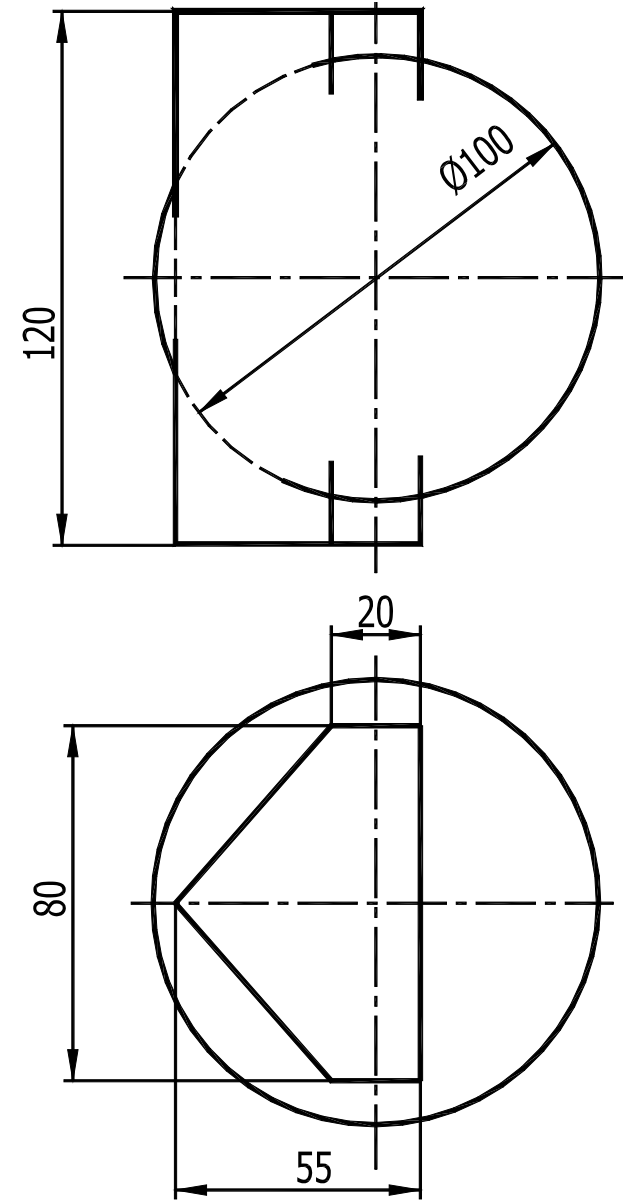


Рисунок 4.10 - Задача №1

Вариант № 8

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и профильно-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.11).

Задача №2 Построить линию пересечения сферы с параболоидом вращения, заданными следующим описанием.

Сфера образована вращением окружности t , лежащей во фронтальной плоскости уровня

$$\begin{cases} (x - 55)^2 + (z - 65)^2 = 40^2 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , сферы, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости zOy), которая проходит через точку $A(0, 70, 65)$.

Параболоид получается в результате вращения параболы S

$$\begin{cases} (x - 100)^2 = 10z \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого конуса, является горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOx), которая проходит через точку $B(100, 70, 0)$. Торец параболоида лежит в горизонтальной плоскости уровня $z=150$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

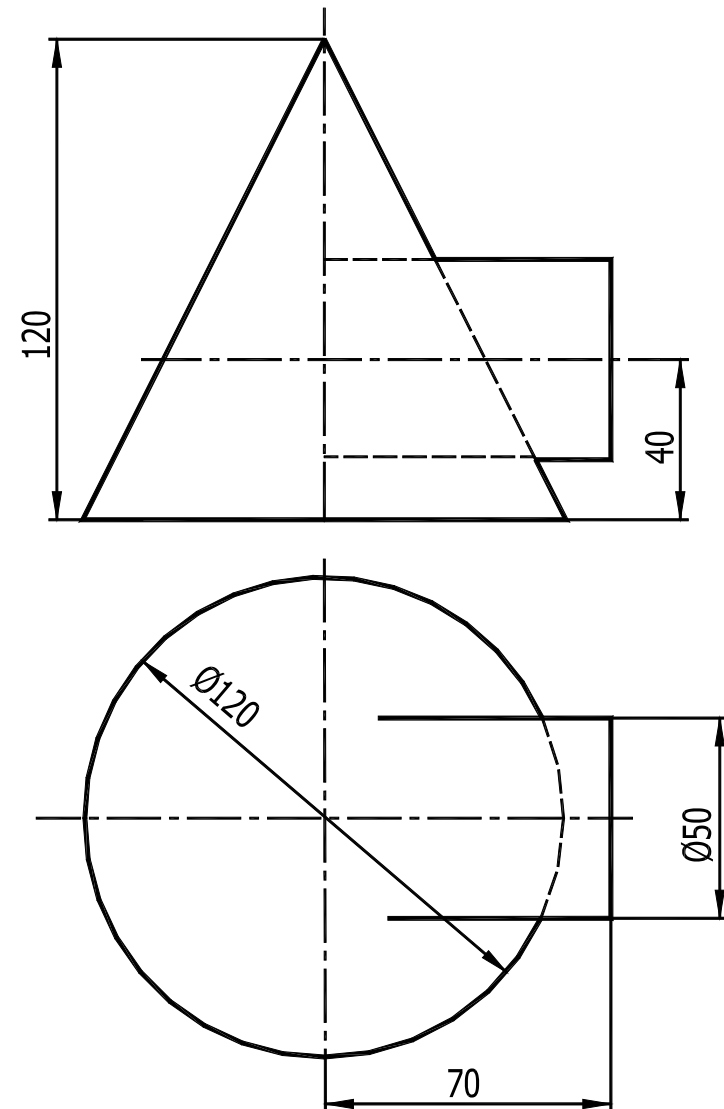


Рисунок 4.11 - Задача №1

Вариант № 9

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.12).

Задача №2 Построить линию пересечения горизонтально-проецирующего цилиндра со сферой, заданных следующим описанием.

Проецирующий цилиндр образован вращением горизонтально-проецирующей прямой t

$$\begin{cases} x = 55 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , цилиндра, также является горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(100, 70, 0)$. Торцы цилиндра располагается в горизонтальных плоскостях уровня $z=0$ и $z=120$.

Вторая поверхность, сфера, получается в результате вращения окружности s

$$\begin{cases} (x-45)^2 + (z-60)^2 = 40^2 \\ y = 50 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этой сферы, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 50, 60)$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

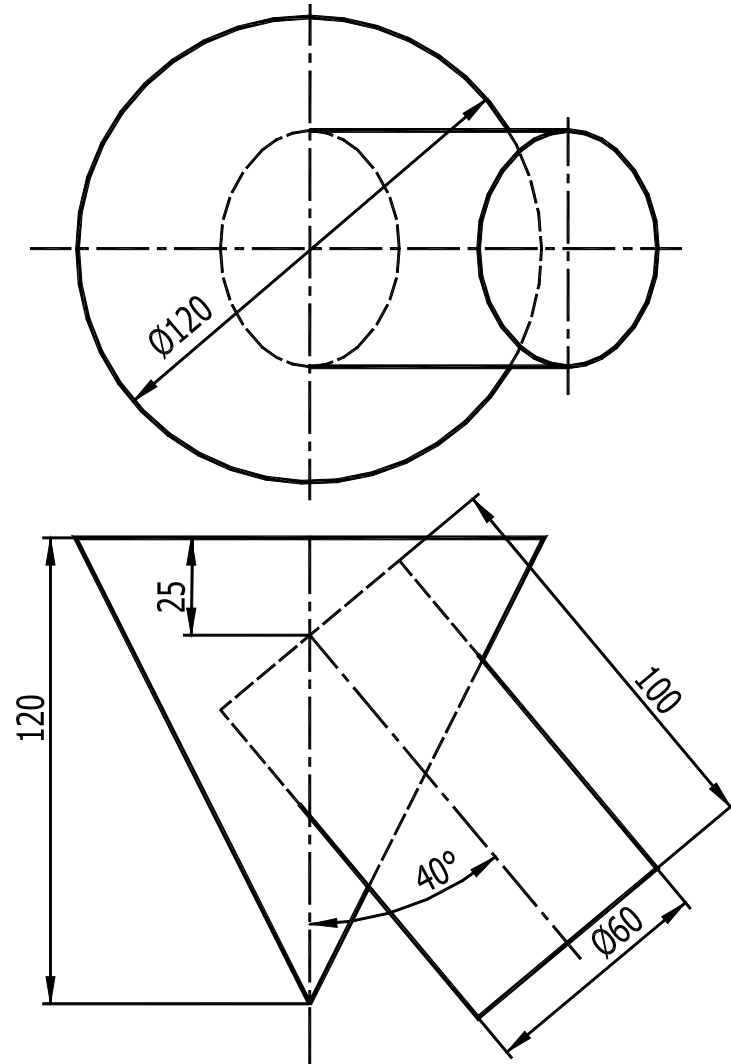


Рисунок 4.12 - Задача №1

Вариант № 10

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: вращения и профильно-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.13).

Задача №2 Построить линию пересечения горизонтально проецирующего цилиндра со сферой, заданных следующим описанием.

Проецирующий цилиндр образован вращением горизонтально-проецирующей прямой t

$$\begin{cases} x = 50 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , цилиндра, также является горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(100, 70, 0)$. Торцы цилиндра располагается в горизонтальных плоскостях уровня $z=0$ и $z=120$.

Вторая поверхность, сфера, получается в результате вращения окружности S

$$\begin{cases} (x-45)^2 + (z-60)^2 = 40^2 \\ y = 90 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этой сферы, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 90, 60)$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

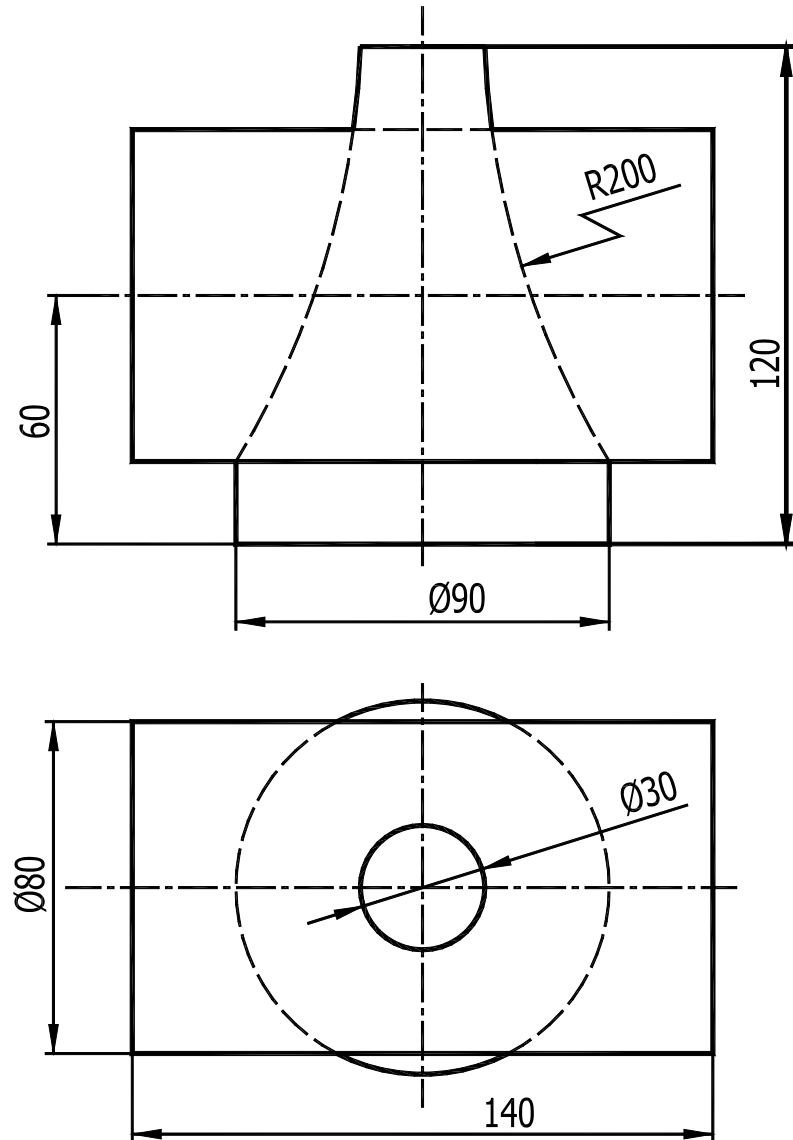


Рисунок 4.13 - Задача №1

Вариант № 11

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и сферы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.14).

Задача №2 Построить линию пересечения однополостного гиперboloида вращения с прямым круговым конусом, заданных следующим описанием.

Гиперboloид образован вращением гиперболы t

$$\begin{cases} (x-80)^2/400 - (z-65)^2/400 = 1 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , поверхности вращения, представлена горизонтально-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(80, 70, 0)$. Торцы располагается в горизонтальных плоскостях уровня $z=0$ и $z=130$.

Вторая поверхность - конус, получается в результате вращения фронтальной линии уровня S

$$\begin{cases} z = -0.35x + 130 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого конуса, является профильно-проецирующей прямой (прямой перпендикулярной плоскости yOz), которая проходит через точку $B(0, 70, 80)$. Основание конуса лежит в плоскости $x = 5$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

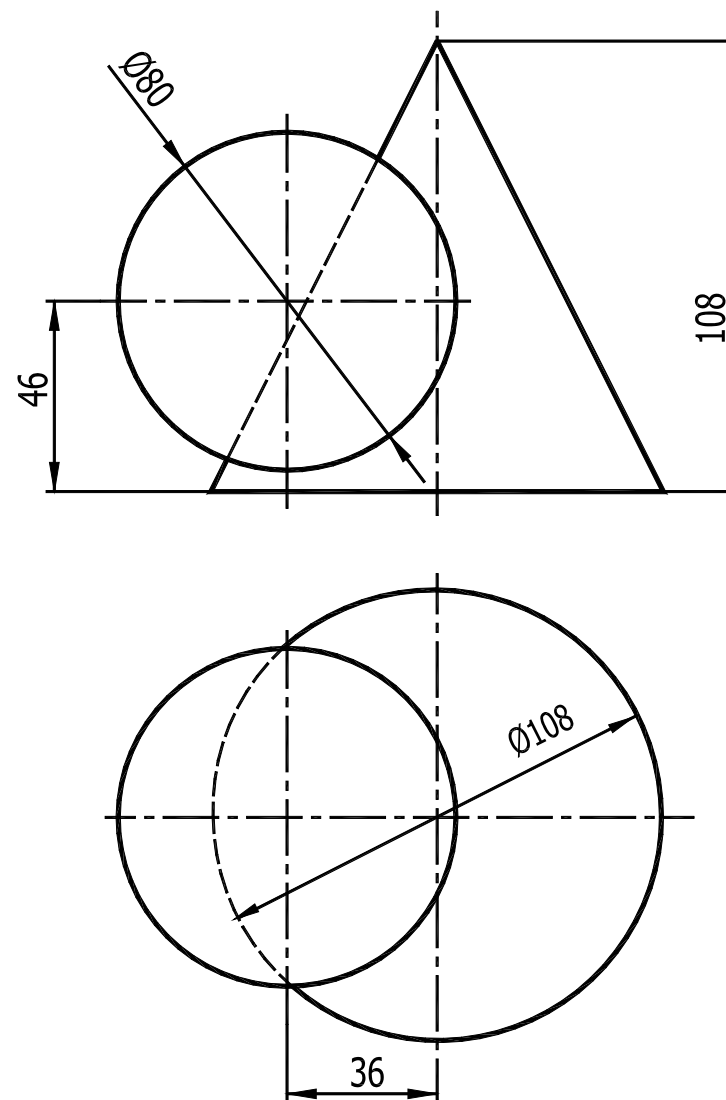


Рисунок 4.14 - Задача №1

Вариант № 12

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.15).

Задача №2 Построить линию пересечения проецирующего цилиндра и сферы.

Сфера образована вращением окружности t

$$\begin{cases} (x-70)^2 + (z-90)^2 = 40^2 \\ y=75 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью вращения i сферы является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(70, 75, 0)$.

Прямой круговой цилиндр, перпендикулярный профильной плоскости проекции, образован вращением профильной линии уровня s ,

$$\begin{cases} y = 75 \\ z = 10 \end{cases}$$

вокруг оси j , перпендикулярной профильной плоскости проекции и проходящей через точку $B(0, 75, 45)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $x = 0$ и $x = 140$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

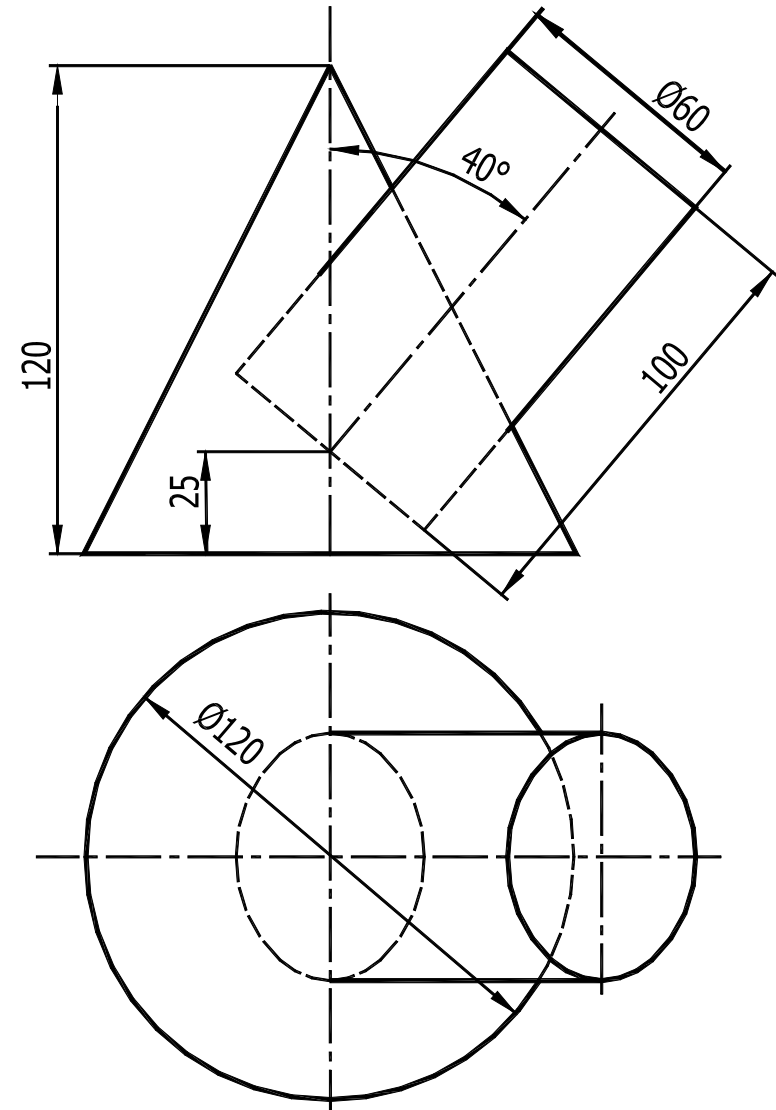


Рисунок 4.15 - Задача №1

Вариант № 13

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: усеченного конуса и профильно-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.16).

Задача №2 Построить линию пересечения сферы и горизонтально проецирующего кругового цилиндра, заданных следующим описанием.

Цилиндр образован вращением горизонтально-проецирующей прямой t

$$\begin{cases} x = 65 \\ y = 65 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , цилиндра, представлена горизонтально-проецирующей прямой, которая проходит через точку $A(95, 65, 0)$. Торцы располагается в горизонтальных плоскостях уровня $z=0$ и $z=130$.

Вторая поверхность, сфера, получается в результате вращения окружности S

$$\begin{cases} (x - 85)^2 + (z - 70)^2 = 50^2 \\ y = 85 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j , сферы, является профильно-проецирующей прямой, которая проходит через точку $B(0, 85, 70)$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

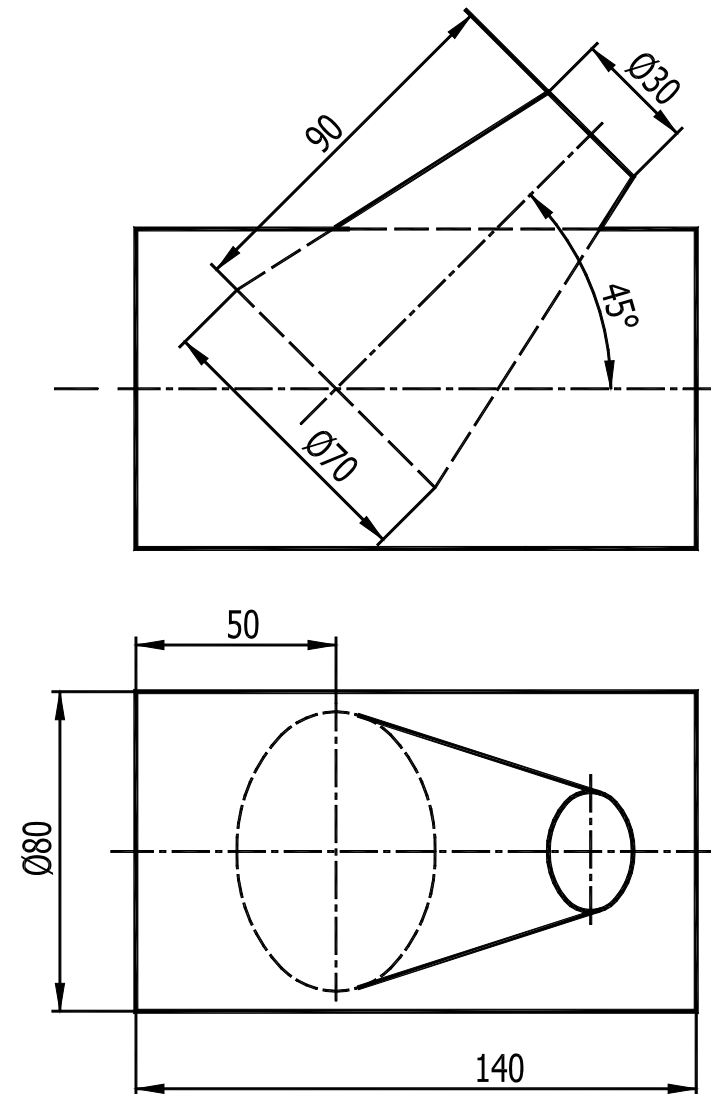


Рисунок 4.16 - Задача №1

Вариант № 14

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: сферы и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.17).

Задача №2 Построить линию пересечения двух прямых круговых конусов.

Один из конусов образован вращением горизонтальной линией уровня t

$$\begin{cases} x = 0.45z + 45 \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , конуса, представлена горизонтально-проецирующей прямой, которая проходит через точку $A(100, 80, 0)$. Основание конуса лежит в плоскости xOy .

Второй конус получается в результате вращения горизонтальной линии уровня s

$$\begin{cases} x = -0.45z + 130 \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси j . Ось j , этого конуса, является профильно-проецирующей прямой, которая проходит через точку $B(0, 80, 60)$. Основание конуса лежит в плоскости $x = 20$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

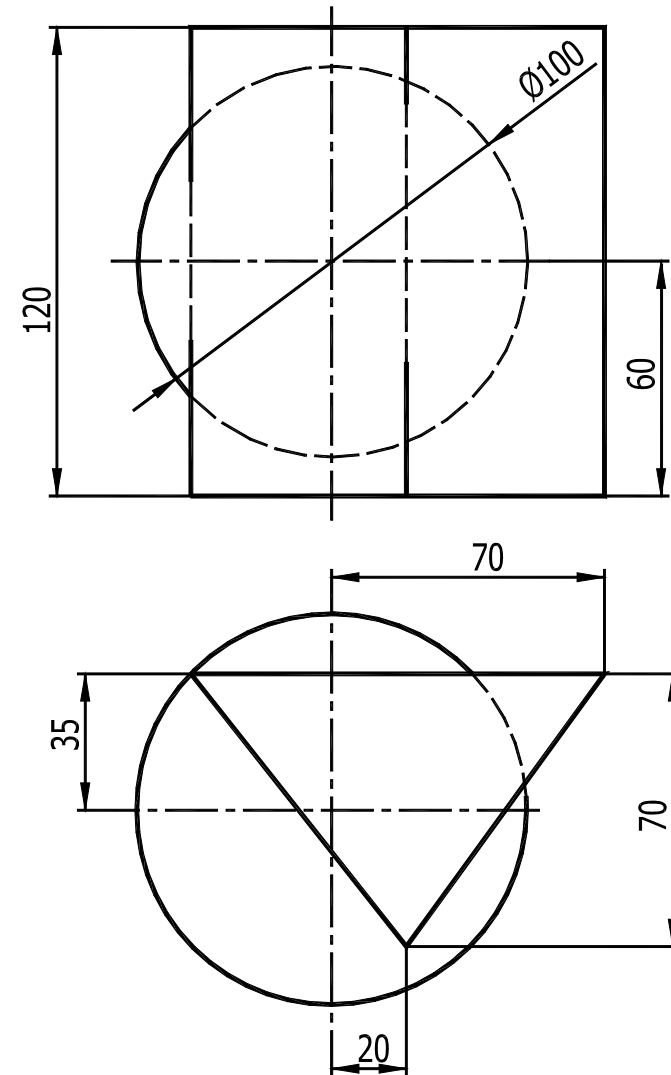


Рисунок 4.17 - Задача №1

Вариант № 15

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: полусферы и горизонтально-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.18).

Задача №2 Построить линию пересечения однополостного гиперboloида вращения и прямого кругового конуса.

Гиперboloид образован вращением гиперболы t

$$\begin{cases} (x - 70)^2 / 15^2 - (z - 60)^2 / 20^2 = 1 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , гиперboloида, представлена горизонтально-проецирующей прямой, которая проходит через точку $A(70, 70, 0)$. Основания гиперboloида лежат в плоскостях $z = 0$ и $z = 140$.

Прямой круговой конус получается в результате вращения фронтальной линии уровня s

$$\begin{cases} z = -0.35x + 120 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j , этого конуса, является профильно-проецирующая прямая, которая проходит через точку $B(0, 70, 60)$. Основание конуса лежит в плоскости $x = 10$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

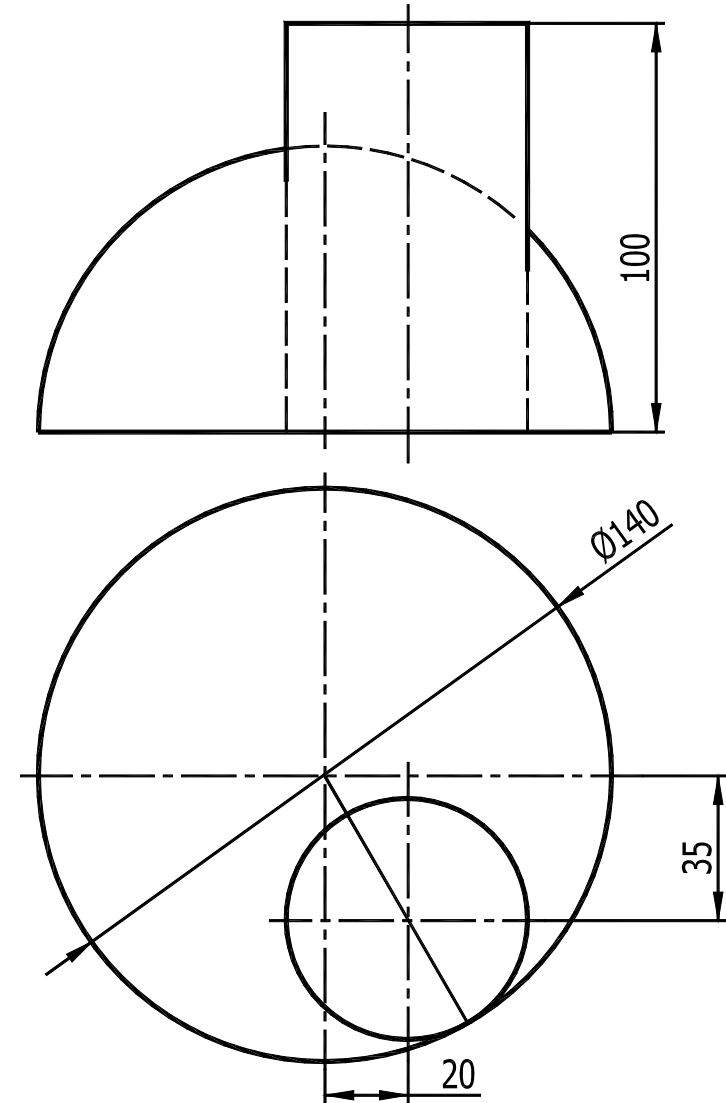


Рисунок 4.18 - Задача №1

Вариант № 16

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: сферы и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.19).

Задача №2 Построить линию пересечения сферы и параболоида вращения.

Параболоид образован вращением параболы t

$$\begin{cases} (x-90)^2 = 40(z-10) \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , параболоида, представлена горизонтально-проецирующей прямой (перпендикулярной плоскости xOy), которая проходит через точку $A(90, 75, 0)$. Верхнее основание параболоида лежит в плоскости $x = 140$.

Сфера получается в результате вращения окружности S , лежащей во фронтальной плоскости уровня,

$$\begin{cases} (x-55)^2 + z^2 = 55^2 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j , совпадающей с осью Ox .

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

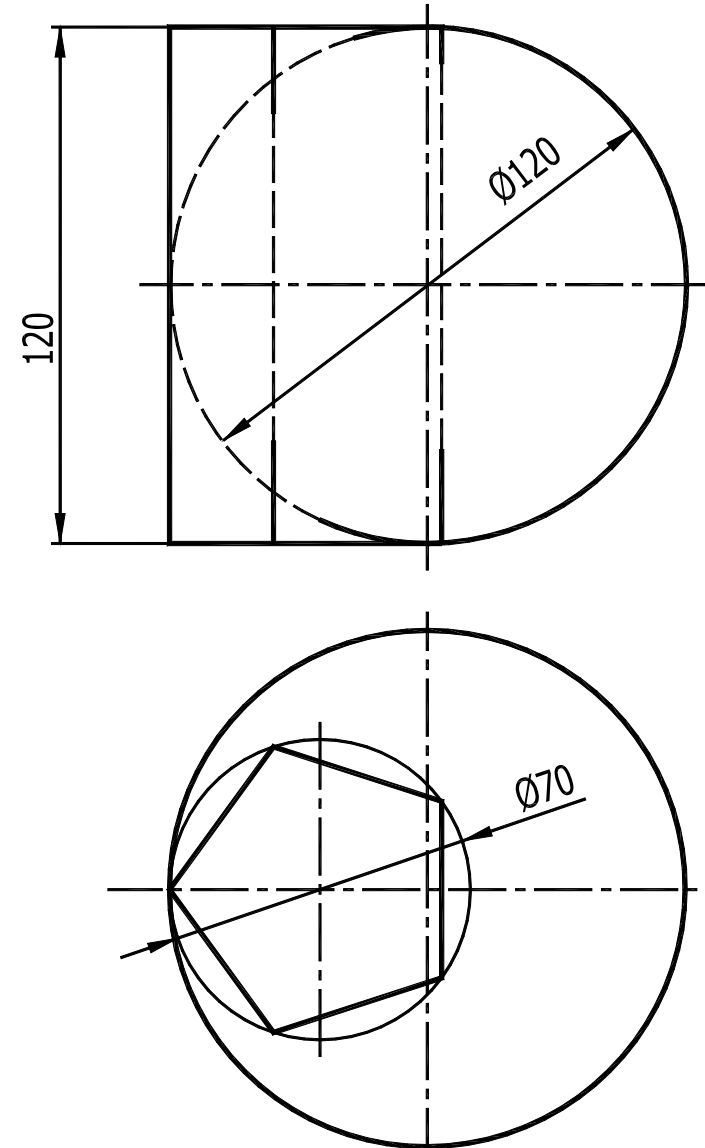


Рисунок 4.19 - Задача №1

Вариант № 17

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: сферы и фронтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.20).

Задача №2 Построить линию пересечения сферы и профильно-проецирующего кругового цилиндра вращения.

Цилиндр образован вращением профильно-проецирующей прямой t

$$\begin{cases} y = 90 \\ z = 140 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось i , так же является профильно-проецирующей прямой, которая проходит через точку $A(0, 90, 110)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $x = 160$ и $x = 0$.

Сфера получается в результате вращения окружности s , лежащей во фронтальной плоскости уровня

$$\begin{cases} (x - 90)^2 + (z - 90)^2 = 55^2 \\ y = 90 \end{cases}$$

вокруг оси j , перпендикулярной плоскости xOy и проходящей через точку $B(90, 90, 0)$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

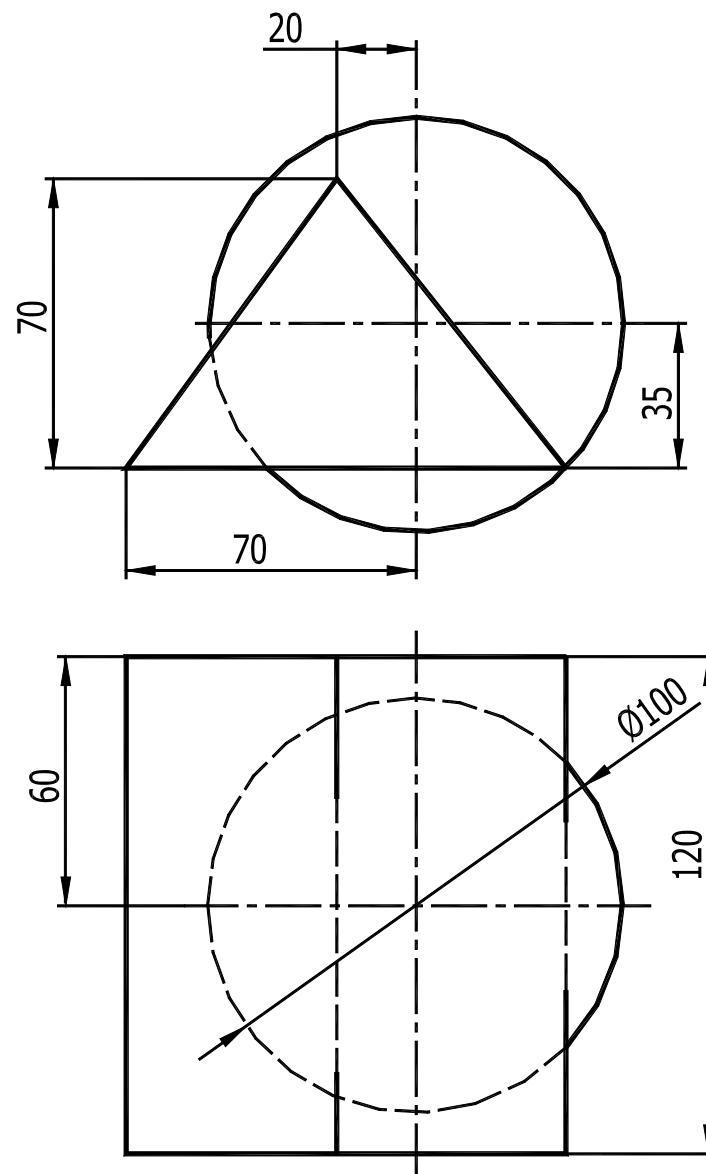


Рисунок 4.20 - Задача №1

Вариант № 18

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.21).

Задача №2 Построить линию пересечения эллипсоида вращения и прямого кругового конуса.

Конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} x = 0.45z + 50 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью же i , конуса является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(100, 70, 0)$. Основание конуса лежит в плоскости xOy .

Эллипсоид образован вращением эллипса S , лежащего во фронтальной плоскости уровня

$$\begin{cases} (x-90)^2/60^2 + (z-50)^2/30^2 = 1 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j , перпендикулярной горизонтальной плоскости и проходящей через точку $B(90, 70, 0)$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

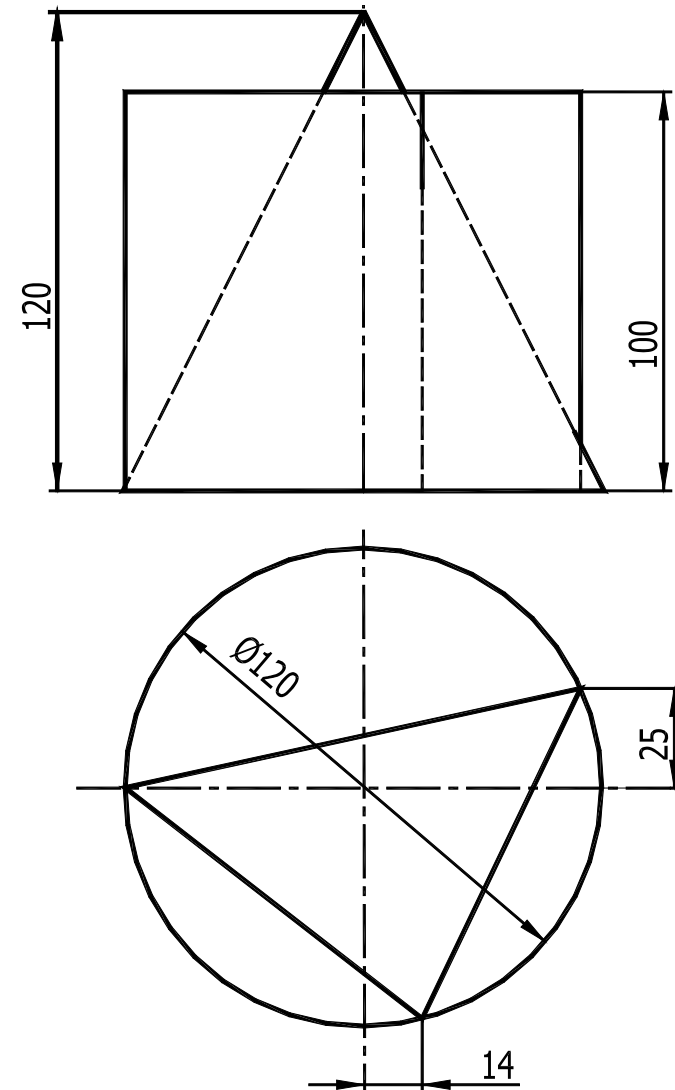


Рисунок 4.21 - Задача №1

Вариант № 19

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: вращения и прямого кругового конуса, заданных своими очерками (см. рисунок 4.22).

Задача №2 Построить линию пересечения прямого кругового конуса и проецирующего кругового цилиндра.

Конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} x = 0.50z + 20 \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью же i , конуса является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(90, 80, 0)$. Основание конуса лежит в плоскости xOy .

Профильно-проецирующий цилиндр образован вращением профильно-проецирующей прямой s ,

$$\begin{cases} z = 30 \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси j , перпендикулярной фронтальной плоскости проекции и проходящей через точку $B(0, 80, 60)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $x = 15$ и $x = 160$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

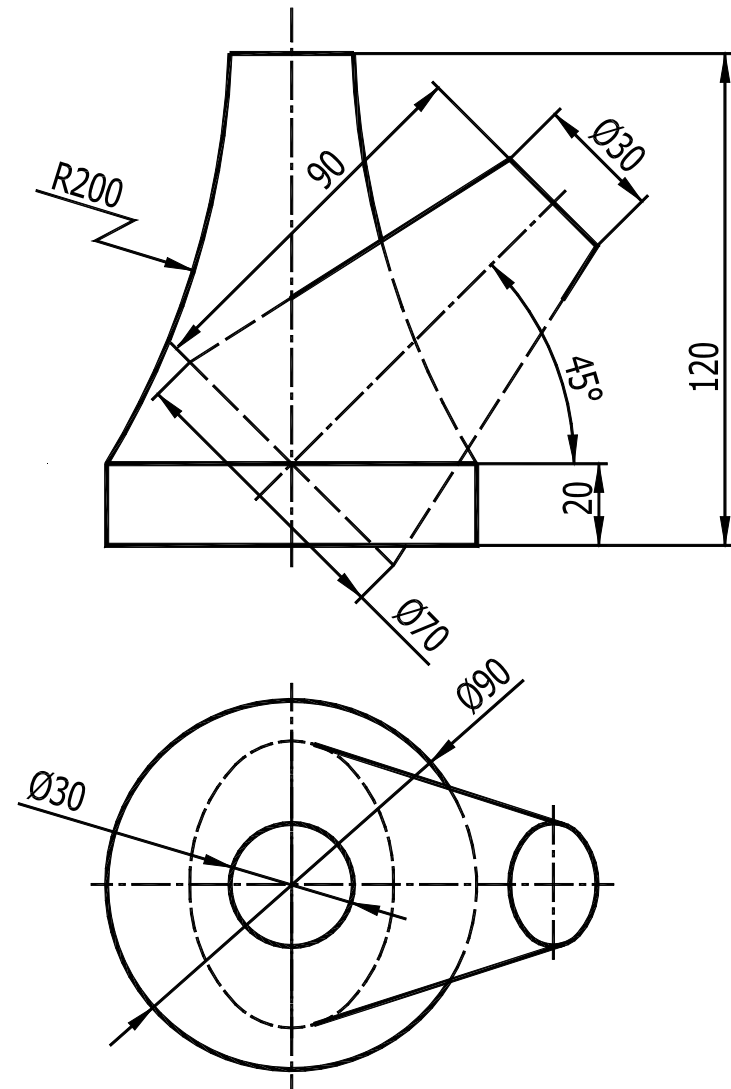


Рисунок 4.22 - Задача №1

Вариант № 20

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: пирамиды и фронтально-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.23).

Задача №2 Построить линию пересечения прямого кругового конуса и параболоида вращения.

Конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} x = 3z + 20 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i , конуса, является профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(0, 70, 45)$. Основание конуса лежит в плоскости $x = 20$.

Параболоид вращения образован вращением параболы s ,

$$\begin{cases} (x - 90)^2 = 40z \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j , перпендикулярной горизонтальной плоскости проекции и проходящей через точку $B(90, 70, 0)$. Торце параболоида лежит в плоскости $z = 120$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

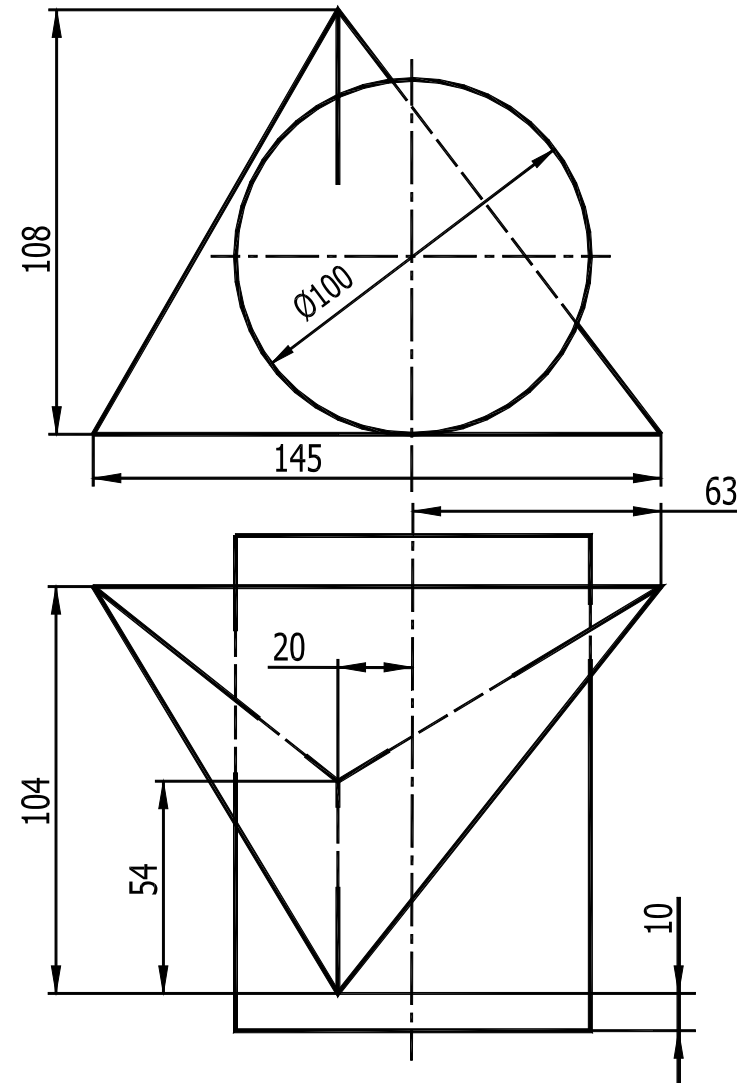


Рисунок 4.23 - Задача №1

Вариант № 21

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и фронтально-проецирующего цилиндра заданных своими очерками (см. рисунок 4.24).

Задача №2 Построить линию пересечения горизонтально-проецирующего кругового цилиндра и эллипсоида вращения.

Эллипсоид образован вращением эллипса t

$$\begin{cases} (x-90)^2/80^2 + (z-60)^2/40^2 = 1 \\ y = 60 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i , эллипсоида, является профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(0, 60, 60)$.

Проецирующий цилиндр образован вращением горизонтально-проецирующей прямой s ,

$$\begin{cases} x = 60 \\ y = 50 \end{cases}$$

вокруг оси j , перпендикулярной горизонтальной плоскости проекции и проходящей через точку $B(90, 50, 0)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $z=0$ и $z=120$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач,

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

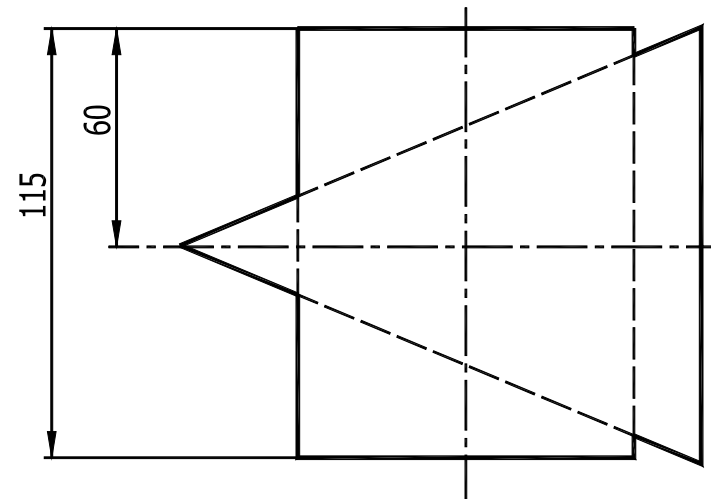
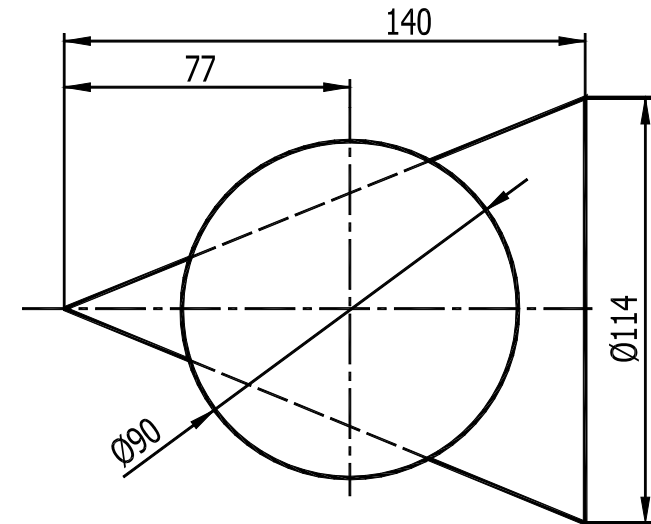


Рисунок 4.24 - Задача №1

Вариант № 22

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: сферы и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.25).

Задача №2 Построить линию пересечения прямого кругового конуса и параболоида вращения.

Параболоид образован вращением параболы t

$$\begin{cases} (x - 85)^2 = 10z \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i , параболоида, является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(85, 70, 0)$. Торец параболоида лежит в плоскости $z = 120$.

Прямой круговой конус образован вращением фронтальной линией уровня s ,

$$\begin{cases} x = 0.50z + 10 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j , перпендикулярной горизонтальной плоскости проекции и проходящей через точку $B(60, 70, 0)$. Основание конуса лежит в плоскости xOy .

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

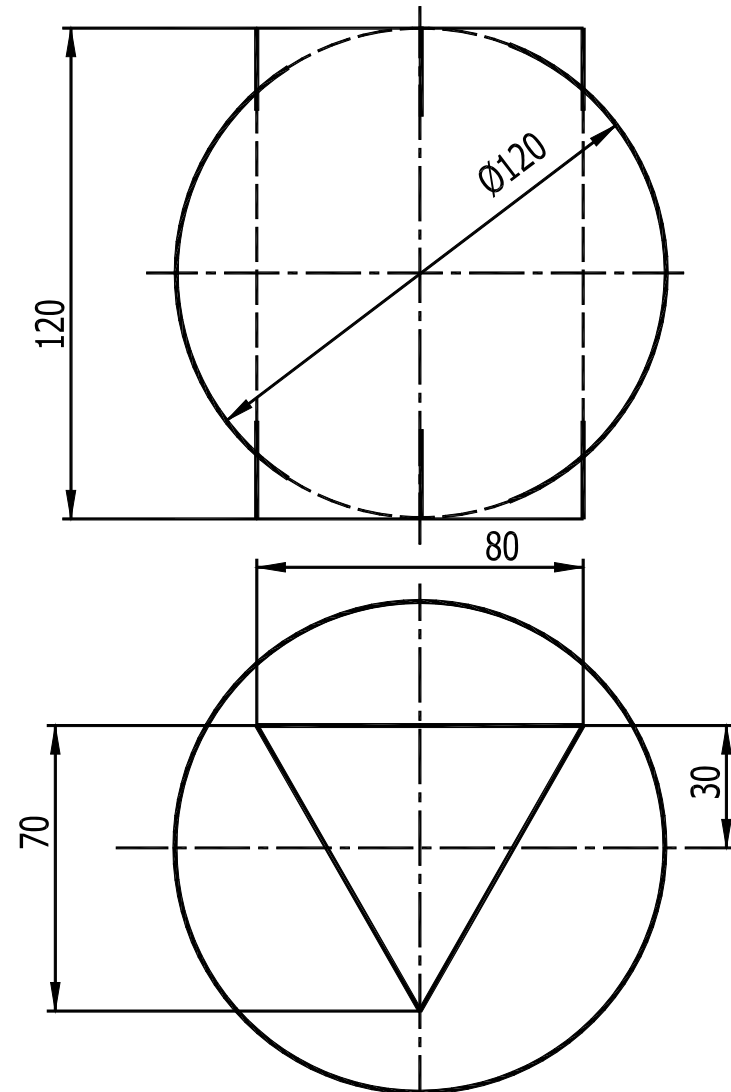


Рисунок 4.25 - Задача №1

Вариант № 23

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: сферы и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.26).

Задача №2 Построить линию пересечения проецирующего цилиндра и конуса.

Прямой круговой конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} z = -0.45x + 135 \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси i . Ось вращения i , конуса, является профильно-проецирующей прямой, проходящая через точку $A(0, 80, 70)$. Основание конуса лежит в плоскости yOz .

Прямой круговой цилиндр, перпендикулярный горизонтальной плоскости проекции, образован вращением проецирующей прямой s ,

$$\begin{cases} x = 40 \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси j , перпендикулярной горизонтальной плоскости проекции и проходящей через точку $B(90, 80, 0)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $z = 0$ и $z = 140$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

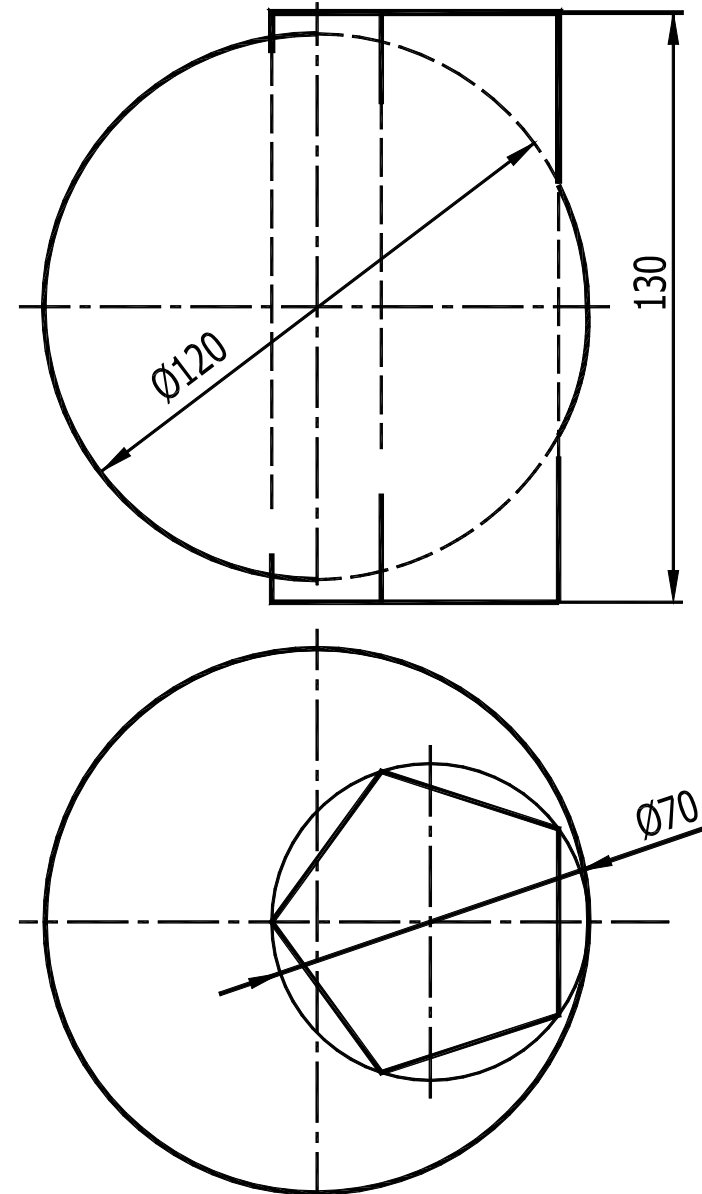


Рисунок 4.26- Задача №1

Вариант № 24

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и фронтально-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.27).

Задача №2 Построить линию пересечения сферы и параболоида вращения.

Сфера образована вращением окружности t

$$\begin{cases} (x-20)^2 + z^2 = 80^2 \\ y = 50 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью вращения i , поверхности, является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(20, 50, 0)$.

Параболоид образован вращением параболы s

$$\begin{cases} (z-50)^2 = 10(x-20) \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j является профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $B(0, 70, 50)$. Торец параболоида лежит в плоскости $x = 160$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

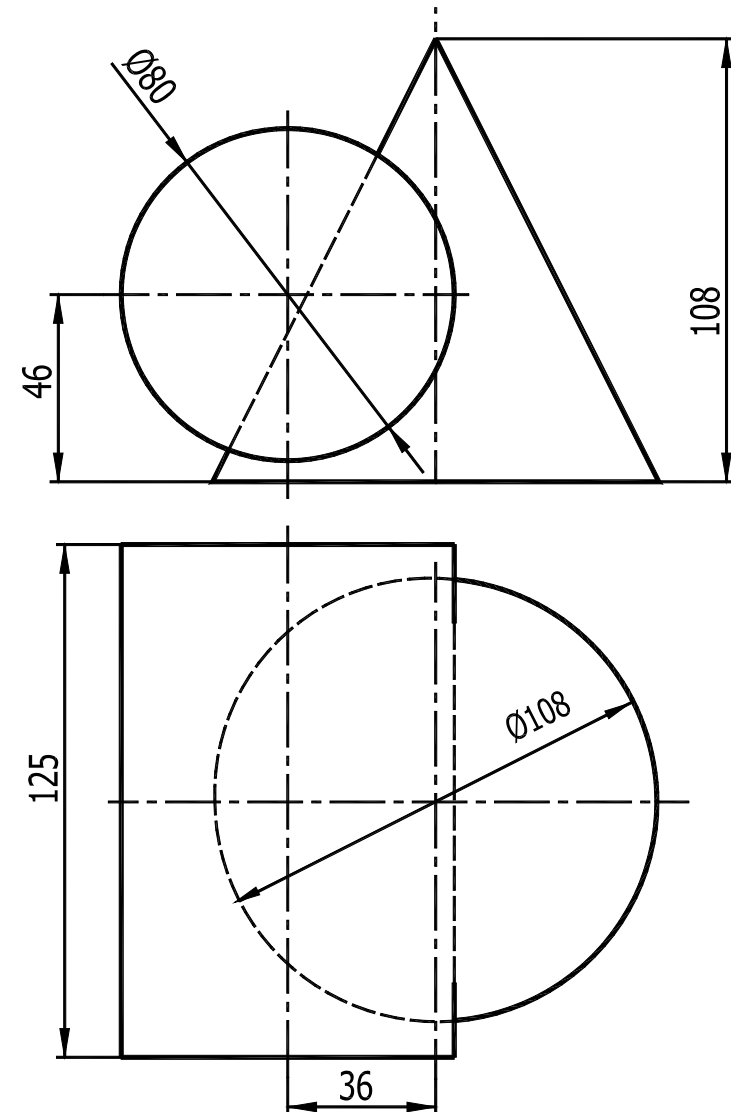


Рисунок 4.27- Задача №1

Вариант № 25

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: сферы и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.28).

Задача №2 Построить линию пересечения прямых круговых конуса и цилиндра.

Конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} x = 0.5z + 40 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i поверхности вращения является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(100, 70, 0)$. Основание конуса лежит в плоскости xOy .

Проецирующий цилиндр образован вращением профильно-проецирующей прямой s

$$\begin{cases} y = 70 \\ z = 8 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j является профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $B(0, 70, 45)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $x = 25$ и $x = 165$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

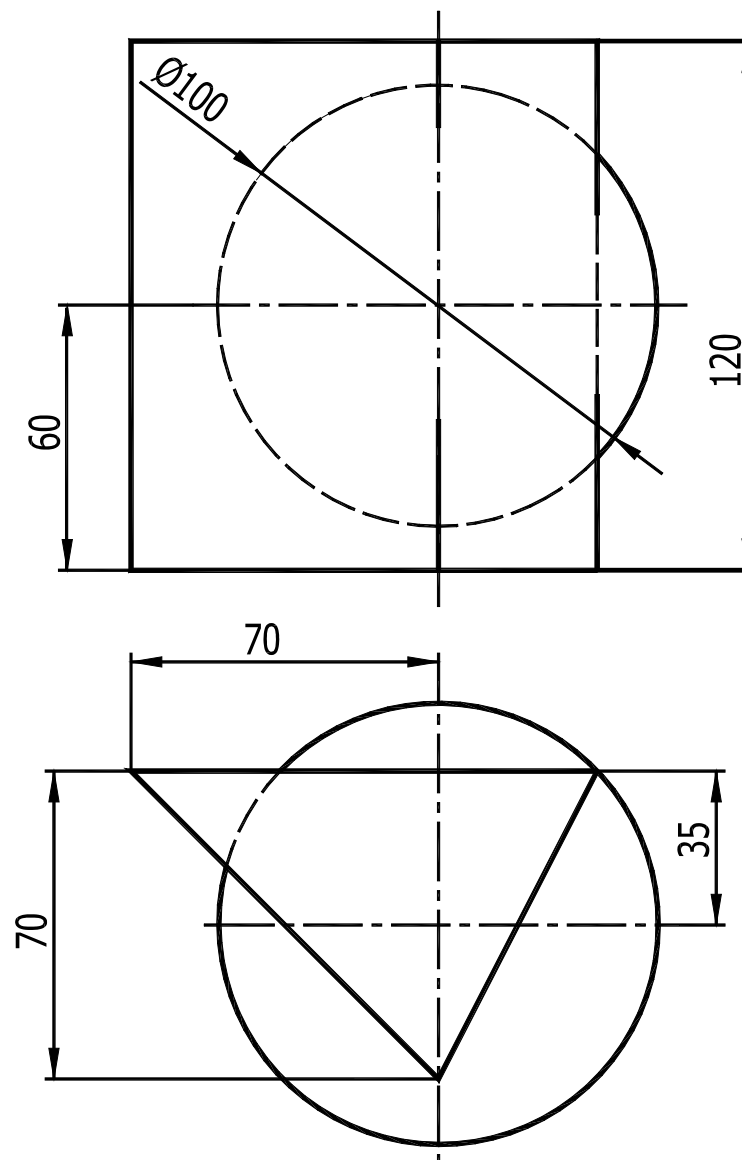


Рисунок 4.28- Задача №1

Вариант № 26

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового усеченного конуса и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.29).

Задача №2 Построить линию пересечения прямых круговых проецирующих цилиндров.

Первый цилиндр образован вращением горизонтально-проецирующей прямой t

$$\begin{cases} x = 50 \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i поверхности вращения является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(90, 80, 0)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $z = 0$ и $z = 130$.

Второй цилиндр образован вращением профильно-проецирующей прямой s

$$\begin{cases} y = 80 \\ z = 40 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j является профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $B(0, 80, 70)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $x = 25$ и $x = 160$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

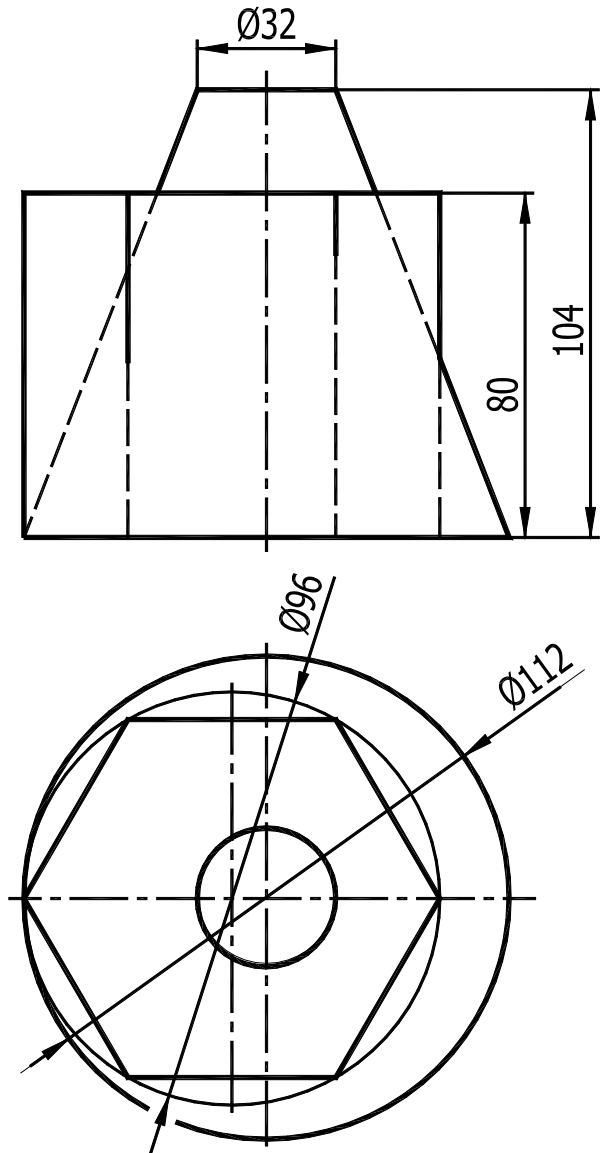


Рисунок 4.29- Задача №1

Вариант № 27

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: полусферы и горизонтально-проецирующего цилиндра, заданных своими очерками (см. рисунок 4.30).

Задача №2 Построить линию пересечения прямого кругового конуса и параболоида вращения.

Конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} x = 2.6z + 15 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i поверхности вращения является профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(0, 70, 50)$. Основание конуса лежит в плоскости $x = 15$.

Параболоид образован вращением параболы S

$$\begin{cases} (x - 65)^2 = 10z \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $B(65, 70, 0)$. Торцы параболоида лежат в плоскости $z = 140$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

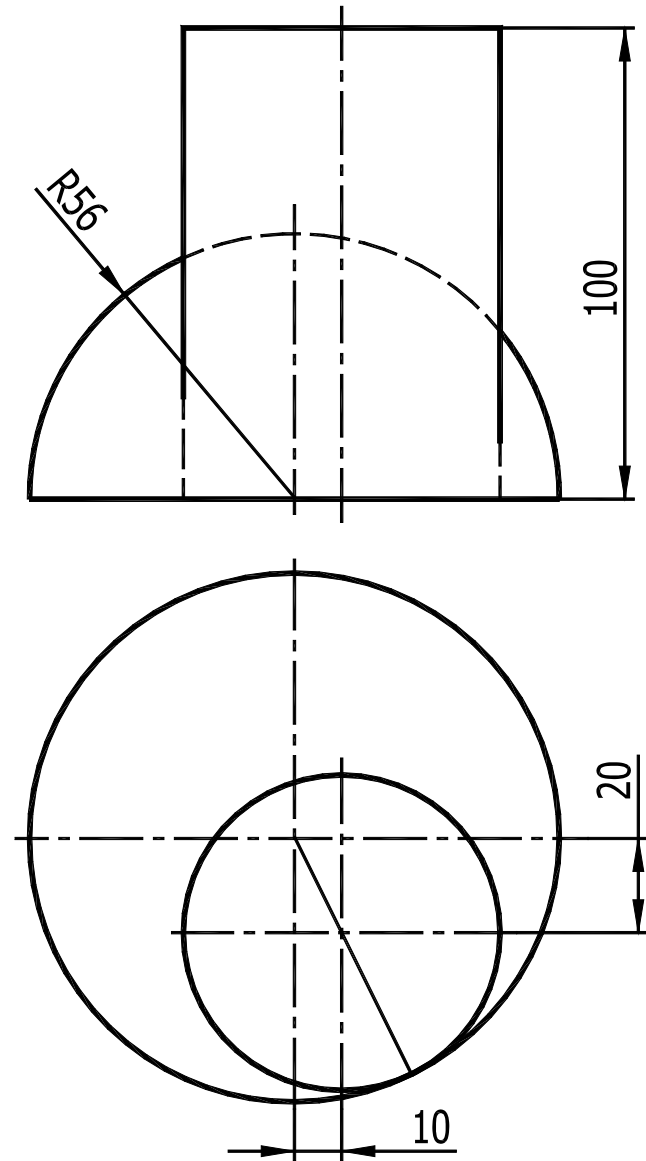


Рисунок 4.30- Задача №1

Вариант № 28

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: полусферы и горизонтально-проецирующей призмы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.31).

Задача №2 Построить линию пересечения сферы и прямого кругового конуса.

Конус образован вращением фронтальной линии уровня t

$$\begin{cases} x = 0.46z + 30 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i поверхности вращения является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(90, 70, 0)$. Основание конуса лежит в плоскости xOy .

Сфера образована вращением окружности s

$$\begin{cases} (x - 55)^2 + (z - 70)^2 = 45^2 \\ y = 70 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j является профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $B(0, 70, 70)$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

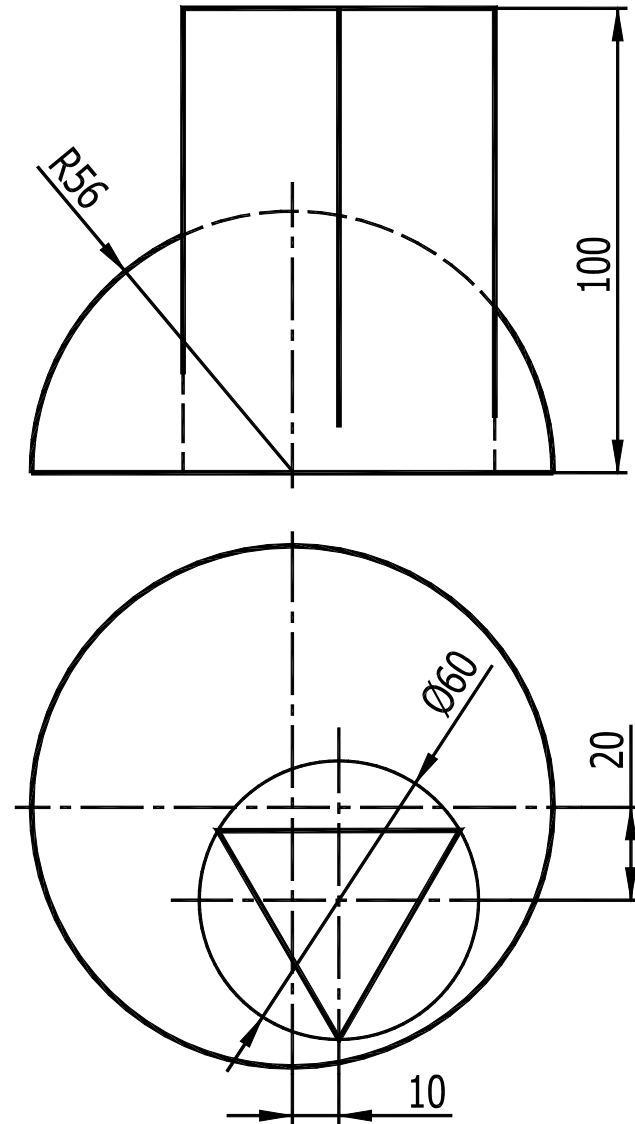


Рисунок 4.31- Задача №1

Вариант № 29

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: прямого кругового конуса и сферы, заданных своими очерками (см. рисунок 4.32).

Задача №2 Построить линию пересечения двух прямых круговых цилиндров.

Первый цилиндр образован вращением горизонтально-проецирующей прямой t

$$\begin{cases} x = 40 \\ y = 80 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i этой поверхности вращения также является горизонтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(90, 80, 0)$. Торцы цилиндра лежат в плоскостях $z = 0$ и $z = 125$.

Второй цилиндр образован вращением профильно-проецирующей прямой s ,

$$\begin{cases} y = 80 \\ z = 20 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j является также профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $B(0, 80, 70)$. Торцы этого цилиндра лежат в плоскостях $x = 0$, $x = 160$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

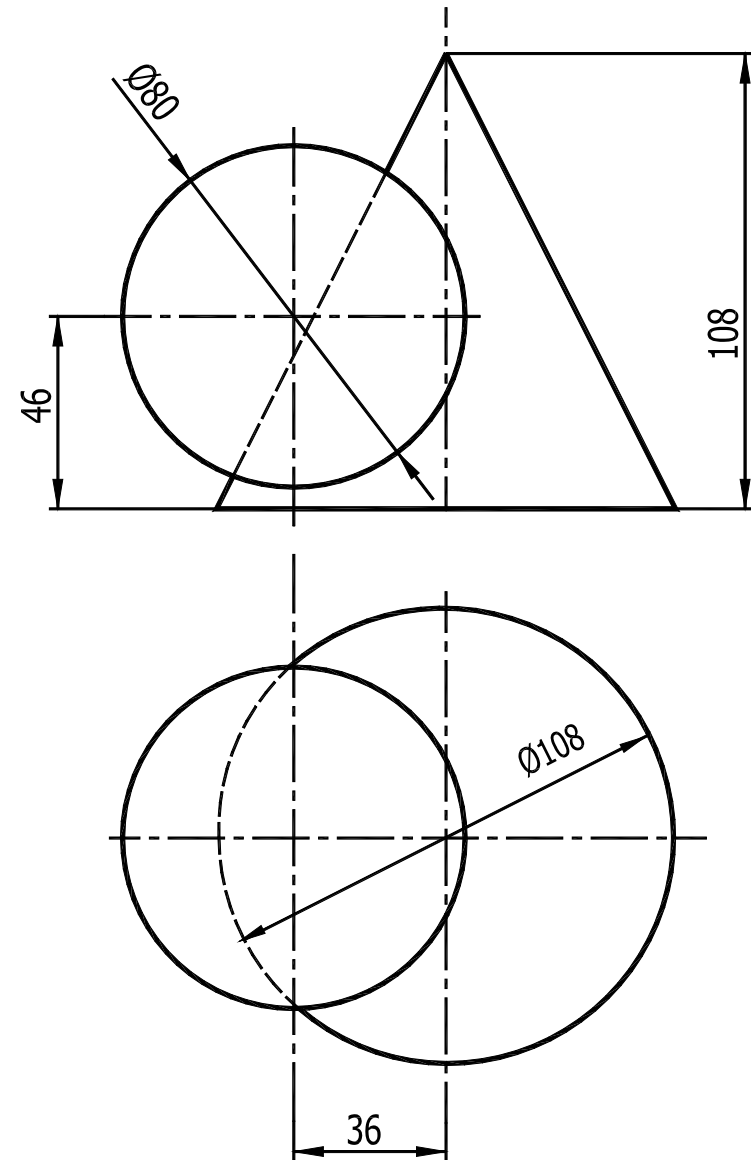


Рисунок 4.32- Задача №1

Вариант № 30

Задача №1 Построить линию пересечения поверхностей: открытого тора и горизонтально-проецирующего цилиндра заданных своими очерками (см. рисунок 4.33).

Задача №2 Построить линию однополостного гиперboloида и проецирующего цилиндра.

Гиперboloид образован вращением гиперболы t , расположенной в горизонтальной плоскости уровня,

$$\begin{cases} (x-90)^2 / 15^2 - (y-40)^2 / 20^2 = 1 \\ z = 60 \end{cases}$$

вокруг оси i . Осью i этой поверхности вращения является фронтально-проецирующая прямая, проходящая через точку $A(90, 0, 60)$. Торцы гиперboloида лежат в плоскостях $y = 0$ и $y = 120$.

Прямой круговой цилиндр образован вращением профильно-проецирующей прямой s

$$\begin{cases} y = 20 \\ z = 60 \end{cases}$$

вокруг оси j . Осью j является также профильно-проецирующая прямая, проходящая через точку $B(0, 60, 60)$. Торцы этого цилиндра лежат в плоскостях $x = 0$ и $x = 160$.

Задача №3 Построить аксонометрическое изображение (приведенную изометрию), по указанию преподавателя, одной из выше указанных задач.

Размеры даны в миллиметрах. На чертеже размеры не проставлять.

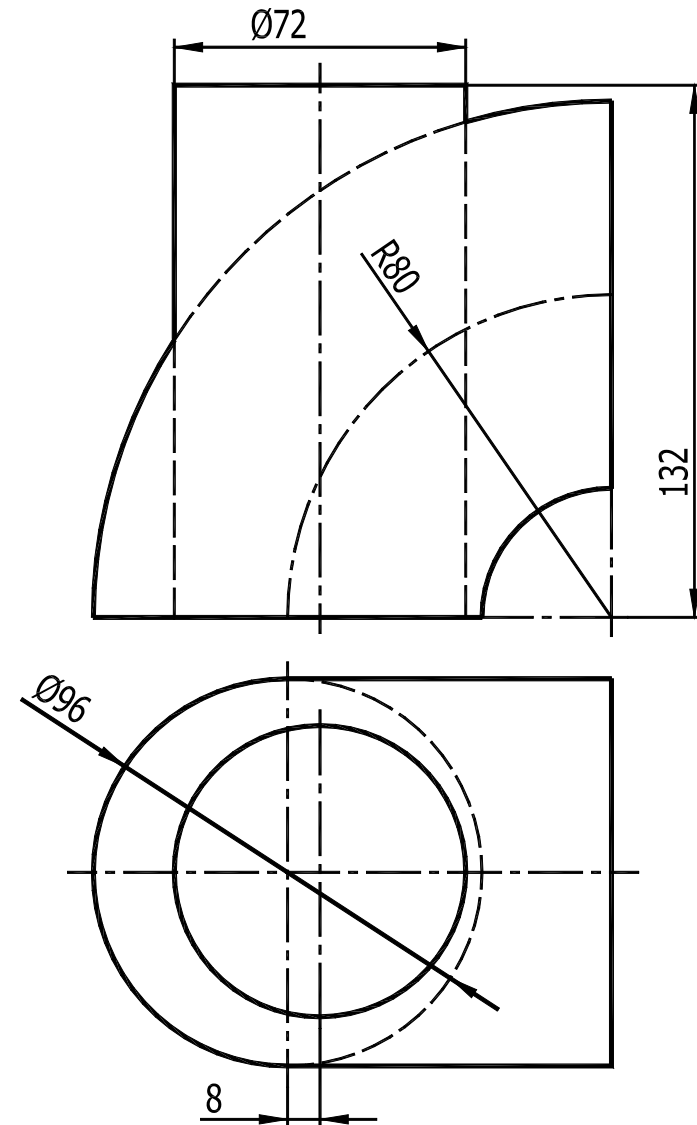


Рисунок 4.33- Задача №1

5 Развертывание поверхностей

Фигура, получающаяся при совмещении всех точек поверхности с плоскостью (без складок и разрывов), получила название развертки. Поверхности же, допускающие такую операцию, называют развертываемыми.

Из физической модели процесса развертывания поверхности следует, что площадь отсека поверхности должна быть равна площади отсека плоскости на развертке.

Свойство сохранения площади влечет за собой справедливость следующих двух утверждений: длины соответственных линий поверхности и ее развертки равны, углы, образованные линиями поверхности, равны углам, составленным их образами на развертке.

5.1 Развертки гранных поверхностей

Процесс получения развертки гранной поверхности сводится к совмещению с плоскостью ее граней.

Развертка боковой поверхности призмы может быть получена двумя способами: с помощью треугольников (триангуляции) и нормальных сечений.

В первом способе (рисунок 5.1) каждая грань призмы разбивается на два треугольника, для которых определяются натуральные длины сторон. Затем на плоскости последовательно строят треугольники в натуральную величину. Способ основан на свойстве «жесткости» треугольника – три отрезка определяют единственный треугольник.

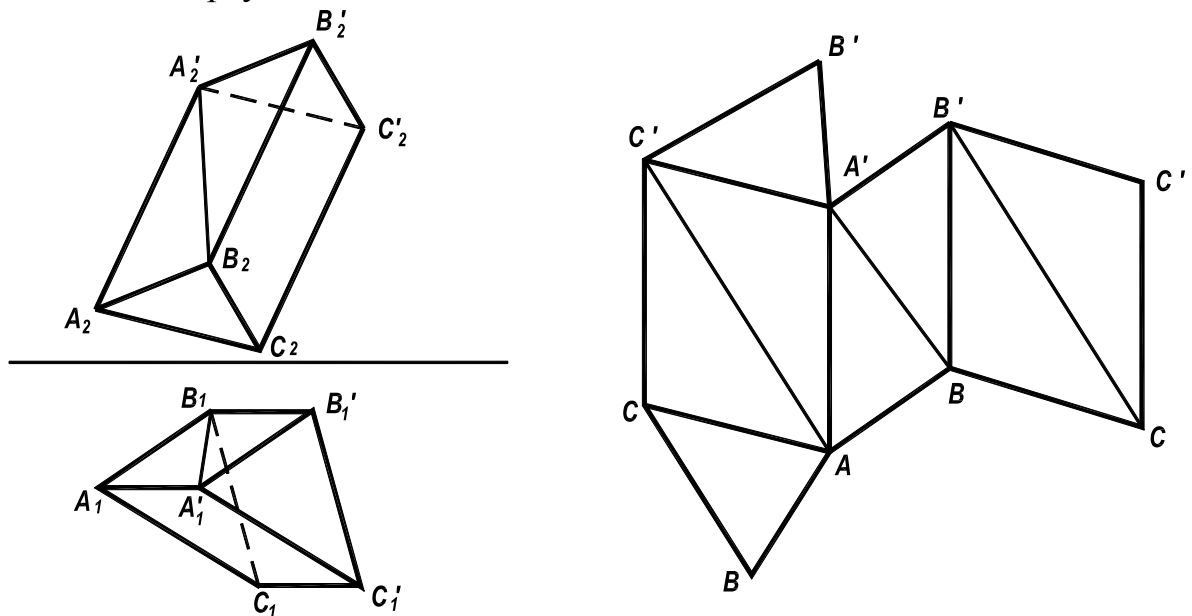


Рисунок 5.1 - Метод триангуляции

По способу нормальных сечений (рисунок 5.2) призма пересекается плоскостью Δ , перпендикулярной ее боковым ребрам. Затем определяются длины сторон ломаной линии (сечения), и она (ломаная) развертывается в отрезок прямой.

Через точки, соответствующие положению вершин, проводятся прямые, перпендикулярные к развертке ломаной. На построенных перпендикулярах от-

кладываются натуральные длины соответствующих отрезков ребер. Концы ребер последовательно соединяются отрезками прямых.

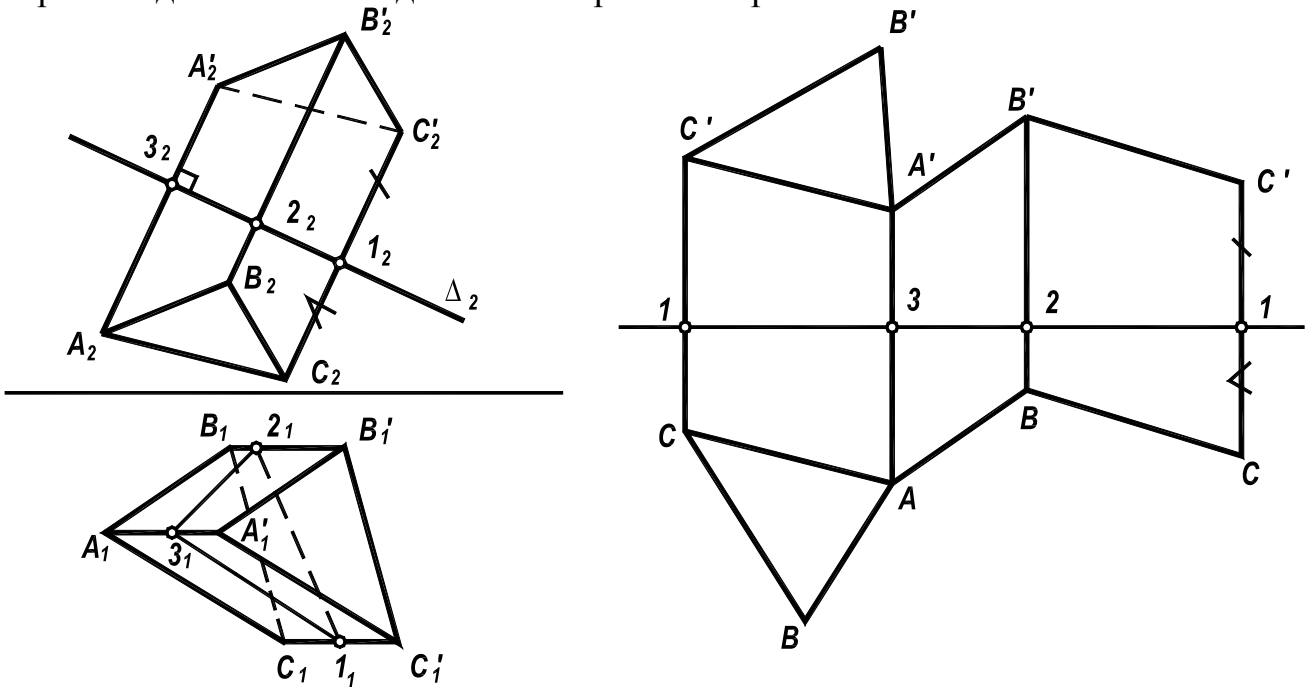


Рисунок 5.2 - Метод нормальных сечений

При необходимости к построенной развертке боковой поверхности призмы пристраиваются натуральные фигуры оснований призмы.

Способ нормальных сечений эффективен, если ребра призмы являются линиями уровня. Если же при этом основания призмы расположены в плоскостях уровня, то реализуется частный случай этого способа — способ раскатки.

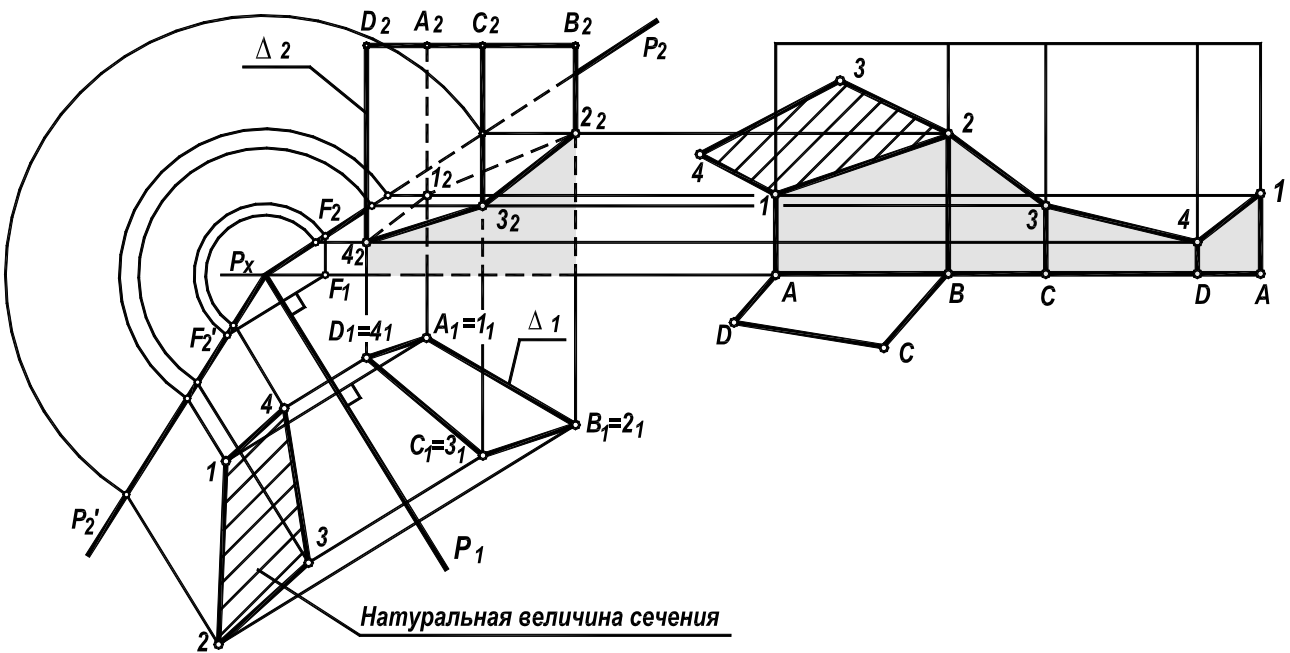


Рисунок 5.3 - Развертка усеченной призмы методом раскатки

При построении развертки усеченной призмы (рисунок 5.3) сначала строятся грани боковой поверхности призмы, а затем пристраиваются оба основания (нижнее и сечение).

Натуральная величина сечения может быть найдена, например, совмещением плоскости P с плоскостью Π_1 . В соответствии с рисунком 5.3 P_2 - совмещенное (новое) положение следа P_2 .

Построение развертки боковой поверхности пирамиды сводится к отысканию истинных величин граней этой призмы и последующему совмещению их с плоскостью. Для нахождения истинных величин граней необходимо (каким-либо способом) найти натуральные длины всех ребер пирамиды (рисунок 5.4).

Определены методом прямоугольного треугольника длины ребер и сторон основания пирамиды.

Затем последовательно в плоскости чертежа построены треугольники (по трем сторонам) — грани пирамиды. К полученному чертежу пристроено основание пирамиды. Точки, определяющие на развертке положение отсеченной части, найдены пропорциональным делением.

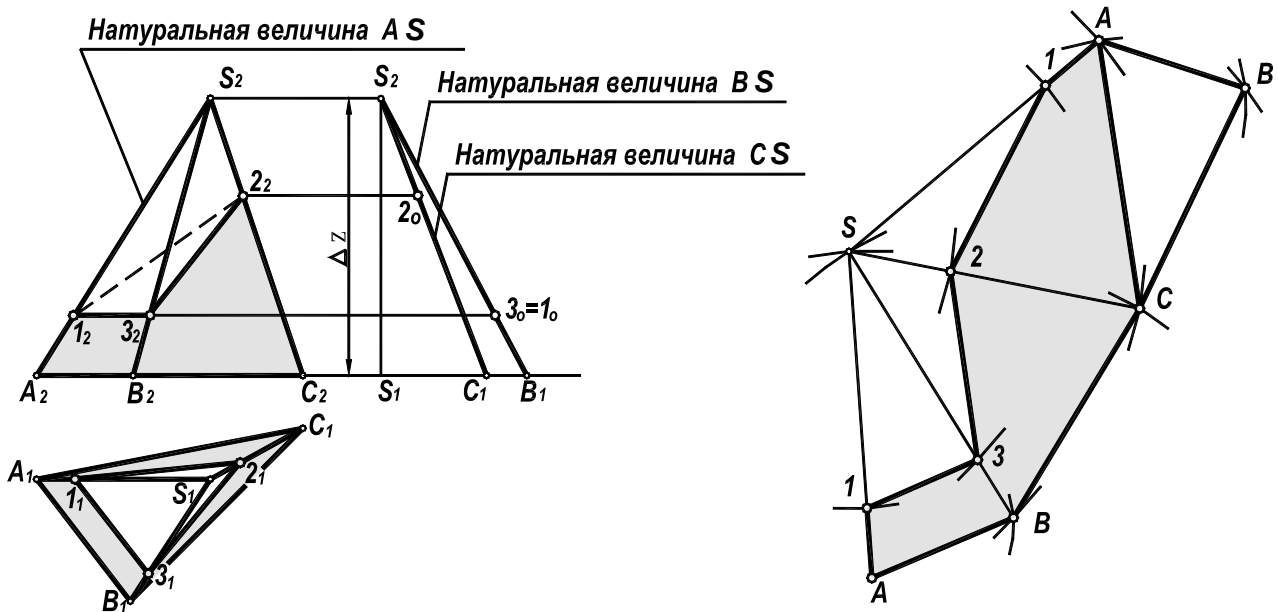


Рисунок 5.4 - Развертка боковой поверхности пирамиды

5.2 Приближенное построение разверток

Выше было отмечено, что для всех поверхностей строятся приближенные развертки. Однако для таких поверхностей, как цилиндрическая и коническая поверхности вращения, могут быть вычислены все параметры необходимые для точной развертки.

Отсек цилиндра вращения радиуса R и высоты h разворачивается в прямоугольник $h \times l$ ($l=2\pi R$). Развертка усеченного цилиндра представлена на рисунке 5.6.

Отсек конуса вращения с высотой h и радиусом основания R разворачивается в круговой сектор, радиус которого равен длине образующей отска кони-

ческой поверхности ($l = \sqrt{h^2 + R^2}$), а его центральный угол $\alpha = 2\pi R/l$.

Построение разверток поверхностей начинается с аппроксимации их многогранными поверхностями, базирующейся на линейной аппроксимации направляющих. Как правило, кривая заменяется вписанной ломаной. Проиллюстрируем все выше сказанное примерами.

Развертывание боковой поверхности усеченного конуса (рисунок 5.5), в общем случае, производится по схеме развертывания поверхности пирамиды.

Коническая поверхность заменяется вписанной в нее поверхностью пирамиды. Построение развертки будет тем точнее, чем больше граней имеет пирамида, заменяющая коническую поверхность.

Истинные величины отрезков образующих (A_1, \dots, K_7), определяются на очерковой образующей конуса.

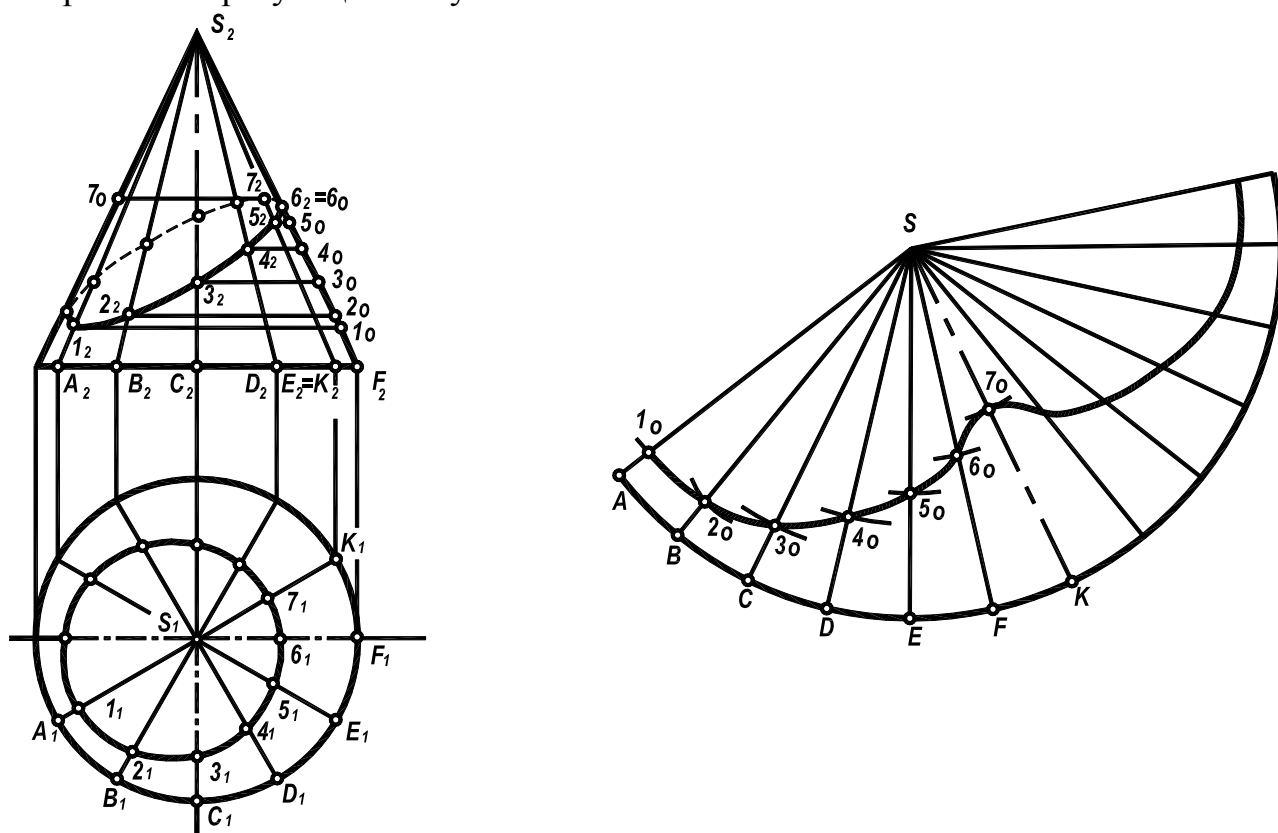


Рисунок 5.5 - Развертка боковой поверхности конуса

На рисунке 5.6 приведен пример развертывания цилиндрической поверхности. Развертка производится по схеме аппроксимации поверхности 12-гранной призмой. Натуральная величина сечения находится методом совмещения секущей плоскости с горизонтальной плоскостью проекций.

Развертка усеченной части строится на развертке исходного цилиндра. Присоединение к развертке боковой поверхности цилиндра и его сечения даст возможность сделать модель рассеченного цилиндра.

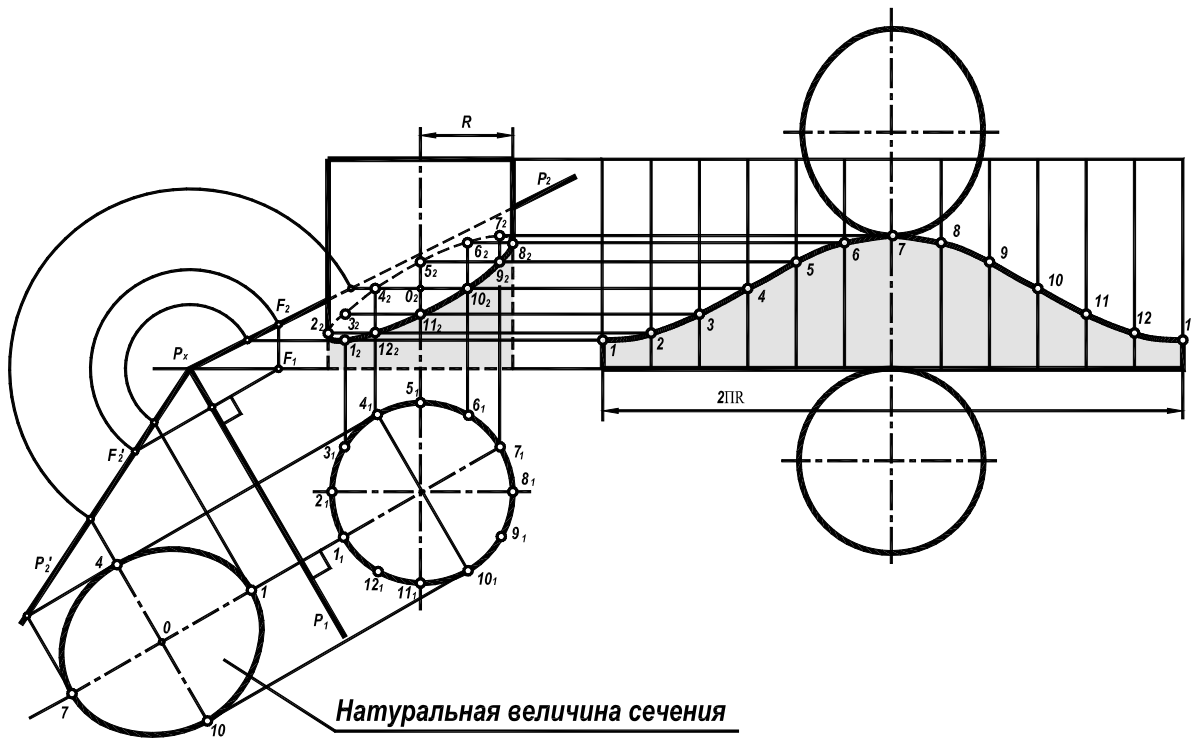


Рисунок 5.6 - Развертка усеченного цилиндра

5.3 Задание на тему «Развертки»

На формате А3 выполнить развертку поверхности (по указанию преподавателя) из задания «Пересечение поверхностей». Нанести точки линии пересечения.

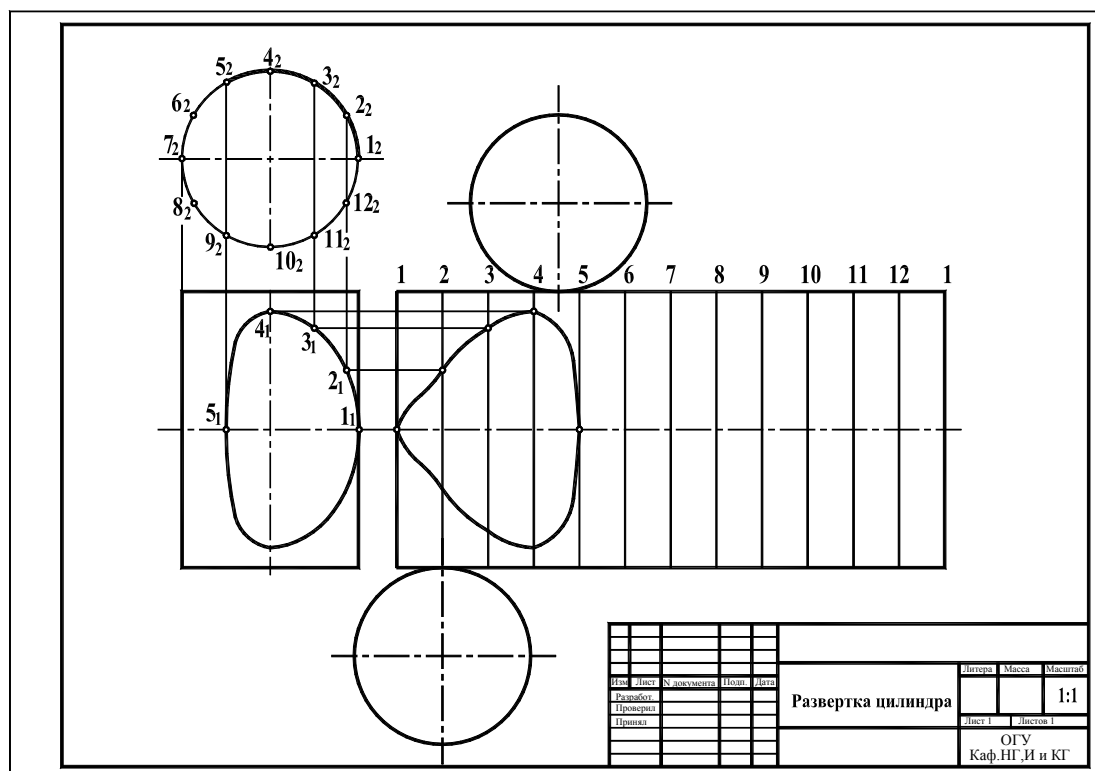


Рисунок 5.7 - Образец выполнения задания «Развертки». См. также приложение А - «Оформление заданий»

Список использованных источников

1. ЕСКД. Общие правила выполнения чертежей: [Сборник] -- М.: Издательство стандартов, 1984. - 230 с. – Содерж: 20 док.
2. Курс начертательной геометрии (на базе ЭВМ) / под редакцией д-ра т. наук, проф. А.М. Тевлина. - М.: Высшая школа, 1983. - 175 с
3. Иванов Г.С. Начертательная геометрия / Г.С. Иванов - М.: Машиностроение, 1995. - 224 с
4. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение: учебник для студентов вузов / А.А. Чекмарев - 2-е изд., перераб. и доп.-М.: Гуманит. Изд. Центр ВЛАДОС, 1999.-471 с.: ил.
5. Горельская Л.В. Начертательная геометрия: учебное пособие / Л.В. Горельская, А.В. Кострюков, С.И. Павлов - Оренбург: ИПК ОГУ 2004. - 118 с.
6. Гильберт Д. Наглядная геометрия: пер. с нем. / Д. Гильберт, С.Кон-Фоссен – 3-е изд. – М.: Наука, 1981. – 344 с.: ил.
7. Нартова Л.Г. Начертательная геометрия: учеб. для вузов / Л.Г. Нартова, В.И. Якунин –М.:Дрофа, 2003. – 208 с.: ил.

Приложение А (обязательное) Оформление заданий

Все задания строго индивидуальны и определяются номером варианта. Номер варианта студент получает у преподавателя.

Графическая часть заданий по Начертательной геометрии выполняется на чертежной бумаге формата А3, в карандаше, с соблюдением всех требований стандарта на линии (ГОСТ 2.303-68).

Основные линии (отрезки прямых, очерки поверхностей) вычерчиваются толщиной около 1 мм, все остальные (линии связи, оси и дополнительные построения) – толщиной около 0.3 мм. **Все вспомогательные линии и линии построения должны быть сохранены.**

Проекции точек помечаются окружностями диаметром около 1 мм. Все текстовые и цифровые надписи выполняются чертежным шрифтом в соответствии с ГОСТ 2.304-81.

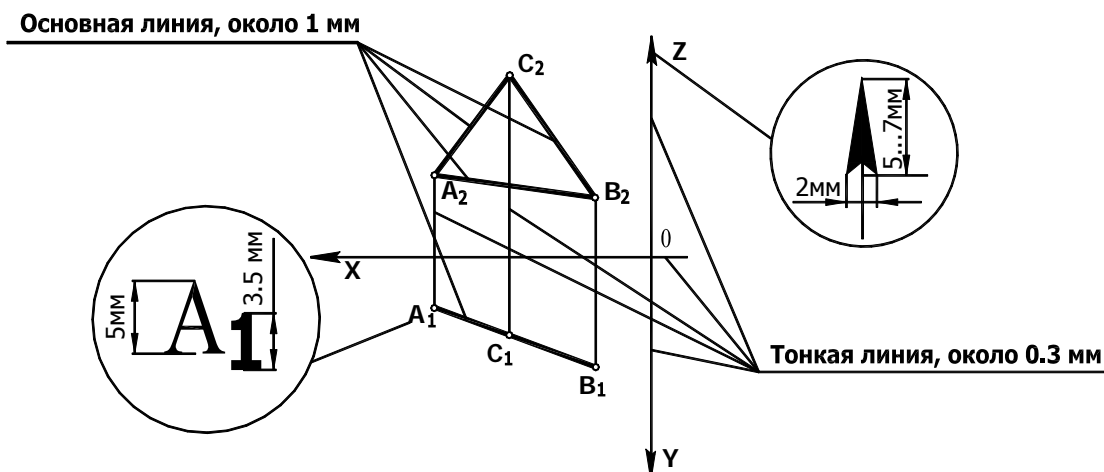


Рисунок А.1 – Линии на чертеже

Для всех чертежей в правом нижнем углу листа (формата) располагается основная надпись по форме 1 (ГОСТ 2.104-2006).

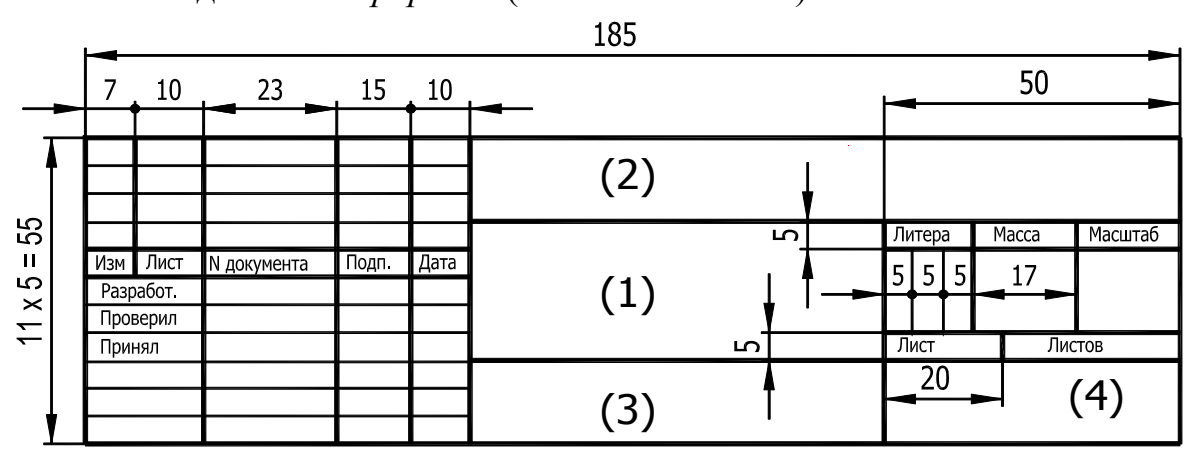


Рисунок А.2 – Основная надпись формы 1

Основная надпись включает в себя ряд граф, размещенных в прямоугольнике размером 185 x 55 мм, заполняемых шрифтом не более седьмого:

- графа 1 – наименование изделия (задания),
- графа 2 – обозначение (шифр),
- графа 3 – обозначение материала (только на чертежах деталей),
- графа 4 – индекс учебного заведения, группы (ОГУ, Кафедра НГ, И и КГ).

Таблица А.1 - Номера и обозначения заданий

<i>Задание</i>	<i>Наименование задания</i>	<i>Обозначение</i>
Задачи 1,...,5	Точка	<i>VV.0XX001.001,...,004ТЧ</i>
Задачи 5,...,17	Прямая	<i>VV.0XX002.005,...,017ТЧ</i>
Задачи 18,...,26	Прямая, плоскость	<i>VV.0XX003.018,...,026ТЧ</i>
Задачи 27, 28	Плоскости	<i>VV.0XX004.027,028ТЧ</i>
Задачи 29,...,32	Задачи позиционные	<i>VV.0XX005.029,...,032ТЧ</i>
Задачи 33,...,45	Задачи метрические	<i>VV.0XX006.033,...,045ТЧ</i>
Задачи 46,...,50	Преобразования чертежа	<i>VV.0XX007.046,...,050ТЧ</i>
Задачи 51,...,54	Задачи комплексные	<i>VV.0XX008.050,...,054ТЧ</i>
Кривые линии	Плоские кривые	<i>VV.0XX009.001,...,002ТЧ</i>
Тело с вырезом	<i>(Название тела) с вырезом</i>	<i>VV.0XX010.001,...,002ТЧ</i>
Пересечение поверхностей	Пересечение <i>(название поверхностей)</i>	<i>VV.0XX011.001,...,002ТЧ</i>
Развертки поверхностей	Развертка <i>(название поверхности)</i>	<i>VV.0XX012.001ТЧ</i>



Рисунок А.3 - Пример обозначения (шифра)

По окончании семестра все выполненные работы собираются в «альбом». Первая страница альбома (обложка) должна быть оформлена по приведённому образцу.

Весь текст выполняется чертёжным шрифтом.

Допускается выполнять титульный лист с использованием компьютера.

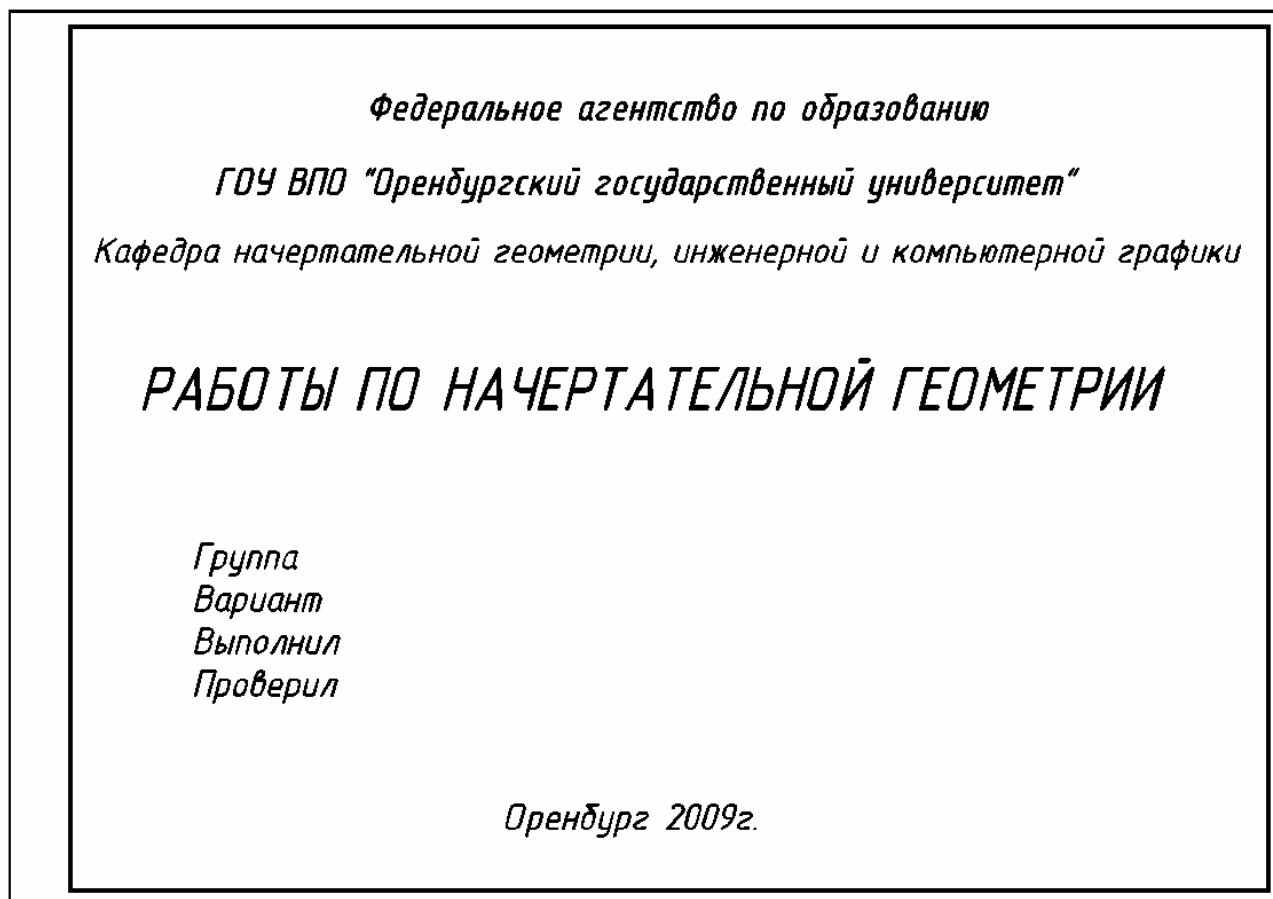


Рисунок А.4 - Образец титульного листа (обложки) для альбома

Приложение Б

(обязательное)

Вопросы для подготовки к экзамену

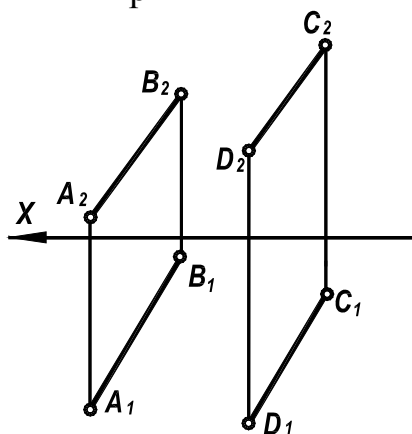
- 1 История развития теории построения чертежа.
- 2 Предмет начертательной геометрии и ее основной метод.
- 3 Модели проецирования. Центральное и параллельное проецирование
- 4 Метод двух изображений. Обратимость чертежей
- 5 Эпюр Монжа – двухкартинный чертеж, полученный по методу двух изображений
- 6 Прямая линия. Положение прямой относительно плоскостей проекций. Следы прямой.
- 7 Взаимное расположение прямых. Конкурирующие точки
- 8 Плоскость. Задание плоскости на чертеже. Следы плоскости.
- 9 Положение плоскости относительно плоскостей проекций.
- 10 Главные линии плоскости: линии наибольшего наклона, линии уровня
- 11 Взаимное положение плоскостей. Параллельность плоскостей.
- 12 Пересечение плоскостей частного положения
- 13 Пересечение плоскостей общего положения
- 14 Пересечение плоскостей общего и частного положения.
- 15 Позиционные задачи. Принадлежность точки прямой, точки и прямой - плоскости
- 16 Взаимное положение прямой и плоскости.
- 17 Метрические задачи. Проецирование прямого угла.
- 18 Параллельность и перпендикулярность прямых.
- 19 Параллельность и перпендикулярность плоскостей
- 20 Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости
- 21 Преобразование комплексного чертежа.
- 22 Вращение объекта вокруг линии уровня
- 23 Перемена плоскостей проекций
- 24 Применение методов преобразования к решению метрических задач
- 25 Определение длины отрезка прямой общего положения.
- 26 Определение истинной величины плоской фигуры.
- 27 Применение методов преобразования чертежа к решению позиционных задач.
- 28 Плоские и пространственные кривые. Задание их на чертеже.

- 29 Конические сечения. Плоские обводы.
- 30 Поверхности. Краткая классификация.
- 31 Способы задания поверхности на чертеже.
- 32 Поверхности параллельного переноса. Задание их на чертеже.
- 33 Поверхности вращения. Задание их на чертеже.
- 34 Составные поверхности.
- 35 Принадлежность точки и линии поверхности.
- 36 Пересечение линии и поверхности.
- 37 Пересечение поверхностей. Метод секущих сфер.
- 38 Пересечение поверхностей. Метод секущих плоскостей
- 39 Развертывание плоских и пространственных кривых
- 40 Развертывание поверхностей.
- 41 Аксонометрические проекции.
- 42 Изометрия, диметрия, триметрия.
- 43 Коэффициенты искажения, построение аксонометрических проекций окружности

Экзаменационный билет N 22
 По дисциплине **Начертательная геометрия**
 Факультет **Автотранспортный** (дневное отделение)

1. Пересечение линии и поверхности

2. Определить расстояние между параллельными прямыми



3. Построить развертку боковой поверхности усеченного конуса

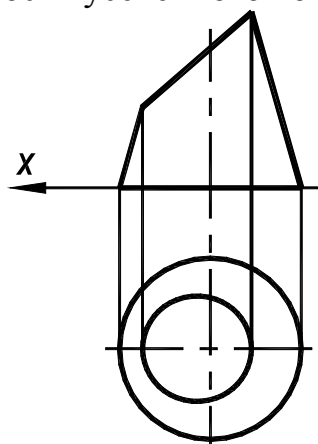


Рисунок Б.1 - Пример экзаменационного билета

Приложение В

(обязательное)

Координаты точек для решения задач

Таблица В.1 - Координаты точек для решения задач

№ вар	А			В			С			D			E			К		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	20	40	10	85	110	80	135	48	48	70	20	85	0	110	35	120	80	0
2	117	40	9	52	111	79	0	47	48	68	20	85	135	111	36	14	78	0
3	18	40	9	83	111	79	135	47	48	67	20	85	0	111	36	121	78	0
4	120	90	10	50	25	80	0	85	50	70	110	85	135	20	35	15	20	0
5	120	92	10	50	20	75	0	80	46	70	115	85	135	20	32	10	50	0
6	18	10	90	83	79	25	135	48	83	67	85	110	0	36	19	121	0	52
7	15	10	85	80	80	20	130	50	80	70	80	108	0	35	20	120	0	50
8	18	12	85	85	80	25	135	50	80	70	85	110	0	35	20	120	0	50
9	18	40	50	83	117	6	135	47	38	67	20	0	0	111	48	121	78	86
10	117	75	40	52	6	107	0	38	47	135	0	20	68	48	111	15	86	78
11	120	38	75	50	108	5	0	54	40	135	20	0	70	110	50	15	80	85
12	115	7	85	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	40	20	15	0	50
13	16	12	88	83	80	25	130	50	80	70	85	110	0	30	15	120	0	52
14	18	90	10	83	25	79	135	83	48	67	110	20	0	19	36	121	52	0
15	18	79	40	52	6	107	135	38	47	67	0	0	0	48	111	121	86	78
16	117	40	75	50	107	6	48	38	135	20	0	0	68	111	48	115	78	86
17	116	8	88	52	78	25	0	46	80	70	85	108	135	36	20	15	0	52
18	117	90	9	52	25	79	0	83	48	68	110	85	135	19	36	14	52	0
19	115	90	10	52	25	80	0	80	45	65	105	80	130	18	35	12	50	0
20	117	9	90	48	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
21	120	10	90	50	82	20	0	52	82	65	80	110	130	38	20	15	0	52
22	115	10	92	85	80	25	0	50	85	70	85	110	135	35	20	15	0	50
23	117	9	40	83	79	111	0	48	47	68	85	20	135	36	111	14	0	78
24	18	9	46	52	79	111	135	48	47	67	85	110	0	36	111	121	0	78
25	117	9	90	83	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
26	20	12	92	85	80	25	135	50	85	70	85	110	0	35	20	120	0	52
27	122	40	75	85	110	8	0	50	40	140	20	20	70	110	50	20	80	85
28	20	10	40	52	80	110	135	48	48	70	85	20	0	35	110	120	0	80