

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра теоретической и общей электротехники

Н.Ю.Ушакова, Л.В.Быковская

МЕТОД СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Методические указания
к самостоятельному изучению раздела курса ТОЭ
и к выполнению расчетно-графического задания

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
Государственного образовательного учреждения высшего
профессионального образования «Оренбургский государственный
университет»

Оренбург
ИПК ГОУ ОГУ
2010

УДК 621.3.01(07)
ББК 31.21я7
У 93

Рецензент - кандидат технических наук, доцент С.Н. Бравичев

У 93 **Ушакова, Н.Ю.**
Метод симметричных составляющих. [Текст]: методические указания к самостоятельному изучению раздела курса ТОЭ и к выполнению расчетно-графического задания / Н.Ю.Ушакова, Л.В.Быковская; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2010. – 59 с.

Методические указания содержат методику расчёта несимметричных режимов в трёхфазных цепях методом симметричных составляющих и построения векторных диаграмм.

Методические указания предназначены для самостоятельного изучения и выполнения расчётно-графического задания по разделу курса ТОЭ – трёхфазные цепи; для студентов электроэнергетического факультета всех форм обучения.

УДК 621.3.01(07)
ББК 31.21я7

©Ушакова Н.Ю.,
Быковская Л.В., 2010
© ГОУ ОГУ, 2010

Содержание

1 Математические основы метода симметричных составляющих	4
2 Основные положения метода симметричных составляющих	8
3 Сопротивления схем замещения для токов различных последовательностей	9
4 Виды несимметрии в трехфазных цепях.....	10
5 Расчёт методом симметричных составляющих цепи с несимметричным участком в линии	15
6 Расчет цепи с поперечной несимметрией.....	17
7 Расчет цепи с продольной несимметрией	25
8 Расчёт методом симметричных составляющих цепи с симметричной нагрузкой при несимметрии питающего напряжения.....	30
9 Задание к выполнению РГЗ	33
Приложение А. Основные соотношения для симметричных составляющих и примерные векторные диаграммы.....	37
Приложение Б. Пример расчета цепи с продольной несимметрией	48
Приложение В. Пример расчета цепи с поперечной несимметрией.....	52
Список использованных источников	59

1 Математические основы метода симметричных составляющих

Метод симметричных составляющих является одним из основных методов, применяемых для расчета несимметричных режимов в линейных электрических системах. В его основе лежит возможность представления несимметричной системы ЭДС, напряжений или токов суммой трех симметричных систем и замена по принципу наложения расчета несимметричного режима работы трехфазной цепи расчетом трех симметричных режимов. Метод широко используется в релейной защите для расчета токов коротких замыканий в электрических сетях.

В соответствии с методом симметричных составляющих любую несимметричную трехфазную систему ЭДС, напряжений или токов можно представить суммой трех симметричных трехфазных систем: прямой, обратной и нулевой последовательности. Эти системы называют *симметричными составляющими* данной несимметричной трехфазной системы.

Например, *несимметричную* трехфазную систему напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ (рисунок 1) можно заменить суммой трех *симметричных* систем:

А) системы напряжений прямой последовательности $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{B1}, \dot{U}_{C1}$ (трехфазной системы, в которой напряжения равны по амплитуде, сдвинуты по фазе на 120 градусов, с прямым чередованием фаз А, В, С);

Б) системы напряжений обратной последовательности $\dot{U}_{A2}, \dot{U}_{B2}, \dot{U}_{C2}$ (трехфазной системы, в которой напряжения равны по амплитуде, сдвинуты по фазе на 120 градусов, с обратным чередованием фаз А, С, В);

В) системы напряжений нулевой последовательности $\dot{U}_{A0}, \dot{U}_{B0}, \dot{U}_{C0}$ (трехфазной системы, в которой напряжения равны по амплитуде и совпадают по фазе).

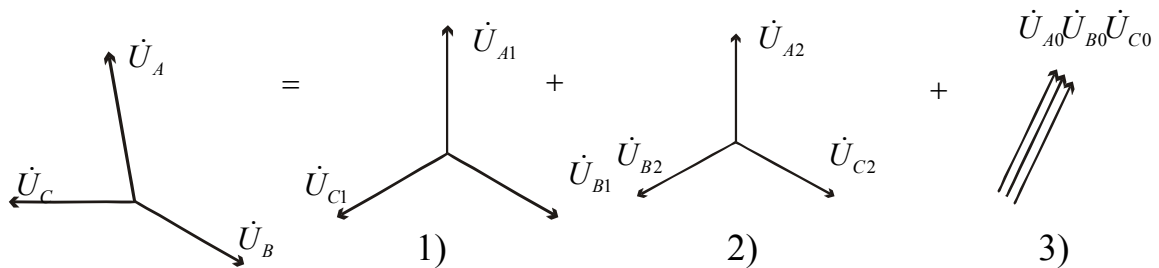


Рисунок 1

Системы прямой и обратной последовательности являются уравновешенными, то есть сумма векторов трех фаз равна нулю. Система нулевой последовательности – неуравновешенная, сумма векторов равна утроенному значению одного вектора. Напряжения исходной системы \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C будут определяться как сумма соответствующих симметричных составляющих

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2} + \dot{U}_{B0} \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2} + \dot{U}_{C0} \end{aligned} \quad (1)$$

Для более компактной записи (1) используют оператор фазы (или фазный множитель) $a = e^{j120^\circ}$. Это такой вектор, скалярная величина которого равна 1 и который в комплексной плоскости образует с положительной осью вещественных количеств угол 120° . Умножить вектор на оператор фазы – значит повернуть его на 120° против часовой стрелки, не изменив величины. Повторное умножение на оператор – поворот вектора на тот же угол по часовой стрелке или на 240° против часовой стрелки ($a^2 = e^{j240^\circ}$), ещё одно умножение на оператор фазы возвращает вектор в исходное положение $a^3 = e^{j360^\circ} = 1$ (рисунок 2). При этом, как и для любой симметричной системы векторов, справедливо равенство:

$$1 + a + a^2 = 0 \quad (2)$$

Рисунок 2 – Симметричная система векторов

Используя оператор фазы, напряжения систем прямой и обратной последовательностей для фаз В и С можно выразить через напряжения фазы А (индекс фазы А в дальнейшем опустим для упрощения записи)

$$\begin{aligned} \dot{U}_{B1} &= a^2 \dot{U}_{A1} = a^2 \dot{U}_1 \\ \dot{U}_{C1} &= a \dot{U}_{A1} = a \dot{U}_1 \\ \dot{U}_{B2} &= a \dot{U}_{A2} = a \dot{U}_2 \\ \dot{U}_{C2} &= a^2 \dot{U}_{A2} = a^2 \dot{U}_2 \end{aligned} \quad . \quad (3)$$

В системе нулевой последовательности все напряжения имеют одинаковую фазу, поэтому

$$\dot{U}_{A0} = \dot{U}_{B0} = \dot{U}_{C0} = \dot{U}_0 \quad . \quad (4)$$

С учетом (3) и (4) выражения (1) переписутся следующим образом

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 \\ \dot{U}_B &= a^2 \dot{U}_1 + a \dot{U}_2 + \dot{U}_0 \\ \dot{U}_C &= a \dot{U}_1 + a^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0 \end{aligned} \quad . \quad (5)$$

Это и будут основные выражения, которые мы будем дальше использовать для расчета несимметричных напряжений (токов, ЭДС), если известны их симметричные составляющие.

Если же предположить, что наоборот известны \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C , а нужно найти симметричные составляющие \dot{U}_1 , \dot{U}_2 , \dot{U}_0 , то, решая систему (5) относительно них, получим выражения для расчета симметричных составляющих:

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) \\ \dot{U}_1 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a \dot{U}_B + a^2 \dot{U}_C) \\ \dot{U}_2 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2 \dot{U}_B + a \dot{U}_C) \end{aligned} \quad . \quad (6)$$

Аналогичные выражения получаются и для расчета симметричных составляющих токов и ЭДС.

Из анализа выражений (6) вытекает несколько выводов в отношении симметричной составляющей нулевой последовательности:

- любая несимметричная система линейных напряжений в разложении никогда не даст составляющей нулевой последовательности, так как при любой степени несимметрии этой системы ее векторы всегда образуют замкнутый треугольник и, следовательно, их геометрическая сумма будет равна нулю

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0;$$

- не будет составляющей нулевой последовательности и в разложении линейных токов приемника без нейтрального провода, поскольку в этом случае, согласно первому закону Кирхгофа, сумма этих токов также равна нулю;

- в четырёхпроводной трёхфазной системе (соединение «звезда» с нулевым проводом) сумма трёх линейных токов равна току в нулевом проводе:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N,$$

отсюда ток нулевой последовательности:

$$\dot{I}_0 = \frac{1}{3} \cdot \dot{I}_N \quad \text{или} \quad \dot{I}_N = 3 \cdot \dot{I}_0,$$

то есть ток нулевого провода окажется равным тройному току \dot{I}_0 в линейном проводе.

Для более компактной записи преобразований метода симметричных составляющих удобно применять так называемую матрицу Фортескью (Фортескью – основоположник метода симметричных составляющих)

$$F = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Например, с помощью матрицы Фортескью уравнения (5) для расчета $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ через симметричные составляющие $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$ запишутся следующим образом

$$\begin{vmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_0 \end{vmatrix} \quad (8)$$

или в матричной форме:

$$\|\dot{U}\| = \|F\| \cdot \|\dot{U}_s\|. \quad (9)$$

При разложении заданной системы несимметричных векторов $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ на симметричные составляющие $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$ (уравнения (6)) используют обращенную матрицу Фортескью F^{-1} , то есть

$$\|\dot{U}_s\| = \|F^{-1}\| \cdot \|\dot{U}\|. \quad (10)$$

Преобразование векторов с использованием матрицы Фортескью целесообразно при расчетах в системе MathCad, так как это позволяет не расписывать отдельные формулы для расчета токов и напряжений.

2 Основные положения метода симметричных составляющих

Метод симметричных составляющих наиболее распространен для линейных симметрично выполненных систем при несимметричных воздействиях. Это связано с тем, что в симметричной трехфазной цепи симметричная система напряжений какой-либо последовательности вызывает симметричную систему токов той же последовательности. В этом случае для расчета можно применить принцип наложения, то есть расчет режимов прямой, обратной и нулевой последовательности проводить отдельно.

Расчет несимметричного режима методом симметричных составляющих, как правило, содержит следующие основные этапы:

- 1) Представление несимметричных систем напряжений, токов и ЭДС суммой их симметричных составляющих;
- 2) Замена исходной схемы, работающей в несимметричном режиме, тремя схемами замещения: прямой, обратной и нулевой последовательности, работающими в симметричных режимах, с учетом вида несимметрии;
- 3) Расчет этих симметричных схем замещения для одной фазы и определение симметричных составляющих токов и напряжений;
- 4) Расчет по симметричным составляющим искомым токам и напряжениям в исходной схеме.

Прежде чем перейти к конкретным примерам расчета, рассмотрим подробнее особенности построения схем замещения и возможные виды несимметрии.

3 Сопротивления схем замещения для токов различных последовательностей

Схема замещения каждой последовательности должна учитывать с помощью соответствующих параметров все элементы исходной расчетной схемы электроустановки, при этом величины сопротивлений прямой, обратной и нулевой последовательности z_1, z_2, z_0 для одного и того же элемента в общем случае различны. Это относится к вращающимся электрическим машинам, трансформаторам, линиям электропередач.

Так во вращающихся трехфазных машинах магнитное поле, создаваемое системой токов прямой последовательности, вращается в одном направлении с ротором, а поле, вызываемой системой токов обратной последовательности, вращается в противоположном направлении. Это приводит к тому, что для машины $z_1 \neq z_2$, так как реакция ротора на цепь статора оказывается для прямой и обратной последовательности различной. Токи нулевой последовательности не создают вращающегося поля, и пути потоков, вызванных этими токами, существенно отличаются от путей потоков, вызванных токами прямой и обратной последовательности. Поэтому сопротивление нулевой последовательности z_0 существенно отличается от сопротивлений z_1, z_2 . Таким образом, для электрической машины $z_1 \neq z_2 \neq z_0$.

Сопротивления обратной последовательности трансформаторов, реакторов, воздушных и кабельных линий следует принимать равными сопротивлениям прямой последовательности $z_1 = z_2$. Сопротивления же нулевой последовательности z_0 для них будут существенно отличаться, так как токи нулевой системы, как правило, замыкаются по другим путям, чем токи прямой системы.

4 Виды несимметрии в трехфазных цепях

Большинство электроустановок работает в симметричных режимах. Резкая несимметрия в таких цепях носит аварийный характер и возникает, как правило, в каком либо одном сечении. Различают два вида несимметрии: поперечную и продольную.

Поперечная несимметрия возникает в тех случаях, когда между фазами и нейтралью (землей), или между отдельными фазами включаются неравные сопротивления. Наиболее распространенные случаи поперечной несимметрии в электроустановках – это несимметрия, обусловленная коротким замыканием одной или двух фаз на землю или фаз между собой. Междофазные к.з. (двухфазные и трехфазные) возникают в сетях, как с заземленной, так и с изолированной нейтралью. Однофазные к.з. могут происходить только в сетях с заземленной нейтралью.

Продольная несимметрия возникает в том случае, когда в рассечку фаз линии включаются неравные сопротивления. К продольной несимметрии относится обрыв одного или двух проводов.

В расчетах несимметричный пассивный участок цепи, как правило, по теореме компенсации заменяется генератором, вырабатывающим в месте несимметрии несимметричную систему напряжений. Напряжения и токи в месте несимметрии связаны между собой определенными соотношениями.

Эти соотношения можно назвать граничными условиями в месте несимметрии. Рассмотрим их для различных случаев.

Поперечная несимметрия. Уравнения при поперечной несимметрии записываются для напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ и токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ фаз в месте несимметрии относительно земли.

Если между фазой и землей включено сопротивление, то напряжение и ток на нем связаны между собой по закону Ома ($\dot{U} = \underline{z} \cdot \dot{I}$). При коротком замыкании фазы на землю напряжение между фазой и землей равно нулю

($\dot{U} = 0$). Если фаза не имеет соединения с землей, то нулю будет равен ток между фазой и землей ($\dot{i} = 0$). Учитывая это, запишем граничные условия для напряжений и токов в месте несимметрии для некоторых наиболее распространенных случаев поперечной несимметрии.

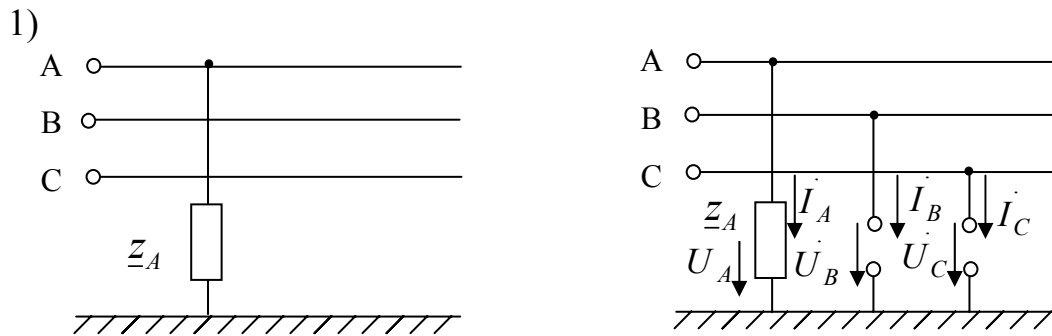


Рисунок 3 - Включение сопротивления \underline{z} между фазой и землей

Если сопротивление \underline{z}_A включено между фазой А и землей, то

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \underline{z}_A \cdot \dot{I}_A \\ \dot{I}_B &= 0 \\ \dot{I}_C &= 0 \end{aligned} \tag{11}$$

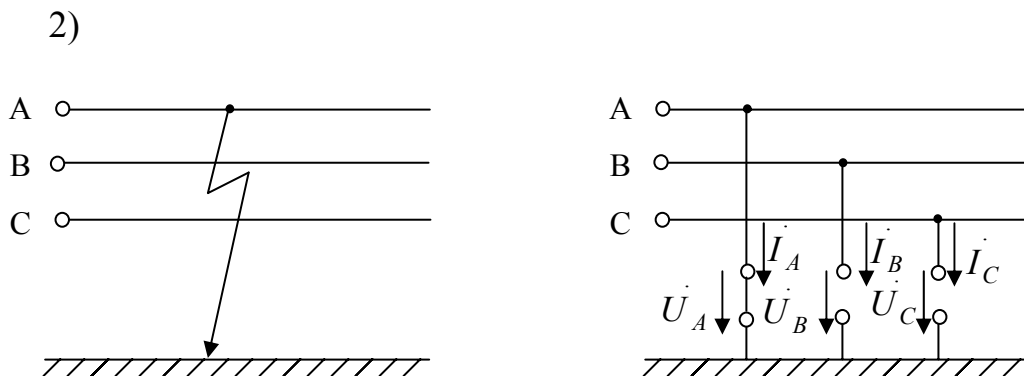


Рисунок 4 - Однофазное короткое замыкание на землю

Это частный случай предыдущего примера, сопротивление между фазой А и землей равно нулю. В месте короткого замыкания фаза А замкнута на землю, фазы В и С связи с землей не имеют, поэтому

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= 0 \\ \dot{I}_B &= 0 \\ \dot{I}_C &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

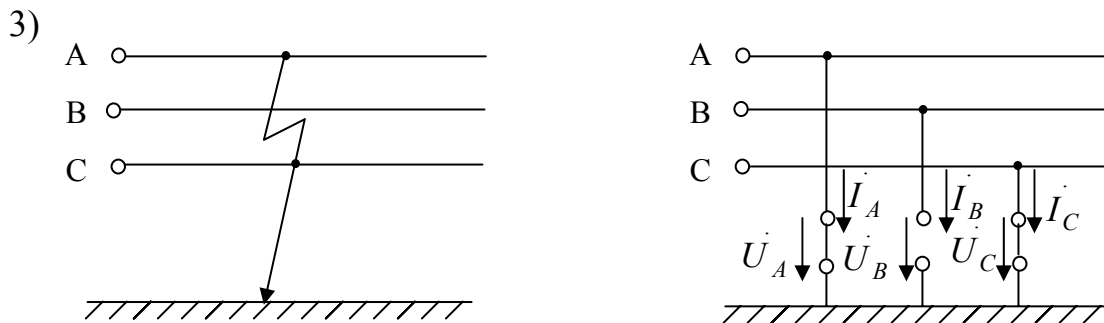


Рисунок 5 - Двухфазное короткое замыкание на землю

При коротком замыкании на землю фаз А и С

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= 0 \\ \dot{I}_B &= 0 \\ \dot{U}_C &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

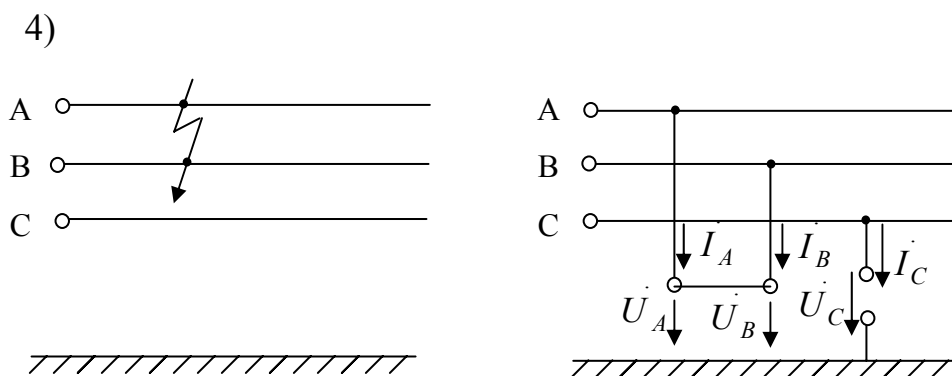


Рисунок 6 - Двухфазное короткое замыкание (междуфазное к.з.)

Фазы А и В замкнуты между собой и относительно земли имеют равные потенциалы, фаза С связи с землей не имеет, поэтому

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_B \\ \dot{I}_C &= 0 \\ \dot{I}_A &= -\dot{I}_B \end{aligned} \quad (14)$$

5)

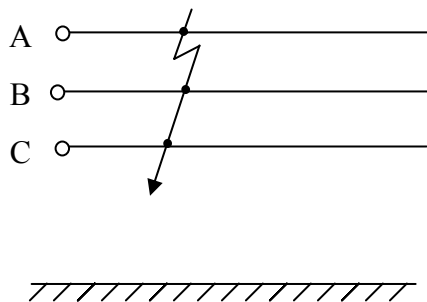


Рисунок 7 - Трехфазное короткое замыкание

Симметричное и трехфазное к.з. – наиболее простой для расчета и анализа вид повреждения, он характерен тем, что токи и напряжения всех фаз равны, как в месте к.з., так и в любой другой точке сети:

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_B = \dot{U}_C \\ \dot{I}_A &= \dot{I}_B = \dot{I}_C \end{aligned} \quad (15)$$

Продольная несимметрия. Уравнения для различных случаев продольной несимметрии записываются для напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ и токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ фаз в месте несимметрии. Если в рассечку фазы включено сопротивление, то напряжение и ток на нем связаны между собой по закону Ома ($\dot{U} = \underline{z} \cdot \dot{I}$). При обрыве фазы ток этой фазы будет равен нулю ($\dot{I} = 0$), при отсутствии обрыва равно нулю напряжение в месте несимметрии ($\dot{U} = 0$).

Учитывая это, запишем граничные условия для напряжений и токов в месте несимметрии для некоторых случаев продольной несимметрии.

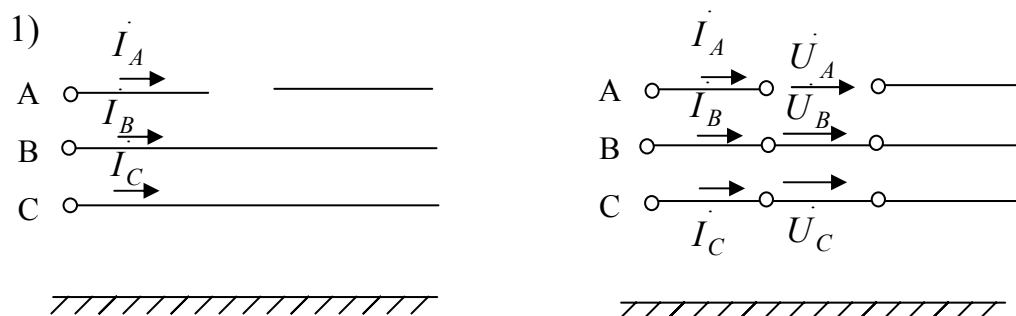


Рисунок 8 - Обрыв одной фазы

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= 0 \\ \dot{U}_B &= 0 \\ \dot{U}_C &= 0 \end{aligned} \tag{16}$$

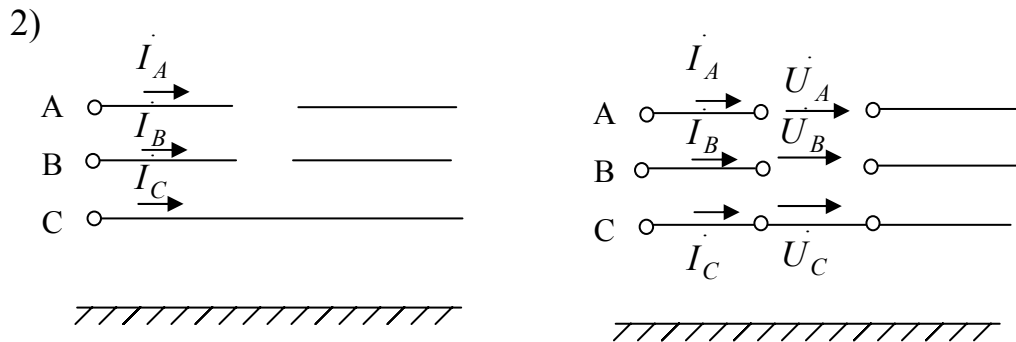


Рисунок 9 - Обрыв двух фаз

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= 0 \\ \dot{I}_B &= 0 \\ \dot{U}_C &= 0 \end{aligned} \tag{17}$$

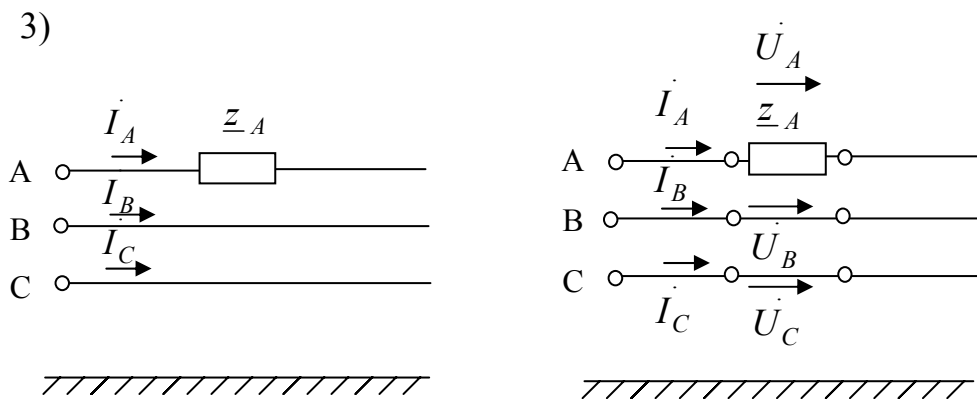


Рисунок 10 - Включение сопротивления в рассечку фазы

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \underline{z}_A \cdot \dot{I}_A \\ \dot{U}_B &= 0 \\ \dot{U}_C &= 0 \end{aligned} \tag{18}$$

5 Расчёт методом симметричных составляющих цепи с несимметричным участком в линии

Рассмотрим трехфазную цепь с симметричным генератором, симметричной нагрузкой, в линии которой возникла несимметрия (например, обрыв или короткое замыкание) (рисунок 11).

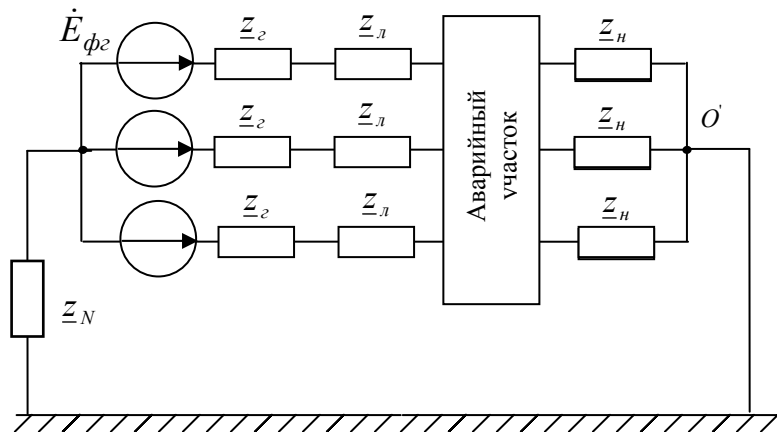


Рисунок 11

Алгоритм расчета фазных токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ и фазных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ несимметричного участка при расчете методом симметричных составляющих будет одинаков для любого вида несимметрии.

1) Составляют расчетную схему, в которой несимметричный участок в линии по принципу компенсации заменяют эквивалентным источником с несимметричной системой напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ в месте несимметрии. При поперечной несимметрии этот источник включен между фазами и землей, при продольной несимметрии – в рассечку фаз.

2) Трехфазные несимметричные системы напряжений, токов, ЭДС, действующие в цепи, представляют как сумму составляющих прямой, обратной и нулевой последовательности.

3) Исходную цепь заменяют тремя схемами, в каждой из которых стоят сопротивления и действуют ЭДС, напряжения и токи соответствующей

последовательности. Так как эти схемы будут симметричными, расчет каждой из них достаточно проводить для одной фазы (фазы А). Поэтому, для расчета составляют три однофазные схемы замещения: прямой, обратной и нулевой последовательности.

4) Однофазные схемы замещения преобразуют к простейшему виду. Составляют для них уравнения по второму закону Кирхгофа.

5) Дополнительно записывают граничные условия в месте несимметрии, выразив напряжения и токи в них через симметричные составляющие.

6) Решая систему уравнений, рассчитывают симметричные составляющие токов и напряжений.

7) После расчета симметричных составляющих по формулам (5) определяют искомые токи и напряжения.

При построении схем замещения нужно учитывать следующие моменты:

- если нагрузка соединена треугольником, то ее предварительно нужно преобразовать в звезду и найти соответствующие сопротивления всех последовательностей для звезды;

- если система ЭДС генератора симметрична, то присутствовать фазное напряжение генератора будет только в схеме прямой последовательности. Несимметричная система входных ЭДС по (6) раскладывается на симметричные составляющие и включается в схему замещения каждой последовательности;

- схемы прямой и обратной последовательности не будут содержать сопротивления нейтрального провода, так как токи этих последовательностей по нулевому проводу протекать не будут (для прямой и обратной последовательности $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$);

- схема нулевой последовательности составляется при несимметричных коротких замыканиях на землю (одно и двухфазных), а также при обрыве одной или двух фаз. Составление схемы замещения нулевой последовательности следует начинать от точки, где возникла несимметрия. Чтобы получилась

замкнутая цепь для прохождения токов нулевой последовательности, в схеме должна быть хотя бы одна заземленная нейтраль;

- сопротивление нейтрального провода в схему нулевой последовательности вводится утроенной величиной. Это связано с тем, что по нулевому проводу текут токи \dot{I}_0 всех трех фаз, т.е. $\dot{I}_N = 3 \cdot \dot{I}_0$, уравнение по второму закону Кирхгофа по контуру фазы А для нулевой последовательности запишется как $\dot{I}_0 \underline{z}_0 + 3\dot{I}_0 \underline{z}_N = \dot{U}_0$. Отсюда и получается формула для комплексного эквивалентного сопротивления нулевой последовательности

$$\underline{z}_{0Э} = \frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0} = \underline{z}_0 + 3 \cdot \underline{z}_N.$$

6 Расчет цепи с поперечной несимметрией

Рассмотрим трехфазную цепь с симметричным генератором и симметричной нагрузкой, в которой произошло короткое замыкание фазы А на землю (рисунок 12).

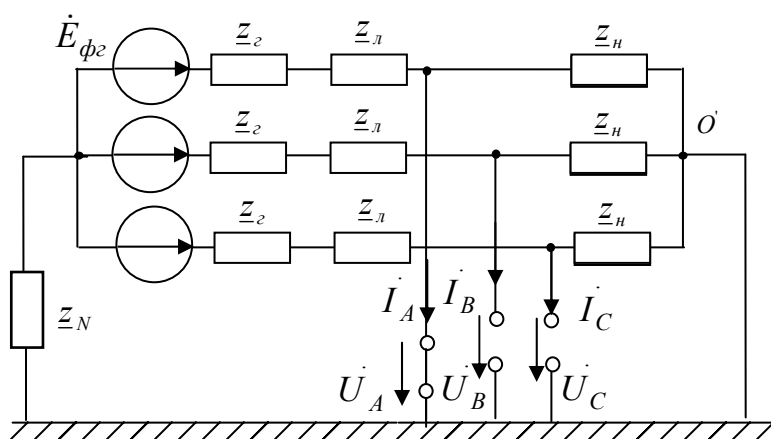


Рисунок 12

Известны фазная ЭДС генератора \dot{E}_{ϕ_2} , фазные сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательности для генератора \underline{z}_{c1} , \underline{z}_{c2} , \underline{z}_{c0} , линии

$\underline{Z}_{\lambda 1}, \underline{Z}_{\lambda 2}, \underline{Z}_{\lambda 0}$ и нагрузки $\underline{Z}_{n1}, \underline{Z}_{n2}, \underline{Z}_{n0}$, сопротивление нейтрального провода \underline{Z}_N . Требуется методом симметричных составляющих рассчитать токи и напряжения в месте короткого замыкания.

В соответствии с алгоритмом несимметричный участок в линии заменим эквивалентным источником с несимметричной системой напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ (рисунок 13).

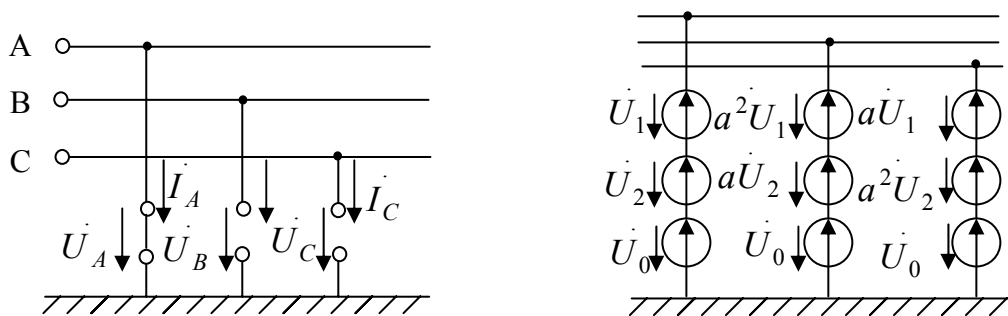


Рисунок 13

Системы трех несимметричных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ и трех несимметричных токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ в месте несимметрии представим в виде суммы трех симметричных систем: прямой обратной и нулевой последовательности, симметричные составляющие которых $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$ и $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$ нужно определить.

По методу симметричных составляющих вместо исходной схемы нужно рассчитать три трехфазные схемы: прямой, обратной и нулевой последовательностей. Но так как режимы в каждой из этих схем будут симметричны, расчет проводится только для одной фазы. Обычно для расчета в качестве основной фазы выбирают фазу А, для сокращения записи индекс «А» у симметричных составляющих токов и напряжений для этой фазы не ставят.

Учитывая это, сразу составим три однофазные схемы замещения, которые и будем использовать для расчета.

В схему прямой последовательности (рисунок 14) будут включены фазная ЭДС генератора и сопротивления всех элементов цепи прямой

последовательности. Здесь \dot{U}_1 и \dot{I}_1 - симметричные составляющие напряжения и тока прямой последовательности в месте короткого замыкания.

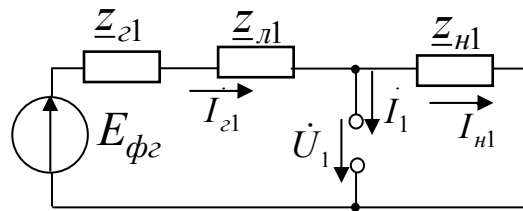


Рисунок 14 - Схема прямой последовательности

Конфигурация схемы обратной последовательности будет такая же (рисунок 15), но схема не будет содержать ЭДС (так как мы имеем симметричную систему ЭДС на входе). В ней будут включены сопротивления всех элементов цепи обратной последовательности, \dot{U}_2 и \dot{I}_2 - симметричные составляющие напряжения и тока обратной последовательности в месте короткого замыкания.

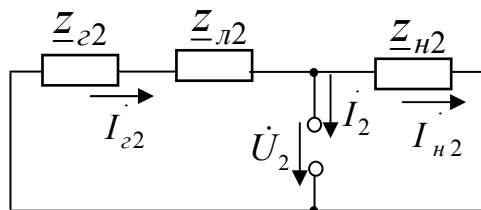


Рисунок 15 - Схема обратной последовательности

Конфигурация схемы нулевой последовательности в рассматриваемом примере будет отличаться от схемы обратной последовательности только наличием утроенного сопротивления нейтрального провода (рисунок 16). В ней будут включены сопротивления всех элементов цепи нулевой последовательности, \dot{U}_0 и \dot{I}_0 - симметричные составляющие напряжения и тока нулевой последовательности в месте короткого замыкания.

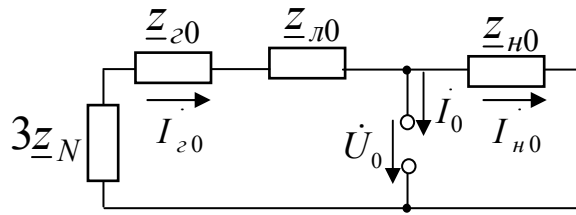


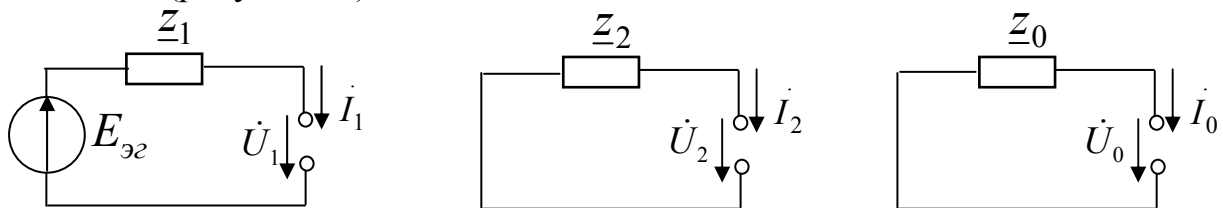
Рисунок 16 - Схема нулевой последовательности

Следует отметить, что в других случаях схема нулевой последовательности может существенно отличаться от схем прямой и обратной последовательностей. При ее составлении нужно учесть следующее:

1) если нагрузка не имеет нулевого провода (то есть соединена звездой без нулевого провода или треугольником), то ветви с сопротивлением нагрузки z_{H0} в схеме не будет;

2) если в схеме произошло междуфазное короткое замыкание, то схему нулевой последовательности вообще не составляют, так как ток и напряжение нулевой последовательности будут равны нулю. Поэтому для случая междуфазного к.з. составляют всего две схемы замещения: прямой и обратной последовательности.

После составления схем замещения преобразуем их к простейшему виду (одному контуру), сложив параллельные ветви относительно места короткого замыкания (рисунок 17).



а) схема прямой последовательности

б) схема обратной последовательности

в) схема нулевой последовательности

Рисунок 17 – Преобразованные схемы замещения последовательностей

Эквивалентную ЭДС $\dot{E}_{\varphi 1}$ и эквивалентные сопротивления $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \underline{z}_0$ найдем по известным формулам эквивалентных преобразований.

В схеме прямой последовательности

$$\dot{E}_{\varphi 1} = \frac{\frac{1}{\underline{z}_{\varphi 1} + \underline{z}_{\varphi 1}} \cdot \dot{E}_{\varphi 2}}{\frac{1}{\underline{z}_{\varphi 1} + \underline{z}_{\varphi 1}} + \frac{1}{\underline{z}_{\varphi 1}}}; \quad \underline{z}_1 = \frac{(\underline{z}_{\varphi 1} + \underline{z}_{\varphi 1}) \cdot \underline{z}_{\varphi 1}}{\underline{z}_{\varphi 1} + \underline{z}_{\varphi 1} + \underline{z}_{\varphi 1}}. \quad (19)$$

В схеме обратной последовательности

$$\underline{z}_2 = \frac{(\underline{z}_{\varphi 2} + \underline{z}_{\varphi 2}) \cdot \underline{z}_{\varphi 2}}{\underline{z}_{\varphi 2} + \underline{z}_{\varphi 2} + \underline{z}_{\varphi 2}}. \quad (20)$$

В схеме нулевой последовательности

$$\underline{z}_2 = \frac{(\underline{z}_{\varphi 0} + \underline{z}_{\varphi 0} + 3\underline{z}_N) \cdot \underline{z}_{\varphi 0}}{\underline{z}_{\varphi 0} + \underline{z}_{\varphi 0} + 3\underline{z}_N + \underline{z}_{\varphi 0}}. \quad (21)$$

Для нахождения шести неизвестных симметричных составляющих $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$ и $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$ составим систему из шести уравнений:

- первые три уравнения запишем для схем замещения (рисунок 17) по второму закону Кирхгофа;

- остальные три уравнения запишем по условиям в месте несимметрии. (для рассматриваемого случая к.з. на землю фазы А граничные условия $\dot{U}_A = 0; \dot{I}_B = 0; \dot{I}_C = 0$, выразим их по (8) через симметричные составляющие).

$$\begin{cases} \underline{z}_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}_{\varphi 1} \\ \underline{z}_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0 \\ \underline{z}_0 \dot{I}_0 + \dot{U}_0 = 0 \\ \dot{U}_A = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0 \\ \dot{I}_B = a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0 \\ \dot{I}_C = a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Полученную систему линейных алгебраических уравнений (22) можно решать как на ЭВМ, например, в системе MathCad, так и вручную.

Для решения в MathCad составляется матрица коэффициентов и матрица свободных членов.

$$A = \begin{vmatrix} \underline{z}_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{z}_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{z}_0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & a^2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} \dot{E}_{\text{э1}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Далее решение системы идет по любому известному алгоритму, например, $IU = A^{-1} \cdot B$. В результате решения получим матрицу искоемых симметричных составляющих

$$IU_{\text{сим}} = \begin{vmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_0 \end{vmatrix},$$

Зная симметричные составляющие, найдем токи и напряжения в месте короткого замыкания. Их можно найти, используя матрицу Фортескую (7) или выражения (5)

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 \\ \dot{I}_B &= a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0 \text{ (проверка)} \\ \dot{I}_C &= a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0 \text{ (проверка)} \\ \dot{U}_A &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0 \text{ (проверка)} \\ \dot{U}_B &= a^2 \dot{U}_1 + a \dot{U}_2 + \dot{U}_0 \\ \dot{U}_C &= a \dot{U}_1 + a^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0 \end{aligned} \quad (23)$$

Систему (22) очень просто можно решить и вручную, приведя ее к одному уравнению с одним неизвестным. Для этого все неизвестные величины нужно выразить через одну величину, например, ток \dot{I}_1 . Покажем, как это сделать наиболее просто.

Сначала, используя формулы (6) для расчета симметричных составляющих и граничные условия для токов $\dot{I}_B = 0; \dot{I}_C = 0$, установим зависимости между токами $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$:

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \frac{1}{3}(\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C) = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + 0 + 0) = \frac{1}{3}\dot{I}_A \\ \dot{I}_1 &= \frac{1}{3}(\dot{I}_A + a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C) = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + 0 + 0) = \frac{1}{3}\dot{I}_A \\ \dot{I}_2 &= \frac{1}{3}(\dot{I}_A + a^2\dot{I}_B + a\dot{I}_C) = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + 0 + 0) = \frac{1}{3}\dot{I}_A \end{aligned}$$

Отсюда сразу очевидно, что

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0. \quad (24)$$

Далее сложим три первые уравнения системы (22), получим

$$\underline{z}_1\dot{I}_1 + \underline{z}_2\dot{I}_2 + \underline{z}_0\dot{I}_2 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = \dot{E}_{\vartheta 1}.$$

С учетом (24) заменим токи \dot{I}_2 , \dot{I}_0 на \dot{I}_1 и учтем, что $\dot{U}_A = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0$.

Получим $\underline{z}_1\dot{I}_1 + \underline{z}_2\dot{I}_1 + \underline{z}_0\dot{I}_1 = \dot{E}_{\vartheta 1}$, откуда ток прямой последовательности будет находиться по формуле

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_{\vartheta 1}}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2 + \underline{z}_0}. \quad (25)$$

Остальные симметричные составляющие токов и напряжений найдутся по формулам $\dot{I}_2 = \dot{I}_0 = \dot{I}_1$, $\dot{U}_1 = \dot{E}_{\vartheta 1} - \underline{z}_1\dot{I}_1$, $\dot{U}_2 = -\underline{z}_2\dot{I}_2$, $\dot{U}_0 = -\underline{z}_0\dot{I}_0$. Искомые токи и напряжения в месте короткого замыкания находятся по (23).

На рисунке 18 показаны примерные векторные диаграммы токов и напряжений прямой, обратной и нулевой последовательностей и векторные диаграммы результирующих токов и напряжений в месте короткого замыкания для рассмотренного случая однофазного короткого замыкания на землю.

Из векторных диаграмм видно, что ток фазы А в месте короткого замыкания \dot{I}_A равен сумме равных симметричных составляющих токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$, токи других фаз $\dot{I}_B = 0$; $\dot{I}_C = 0$. Напряжение между фазой А и землей $\dot{U}_A = 0$, напряжения между фазами В и С и землей находятся как сумма соответствующих симметричных составляющих.

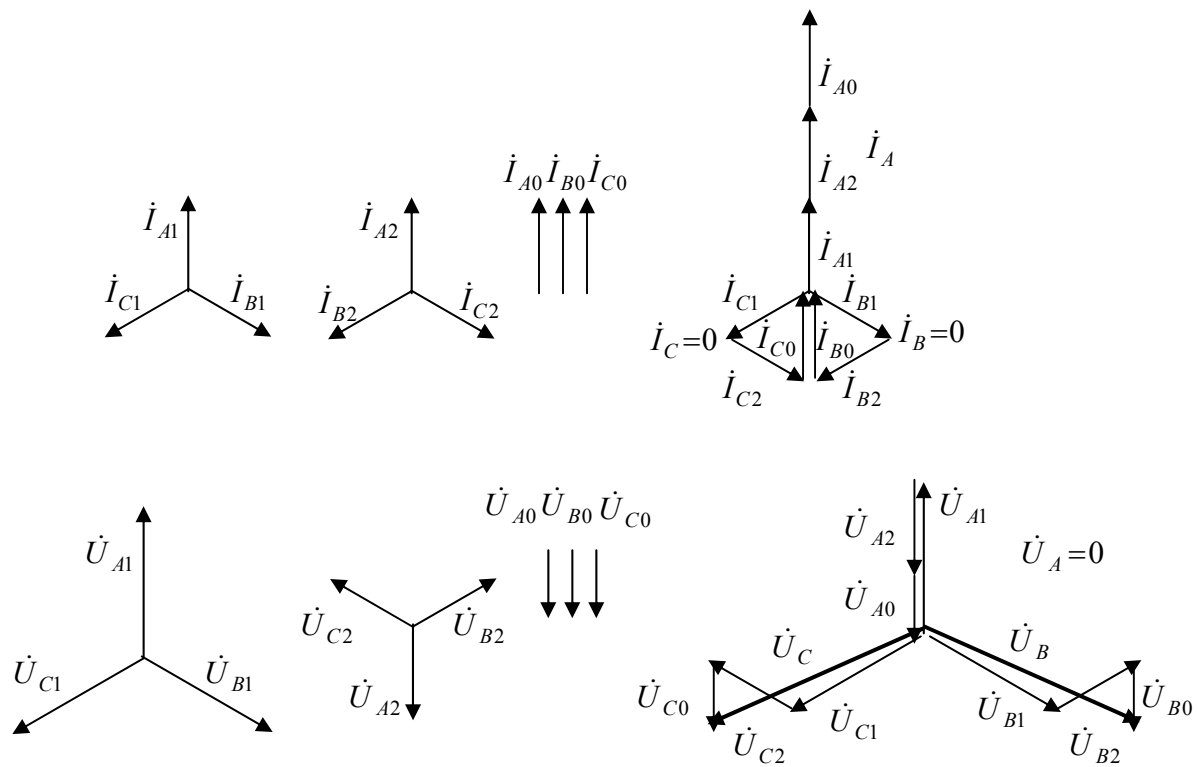


Рисунок 18

Если в задаче требуется найти еще токи в генераторе или нагрузке, то из схем на рисунках 14 и 16 находятся сначала симметричные составляющие этих токов, а затем находятся сами токи. Например, из схемы на рисунке 14 ток прямой последовательности в нагрузке $\dot{I}_{1н} = \frac{\dot{U}_1}{Z_{н1}}$, в генераторе $\dot{I}_{1г} = \frac{\dot{E}_{\phi 2} - \dot{U}_1}{Z_{г1} + Z_{н1}}$, точно так же из схем замещения находятся токи обратной и нулевой последовательности, а затем по (5) рассчитываются результирующие токи.

При любых других видах поперечной несимметрии расчет будет аналогичным.

Для случая междуфазного короткого замыкания, при котором ток и напряжение нулевой последовательности \dot{I}_0 и \dot{U}_0 получаются равными нулю, с целью упрощения расчетов, как правило

- составляют всего две схемы замещения (прямой и обратной последовательности);
- составляют не шесть, а четыре уравнения: два – по второму закону Кирхгофа, два – по условиям в месте несимметрии. Неизвестными в этих

уравнениях будут симметричные составляющие напряжений и токов прямой и обратной последовательности \dot{U}_1, \dot{U}_2 и \dot{I}_1, \dot{I}_2 .

Однако, нужно отметить, что при расчетах в MathCad можно предельно формализовать задачу и при любых видах поперечной несимметрии (в том числе и при междуфазном к.з.) составлять три схемы и шесть уравнений. Для случая междуфазного к.з \dot{I}_0 и \dot{U}_0 получатся равными нулю из решения этих шести уравнений.

Примеры расчета трехфазных цепей при поперечной несимметрии в системе MathCad приведены в приложении В.

Основные соотношения для симметричных составляющих и примерные векторные диаграммы для различных случаев поперечной несимметрии приведены в приложении А.

7 Расчет цепи с продольной несимметрией

Рассмотрим трехфазную цепь с симметричным генератором и симметричной нагрузкой, в которой произошел обрыв фазы В (рисунок 19). Известны фазная ЭДС генератора $\dot{E}_{\phi 2}$, фазные сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательности для генератора $\underline{Z}_{g1}, \underline{Z}_{g2}, \underline{Z}_{g0}$, линии $\underline{Z}_{l1}, \underline{Z}_{l2}, \underline{Z}_{l0}$ и нагрузки $\underline{Z}_{n1}, \underline{Z}_{n2}, \underline{Z}_{n0}$, сопротивление нейтрального провода \underline{Z}_N . Требуется методом симметричных составляющих рассчитать токи и напряжения в месте несимметрии.

Точно так же, как и при поперечной несимметрии, несимметричный участок в линии заменяется эквивалентным источником с несимметричной системой напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ (рисунок 20). Если при поперечной несимметрии источник включался между линией и землей, то при продольной несимметрии эквивалентный источник включают в рассечку трёхфазной линии.

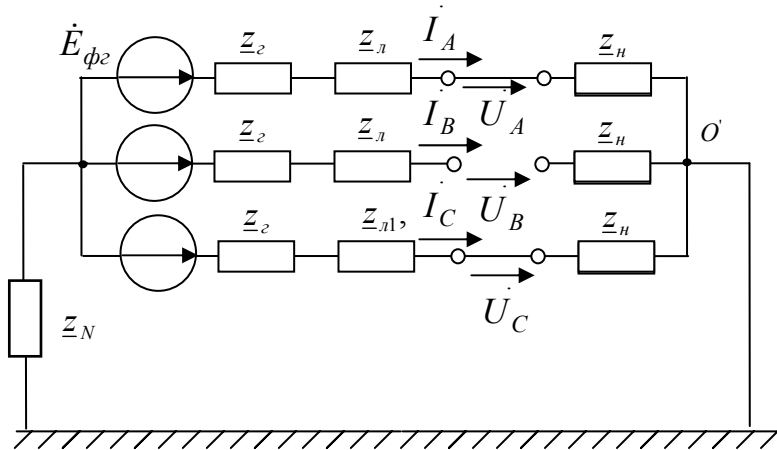


Рисунок 19

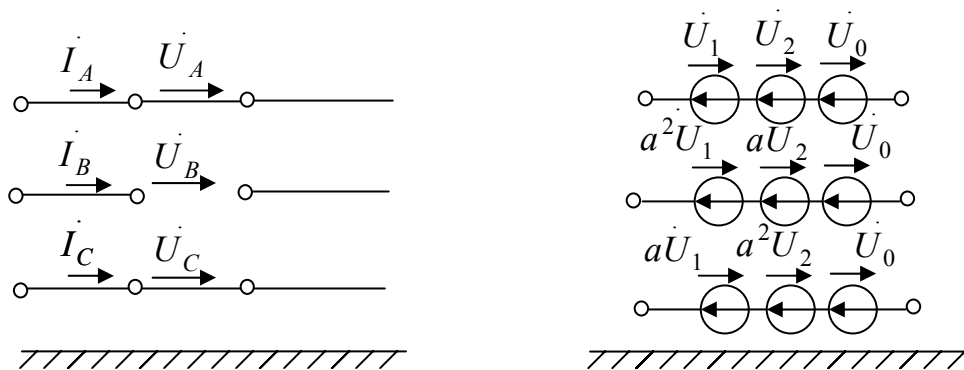
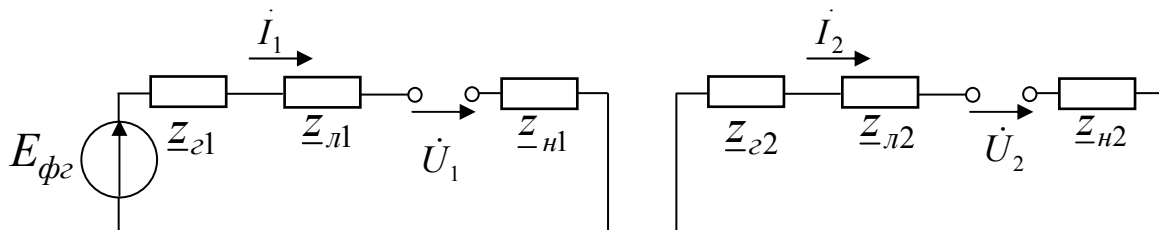


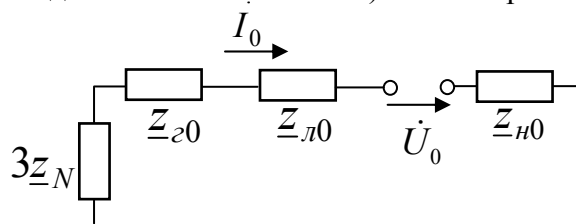
Рисунок 20

Токи и напряжения в месте несимметрии представляются в виде суммы симметричных составляющих $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$ и $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$, которые нужно определить.



а) схема прямой последовательности

б) схема обратной последовательности



в) схема нулевой последовательности

Рисунок 21

Соответственно в схемах замещения, составленных для одной фазы, место несимметрии находится в линии. В остальных схемах замещения прямой, обратной и нулевой последовательности повторяют схемы для поперечной несимметрии (рисунок 21). Если нагрузка соединена треугольником, ее предварительно преобразуют в звезду.

После сложения последовательно соединенных сопротивлений схемы приобретут тот же вид, что был и в случае поперечной несимметрии (рис.22).

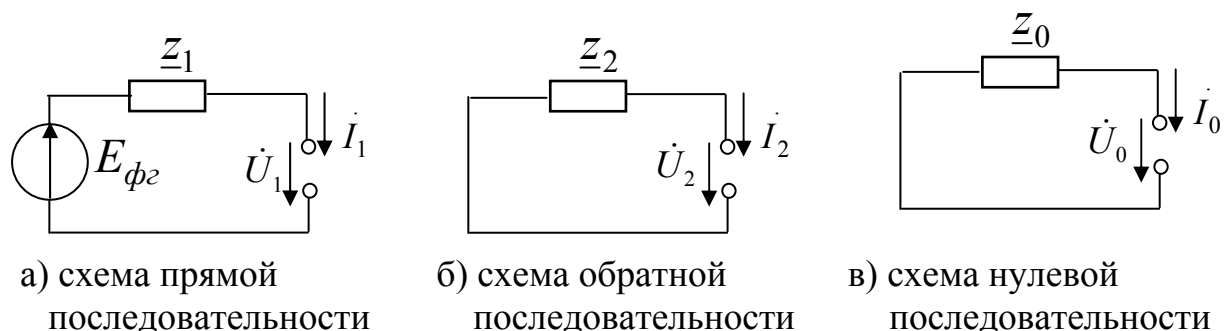


Рисунок 22

Здесь $\underline{z}_1 = \underline{z}_{e1} + \underline{z}_{л1} + \underline{z}_{н1}$, $\underline{z}_{21} = \underline{z}_{e2} + \underline{z}_{л2} + \underline{z}_{н2}$, $\underline{z}_0 = \underline{z}_{e0} + \underline{z}_{л0} + \underline{z}_{н0} + 3\underline{z}_N$

Для расчета симметричных составляющих составим систему из шести уравнений (три уравнения - по второму закону Кирхгофа для схем замещения, еще три уравнения – по граничным условиям в месте несимметрии, в случае обрыва фазы В – это $\dot{U}_A = 0; \dot{I}_B = 0; \dot{U}_C = 0$).

$$\begin{cases} \underline{z}_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}_{\phi z} \\ \underline{z}_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0 \\ \underline{z}_0 \dot{I}_0 + \dot{U}_0 = 0 \\ \dot{U}_A = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0 \\ \dot{I}_B = a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0 \\ \dot{U}_C = a \dot{U}_1 + a^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0 \end{cases} \quad (26)$$

Для решения в MathCad системы (26) составим матрицу коэффициентов и матрицу свободных членов.

$$A = \begin{vmatrix} \underline{z}_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{z}_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{z}_0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a^2 & 1 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} \dot{E}_{\phi z} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

В результате решения системы получим симметричные составляющие токов и напряжений

$$IU = \begin{vmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_0 \end{vmatrix},$$

по которым найдем искомые токи и напряжения

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 \\ \dot{I}_B &= a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0 \text{ (проверка)} \\ \dot{I}_C &= a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 \\ \dot{U}_A &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0 \text{ (проверка)} \\ \dot{U}_B &= a^2 \dot{U}_1 + a \dot{U}_2 + \dot{U}_0 \\ \dot{U}_C &= a \dot{U}_1 + a^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0 \text{ (проверка)} \end{aligned} \quad (27)$$

При ручном расчете нужно сначала найти зависимости между напряжениями $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$, учитывая, что в месте несимметрии $\dot{U}_A = 0; \dot{I}_B = 0; \dot{U}_C = 0$.

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = \frac{1}{3}(0 + \dot{U}_B + 0) = \frac{1}{3}\dot{U}_B \\ \dot{U}_1 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C) = \frac{1}{3}(0 + a\dot{U}_B + 0) = \frac{1}{3}a\dot{U}_B \\ \dot{U}_2 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) = \frac{1}{3}(0 + a^2\dot{U}_B + 0) = \frac{1}{3}a^2\dot{U}_B \end{aligned} \quad (28)$$

Отсюда сразу можно установить, что

$$\dot{U}_1 = a\dot{U}_0. \quad (29)$$

$$\dot{U}_2 = a^2\dot{U}_0$$

Далее из первых трех уравнений системы (26) с учетом (29) выразим токи $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_{\phi z} - \dot{U}_1}{z_1} = \frac{\dot{E}_{\phi z} - a\dot{U}_0}{z_1}; \quad \dot{I}_2 = \frac{-\dot{U}_2}{z_2} = \frac{-a^2\dot{U}_0}{z_2}; \quad \dot{I}_0 = \frac{-\dot{U}_0}{z_0}$$

и подставим эти выражения в пятое уравнение системы (26)

$$\dot{I}_B = a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2 + \dot{I}_0 = a^2 \frac{\dot{E}_{\phi z} - a\dot{U}_0}{z_1} - a \frac{a^2\dot{U}_0}{z_2} - \frac{\dot{U}_0}{z_0} = 0.$$

Отсюда $a^2 \frac{\dot{E}_{\phi z}}{z_1} = \frac{a^3\dot{U}_0}{z_1} + \frac{a^3\dot{U}_0}{z_2} + \frac{\dot{U}_0}{z_0}$.

Учитывая, что $a^3 = 1$, получим

$$\dot{U}_0 = \frac{a^2 \frac{\dot{E}_{\phi z}}{z_1}}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_0}} \quad (30)$$

Остальные симметричные составляющие токов и напряжений найдутся по вышеприведенным формулам, искомые токи и напряжения находятся по (27).

Примерные векторные диаграммы токов и напряжений для рассмотренного примера обрыва линейного провода В показаны на рисунке 23.

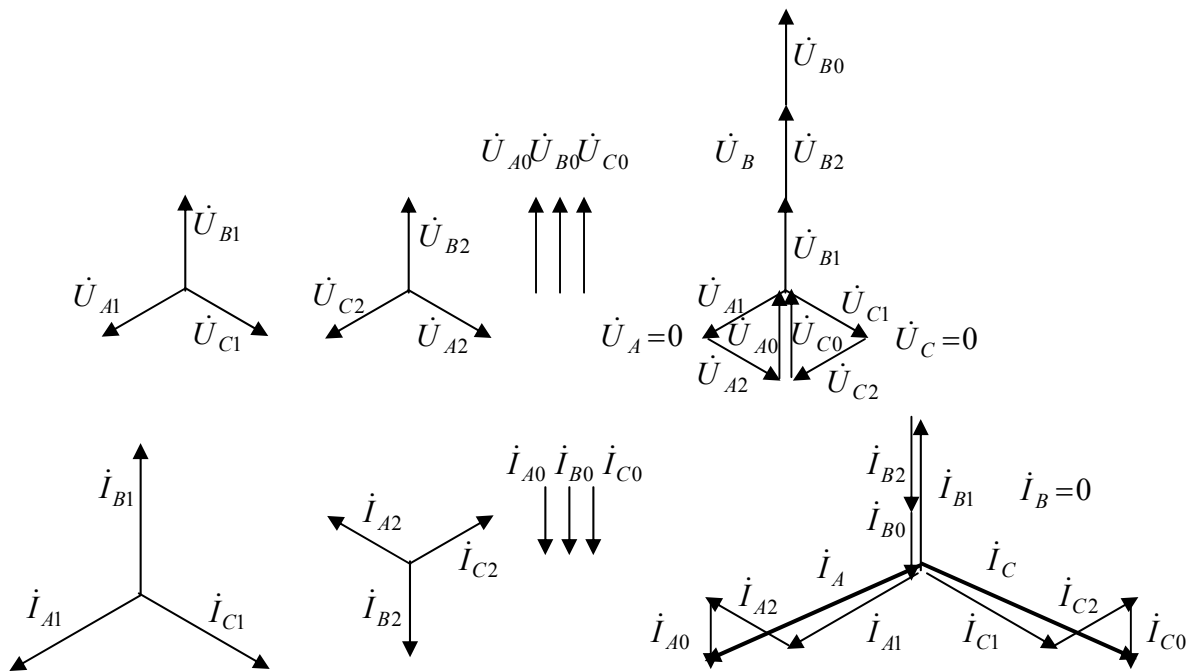


Рисунок 23

Из векторных диаграмм видно, что напряжение в месте обрыва \dot{U}_B равно сумме равных симметричных составляющих напряжений $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$, напряжения других фаз $\dot{U}_A = 0$; $\dot{U}_C = 0$. Ток в оборвавшейся фазе $\dot{I}_B = 0$, токи фаз А и С нулю не равны и находятся как сумма соответствующих симметричных составляющих.

В случае, когда нагрузка не имеет связи с землей, то есть соединена звездой без нулевого провода или треугольником, ток нулевой последовательности \dot{I}_0 будет равен нулю, так как замкнутого пути для его циркуляции нет, схема нулевой последовательности будет разомкнутой. При ручном расчете в этом случае составляют систему из пяти уравнений: два уравнения – по законам Кирхгофа для схем прямой и обратной последовательности, три уравнения – по граничным условиям в месте несимметрии.

При расчете этого случая в MathCad целесообразно составлять три схемы и шесть уравнений, но сопротивление нулевого провода принять бесконечно большим.

Примеры расчета трехфазных цепей при продольной несимметрии в системе MathCad приведены в приложении 2.

8 Расчёт методом симметричных составляющих цепи с симметричной нагрузкой при несимметрии питающего напряжения

Это наиболее простой случай применения метода симметричных составляющих.

К четырехпроводной трехфазной цепи с симметричной нагрузкой (рисунок 24) приложена несимметричная система напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$.

Для каждой фазы нагрузки известны сопротивления прямой \underline{z}_1 , обратной \underline{z}_2 и нулевой \underline{z}_0 последовательности, сопротивление нулевого провода \underline{z}_N . Требуется найти линейные токи \dot{I}_A , \dot{I}_B , \dot{I}_C .

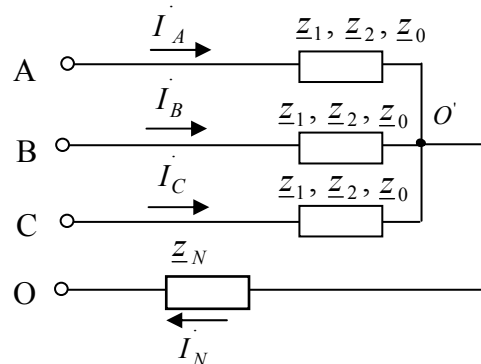
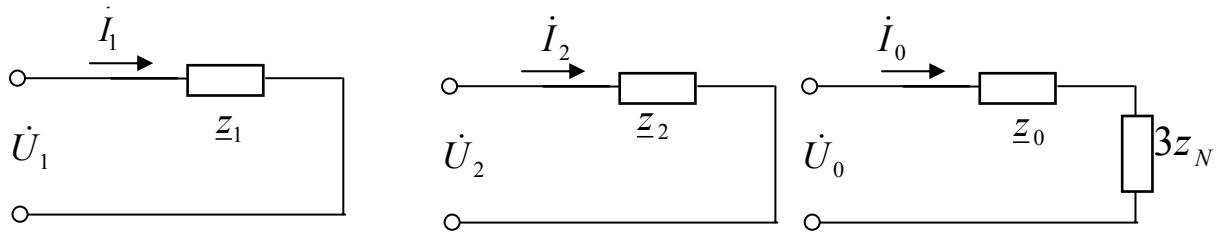


Рисунок 24

По формулам (6) или, используя обратную матрицу Фортескью, разложим несимметричную систему приложенных напряжений на симметричные составляющие $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$.

Согласно принципу наложения и выражениям (5) токи будем определять через соответствующие симметричные составляющие токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$, для расчета которых составим схемы прямой, обратной и нулевой последовательности. В каждой из этих схем на входе действует симметричная система напряжений соответствующей последовательности, стоят сопротивления и текут токи той же последовательности. Поскольку в схемах прямой и обратной последовательности тока в нулевом проводе не будет ($\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$), то нулевой провод и соответственно сопротивление \underline{z}_N будут присутствовать только в схеме нулевой последовательности.

Так как режимы в каждой из схем будут симметричны, расчет проводим для одной фазы. Однофазные схемы замещения для рассматриваемого случая показаны на рисунке 25.



а) схема прямой последовательности

б) схема обратной последовательности

в) схема нулевой последовательности

Рисунок 25

После составления схем замещения по закону Ома найдем в каждой из них симметричные составляющие токов

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{z}_1}; \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{z}_2}, \quad \dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_0}{\underline{z}_0}.$$

По формулам (5) найдем искомые линейные токи

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 \\ \dot{I}_B = a^2 \cdot \dot{I}_1 + a \cdot \dot{I}_2 + \dot{I}_0 \\ \dot{I}_C = a \cdot \dot{I}_1 + a^2 \cdot \dot{I}_2 + \dot{I}_0 \end{cases} \quad (31)$$

В том случае, когда цепь не имеет нейтрального провода, пути циркуляции для токов нулевой последовательности нет. Поэтому при соединении нагрузки звездой без нулевого провода или треугольником $\dot{I}_0 = 0$ и для расчета линейных токов составляют всего две схемы замещения: прямой и обратной последовательности. Схемы нулевой последовательности не будет.

9 Задание к выполнению РГЗ

Симметричная трехфазная цепь питается от трехфазного генератора с симметричной системой ЭДС, фазные обмотки которого соединены в звезду.

В результате одного из указанных в таблице 1 повреждений линии, соединяющей генератор и нагрузку, в цепи возникает поперечный или продольный несимметричный участок (рисунок 26).

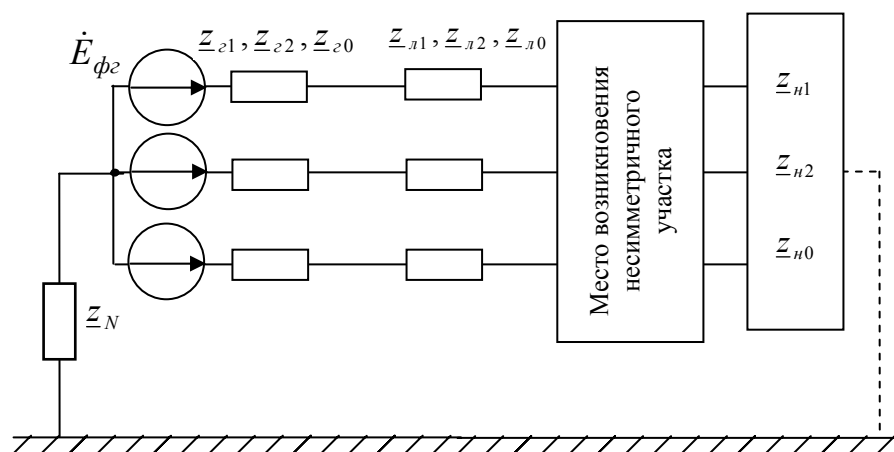


Рисунок 26

Методом симметричных составляющих определить фазные токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ и фазные напряжения $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ несимметричного участка и построить векторные диаграммы найденных фазных токов и напряжений и их симметричных составляющих.














Вид повреждения линии, схема соединения нагрузки, а также фазные сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей для генератора, линии и нагрузки выбираются из таблицы 1 по номеру студента в списке группы. Фазная ЭДС генератора E_{ϕ_2} и сопротивление нейтрального провода Z_N выбираются из таблицы 2 по номеру группы, который устанавливает преподаватель.

При выполнении РГЗ составить трехфазную схему, в которой указать конкретные схему несимметричного участка и схему соединения приемника, соответствующие заданному варианту.

Таблица 1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			\underline{Z}_{e1} , Ом	\underline{Z}_{e2} , Ом	\underline{Z}_{e0} , Ом	$\underline{Z}_{л1}$, Ом	$\underline{Z}_{л2}$, Ом	$\underline{Z}_{л0}$, Ом	$\underline{Z}_{н1}$, Ом	$\underline{Z}_{н2}$, Ом	$\underline{Z}_{н0}$, Ом
1	к.з. фазы В на землю		$j20$	$j15$	$j5$	$5+j3$	$3+j2$	$1+j1$	$25+j10$	$30+j20$	$10+j5$
2	к.з. фазы С на землю		$j22$	$j17$	$j7$	$7+j3$	$5+j2$	$2+j1$	$30+j20$	$45+j30$	$15+j10$
3	к.з. фаз А и В на землю		$j24$	$j19$	$j9$	$5+j5$	$3+j4$	$1+j3$	$40+j30$	$50+j40$	$25+j5$
4	к.з. фаз В и С на землю		$j26$	$j21$	$j11$	$7+j6$	$5+j4$	$3+j3$	$55+j40$	$60+j50$	$25+j20$
5	к.з. фаз А и С на землю		$j28$	$j23$	$j13$	$9+j6$	$7+j4$	$5+j3$	$40+j50$	$55+j60$	$20+j25$
6	к.з. фаз А и В		$j30$	$j25$	$j15$	$7+j8$	$5+j6$	$3+j5$	$30+j20$	$40+j30$	$20+j10$
7	к.з. фаз В и С		$j32$	$j27$	$j17$	$3+j3$	$2+j2$	$1+j1$	$25+j30$	$30+j40$	$10+j15$
8	к.з. фаз А и С		$j34$	$j29$	$j19$	$4+j3$	$3+j2$	$2+j1$	$10+j20$	$25+j30$	$5+j10$
9	обрыв фазы А		$j36$	$j31$	$j21$	$3+j4$	$2+j3$	$1+j2$	$60+j60$	$70+j80$	$15+j10$
10	обрыв фазы С		$j38$	$j33$	$j23$	$6+j3$	$4+j2$	$3+j1$	$70+j75$	$90+j80$	$15+j15$
11	обрыв фаз А и В		$j40$	$j35$	$j25$	$7+j3$	$5+j2$	$4+j1$	$25+j15$	$35+j30$	$15+j10$
12	обрыв фаз В и С		$j42$	$j37$	$j27$	$6+j4$	$4+j3$	$3+j2$	$35+j25$	$45+j35$	$20+j20$

Продолжение таблицы 1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			\underline{z}_{e1} , Ом	\underline{z}_{e2} , Ом	\underline{z}_{e0} , Ом	$\underline{z}_{л1}$, Ом	$\underline{z}_{л2}$, Ом	$\underline{z}_{л0}$, Ом	$\underline{z}_{н1}$, Ом	$\underline{z}_{н2}$, Ом	$\underline{z}_{н0}$, Ом
13	обрыв фаз А и С		$j44$	$j41$	$j31$	$5+j3$	$3+j2$	$1+j1$	$20+j10$	$30+j20$	$10+j5$
14	к.з. фазы А на землю		$j46$	$j43$	$j33$	$7+j3$	$5+j2$	$2+j1$	$30+j20$	$40+j30$	$15+j10$
15	к.з. фазы В на землю		$j48$	$j45$	$j35$	$5+j5$	$3+j4$	$1+j3$	$40+j30$	$50+j40$	$20+j5$
16	к.з. фазы С на землю		$j50$	$j47$	$j37$	$7+j6$	$5+j4$	$3+j3$	$50+j40$	$60+j50$	$25+j20$
17	к.з. фаз А и В на землю		$j52$	$j49$	$j39$	$9+j6$	$7+j4$	$5+j3$	$40+j50$	$50+j60$	$20+j25$
18	к.з. фаз В и С на землю		$j54$	$j51$	$j41$	$7+j8$	$5+j6$	$3+j5$	$30+j20$	$40+j30$	$15+j10$
19	к.з. фаз А и С на землю		$j56$	$j53$	$j43$	$3+j3$	$2+j2$	$1+j1$	$20+j30$	$30+j40$	$10+j15$
20	к.з. фаз А и В		$j58$	$j55$	$j45$	$4+j3$	$3+j2$	$2+j1$	$10+j20$	$20+j30$	$5+j10$
21	к.з. фаз В и С		$j60$	$j57$	$j47$	$3+j4$	$2+j3$	$1+j2$	$60+j60$	$70+j80$	$10+j10$
22	к.з. фаз А и С		$j62$	$j59$	$j49$	$6+j3$	$4+j2$	$3+j1$	$70+j70$	$90+j80$	$15+j15$
23	обрыв фазы А		$j64$	$j61$	$j51$	$7+j3$	$5+j2$	$4+j1$	$25+j15$	$35+j25$	$15+j10$
24	обрыв фазы В		$j66$	$j63$	$j53$	$6+j4$	$4+j3$	$3+j2$	$35+j25$	$45+j35$	$20+j15$
25	обрыв фазы С		$j68$	$j65$	$j55$	$5+j3$	$3+j2$	$1+j1$	$45+j35$	$55+j45$	$25+j10$

Окончание таблицы 1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			$\underline{z}_{\varepsilon 1},$ Ом	$\underline{z}_{\varepsilon 2},$ Ом	$\underline{z}_{\varepsilon 0},$ Ом	$\underline{z}_{\lambda 1},$ Ом	$\underline{z}_{\lambda 2},$ Ом	$\underline{z}_{\lambda 0},$ Ом	$\underline{z}_{n1},$ Ом	$\underline{z}_{n2},$ Ом	$\underline{z}_{n0},$ Ом
26	к.з. фазы А на землю	\triangle	$j70$	$j67$	$j57$	$5+j3$	$3+j2$	$1+j1$	$40+j20$	$50+j30$	$25+j10$
27	к.з. фазы В на землю	\triangle	$j72$	$j69$	$j59$	$7+j3$	$5+j2$	$2+j1$	$20+j40$	$30+j50$	$10+j25$
28	к.з. фазы С на землю	\triangle	$j74$	$j71$	$j61$	$5+j5$	$3+j4$	$1+j3$	$20+j20$	$30+j30$	$15+j10$
29	к.з. фаз А и В на землю	\triangle	$j76$	$j73$	$j63$	$7+j6$	$5+j4$	$3+j3$	$60+j70$	$70+j90$	$10+j20$
30	к.з. фаз В и С на землю	\triangle	$j78$	$j75$	$j65$	$9+j6$	$7+j4$	$5+j3$	$80+j70$	$90+j80$	$25+j15$

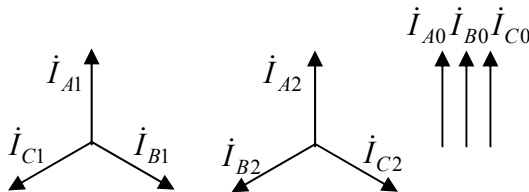
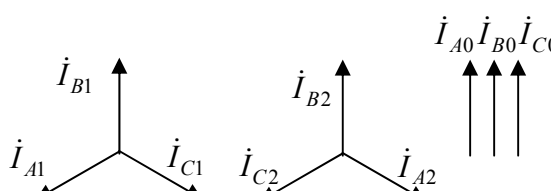
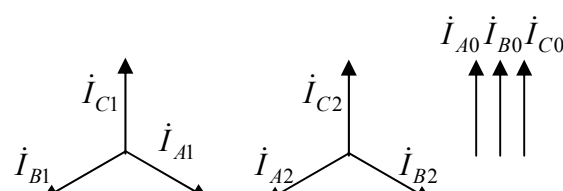
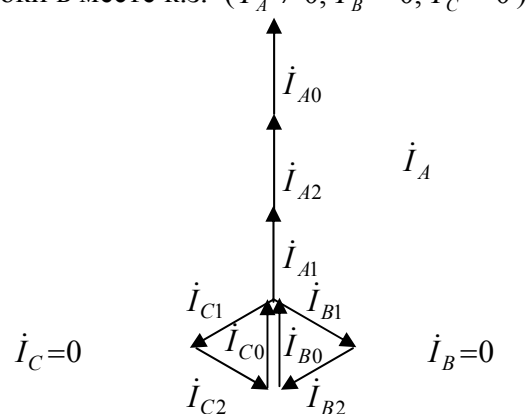
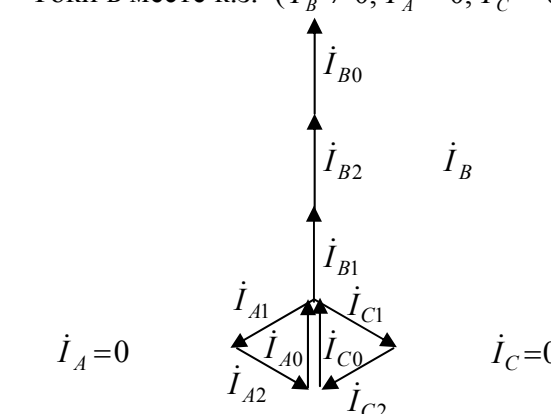
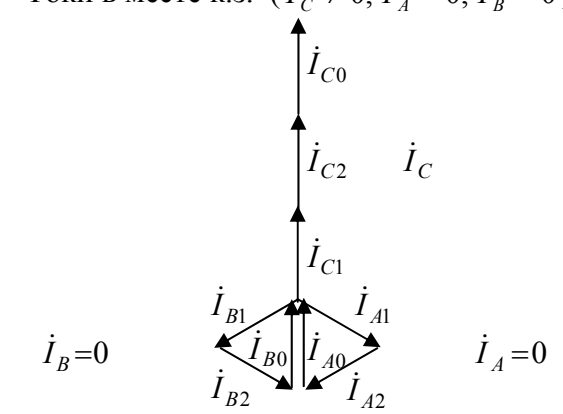
Таблица 2

	1 группа	2 группа	3 группа	4 группа	5 группа	6 группа	7 группа	8 группа	9 группа	10 группа
$E_{\varphi\varepsilon}, \text{ В}$	127	220	380	660	127	220	380	660	220	380
$\underline{Z}_N = R_N, \text{ Ом}$	5	7	9	10	12	14	15	16	18	20

Приложение А (обязательное)

Основные соотношения для симметричных составляющих и примерные векторные диаграммы

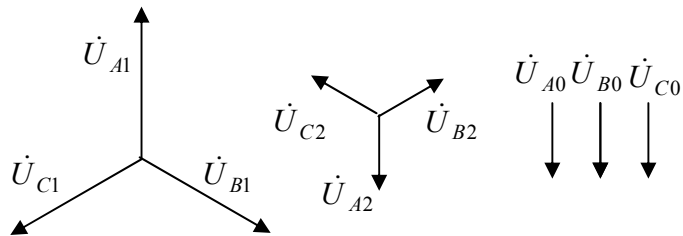
1) Однофазное короткое замыкание

к.з. фазы А ($\dot{U}_A = 0; \dot{I}_B = 0; \dot{I}_C = 0$)	к.з. фазы В ($\dot{U}_B = 0; \dot{I}_A = 0; \dot{I}_C = 0$)	к.з. фазы С ($\dot{U}_C = 0; \dot{I}_A = 0; \dot{I}_B = 0$)
<p style="text-align: center;">Симметричные составляющие токов</p> $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0$ 	<p style="text-align: center;">Симметричные составляющие токов</p> $\dot{I}_1 = a\dot{I}_0 \quad \dot{I}_2 = a^2\dot{I}_0$ $ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0 $ 	<p style="text-align: center;">Симметричные составляющие токов</p> $\dot{I}_1 = a^2\dot{I}_0 \quad \dot{I}_2 = a\dot{I}_0$ $ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0 $ 
<p style="text-align: center;">Токи в месте к.з. ($\dot{I}_A \neq 0; \dot{I}_B = 0; \dot{I}_C = 0$)</p> 	<p style="text-align: center;">Токи в месте к.з. ($\dot{I}_B \neq 0; \dot{I}_A = 0; \dot{I}_C = 0$)</p> 	<p style="text-align: center;">Токи в месте к.з. ($\dot{I}_C \neq 0; \dot{I}_A = 0; \dot{I}_B = 0$)</p> 

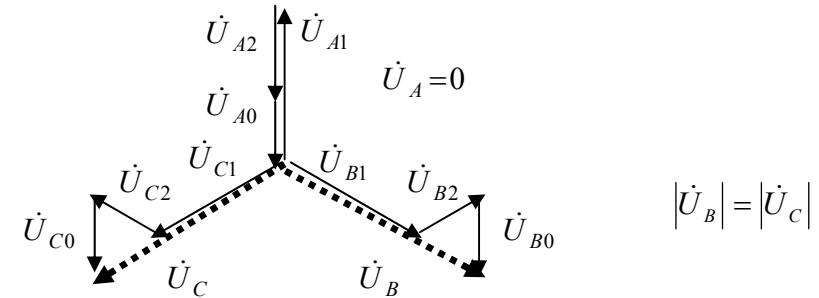
Векторную диаграмму напряжений сложно изобразить однозначно, т.к симметричные составляющие напряжения зависят от сопротивлений прямой, обратной и нулевой последовательностей $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \underline{z}_0$. Ниже приведены варианты примерных векторных диаграмм для случая к.з. фазы А. Граничным условием для построения векторной диаграммы напряжений является равенство нулю напряжения \dot{U}_A

Пример 1 (частный случай)

Симметричные составляющие напряжений



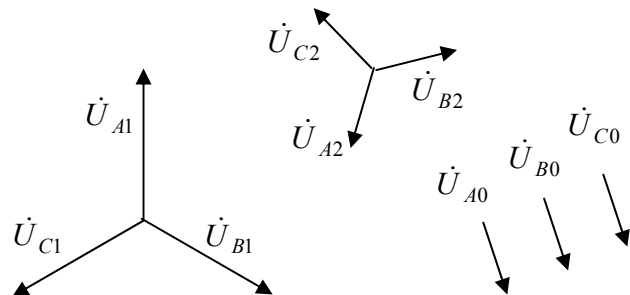
Напряжения в месте к.з. ($\dot{U}_A = 0; \dot{U}_B \neq 0; \dot{U}_C \neq 0$)



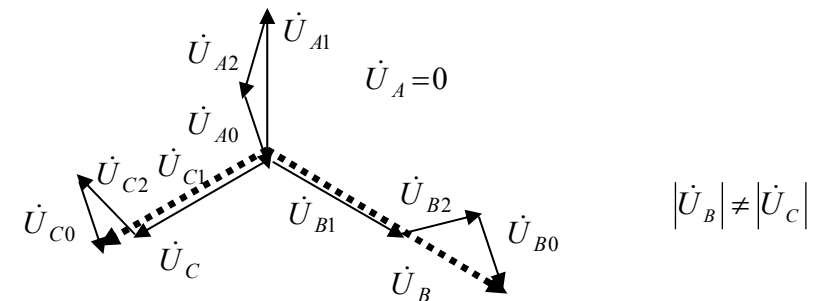
Подобная векторная диаграмма получается в ряде частных случаев, например, если сопротивления $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \underline{z}_0, \underline{z}_N$ чисто индуктивные или чисто активные.

Пример 2 (общий случай)

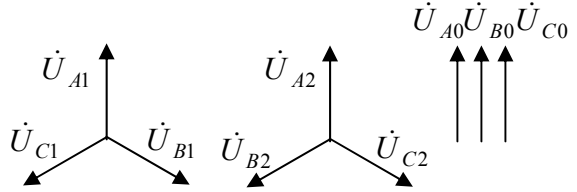
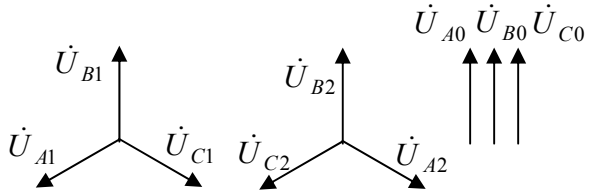
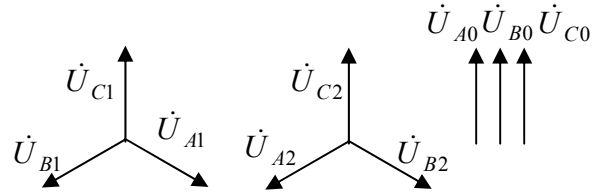
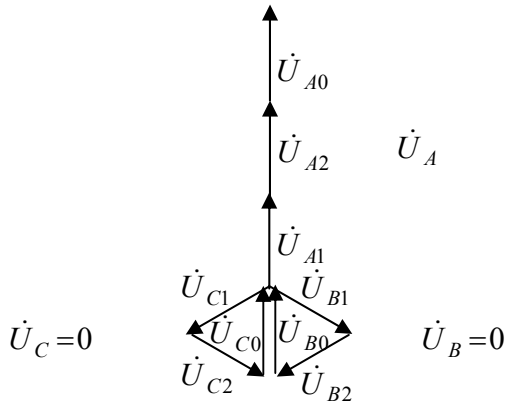
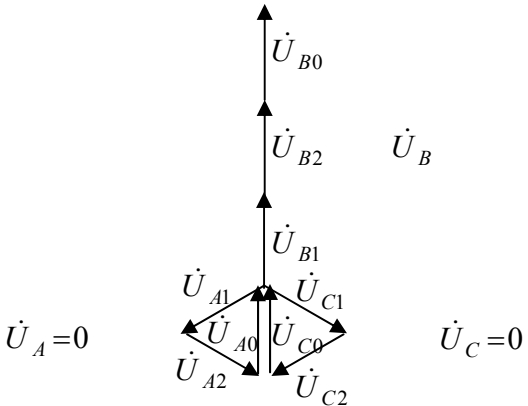
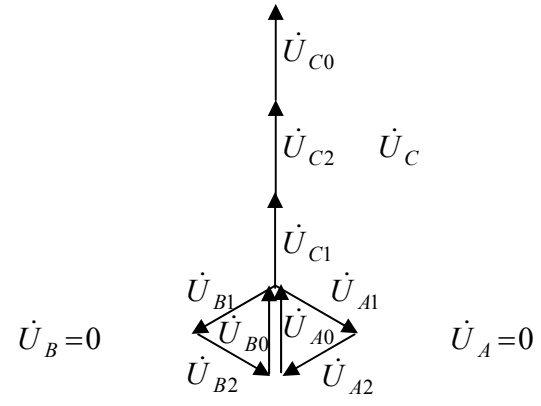
Симметричные составляющие напряжений



Напряжения в месте к.з. ($\dot{U}_A = 0; \dot{U}_B \neq 0; \dot{U}_C \neq 0$)



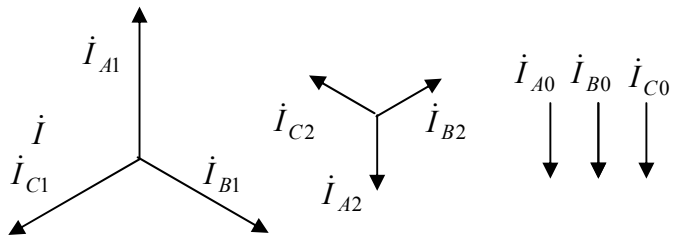
2) Двухфазное короткое замыкание на землю

<p>к.з. фаз В и С на землю $(I_A = 0; \dot{U}_B = 0; \dot{U}_C = 0)$</p>	<p>к.з. фаз А и С на землю $(I_B = 0; \dot{U}_A = 0; \dot{U}_C = 0)$</p>	<p>к.з. фаз А и В на землю $(I_C = 0; \dot{U}_A = 0; \dot{U}_B = 0)$</p>
<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_0$ 	<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = a\dot{U}_0 \quad \dot{U}_2 = a^2\dot{U}_0$ $ \dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_0 $ 	<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = a^2\dot{U}_0 \quad \dot{U}_2 = a\dot{U}_0$ $ \dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_0 $ 
<p>Напряжения в месте к.з.</p> $(\dot{U}_A \neq 0; \dot{U}_B = 0; \dot{U}_C = 0)$ 	<p>Напряжения в месте к.з.</p> $(\dot{U}_B \neq 0; \dot{U}_A = 0; \dot{U}_C = 0)$ 	<p>Напряжения в месте к.з.</p> $(\dot{U}_C \neq 0; \dot{U}_A = 0; \dot{U}_B = 0)$ 

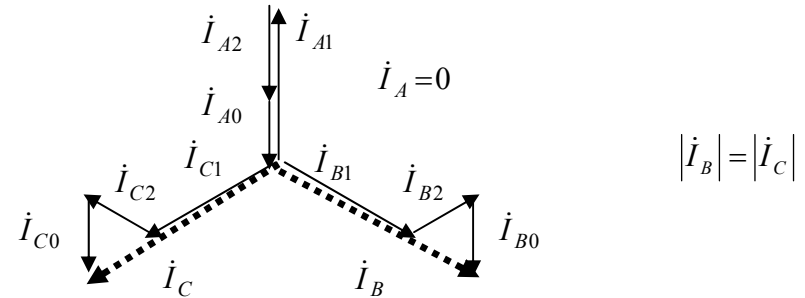
Векторную диаграмму токов сложно изобразить однозначно, т.к симметричные составляющие токов зависят от сопротивлений прямой, обратной и нулевой последовательностей z_1, z_2, z_0 . Ниже приведены варианты примерных векторных диаграмм токов для случая к.з. фаз В и С на землю. Граничным условием для построения векторной диаграммы токов является равенство нулю тока I_A

Пример 1 (частный случай)

Симметричные составляющие токов



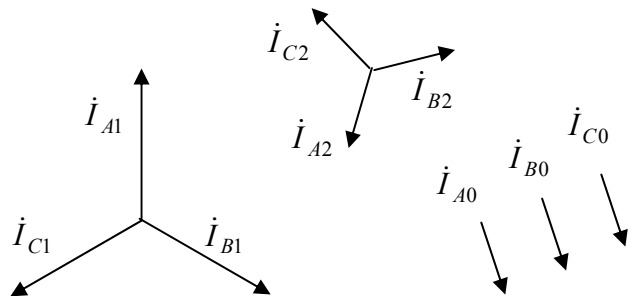
Токи в месте к.з. ($I_A = 0; I_B \neq 0; I_C \neq 0$)



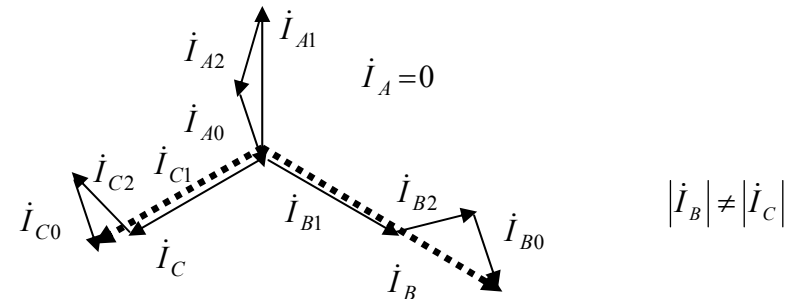
Подобная векторная диаграмма получается в ряде частных случаев, например, если сопротивления z_1, z_2, z_0, z_N чисто индуктивные или чисто активные.

Пример 2 (общий случай)

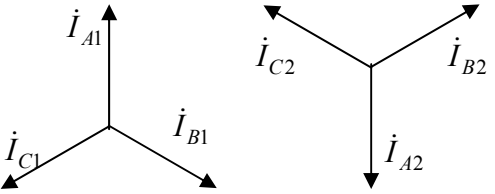
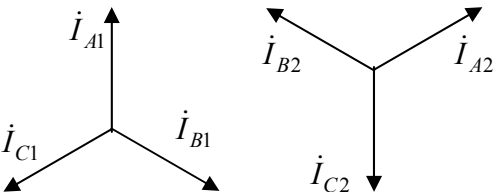
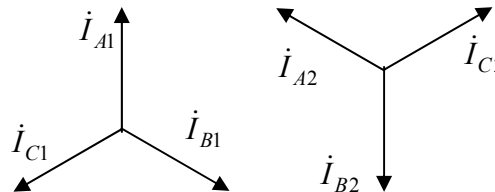
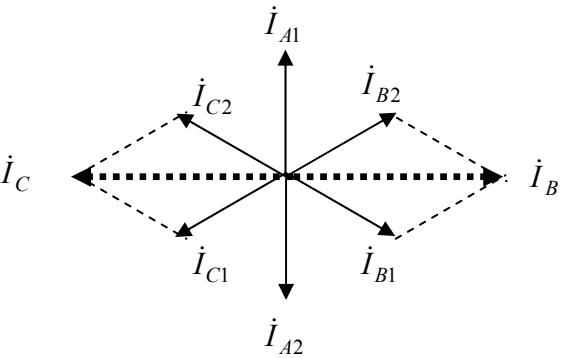
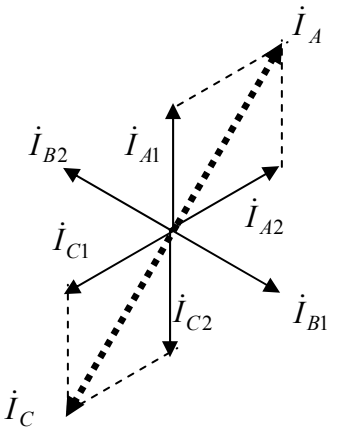
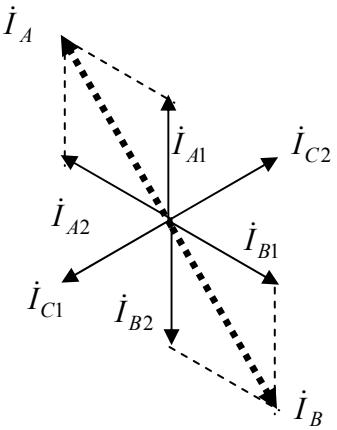
Симметричные составляющие токов

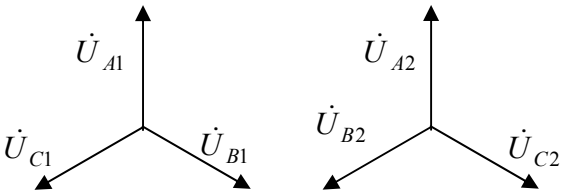
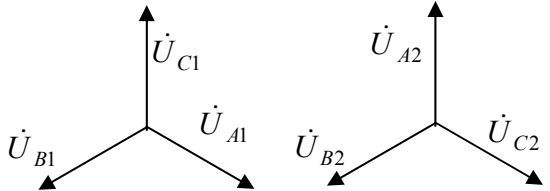
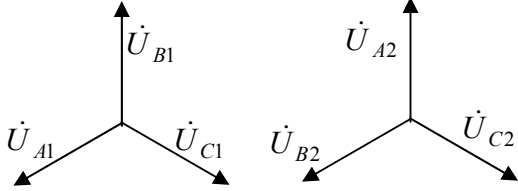
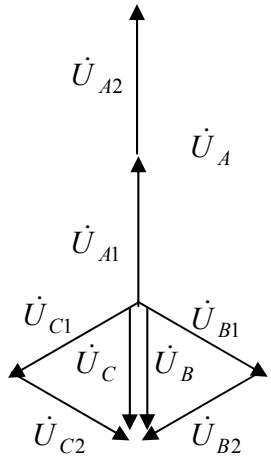
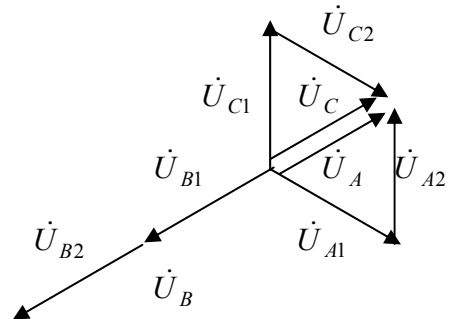
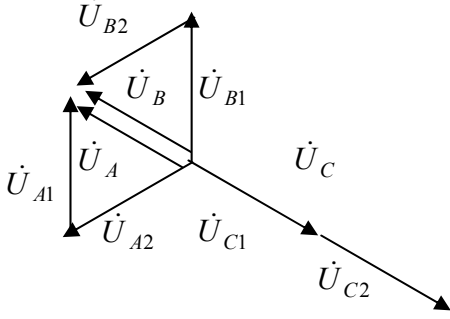


Токи в месте к.з. ($I_A = 0; I_B \neq 0; I_C \neq 0$)

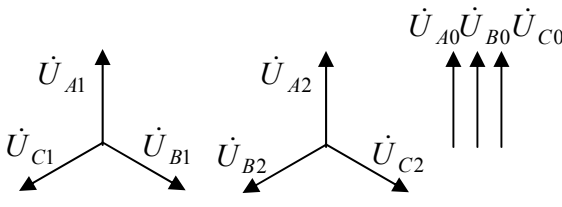
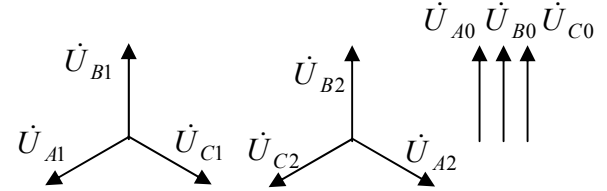
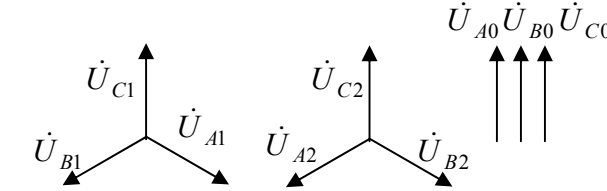
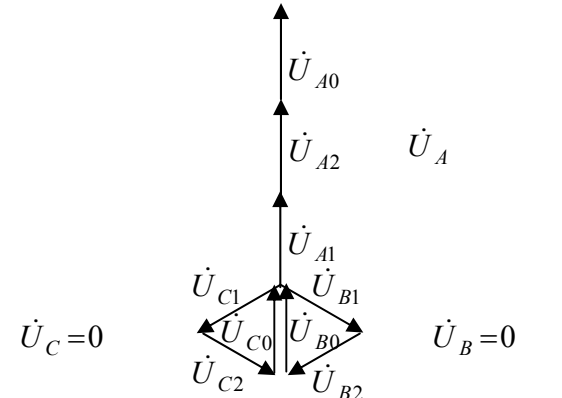
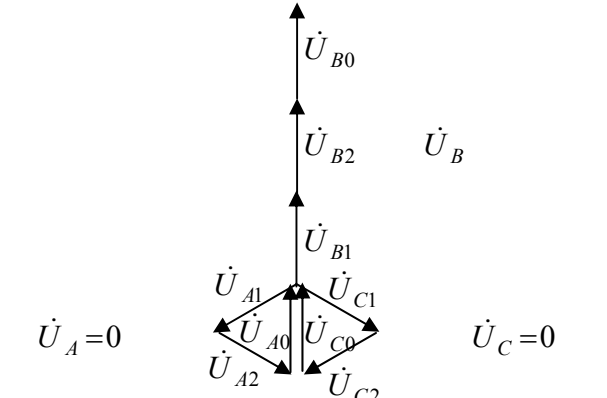
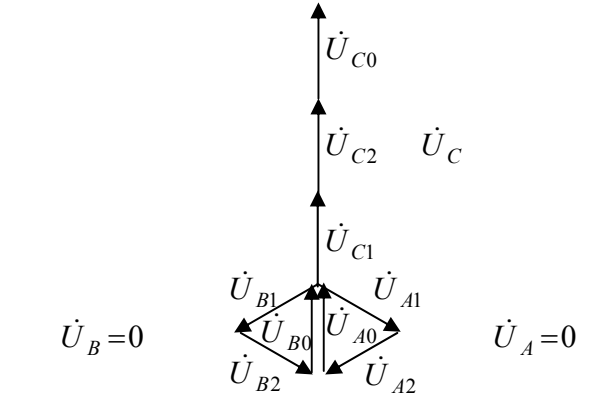


3) Двухфазное короткое замыкание

<p align="center">к.з. фаз В и С</p> <p align="center">$(\dot{I}_A = 0; \dot{U}_B = \dot{U}_C; \dot{I}_B = -\dot{I}_C)$</p>	<p align="center">к.з. фаз А и С</p> <p align="center">$(\dot{I}_B = 0; \dot{U}_A = \dot{U}_C; \dot{I}_A = -\dot{I}_C)$</p>	<p align="center">к.з. фаз А и В</p> <p align="center">$(\dot{I}_C = 0; \dot{U}_A = \dot{U}_B; \dot{I}_A = -\dot{I}_B)$</p>
<p>Симметричные составляющие токов</p> <p align="center">$\dot{I}_0 = 0 \qquad \dot{I}_2 = -\dot{I}_1$</p> 	<p>Симметричные составляющие токов</p> <p align="center">$\dot{I}_0 = 0 \qquad \dot{I}_2 = -a\dot{I}_1$</p> <p align="center">$\dot{I}_2 = \dot{I}_1$</p> 	<p>Симметричные составляющие токов</p> <p align="center">$\dot{I}_0 = 0 \qquad \dot{I}_2 = -a^2\dot{I}_1$</p> <p align="center">$\dot{I}_2 = \dot{I}_1$</p> 
<p>Токи в месте к.з. $(\dot{I}_A = 0; \dot{I}_B = -\dot{I}_C)$</p> 	<p>Токи в месте к.з. $(\dot{I}_B = 0; \dot{I}_A = -\dot{I}_C)$</p> 	<p>Токи в месте к.з. $(\dot{I}_C = 0; \dot{I}_A = -\dot{I}_B)$</p> 

<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = \dot{U}_2$ 	<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = a^2 \dot{U}_2$ $ \dot{U}_1 = \dot{U}_2 $ 	<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = a \dot{U}_2$ $ \dot{U}_1 = \dot{U}_2 $ 
<p>Напряжения в месте к.з. ($\dot{U}_A \neq 0; \dot{U}_B = \dot{U}_C$)</p>  $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$ $\dot{U}_0 = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 0$	<p>Напряжения в месте к.з. ($\dot{U}_B \neq 0; \dot{U}_A = \dot{U}_C$)</p>  $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$ $\dot{U}_0 = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 0$	<p>Напряжения в месте к.з. ($\dot{U}_C \neq 0; \dot{U}_A = \dot{U}_B$)</p>  $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$ $\dot{U}_0 = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 0$

4) Обрыв одной фазы

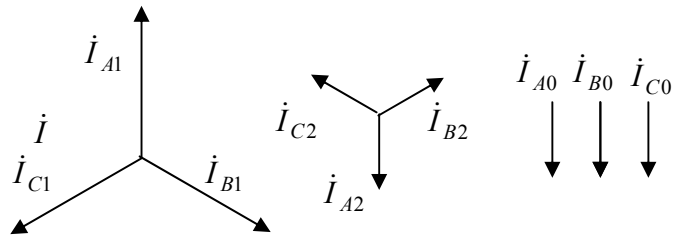
обрыв фазы А ($\dot{I}_A = 0; \dot{U}_B = 0; \dot{U}_C = 0$)	обрыв фазы В ($\dot{I}_B = 0; \dot{U}_A = 0; \dot{U}_C = 0$)	обрыв фазы С ($\dot{I}_C = 0; \dot{U}_A = 0; \dot{U}_B = 0$)
<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_0$ 	<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = a\dot{U}_0 \quad \dot{U}_2 = a^2\dot{U}_0$ $ \dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_0 $ 	<p>Симметричные составляющие напряжений</p> $\dot{U}_1 = a^2\dot{U}_0 \quad \dot{U}_2 = a\dot{U}_0$ $ \dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_0 $ 
<p>Напряжения в месте к.з.</p> $(\dot{U}_A \neq 0; \dot{U}_B = 0; \dot{U}_C = 0)$ 	<p>Напряжения в месте к.з.</p> $(\dot{U}_B \neq 0; \dot{U}_A = 0; \dot{U}_C = 0)$ 	<p>Напряжения в месте к.з.</p> $(\dot{U}_C \neq 0; \dot{U}_A = 0; \dot{U}_B = 0)$ 

Векторную диаграмму токов сложно изобразить однозначно, т.к. симметричные составляющие токов зависят от сопротивлений прямой, обратной и нулевой последовательностей z_1, z_2, z_0 . Ниже приведены варианты примерных векторных диаграмм токов для случая обрыва фазы А. Граничным условием для построения векторной диаграммы токов является равенство нулю тока \dot{I}_A .

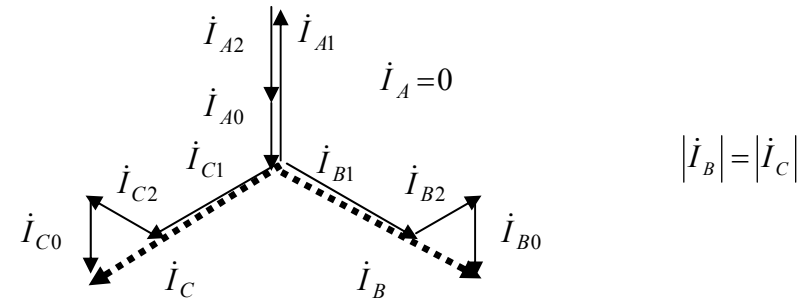
Векторная диаграмма токов (для схемы с заземленной нейтралью), $\dot{I}_0 \neq 0$

Пример 1 (частный случай)

Симметричные составляющие токов



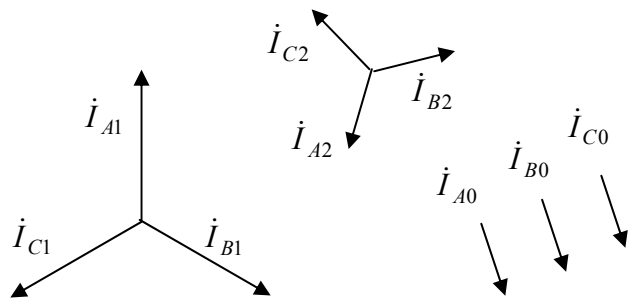
Токи в месте к.з. ($\dot{I}_A = 0; \dot{I}_B \neq 0; \dot{I}_C \neq 0$)



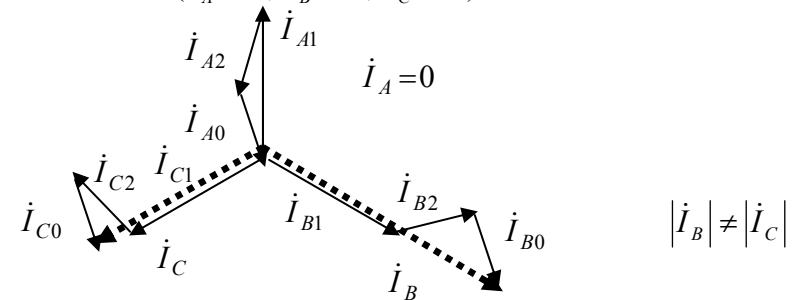
Подобная векторная диаграмма получается в ряде частных случаев, например, если сопротивления z_1, z_2, z_0, z_N чисто индуктивные или чисто активные.

Пример 2 (общий случай)

Симметричные составляющие токов

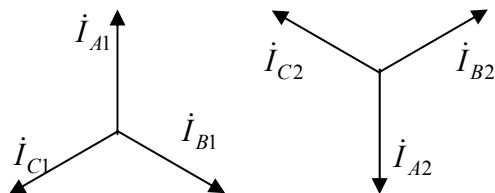


Токи в месте к.з. ($\dot{I}_A = 0; \dot{I}_B \neq 0; \dot{I}_C \neq 0$)

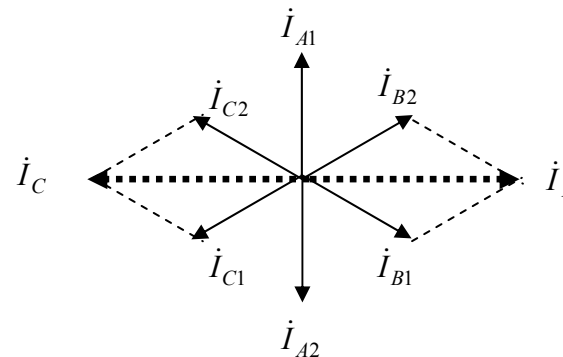


Векторная диаграмма токов (для схемы с изолированной нейтрью), $\dot{I}_0 = 0$

Симметричные составляющие токов $\dot{I}_0 = 0, \dot{I}_1 = -\dot{I}_2$

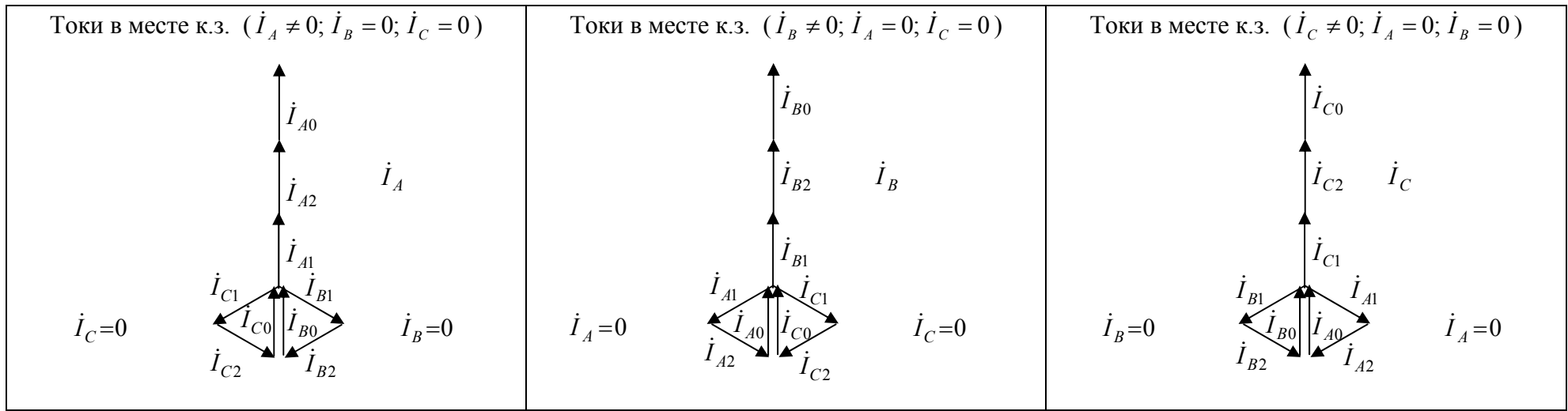


Токи в месте к.з. ($\dot{I}_A = 0; \dot{I}_B = -\dot{I}_C$)



5) Обрыв двух фаз (для схемы с заземленной нейтрью)

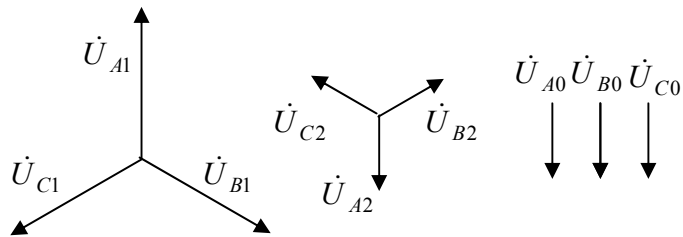
обрыв фаз В и С ($\dot{U}_A = 0; \dot{I}_B = 0; \dot{I}_C = 0$)	обрыв фаз А и С ($\dot{U}_B = 0; \dot{I}_A = 0; \dot{I}_C = 0$)	обрыв фаз А и В ($\dot{U}_C = 0; \dot{I}_A = 0; \dot{I}_B = 0$)
<p>Симметричные составляющие токов</p> $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0$	<p>Симметричные составляющие токов</p> $\dot{I}_1 = a\dot{I}_0 \quad \dot{I}_2 = a^2\dot{I}_0$ $ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0 $	<p>Симметричные составляющие токов</p> $\dot{I}_1 = a^2\dot{I}_0 \quad \dot{I}_2 = a\dot{I}_0$ $ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0 $



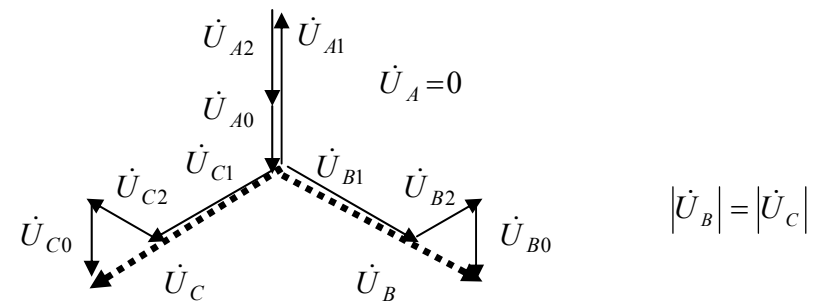
Векторную диаграмму напряжений сложно изобразить однозначно, т.к. симметричные составляющие напряжения зависят от сопротивлений прямой, обратной и нулевой последовательностей $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \underline{z}_0$. Ниже приведены варианты примерной векторной диаграмм для случая обрыва фазы А. Граничным условием для построения векторной диаграммы напряжений является равенство нулю напряжения \dot{U}_A

Пример 1 (частный случай)

Симметричные составляющие напряжений



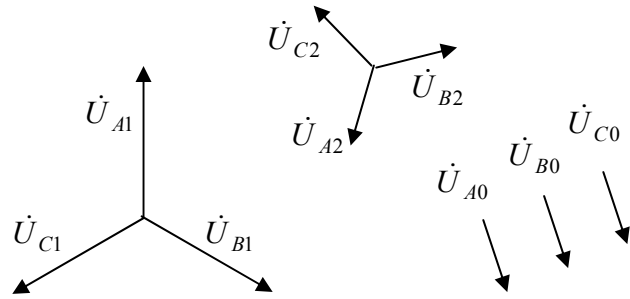
Напряжения в месте к.з. ($\dot{U}_A = 0; \dot{U}_B \neq 0; \dot{U}_C \neq 0$)



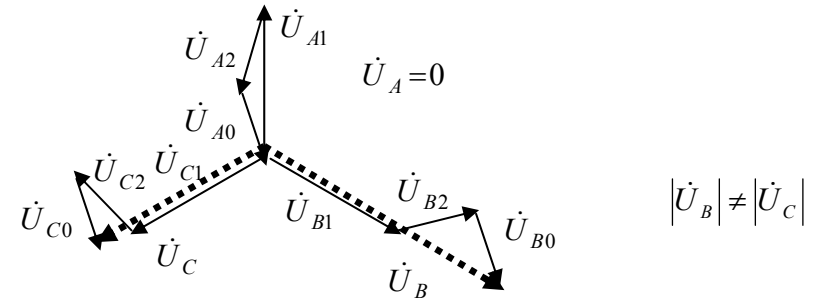
Подобная векторная диаграмма получается в ряде частных случаев, например, если сопротивления $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \underline{z}_0, \underline{z}_N$ чисто индуктивные или чисто активные.

Пример 2 (общий случай)

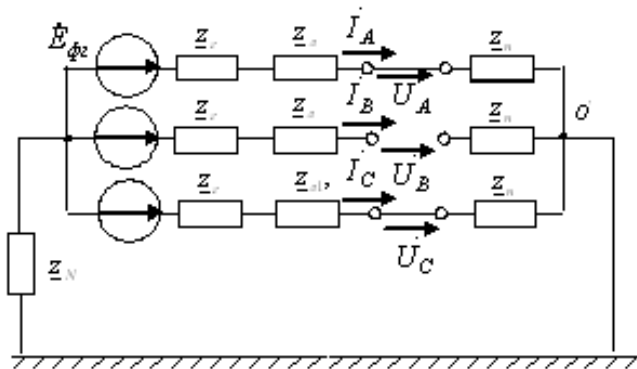
Симметричные составляющие напряжений



Напряжения в месте к.з. ($\dot{U}_A = 0; \dot{U}_B \neq 0; \dot{U}_C \neq 0$)



Приложение Б (обязательное)



В трёхфазной цепи произошел обрыв фазы В. Требуется найти токи и напряжения в месте обрыва. Построить векторные диаграммы токов и напряжений в месте обрыва.

Исходные данные:

$$E_{\Phi 2} := 120$$

$$Z_{\Sigma 1} := 3 + i \quad Z_{\Sigma 2} := 3 + i \quad Z_{\Sigma 0} := 2 + i$$

$$Z_{r1} := 5 + i \cdot 2 \quad Z_{r2} := 3 + i \cdot 3 \quad Z_{r0} := 3 + i \cdot 2$$

$$Z_{n1} := 5 + i \cdot 7 \quad Z_{n2} := 4 + i \cdot 2 \quad Z_{n0} := 2 + i \cdot 2$$

$$Z_n := 5$$

$$a := e^{120 \cdot \text{deg} \cdot i}$$

Решение:

Составим схемы замещения и преобразуем их к простейшему виду:

Схема прямой последовательности:

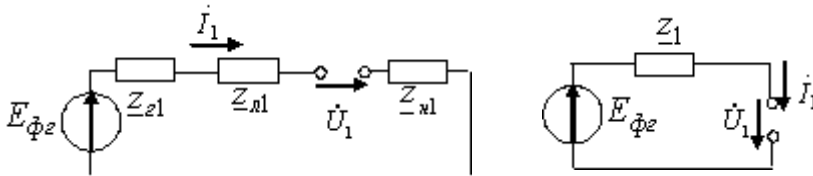


Схема обратной последовательности:

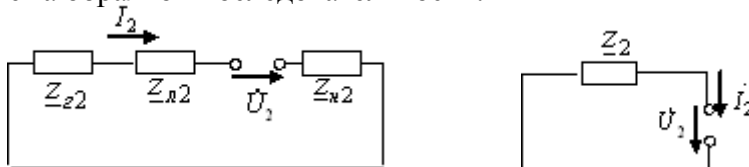
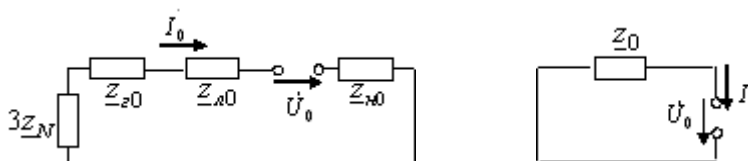


Схема нулевой последовательности:



Рассчитаем эквивалентные сопротивления:

$$Z1 := Zr1 + Zl1 + Zn1 \quad Z1 = 13 + 10i$$

$$Z2 := Zr2 + Zl2 + Zn2 \quad Z2 = 10 + 6i$$

$$Z0 := Zr0 + Zl0 + 3Zn + Zn0 \quad Z0 = 22 + 5i$$

Составим систему шести уравнений: три по законам Кирхгофа, три по условию в месте обрыва.: ($U_A=0, I_B=0, U_C=0$)

$$Z1 \cdot I1 + U1 = E_{фг}$$

$$Z2 \cdot I2 + U2 = 0$$

$$Z0 \cdot I0 + U0 = 0$$

$$U1 + U2 + U0 = 0$$

$$a^2 \cdot I1 + a \cdot I2 + I0 = 0$$

$$a \cdot U1 + a^2 \cdot U2 + U0 = 0$$

Решим систему

ORIGIN:= 1

Матрица коэффициентов

$$A := \begin{pmatrix} Z1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a^2 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица свободных членов

$$B := \begin{pmatrix} E_{фг} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$IU := A^{-1} \cdot B$$

$$IU = \begin{pmatrix} 4.163 - 2.752i \\ -0.557 - 3.28i \\ 1.346 + 1.071i \\ 38.36 - 5.851i \\ -14.113 + 36.146i \\ -24.247 - 30.295i \end{pmatrix}$$

Симметричные составляющие токов и напряжений в месте короткого замыкания:

$$I1 := IU_1 \quad I1 = 4.163 - 2.752i \quad |I1| = 4.99 \quad \arg(I1) = -33.47 \text{ deg}$$

$$I2 := IU_2 \quad I2 = -0.557 - 3.28i \quad |I2| = 3.327 \quad \arg(I2) = -99.636 \text{ deg}$$

$$I0 := IU_3 \quad I0 = 1.346 + 1.071i \quad |I0| = 1.72 \quad \arg(I0) = 38.524 \text{ deg}$$

$$\begin{array}{llll}
U_1 := IU_4 & U_1 = 38.36 - 5.851i & |U_1| = 38.803 & \arg(U_1) = -8.672 \text{ deg} \\
U_2 := IU_5 & U_2 = -14.113 + 36.146i & |U_2| = 38.803 & \arg(U_2) = 111.328 \text{ deg} \\
U_0 := IU_6 & U_0 = -24.247 - 30.295i & |U_0| = 38.803 & \arg(U_0) = -128.672 \text{ deg}
\end{array}$$

Определим токи и напряжения в месте несимметрии с помощью матрицы Фортескью

$$\mathbf{F} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}_s := \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{U}_s := \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_0 \end{pmatrix}$$

Токи в месте обрыва:

$$\mathbf{I}_\phi := \mathbf{F} \cdot \mathbf{I}_s \quad \mathbf{I}_\phi = \begin{pmatrix} 4.952 - 4.961i \\ 0 \\ -0.915 + 8.175i \end{pmatrix}$$

$$I_A := I_{\phi_1} \quad |I_A| = 7.01 \quad \arg(I_A) = -45.057 \text{ deg}$$

$$I_B := I_{\phi_2} \quad |I_B| = 0$$

$$I_C := I_{\phi_3} \quad |I_C| = 8.226 \quad \arg(I_C) = 96.385 \text{ deg}$$

Напряжения в месте обрыва

$$\mathbf{U}_{об} := \mathbf{F} \cdot \mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_{об} = \begin{pmatrix} 3.553 \times 10^{-15} + 3.553i \times 10^{-15} \\ -72.74 - 90.885i \\ -7.105 \times 10^{-15} \end{pmatrix}$$

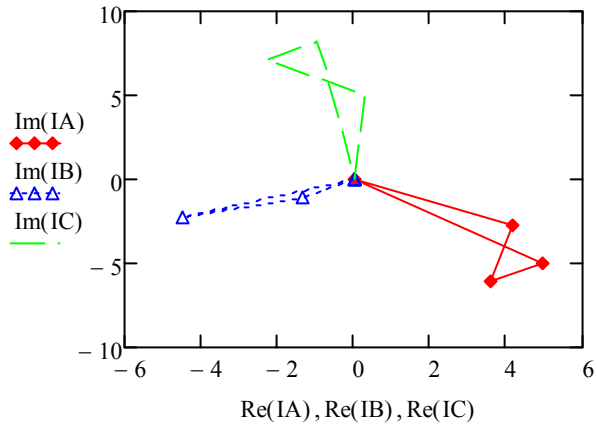
$$U_A := U_{об_1} \quad |U_A| = 5.024 \times 10^{-15}$$

$$U_B := U_{об_2} \quad |U_B| = 116.409 \quad \arg(U_B) = -128.672 \text{ deg}$$

$$U_C := U_{об_3} \quad |U_C| = 7.105 \times 10^{-15}$$

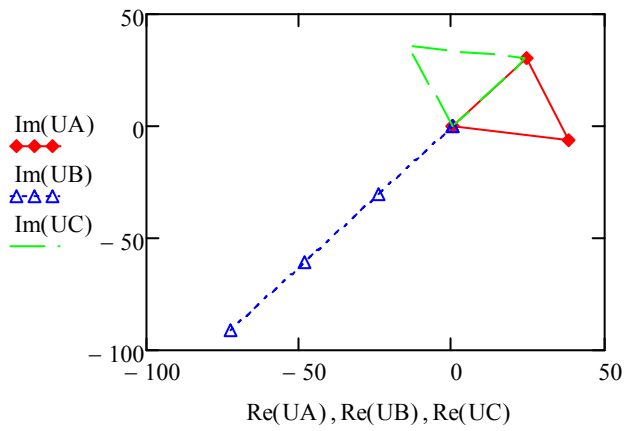
Векторная диаграмма токов в месте обрыва

$$\mathbf{I}_A := \begin{pmatrix} 0 \\ I_1 \\ I_1 + I_2 \\ I_1 + I_2 + I_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}_B := \begin{pmatrix} 0 \\ a^2 \cdot I_1 \\ a^2 \cdot I_1 + a \cdot I_2 \\ a^2 \cdot I_1 + a \cdot I_2 + I_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}_C := \begin{pmatrix} 0 \\ a \cdot I_1 \\ a \cdot I_1 + a^2 \cdot I_2 \\ a \cdot I_1 + a^2 \cdot I_2 + I_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

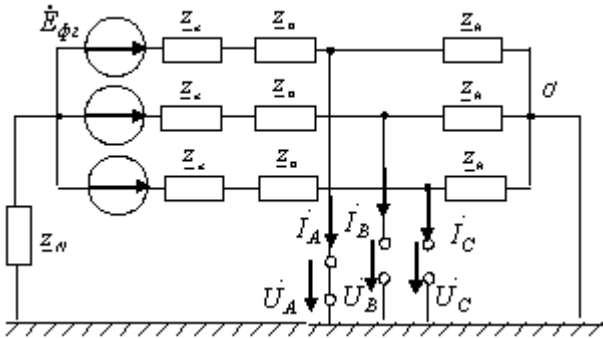


Векторная диаграмма напряжений в месте к.з.

$$\underline{U}_A := \begin{pmatrix} 0 \\ U_1 \\ U_1 + U_2 \\ U_1 + U_2 + U_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{U}_B := \begin{pmatrix} 0 \\ a^2 \cdot U_1 \\ a^2 \cdot U_1 + a \cdot U_2 \\ a^2 \cdot U_1 + a \cdot U_2 + U_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{U}_C := \begin{pmatrix} 0 \\ a \cdot U_1 \\ a \cdot U_1 + a^2 \cdot U_2 \\ a \cdot U_1 + a^2 \cdot U_2 + U_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Приложение В (обязательное)



В трёхфазной цепи произошло короткое замыкание фазы А. Требуется найти токи и напряжения - в месте короткого замыкания; - в генераторе; - в нагрузке. Построить векторные диаграммы токов и напряжений в месте короткого замыкания.

Исходные данные:

$$E_{\phi 2} := 120$$

$$Z_{\Sigma 1} := 3 + i \cdot 1$$

$$Z_{\Sigma 2} := 3 + i$$

$$Z_{\Sigma 0} := 2 + i \cdot 1$$

$$Z_{r1} := 5 + i \cdot 2$$

$$Z_{r2} := 3 + i \cdot 3$$

$$Z_{r0} := 3 + i \cdot 2$$

$$Z_{N1} := 5 + i \cdot 7$$

$$Z_{N2} := 4 + i \cdot 2$$

$$Z_{N0} := 2 + i \cdot 2$$

$$Z_n := 5$$

$$a := e^{120 \cdot \text{deg} \cdot i}$$

Решение:

Составим схемы замещения и преобразуем их к простейшему виду:

Схема прямой последовательности:

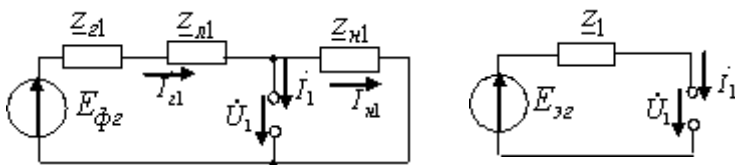


Схема обратной последовательности:

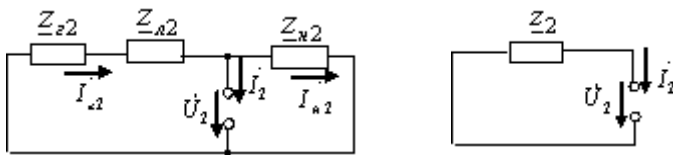
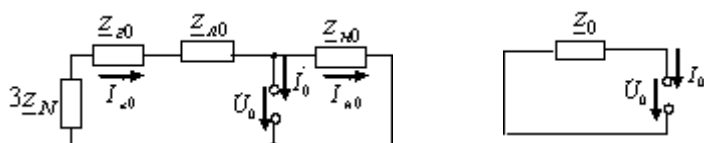


Схема нулевой последовательности:



Рассчитаем эквивалентную ЭДС в схеме прямой последовательности

$$E_{\Sigma 1} := \frac{E_{\text{фг}} \cdot \frac{1}{Z_{r1} + Z_{l1}}}{\frac{1}{Z_{r1} + Z_{l1}} + \frac{1}{Z_{n1}}}$$

$$E_{\Sigma 1} = 60.223 + 18.29i$$

Эквивалентные сопротивления ветвей

$$Z_1 := \frac{(Z_{r1} + Z_{l1}) \cdot Z_{n1}}{Z_{r1} + Z_{l1} + Z_{n1}} \quad Z_1 = 3.558 + 2.725i$$

$$Z_2 := \frac{(Z_{r2} + Z_{l2}) \cdot Z_{n2}}{Z_{r2} + Z_{l2} + Z_{n2}} \quad Z_2 = 2.412 + 1.353i$$

$$Z_0 := \frac{(Z_{r0} + Z_{l0} + 3Z_n) \cdot Z_{n0}}{Z_{r0} + Z_{l0} + 3Z_n + Z_{n0}} \quad Z_0 = 1.921 + 1.654i$$

Составим систему шести уравнений: три по законам Кирхгофа, три по условию в месте к.з.: ($U_A=0, I_B=0, I_C=0$)

$$Z_1 \cdot I_1 + U_1 = E_{\Sigma 1}$$

$$Z_2 \cdot I_2 + U_2 = 0$$

$$Z_0 \cdot I_0 + U_0 = 0$$

$$U_0 + U_1 + U_2 = 0$$

$$a^2 \cdot I_1 + a \cdot I_2 + I_0 = 0$$

$$a \cdot I_1 + a^2 \cdot I_2 + I_0 = 0$$

Решим систему:

ORIGIN:= 1

Матрица коэффициентов

$$A := \begin{pmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & a^2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица свободных членов

$$B := \begin{pmatrix} E_{\Sigma 1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$IU := A^{-1} \cdot B$$

$$IU = \begin{pmatrix} 6.098 - 2.112i \\ 6.098 - 2.112i \\ 6.098 - 2.112i \\ 32.774 + 9.187i \\ -17.564 - 3.157i \\ -15.21 - 6.03i \end{pmatrix}$$

Симметричные составляющие токов в месте короткого замыкания:

$$I1 := IU_1 \quad I1 = 6.098 - 2.112i \quad |I1| = 6.453 \quad \arg(I1) = -19.102\text{deg}$$

$$I2 := IU_2 \quad I2 = 6.098 - 2.112i \quad |I2| = 6.453 \quad \arg(I2) = -19.102\text{deg}$$

$$I0 := IU_3 \quad I0 = 6.098 - 2.112i \quad |I0| = 6.453 \quad \arg(I0) = -19.102\text{deg}$$

$$Is := \begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I0 \end{pmatrix}$$

Симметричные составляющие напряжений в месте короткого замыкания

$$U1 := IU_4 \quad U1 = 32.774 + 9.187i \quad |U1| = 34.037 \quad \arg(U1) = 15.658\text{deg}$$

$$U2 := IU_5 \quad U2 = -17.564 - 3.157i \quad |U2| = 17.846 \quad \arg(U2) = -169.81\text{deg}$$

$$U0 := IU_6 \quad U0 = -15.21 - 6.03i \quad |U0| = 16.362 \quad \arg(U0) = -158.375\text{deg}$$

$$Us := \begin{pmatrix} U1 \\ U2 \\ U0 \end{pmatrix}$$

Определим токи и напряжения в месте короткого замыкания с помощью матрицы Фортескью

$$F := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{pmatrix}$$

Токи в месте короткого замыкания

$$Ik3 := F \cdot Is \quad Ik3 = \begin{pmatrix} 18.294 - 6.335i \\ 1.54 \times 10^{-15} \\ 1.54 \times 10^{-15} \end{pmatrix}$$

$$IA := Ik3_1 \quad |IA| = 19.36 \quad \arg(IA) = -19.102\text{deg}$$

$$IB := Ik3_2 \quad |IB| = 1.813 \times 10^{-15}$$

$$IC := Ik3_3 \quad |IC| = 1.646 \times 10^{-15}$$

Напряжения в месте короткого замыкания

$$Uk3 := F \cdot Us \quad Uk3 = \begin{pmatrix} 5.329 \times 10^{-15} \\ -12.125 - 52.639i \\ -33.505 + 34.55i \end{pmatrix}$$

$$U_A := U_{K3_1} \quad |U_A| = 5.329 \times 10^{-15}$$

$$U_B := U_{K3_2} \quad |U_B| = 54.017 \quad \arg(U_B) = -102.972 \text{deg}$$

$$U_C := U_{K3_3} \quad |U_C| = 48.128 \quad \arg(U_C) = 134.121 \text{deg}$$

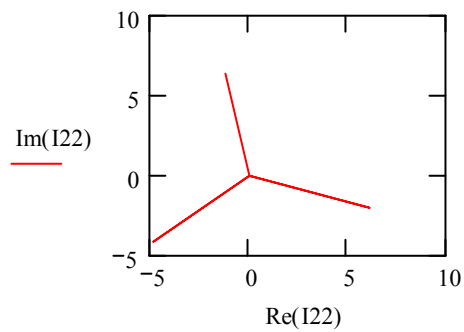
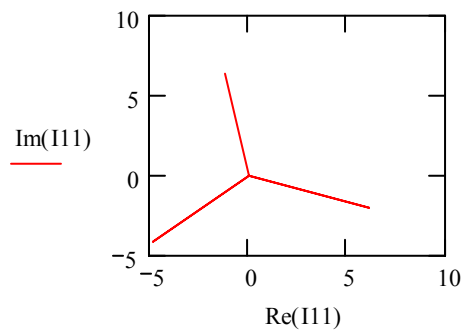
Векторные диаграммы симметричных составляющих токов

Прямая последовательность

Обратная последовательность

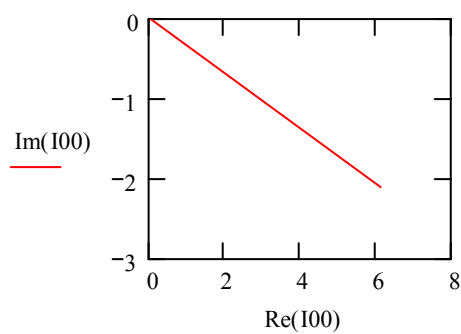
$$I_{11} := \begin{pmatrix} 0 \\ I_1 \\ 0 \\ a^2 \cdot I_1 \\ 0 \\ a \cdot I_1 \end{pmatrix}$$

$$I_{22} := \begin{pmatrix} 0 \\ I_2 \\ 0 \\ a^2 \cdot I_2 \\ 0 \\ a \cdot I_2 \end{pmatrix}$$



Нулевая последовательность

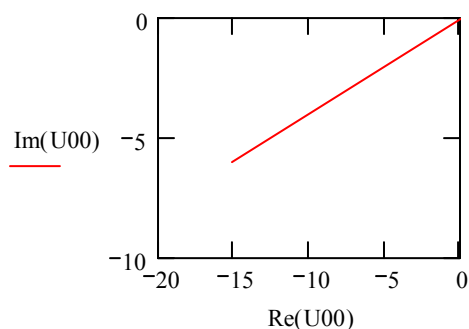
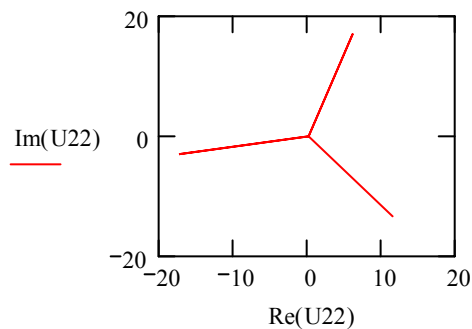
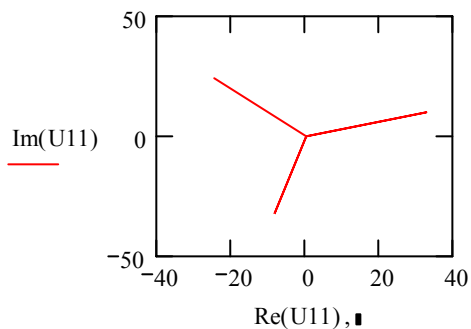
$$I_{00} := \begin{pmatrix} 0 \\ I_0 \\ I_0 \end{pmatrix}$$



$$U_{22} := \begin{pmatrix} 0 \\ U_2 \\ 0 \\ a^2 \cdot U_2 \\ 0 \\ a \cdot U_2 \end{pmatrix}$$

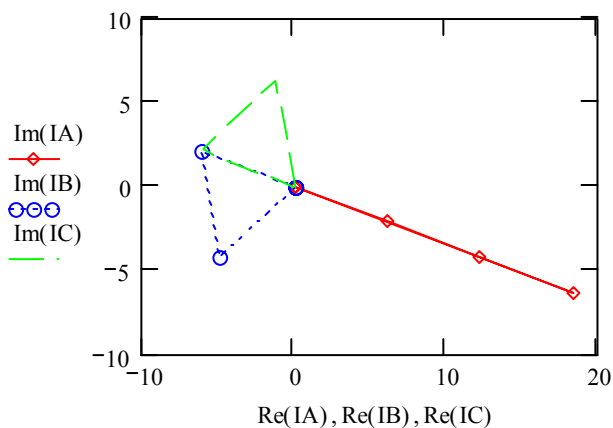
Векторные диаграммы симметричных составляющих
 Прямая последовательность Обратная последовательность Нулевая последовательность

$$U_{11} := \begin{pmatrix} 0 \\ U_1 \\ 0 \\ a^2 \cdot U_1 \\ 0 \\ a \cdot U_1 \end{pmatrix} \quad U_{00} := \begin{pmatrix} 0 \\ U_0 \end{pmatrix}$$



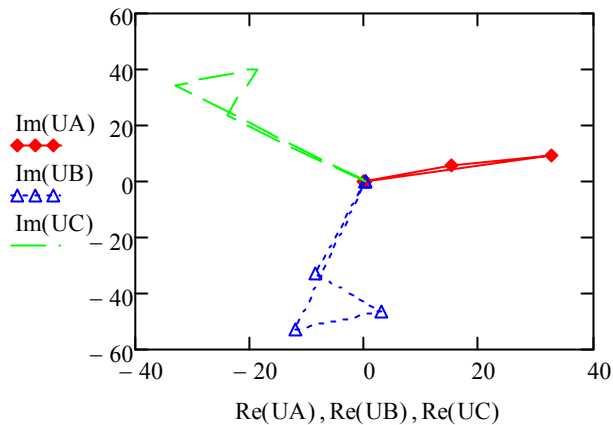
Векторная диаграмма в месте к.з.

$$I_A := \begin{pmatrix} 0 \\ I_1 \\ I_1 + I_2 \\ I_1 + I_2 + I_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad I_B := \begin{pmatrix} 0 \\ a^2 \cdot I_1 \\ a^2 \cdot I_1 + a \cdot I_2 \\ a^2 \cdot I_1 + a \cdot I_2 + I_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad I_C := \begin{pmatrix} 0 \\ a \cdot I_1 \\ a \cdot I_1 + a^2 \cdot I_2 \\ a \cdot I_1 + a^2 \cdot I_2 + I_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Векторная диаграмма напряжений в месте к.з.

$$\underline{U}_A := \begin{pmatrix} 0 \\ U_1 \\ U_1 + U_2 \\ U_1 + U_2 + U_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{U}_B := \begin{pmatrix} 0 \\ a^2 \cdot U_1 \\ a^2 \cdot U_1 + a \cdot U_2 \\ a^2 \cdot U_1 + a \cdot U_2 + U_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{U}_C := \begin{pmatrix} 0 \\ a \cdot U_1 \\ a \cdot U_1 + a^2 \cdot U_2 \\ a \cdot U_1 + a^2 \cdot U_2 + U_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Определим токи в генераторе

Симметричные составляющие токов генератора

$$I_{r1} := \frac{E_{\phi r} - U_1}{Z_{r1} + Z_{\lambda 1}} \quad I_{r1} = 9.181 - 4.591i \quad |I_{r1}| = 10.265 \quad \arg(I_{r1}) = -26.568 \text{ deg}$$

$$I_{r2} := \frac{-U_2}{Z_{r2} + Z_{\lambda 2}} \quad I_{r2} = 2.269 - 0.987i \quad |I_{r2}| = 2.475 \quad \arg(I_{r2}) = -23.501 \text{ deg}$$

$$I_{r0} := \frac{-U_0}{Z_{r0} + 3 \cdot Z_n + Z_{\lambda 0}} \quad I_{r0} = 0.788 + 0.183i \quad |I_{r0}| = 0.809 \quad \arg(I_{r0}) = 13.094 \text{ deg}$$

$$I_{sr} := \begin{pmatrix} I_{r1} \\ I_{r2} \\ I_{r0} \end{pmatrix}$$

Фазные токи генератора

$$I_{\phi r} := F \cdot I_{sr} \quad I_{\phi r} = \begin{pmatrix} 12.239 - 5.395i \\ -8.059 - 3.014i \\ -1.816 + 8.958i \end{pmatrix}$$

$$I_{Ar} := I_{\Gamma_1} \quad I_{Ar} = 12.239 - 5.395i \quad |I_{Ar}| = 13.375 \quad \arg(I_{Ar}) = -23.788\text{deg}$$

$$I_{Br} := I_{\Gamma_2} \quad I_{Br} = -8.059 - 3.014i \quad |I_{Br}| = 8.604 \quad \arg(I_{Br}) = -159.497\text{deg}$$

$$I_{Cr} := I_{\Gamma_3} \quad I_{Cr} = -1.816 + 8.958i \quad |I_{Cr}| = 9.141 \quad \arg(I_{Cr}) = 101.458\text{deg}$$

Определим токи в нагрузке

Симметричные составляющие токов нагрузки

$$I_{H1} := \frac{U_1}{Z_{H1}} \quad I_{H1} = 3.083 - 2.48i \quad |I_{H1}| = 3.957 \quad \arg(I_{H1}) = -38.804\text{deg}$$

$$I_{H2} := \frac{U_2}{Z_{H2}} \quad I_{H2} = -3.829 + 1.125i \quad |I_{H2}| = 3.99 \quad \arg(I_{H2}) = 163.624\text{deg}$$

$$I_{H0} := \frac{U_0}{Z_{H0}} \quad I_{H0} = -5.31 + 2.295i \quad |I_{H0}| = 5.81 \quad \arg(I_{H0}) = 156.625\text{deg}$$

Проверка $I_{\Gamma 1} - I_1 - I_{H1} = 1.332 \times 10^{-15} + 1.332i \times 10^{-15}$

$$I_{\Gamma 2} - I_2 - I_{H2} = 0$$

$$I_{\Gamma 0} - I_0 - I_{H0} = 0$$

Фазные токи в нагрузке

$$I_{SH} := \begin{pmatrix} I_{H1} \\ I_{H2} \\ I_{H0} \end{pmatrix}$$

$$I_{\Phi H} := F \cdot I_{SH} \quad I_{\Phi H} = \begin{pmatrix} -6.055 + 0.941i \\ -8.059 - 3.014i \\ -1.816 + 8.958i \end{pmatrix}$$

$$I_{A\Phi} := I_{\Phi H_1} \quad I_{A\Phi} = -6.055 + 0.941i \quad |I_{A\Phi}| = 6.128 \quad \arg(I_{A\Phi}) = 171.17\text{deg}$$

$$I_{B\Phi} := I_{\Phi H_2} \quad I_{B\Phi} = -8.059 - 3.014i \quad |I_{B\Phi}| = 8.604 \quad \arg(I_{B\Phi}) = -159.497\text{deg}$$

$$I_{C\Phi} := I_{\Phi H_3} \quad I_{C\Phi} = -1.816 + 8.958i \quad |I_{C\Phi}| = 9.141 \quad \arg(I_{C\Phi}) = 101.458\text{deg}$$

Список использованных источников

1 Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники: электрические цепи: учеб. для вузов / Л. А. Бессонов.-11-е изд., испр. и доп.-М.: Гардарики, 2006.-701 с.

2 Удрис, А.П. Векторные диаграммы и их использование при наладке и эксплуатации устройств релейной защиты и автоматики / А.П.Удрис. - М.: НТФ «Энергопрогресс», 2006. - 64 с.

3 ГОСТ Р 52735-2007 Короткие замыкания в электроустановках. Методы расчета в электроустановках переменного тока напряжением свыше 1 кВ.- М.: Стандартинформ, 2007. - 35 с.