

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра статистики и эконометрики

Т.В. ЛЕБЕДЕВА

АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ
РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ (КОНТРОЛЬНОЙ),
ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования –
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2009

УДК 338.27(075.8)
ББК 65.051.01я73
Л 33

Рецензент

зав. кафедрой управления и информатики технических систем ГОУ ОГУ,
доктор экономических наук, профессор В.Н. Шепель

Л 33 **Лебедева, Т.В.**
Анализ временных рядов и прогнозирование:
методические указания для выполнения расчетно–
графической (контрольной), практических и лабораторных
работ/ Т.В. Лебедева. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2008.- 145 с.

В методических указаниях представлены рекомендации по выполнению и оформлению практических, лабораторных и расчетно- графических (контрольной) работ, темы расчетно – графической (контрольной) работы.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по специальности 080601 – «Статистика», при изучении дисциплины «Анализ временных рядов и прогнозирование»

Л 0702000000

УДК 338.27(075.8)
ББК 65.051.01я73

© Лебедева Т.В. 2009
© ГОУ ОГУ, 2009

Содержание

Введение.....	4
1 Практическая работа 1 Временные ряды и их предварительный анализ.....	5
2 Практическая работа 2 Общая характеристика методов прогнозирования. Упрощенные приемы прогнозирования.....	11
3 Практическая работа 3 Исследование тенденции временных рядов.....	13
4 Практическая работа 4 Статистическое изучение колеблемости во временных рядах.....	42
5 Лабораторная работа 1 Вероятностная оценка существенности параметров тренда и колеблемости.....	45
6 Лабораторная работа 2 Статистический анализ и прогнозирование периодических колебаний.....	48
7 Лабораторная работа 3 Использование адаптивных методов прогнозирования в экономических исследованиях.....	68
8 Лабораторная работа 4 Прогнозирование с помощью модели авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего.....	76
9 Лабораторная работа 5 Применение многофакторных моделей прогнозирования.....	103
10 Лабораторная работа 6 Эвристические методы прогнозирования.....	109
11 Лабораторная работа 7 Объединение прогнозов.....	111
12 Расчетно – графическая работа	116
13 Литература, рекомендуемая для изучения дисциплины.....	118
Приложение А Оценка адекватности и точности кривых роста.....	119
Приложение Б Тесты для подготовки к рубежному контролю и зачету	131

Введение

Прогнозирование имеет важное значение для развития теории и практики управления всеми сферами жизни общества. Предвидение событий дает возможность заблаговременно подготовиться к ним, учесть их положительные и отрицательные последствия, а если возможно - вмешаться в ход развития, контролировать его, и что более важно, стараться претворить в жизнь одну из выявленных альтернатив будущего. Предстоящие крупные сдвиги в различных областях деятельности человека отдаленные от нас на годы, в той или иной мере зависят от событий сегодняшнего дня. Недооценка важности учета последствий сегодняшних решений приводит к ошибкам, которые негативно влияют на развитие социально-экономических систем. Именно поэтому дисциплина «Анализ временных рядов и прогнозирование» является неотъемлемой составляющей в системе подготовки специалистов высшей квалификации экономико-финансового профиля.

Цель методических указаний - формирование у будущих специалистов глубоких теоретических знаний и практических навыков по экономико-статистическому анализу состояния и перспектив развития конкретных социально-экономических явлений и процессов на основе построения адекватных и в достаточной степени аппроксимирующих реальные явления и процессы прогностических моделей, на основе которых возможна выработка конкретных предложений, рекомендаций и путей их прикладного использования.

1 Практическая работа 1

Временные ряды и их предварительный анализ

Цель занятия: рассмотреть основные понятия, классификацию и компонентный состав временных рядов. Понять сущность, способы расчета и экономическую интерпретацию основных аналитических и средних показатели динамики.

Контрольные вопросы

- 1 Какие виды временных рядов вы знаете? Приведите примеры.
- 2 Поясните, в чем состоят характерные отличия временных рядов от пространственных выборок.
- 3 Какие требования предъявляются к временным рядам как к исходной информации при прогнозировании?
- 4 Как рассчитываются средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста? Когда правомерно использовать средний абсолютный прирост и средний темп роста для расчета прогнозов?
- 5 Как на стадии графического анализа динамики временного ряда можно определить характер сезонности (аддитивный или мультипликативный)?

Задания

- 1 Используя временной ряд какого-либо социально-экономического показателя, выполнить следующие задания:
 - а) рассчитать цепные и базисные абсолютные приросты;
 - б) рассчитать цепные и базисные темпы роста;
 - в) абсолютное значение 1 % прироста;
 - г) средние показатели динамики и средний уровень ряда.
 - д) дать интерпретацию полученным результатам.
- 2 Заполните в таблицах 1.1 – 1.3 пустые ячейки, используя взаимосвязь между показателями.

Вариант 1

Таблица 1.1 - Динамика производства часов

Годы	Производство часов, млн. шт.	Базисные показатели динамики		
		Абсолютный прирост, млн. шт.	Темп роста, %	Темп прироста, %
1	2	3	4	5
1998	55,1		100,0	

Продолжение таблицы 1.1

1	2	3	4	5
1999		2,8		
2000			110,3	
2001				14,9
2002				17,1
2003			121,1	
2004		13,5		
2005				26,4
2006		14,0		

Вариант 2

Таблица 1.2 – Динамика производства продукции

Годы	Производство продукции, млн. р.	Цепные показатели динамики			
		Абсолютный прирост, млн. р.	Темп роста, %	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1 % прироста, млн. р.
2001	92,5				
2002		4,8			
2003			104,0		
2004				5,8	
2005					
2006		7,0			1,15

Вариант 3

Таблица 1.3 – Динамика численности населения

Годы	Численность населения, млн. чел.	Цепные показатели динамики			
		Абсолютный прирост, млн. чел.	Темп роста, %	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1 % прироста, млн. чел.
1999					
2000	268,8	2,2			
2001				1,72	
2002					
2003				3,64	2,738
2004			104,57		
2005		15,1			
2006		17,9			

3 На основании приведенных данных (таблицы 1.4 – 1.6) рассчитайте абсолютные, относительные и средние показатели динамики.

Вариант 1

Таблица 1.4 – Динамика выручки от реализации продукции фирмы

Дата	Выручка от реализации продукции, тыс. р.
01.01	1050
01.02	1128
01.03	1235
01.04	1380
01.05	1450
01.06	1470
01.07	1580
01.08	1430
01.09	1418
01.10	1310
01.11	1200
01.12	1180
01.01	1230

Вариант 2

Таблица 1.5 – Динамика выпуска продукции

Годы	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Валовая продукция, млрд. р	77,0	78,1	81,6	78,9	87,0	87,9	79,5

Вариант 3

Таблица 1.6 – Динамика численности работников предприятия

Период времени	1-18	19-27	28-31
Число работников, чел.	45	48	54

4 Привести данные к сопоставимому виду (таблицы 1.7 – 1.9)

Вариант 1

Таблица 1.7 – Динамика производства продукции

Показатели	1999г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.
Произведено продукции, млн. р. по старой методике	19,1	19,7	20,0	21,2				
по новой методике				22,8	23,6	24,5	26,2	28,1

Вариант 2

Таблица 1.8 – Динамика реализации продукции

Годы	1999.	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Реализованная продукция по 20 предприятиям, млн. р.	448,7	462,8	465,8	491,6				
Реализованная продукция по 24 предприятиям, млн. р.				559,5	578,7	580,5	610,0	615,5

Вариант 3

Таблица 1.9 – Динамика поголовья крупного рогатого скота

Годы	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Поголовье КРС на 1.01, тыс. гол.	37	38	40	42				
Поголовье КРС на 1.06, тыс. гол.				45	45	45	45	46

Решение типовых задач

Пример 1 Рассмотрим расчет показателей динамики (таблица 1.10). Наибольший абсолютный цепной прирост наблюдался в 2003 году, его величина составила: $\Delta Y_{\text{цепной}} = 325 - 200 = 125$ штук. Наименьшее значение данного показателя в 2005 году: $\Delta Y_{\text{цепной}} = 540 - 435 = 105$ штук. В относительном выражении рост производства продукции составил: в 2003 г. по сравнению с 2002 г. - 162,5 % ($T_{P_{\text{цепной}}} = \frac{325}{200} \cdot 100$), а в 2005 г. по сравнению с 2004 г. 124,14 % ($T_{P_{\text{цепной}}} = \frac{540}{435} \cdot 100$). Следовательно, в 2003 г. производство продукции возросло на 125 штук или на 62,5 %, а в 2005 г. на 105 штук или 24,14 % по сравнению предыдущим годом. Базисные показатели динамики свидетельствуют о постоянном росте исследуемого показателя в анализируемом периоде: в 2006 г. произведено продукции на 450 штук больше, чем в 2002 г. (базисном), что составило 225 %.

Проверим взаимосвязь между цепными и базисными показателями изменения уровней ряда:

а) сумма цепных абсолютных приростов равна базисному приросту (см. таблицу 1.10, где в итоговой строке накопленный прирост за 2003—2006 г.г. — 450 шт. — совпадает с базисным абсолютным приростом для 2006 г.);

б) произведение цепных коэффициентов роста равно базисному или равносильное этому деление рядом стоящих базисных коэффициентов роста друг на друга равно цепным коэффициентам роста. Так, по данным таблицы 1.10, имеем:

$1,6251,33851,24141,2037 = 3,25$ или 325 % — базисный темп роста;

$217,50/162,50 = 1,3385$, или 133,85 % — цепной коэффициент роста для 2004 г.

Взаимосвязь цепных и базисных темпов (коэффициентов) роста позволяет при анализе, если необходимо, переходить от цепных показателей к базисным и наоборот.

Таблица 1.10 - Динамика объема продукции по предприятию

Годы	Произведено продукции, шт.	Абсолютные приросты, шт.		Темпы роста, %		Темпы прирост, %		Абсолютное значение 1% прироста, шт.
		цепные	базисны	цепные	базисные	цепные	базисные	
2002	200	-	-	-	100	-	-	-
2003	325	125	125	162,50	162,50	62,50	62,50	2,00
2004	435	110	235	133,85	2,18 раз	33,85	117,50	3,25
2005	540	105	340	124,14	2,70 раз	24,14	170,00	4,35
2006	650	110	450	120,37	3,25 раз	20,37	2,25 раз	5,40
Итого	2150	450	-	-	-	-	-	-

Чтобы знать, что скрывается за каждым процентом прироста, рассчитывается абсолютное значение 1 % прироста (см. таблицу 1.10, последнюю графу).

Для обобщения данных по рядам динамики рассчитаем:

- средний уровень ряда;
- средний абсолютный прирост;
- средний темп роста и прироста.

По интервальному динамическому ряду из абсолютных величин с равными интервалами средний уровень определяется по средней арифметической простой из уровней ряда.

По данным таблицы 1.10, средний за период объем произведенной продукции составит:

$$y = 2150/5 = 430 \text{ шт.}$$

Средний абсолютный прирост применительно к таблице 1.10 составит:

$$\bar{\Delta} = \frac{650 - 200}{5 - 1} = \frac{450}{4} = 112,5 \text{ шт.}$$

Средний темп роста и темп прироста соответственно равны:

$$\bar{K} = \sqrt[4]{1,6250 \cdot 1,3385 \cdot 1,2414 \cdot 1,2037} = \sqrt[4]{3,25} = \sqrt[4]{\frac{650}{200}} = 1,3427 \text{ или } 134,27 \%$$

$$\bar{T}_{\Delta} = 1,3427 - 1 = 0,3427 \text{ или } 34,27 \%$$

Следовательно, производство продукции в среднем за анализируемый период составило 430 штук в год. Причем ежегодно оно возрастало в среднем на 113 штук или на 34,27 %.

Пример 2 Приведем данные к сопоставимому виду, используя прием смыкания временных рядов (таблица 1.11).

Смыкание временных рядов может быть произведено двумя способами:

1) показатели исчисленные по старой методике пересчитываются умножением на коэффициент отношения показателя по новой методике к показателю по старой методике.

Коэффициент пересчета по данным таблицы 1.11 составит: $\frac{390}{279} = 1,398$, тогда для 2000 г. пересчет производится следующим образом: $156 \cdot 1,398 = 218$ шт., для 2001г. - $169 \cdot 1,398 = 236$ шт. и т.д. Показатели, исчисленные по новой методике, не пересчитываются;

Таблица 1.11 – Динамика производства продукции

Показатели	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006г.
Производство продукции, шт. по 24 предприятиям	156	169	247	279	-	-	-
по 30 предприятиям	-	-	-	390	450	567	607
Сомкнутый ряд абсолютных величин, шт.	218	236	345	390	450	567	607
Сомкнутый ряд относительных величин, в % к 2003 г.	56	61	89	100	115	145	156

2) уровень года, в котором произошли изменения, принимается за 100 %, а остальные пересчитываются в процентном отношении к нему.

Так как изменения произошли в 2003 году, то его уровень принимается за 100 %. Тогда уровень для 2000г. составит: $\frac{156}{279} \cdot 100 = 56 \%$, для 2001 г. - $\frac{169}{279} \cdot 100 = 61 \%$ и т.д. до 2002г. Начиная с 2004г. показатели рассчитываются так: для 2004г. - $\frac{450}{390} \cdot 100 = 115 \%$, для 2005 г. - $\frac{567}{390} \cdot 100 = 145 \%$ и т.д.

2 Практическая работа 2

Общая характеристика методов прогнозирования. Упрощенные приемы прогнозирования

Цель занятия: рассмотреть классификацию методов прогнозирования по временным рядам. Понять сущность, способы расчета и экономическую интерпретацию упрощенных приемов прогнозирования.

Контрольные вопросы

- 1 Перечислите основные методы прогнозирования.
- 2 В каком случае для прогнозирования могут быть применены упрощенные приемы?
- 3 В каком случае могут быть использованы аналитические методы (кривые роста)?
- 4 При каких условиях целесообразно использовать адаптивные методы прогнозирования?
- 5 Перечислите методы экстраполяции тенденции.
- 6 Перечислите методы статистического моделирования.

Задание 1 Используя результаты задания 1 и 3 практической работы 1, выполнить следующие задания:

- 1) рассчитать прогноз социально – экономического показателя на следующие три периода на основе среднего абсолютного прироста;
 - 2) рассчитать прогноз социально – экономического показателя на следующие три периода на основе среднего темпы роста;
- Сравните полученные результаты, сделайте выводы.

Решение типовых задач

По данным примера 1 практической работы 1 рассчитаем прогноз производства продукции на предприятии.

1 Прогноз на основе среднего абсолютного прироста осуществляется по формуле:

$$y_{n+1} = y_n + \bar{\Delta} \cdot t,$$

где y_n - последний уровень временного ряда;

$\bar{\Delta}$ - средний абсолютный прирост временного ряда;

t - срок прогноза (период упреждения).

В нашем примере объем производства в 2006 г. (последнем) составил 650 штук, т.е. $y_n = 650$, средний абсолютный прирост равен $\bar{\Delta} = 112,5$ штук. Рассчитаем прогноз на 2007 год. Период упреждения, t , будет равен 1 году. Тогда в 2007 году можно ожидать, что производство продукции составит: $y_{2007} = 650 + 112,5 \cdot 1 = 762,5$ шт. Для 2008 г. $t=2$, тогда прогноз $y_{2008} = 650 + 112,5 \cdot 2 = 875$ шт. Соответственно в 2009 г. производство продукции может составить $y_{2009} = 650 + 112,5 \cdot 3 = 987,5$ шт.

2 Прогноз на основе среднего темпа роста осуществляется по формуле:

$$y_{n+1} = y_n \cdot (\bar{K})^t,$$

где y_n - последний уровень временного ряда;

\bar{K} - средний коэффициент роста временного ряда;

t - срок прогноза (период упреждения).

По нашему примеру, прогноз на основе среднего геометрического коэффициента роста составит:

в 2007 г. $y_{2007} = 650 \cdot (1,3427)^1 = 872,8$ шт.;

в 2008 г. $y_{2008} = 650 \cdot (1,3427)^2 = 1171,8$ шт.;

в 2009 г. $y_{2009} = 650 \cdot (1,3427)^3 = 1573,4$ шт.

По проведенным расчетам можно сделать вывод, что при предположении о сохранении в периоде прогнозирования постоянного среднего коэффициента роста, ожидается большее увеличение производства продукции, нежели при предположении о постоянстве среднего абсолютного прироста.

3 Практическая работа 3

Исследование тенденции временных рядов

Цель изучения темы: научиться определять наличие тенденции во временных рядах, подбирать вид кривой роста, оценивать параметры кривых роста с помощью МНК и ППП МС Excel, оценивать точность полученных моделей, определять тип тенденции во временных рядах, используя свойства трендов, а также интерпретировать параметры трендов согласно их качественного анализа.

Задания

1 Проверти утверждение об отсутствии тенденции во временном ряду какого-либо социально-экономического показателя, используя известные приемы и методы (ряд должен содержать не менее 35 наблюдений).

2 По данным первого задания:

1) оцените параметры кривых роста:

а) линейный тренд;

б) полином второй степени $y = a + bt + ct^2$;

в) показательная функция $y = ab^t$;

г) модифицированная экспонента вида $y = c - ab^t$;

д) логистическая кривая вида $y = \frac{c}{1 + be^{-at}}$;

е) кривая Гомперца $y = ca^{b^t}$;

2) дайте интерпретацию параметров выбранной кривой роста;

3) рассчитайте по выровненным уровням линейного, параболического, экспоненциального и логистического трендов абсолютный цепной прирост (Δ_y), цепной темп роста (T_{py}) и абсолютное ускорение Δ' . На основе полученных данных сделайте выводы о свойствах трендов

3 Проверти адекватность и точность моделей построенных в задании 2.

Контрольные вопросы

1 Охарактеризуйте основные типы кривых роста, наиболее часто используемые на практике при построении трендовых моделей.

2 Назовите важнейшие характеристики точности моделей прогнозирования.

3 Объясните суть метода последовательных разностей.

4 Каким образом определяется значение критической статистики в тесте Дарбина – Уотсона?

5 Опишите алгоритм проверки гипотезы об отсутствии автокорреляции первого порядка в остатках модели с помощью критерия Дарбина - Уотсона?

6 Какова интерпретация коэффициентов линейной трендовой модели?

7 Какова интерпретация коэффициентов показательной трендовой модели?

8 Для каких целей может быть использован критерий серий?

9 Какие методы проверки ряда на стационарность вы знаете?

10 Назовите методы проверки гипотезы об отсутствии автокорреляции остатков.

Реализация типовых задач

Проверка гипотезы об отсутствии тенденции

Критерий серий, основанный на медиане выборки

1 Из исходного временного ряда доходов бюджета Оренбургской области (y_t), образуем ранжированный ряд (y'_t) (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Формирование серий

Период		Доход, млн.р.	y'_t	δ_t	Номер серии	Протяженность серии
1		2	3	4	5	6
1	январь	1119,3	352,2	-	1	15
	февраль	352,2	865,5	-		
	март	1006,9	891,4	-		
	апрель	1177,8	900	-		
	май	1084,4	928,2	-		
	июнь	891,4	932,2	-		
	июль	928,2	944,1	-		
	август	1178,4	968,8	-		
	сентябрь	989,4	980,3	-		
	октябрь	932,2	989,4	-		
	ноябрь	1080,4	998,4	-		
	декабрь	1243,5	1006,9	-		
2	январь	865,5	1080,4	-	2	1
	февраль	998,4	1084,4	-		
	март	1145,1	1091,1	-		
	апрель	1585,6	1119,3	+	3	11
	май	1301	1145,1	-		
	июнь	980,3	1163,5	-		
	июль	1403,5	1177,8	-		
	август	1455,7	1178,4	-		
	сентябрь	1163,5	1196,8	-		
	октябрь	1532	1232,7	-		
	ноябрь	1299,9	1243,5	-		
	декабрь	1549,1	1299,9	-		

Продолжение таблицы 3.1

	1	2	3	4	5	6
3	январь	968,8	1301	-		
	февраль	900	1317,3	-		
	март	1402	1364,3	-		
	апрель	1898,8	1402	+	4	1
	май	1538,8	1403,5	-	5	2
	июнь	1232,7	1455,7	-		
	июль	1650,1	1486,9	+	6	1
	август	1486,9	1521,5	-	7	2
	сентябрь	1364,3	1532	-		
	октябрь	1974,6	1538,8	+	8	1
	ноябрь	1551,1	1549,1	-	9	1
	декабрь	1795,6	1551,1	+	10	1
4	январь	1196,8	1573	-	11	2
	февраль	1091,1	1585,6	-		
	март	1629,4	1603,7	+	12	10
	апрель	2620,2	1629,4	+		
	май	1603,7	1650,1	+		
	июнь	1692,8	1692,8	+		
	июль	2267,5	1782,8	+		
	август	1804,6	1795,6	+		
	сентябрь	1782,8	1804,6	+		
	октябрь	1921	1834,2	+		
	ноябрь	2802,3	1898,8	+		
	декабрь	2639,6	1921	+		
5	январь	944,1	1974,6	-	13	2
	февраль	1317,3	2035,7	-		
	март	2893,2	2119,6	+	14	11
	апрель	2234,3	2205,4	+		
	май	2393,7	2234,3	+		
	июнь	1834,2	2241,3	+		
	июль	2205,4	2267,5	+		
	август	3051,7	2393,7	+		
	сентябрь	2035,7	2620,2	+		
	октябрь	2241,3	2639,6	+		
	ноябрь	4245,3	2721,7	+		
	декабрь	3699,7	2802,3	+		
6	январь	1573	2872,5	+	15	1
	февраль	1521,5	2893,2	-		
	март	3215,2	3051,7	+	16	10
	апрель	2872,5	3097,2	+		
	май	3792,4	3215,2	+		

Продолжение таблицы 3.1

1	2	3	4	5	6
июнь	2721,7	3416,1	+		
июль	3097,2	3478,7	+		
август	4229,2	3699,7	+		
сентябрь	2119,6	3756,5	+		
октябрь	3756,5	3792,4	+		
ноябрь	3416,1	4229,2	+		
декабрь	3478,7	4245,3	+		

2 Определяем медиану (Me) ранжированного временного ряда. Так как значение длины ряда четное, то $Me = \frac{y'_m + y'_{m+1}}{2} = \frac{1551,1 + 1573,0}{2} = 1562,1$

3 Образует последовательность δ_i из плюсов и минусов по правилу:

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{ если } y_t > M_e, t = 1, 2, \dots, n \\ -, \text{ если } y_t < M_e, t = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Если значение уровня исходного ряда y_t равно медиане, то это значение пропускается (столбец 4 таблицы 1.1).

4 Подсчитывается $\nu(n)$ - число серий в совокупности δ_i , где под серией понимается последовательность подряд идущих плюсов и минусов. Один плюс или один минус тоже будут считаться серией. Определяется $\tau_{\max}(n)$ - протяженность самой длинной серии.

Получаем: $\nu(n)=16$, $\tau_{\max}(n)=15$

5 Чтобы не была отвергнута гипотеза о случайности исходного ряда, должны выполняться следующие неравенства:

$$\nu(n) > \left[\frac{1}{2} (n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right]$$

$$\tau_{\max}(n) < [1,43 \ln(n+1)]$$

где n - длина временного ряда.

Рассчитаем правые части неравенств:

$$\frac{1}{2} (72 + 1 - 1,96\sqrt{72-1}) = 28,24.$$

$$1,43 \cdot \ln(72 + 1) = 6,14$$

Так как в правой части неравенства стоят квадратные скобки, означающие целую часть числа, то сравнения будем проводить с целыми числами – соответственно с 28 и 6.

Получим:

$$16 > 28$$

$$15 < 6$$

Оба неравенства нарушаются, следовательно, гипотеза отвергается с вероятностью ошибки α , заключенной между 0,05 и 0,0975 (следовательно, подтверждается наличие зависящей от времени неслучайной составляющей).

Критерий «восходящих и нисходящих» серий

1 На первом шаге образуется последовательность плюсов и минусов, но по другому правилу.

Для временного ряда с уровнями y_1, y_2, \dots, y_n определяется вспомогательная последовательность, исходя из условий:

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{ если } y_{t+1} - y_t > 0, \text{ для } t = 1, 2, \dots, n \\ -, \text{ если } y_{t+1} - y_t < 0, \text{ для } t = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Таблица 3.2 – Формирование серий

Период		Доход, млн.р.		Номер серии	Протяженность серии
1		2	3	4	5
1	январь	1119,3			
	февраль	352,2	-	1	1
	март	1006,9	+	2	2
	апрель	1177,8	+		
	май	1084,4	-	3	2
	июнь	891,4	-		
	июль	928,2	+	4	2
	август	1178,4	+		
	сентябрь	989,4	-	5	2
	октябрь	932,2	-		
	ноябрь	1080,4	+	6	2
	декабрь	1243,5	+		

Продолжение таблицы 3.2

1		2	3	4	5
2	январь	865,5	-	7	1
	февраль	998,4	+	8	3
	март	1145,1	+		
	апрель	1585,6	+		
	май	1301	-	9	2
	июнь	980,3	-		
	июль	1403,5	+	10	2
	август	1455,7	+		
	сентябрь	1163,5	-	11	1
	октябрь	1532	+	12	1
	ноябрь	1299,9	-	13	1
	декабрь	1549,1	+	14	1
3	январь	968,8	-	15	2
	февраль	900	-		
	март	1402	+	16	2
	апрель	1898,8	+		
	май	1538,8	-	17	2
	июнь	1232,7	-		
	июль	1650,1	+	18	1
	август	1486,9	-	19	2
	сентябрь	1364,3	-		
	октябрь	1974,6	+	20	1
	ноябрь	1551,1	-	21	1
	декабрь	1795,6	+	22	1
4	январь	1196,8	-	23	2
	февраль	1091,1	-		
	март	1629,4	+	24	2
	апрель	2620,2	+		
	май	1603,7	-	25	1
	июнь	1692,8	+	26	2
	июль	2267,5	+		
	август	1804,6	-	27	2
	сентябрь	1782,8	-		
	октябрь	1921	+	28	2
	ноябрь	2802,3	+		
	декабрь	2639,6	-	29	2
5	январь	944,1	-		
	февраль	1317,3	+	30	2
	март	2893,2	+		
	апрель	2234,3	-	31	1
	май	2393,7	+	32	1

Продолжение таблицы 3.2

1		2	3	4	5
	июнь	1834,2	-	33	1
	июль	2205,4	+	34	2
	август	3051,7	+		
	сентябрь	2035,7	-	35	1
	октябрь	2241,3	+	36	2
	ноябрь	4245,3	+		
	декабрь	3699,7	-	37	3
6	январь	1573	-		
	февраль	1521,5	-		
	март	3215,2	+	38	1
	апрель	2872,5	-	39	1
	май	3792,4	+	40	1
	июнь	2721,7	-	41	1
	июль	3097,2	+	42	2
	август	4229,2	+		
	сентябрь	2119,6	-	43	1
	октябрь	3756,5	+	44	1
	ноябрь	3416,1	-	45	1
	декабрь	3478,7	+	46	1

В случае, когда последующее наблюдение окажется равным предыдущему, учитывается только одно наблюдение.

2 Подсчитывается общее число серий $\nu(n)$ и протяженность самой длинной серии $\tau_{\max}(n)$ аналогично. Серия состоящая из «+» - «восходящая серия», из «-» - нисходящая.

Получим: $\nu(n) = 46$; $\tau_{\max}(n) = 3$ (таблица 3.2)

3 Для того чтобы не была отвергнута гипотеза о случайности исходного ряда, должны выполняться следующие неравенства:

$$\nu(n) > \left\lceil \frac{1}{3} \left((2n-1) - 1,96 \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right) \right\rceil,$$

$$\tau_{\max}(n) < \tau_0(n),$$

где $\tau_0(n)$ - табличное значение, зависящее от n

n	$n \leq 26$	$26 \leq n \leq 153$	$153 \leq n \leq 1170$
$\tau_0(n)$	5	6	7

Рассчитаем значения правой части первого неравенства:

$$\left[\frac{1}{3}(2 \cdot 24 - 1) - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{16 \cdot 24 - 29}{90}} \right] = 45.$$

Табличное значение $\tau_0(n) = 6$.

Проверка выполнения условий показывает, оба неравенства выполняются. Следовательно, нулевая гипотеза не отвергается, в динамике временного ряда отсутствует систематическая.

Метод разности средних уровней

Данные временного ряда (таблица 3.1) разобьем на две частные выборки объемами $n_1 = n_2 = 36$ (таблицы 3.3, 3.4).

Вычислим средние по частным выборкам:

$$\overline{y^{(1)}} = \frac{1}{n_1} \cdot \sum_{t=1}^{n_1} y_t = \frac{1}{36} \cdot 45027,4 = 1250,76,$$

$$\overline{y^{(2)}} = \frac{1}{n_2} \cdot \sum_{t=n_1+1}^n y_t = \frac{1}{36} \cdot 87941,3 = 2442,81.$$

Разность средних составит:

$$R = \overline{y^{(1)}} - \overline{y^{(2)}} = 1250,76 - 2442,81 = -1192,05.$$

Оценки дисперсий частных выборок равны:

$$s_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{t=1}^{n_1} (y_t - \overline{y^{(1)}})^2 = \frac{1}{36 - 1} \cdot 3876752,19 = 110764,35,$$

$$s_2^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{t=n_1+1}^n (y_t - \overline{y^{(2)}})^2 = \frac{1}{36 - 1} \cdot 28003333,58 = 800095,25.$$

Несмещенную выборочную оценку дисперсии уровней ряда вычислим по формуле:

$$s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{35 \cdot 110764,35 + 35 \cdot 800095,25}{72 - 2}} = 674,855$$

Проверку предпосылки осуществим при помощи F – критерия Фишера:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{110764,35}{800095,25} = 0,1384$$

Таблица 3.3 – Расчет дисперсии первой частной выборки

Период		Доход, млн.р.	$(y_i - \overline{y^{(i)}})^2$
1	январь	1119,30	17282,02
	февраль	352,20	807412,07
	март	1006,90	59468,24
	апрель	1177,80	5323,32
	май	1084,40	27676,02
	июнь	891,40	129140,41
	июль	928,20	104045,67
	август	1178,40	5236,13
	сентябрь	989,40	68309,63
	октябрь	932,20	101481,18
	ноябрь	1080,40	29022,91
	декабрь	1243,50	52,72
2	январь	865,50	148426,12
	февраль	998,40	63686,13
	март	1145,10	11164,27
	апрель	1585,60	112117,08
	май	1301,00	2523,95
	июнь	980,30	73149,21
	июль	1403,50	23329,17
	август	1455,70	41999,95
	сентябрь	1163,50	7614,50
	октябрь	1532,00	79095,31
	ноябрь	1299,90	2414,63
	декабрь	1549,10	89006,09
3	январь	968,80	79502,07
	февраль	900,00	123033,36
	март	1402,00	22873,20
	апрель	1898,80	419954,40
	май	1538,80	82966,40
	июнь	1232,70	326,20
	июль	1650,10	159471,55
	август	1486,90	55761,57
	сентябрь	1364,30	12891,08
	октябрь	1974,60	523942,74
	ноябрь	1551,10	90203,45
	декабрь	1795,60	296849,41
итого		45027,40	3876752,19
в среднем		1250,76	110764,35

Таблица 3.4 - Расчет дисперсии второй частной выборки

Период		Доход, млн.р.	$(y_i - \overline{y^{(2)}})^2$
4	январь	1196,80	1552550,61
	февраль	1091,10	1827130,44
	март	1629,40	661642,15
	апрель	2620,20	31465,83
	май	1603,70	704112,12
	июнь	1692,80	562520,83
	июль	2267,50	30734,96
	август	1804,60	407316,97
	сентябрь	1782,80	435618,33
	октябрь	1921,00	272289,73
	ноябрь	2802,30	129230,26
	декабрь	2639,60	38724,77
5	январь	944,10	2246143,32
	февраль	1317,30	1266781,51
	март	2893,20	202847,65
	апрель	2234,30	43478,04
	май	2393,70	2412,17
	июнь	1834,20	370410,87
	июль	2205,40	56365,35
	август	3051,70	370742,30
	сентябрь	2035,70	165741,72
	октябрь	2241,30	40607,85
	ноябрь	4245,30	3248956,18
	декабрь	3699,70	1579762,70
6	январь	1573,00	756576,20
	февраль	1521,50	848819,28
	март	3215,20	596580,30
	апрель	2872,50	184630,15
	май	3792,40	1821382,67
	июнь	2721,70	77777,46
	июль	3097,20	428221,18
	август	4229,20	3191175,34
	сентябрь	2119,60	104467,22
	октябрь	3756,50	1725771,20
	ноябрь	3416,10	947285,85
	декабрь	3478,70	1073060,04
итого		87941,30	28003333,58
в среднем		2442,81	800095,25

Табличное значение F – критерия для уровня значимости 0,05 и числе степеней свободы (35;35) равно 1,7571. Таким образом, $F < F_{табл}$, гипотеза о не-существенности различий дисперсий уровней ряда в частных подвыборках не отклоняется, следовательно, может быть применен метод разности средних уровней.

t – статистика Стьюдента составит

$$t_R = \frac{R}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{-1192,05}{674,86 \cdot \sqrt{\frac{1}{35} + \frac{1}{35}}} = -7,4941.$$

Критическое значение t – статистики для уровня значимости 0,05 и 70 степеням свободы равно 1,9944, т.е. $|t_R| > t_{крит}$, нулевая гипотеза отвергается, во временном ряду присутствует тенденция.

Метод Фостера – Стюарта

Рассмотрим проверку на стационарность уровней динамического ряда урожайности зерновых культур (y_t), представленных в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Вычисление характеристик ряда

Период		t	Доходы, млн. р.	m_t	l_t	d_t	S_t	$1/t$	$1/t^2$
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	январь	1	1119,3						
	февраль	2	352,2	0	1	-1	1	0,500	0,250
	март	3	1006,9	0	0	0	0	0,333	0,111
	апрель	4	1177,8	1	0	1	1	0,250	0,063
	май	5	1084,4	0	0	0	0	0,200	0,040
	июнь	6	891,4	0	0	0	0	0,167	0,028
	июль	7	928,2	0	0	0	0	0,143	0,020
	август	8	1178,4	1	0	1	1	0,125	0,016
	сентябрь	9	989,4	0	0	0	0	0,111	0,012
	октябрь	10	932,2	0	0	0	0	0,100	0,010
	ноябрь	11	1080,4	0	0	0	0	0,091	0,008
	декабрь	12	1243,5	1	0	1	1	0,083	0,007
2	январь	13	865,5	0	0	0	0	0,077	0,006
	февраль	14	998,4	0	0	0	0	0,071	0,005
	март	15	1145,1	0	0	0	0	0,067	0,004
	апрель	16	1585,6	1	0	1	1	0,063	0,004
	май	17	1301	0	0	0	0	0,059	0,003

Продолжение таблицы 3.5

1		2	3	4	5	6	7	8	9
	июнь	18	980,3	0	0	0	0	0,056	0,003
	июль	19	1403,5	0	0	0	0	0,053	0,003
	август	20	1455,7	0	0	0	0	0,050	0,003
	сентябрь	21	1163,5	0	0	0	0	0,048	0,002
	октябрь	22	1532	0	0	0	0	0,045	0,002
	ноябрь	23	1299,9	0	0	0	0	0,043	0,002
	декабрь	24	1549,1	1	0	1	1	0,042	0,002
3	январь	25	968,8	0	0	0	0	0,040	0,002
	февраль	26	900	0	0	0	0	0,038	0,001
	март	27	1402	0	0	0	0	0,037	0,001
	апрель	28	1898,8	1	0	1	1	0,036	0,001
	май	29	1538,8	0	0	0	0	0,034	0,001
	июнь	30	1232,7	0	0	0	0	0,033	0,001
	июль	31	1650,1	0	0	0	0	0,032	0,001
	август	32	1486,9	0	0	0	0	0,031	0,001
	сентябрь	33	1364,3	0	0	0	0	0,030	0,001
	октябрь	34	1974,6	1	0	1	1	0,029	0,001
	ноябрь	35	1551,1	0	0	0	0	0,029	0,001
	декабрь	36	1795,6	0	0	0	0	0,028	0,001
4	январь	37	1196,8	0	0	0	0	0,027	0,001
	февраль	38	1091,1	0	0	0	0	0,026	0,001
	март	39	1629,4	0	0	0	0	0,026	0,001
	апрель	40	2620,2	1	0	1	1	0,025	0,001
	май	41	1603,7	0	0	0	0	0,024	0,001
	июнь	42	1692,8	0	0	0	0	0,024	0,001
	июль	43	2267,5	0	0	0	0	0,023	0,001
	август	44	1804,6	0	0	0	0	0,023	0,001
	сентябрь	45	1782,8	0	0	0	0	0,022	0,000
	октябрь	46	1921	0	0	0	0	0,022	0,000
	ноябрь	47	2802,3	1	0	1	1	0,021	0,000
	декабрь	48	2639,6	0	0	0	0	0,021	0,000
5	январь	49	944,1	0	0	0	0	0,020	0,000
	февраль	50	1317,3	0	0	0	0	0,020	0,000
	март	51	2893,2	1	0	1	1	0,020	0,000
	апрель	52	2234,3	0	0	0	0	0,019	0,000
	май	53	2393,7	0	0	0	0	0,019	0,000
	июнь	54	1834,2	0	0	0	0	0,019	0,000
	июль	55	2205,4	0	0	0	0	0,018	0,000
	август	56	3051,7	1	0	1	1	0,018	0,000
	сентябрь	57	2035,7	0	0	0	0	0,018	0,000
октябрь	58	2241,3	0	0	0	0	0,017	0,000	

Продолжение таблицы 3.5

1		2	3	4	5	6	7	8	9
	ноябрь	59	4245,3	1	0	1	1	0,017	0,000
	декабрь	60	3699,7	0	0	0	0	0,017	0,000
6	январь	61	1573	0	0	0	0	0,016	0,000
	февраль	62	1521,5	0	0	0	0	0,016	0,000
	март	63	3215,2	0	0	0	0	0,016	0,000
	апрель	64	2872,5	0	0	0	0	0,016	0,000
	май	65	3792,4	0	0	0	0	0,015	0,000
	июнь	66	2721,7	0	0	0	0	0,015	0,000
	июль	67	3097,2	0	0	0	0	0,015	0,000
	август	68	4229,2	0	0	0	0	0,015	0,000
	сентябрь	69	2119,6	0	0	0	0	0,014	0,000
	октябрь	70	3756,5	0	0	0	0	0,014	0,000
	ноябрь	71	3416,1	0	0	0	0	0,014	0,000
	декабрь	72	3478,7	0	0	0	0	0,014	0,000
Итого		-	132968,7	-	-	11	13	3,861	0,631

Значения величин m_t , l_t , d_t , и S_t , вычисленные по формулам (3.1) – (3.4), представлены в столбцах 4-7 таблицы 3.5.

$$m_t = \begin{cases} 1, & \text{если } x_t > x_k, \quad k = 1, 2, \dots, t-1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (3.1)$$

и

$$l_t = \begin{cases} 1, & \text{если } x_t < x_k, \quad k = 1, 2, \dots, t-1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$d_t = m_t - l_t, t = \overline{2, n} \quad (3.3)$$

$$S_t = m_t + l_t, t = \overline{2, n} \quad (3.4)$$

Показатели D и S - итоги столбцов 6 и 7 таблицы 3.5 соответственно.

Рассчитаем t - критерий Стьюдента проверяется гипотеза об отсутствии тенденции в средней. Для этого воспользуемся формулами (3.5) и (3.6).

$$t_D = \frac{D}{\sigma_D}, \quad (3.5)$$

$$\text{где } \sigma_D = \sqrt{2 \sum_{t=2}^n \frac{1}{t}} \approx \sqrt{2 \ln(n) - 0,8456}, \quad (3.6)$$

$$\sigma_D = \sqrt{2 \cdot 3,861} = 2,779,$$

$$t_D = \frac{11}{2,779} = 3,959.$$

Табличное значение $t_{крит(0,05;71)} = 1,994$, таким образом, неравенство $|t| < t_{крит}$ нарушается, следовательно, нулевая гипотеза об отсутствии тенденции в средней отвергается.

Для проверки гипотезы об отсутствии тенденции в дисперсии воспользуемся формулами (3.7)-(3.9).

$$t_S = \frac{S - \mu}{\sigma_S} \quad (3.7)$$

$$\text{где } \sigma_S = \sqrt{2 \sum_{t=2}^n \frac{1}{t} - 4 \sum_{t=2}^n \frac{1}{t^2}} \approx \sqrt{2 \ln n - 3,4253}, \quad (3.8)$$

$$\mu = 2 \sum_{t=2}^n \frac{1}{t}. \quad (3.9)$$

$$\sigma_S = \sqrt{2 \cdot 3,861 - 4 \cdot 0,631} = 2,280,$$

$$\mu = 2 \cdot 3,861 = 7,722,$$

$$t_S = \frac{13 - 7,722}{2,280} = 2,315.$$

Так как $|t_{набл}| < t_{кр}$, то H_0 принимается, следовательно, нет оснований отвергнуть гипотезу об отсутствии тенденции в дисперсии.

В целом, применение четырех критериев (двух модификаций критерия серий, метода разности средних уровней, метода Фостера – Стюарта) позволяет сделать вывод, что с вероятностью 0,95 тренд во временном ряду присутствует.

Построение кривых роста

Аналитическое выравнивание по прямолинейному тренду

Уравнение прямолинейного тренда имеет вид: $\hat{y}_i = a + b \cdot t_i$.

При начале отсчета времени от середины ряда система нормальных уравнений упрощается и параметры уравнения определяют по формулам (3.10; 3.11):

$$a = \frac{\sum_{i=l}^n y_i}{n} = \bar{y} \quad (3.10)$$

Таблица 3.6 – Расчет параметров линейного, параболического и экспоненциального тренда

Период		Доходы бюджета, млн. р, y_t	t	$y_t \cdot t$	t^2	$y_t \cdot t^2$	t^4	$\ln y_t$	$t \cdot \ln y_t$
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	январь	1119,3	-35,5	-39735,15	1260,25	1410597,83	1588230,06	7,02	-249,23
	февраль	352,2	-34,5	-12150,90	1190,25	419206,05	1416695,06	5,86	-202,31
	март	1006,9	-33,5	-33731,15	1122,25	1129993,53	1259445,06	6,91	-231,64
	апрель	1177,8	-32,5	-38278,50	1056,25	1244051,25	1115664,06	7,07	-229,82
	май	1084,4	-31,5	-34158,60	992,25	1075995,90	984560,06	6,99	-220,15
	июнь	891,4	-30,5	-27187,70	930,25	829224,85	865365,06	6,79	-207,18
	июль	928,2	-29,5	-27381,90	870,25	807766,05	757335,06	6,83	-201,58
	август	1178,4	-28,5	-33584,40	812,25	957155,40	659750,06	7,07	-201,55
	сентябрь	989,4	-27,5	-27208,50	756,25	748233,75	571914,06	6,90	-189,67
	октябрь	932,2	-26,5	-24703,30	702,25	654637,45	493155,06	6,84	-181,20
	ноябрь	1080,4	-25,5	-27550,20	650,25	702530,10	422825,06	6,99	-178,12
	декабрь	1243,5	-24,5	-30465,75	600,25	746410,88	360300,06	7,13	-174,58
...
6	январь	1573	24,5	38538,50	600,25	944193,25	360300,06	7,36	180,34
	февраль	1521,5	25,5	38798,25	650,25	989355,38	422825,06	7,33	186,85
	март	3215,2	26,5	85202,80	702,25	2257874,20	493155,06	8,08	214,00
	апрель	2872,5	27,5	78993,75	756,25	2172328,13	571914,06	7,96	218,98
	май	3792,4	28,5	108083,40	812,25	3080376,90	659750,06	8,24	234,86
	июнь	2721,7	29,5	80290,15	870,25	2368559,43	757335,06	7,91	233,32
	июль	3097,2	30,5	94464,60	930,25	2881170,30	865365,06	8,04	245,17
	август	4229,2	31,5	133219,80	992,25	4196423,70	984560,06	8,35	263,02
	сентябрь	2119,6	32,5	68887,00	1056,25	2238827,50	1115664,06	7,66	248,92
	октябрь	3756,5	33,5	125842,75	1122,25	4215732,13	1259445,06	8,23	275,75

Продолжение таблицы 3.6

1		2	3	4	5	6	7	8	9
	ноябрь	3416,1	34,5	117855,45	1190,25	4066013,03	1416695,06	8,14	280,70
	декабрь	3478,7	35,5	123493,85	1260,25	4384031,68	1588230,06	8,15	289,48
Итого		132968,70	-	1073969,25	31098,00	62210860,98	24170920,50	533,60	581,08
В среднем		1846,79	-	14916,24	431,92	864039,74	335707,23	7,41	8,07

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i t_i)}{\sum_{i=1}^n t_i^2} \quad (3.11)$$

Необходимые расчеты представлены в таблице 3.6 (столбцы 3-5). Тогда значения параметров составят:

$$a = \frac{132968,7}{72} = 1846,79,$$

$$b = \frac{1073969,25}{31098,0} = 34,53.$$

Уравнение тренда примет вид: $\bar{y}_t = 1846,79 + 34,53 \cdot t$. Согласно этой модели средний доход бюджета за анализируемый период составил 1846,79 млн. р., а среднемесячный прирост доходов 34,53 млн.р.

Рассмотрим свойства линейного тренда (таблица 3.7).

Таблица 3.7 – Показатели динамики при линейном тренде к увеличению уровней: $\bar{y}_t = 1846,79 + 34,53 \cdot t$

Период		£, млн. р.	Δ_t , млн. р.	T_{p_t} , %	Δ'
1		2	3	4	5
1	январь	620,98			
	февраль	655,51	34,53	105,56	
	март	690,04	34,53	105,27	0,00
	апрель	724,57	34,53	105,00	0,00
	май	759,10	34,53	104,77	0,00
	июнь	793,63	34,53	104,55	0,00
	июль	828,16	34,53	104,35	0,00
	август	862,69	34,53	104,17	0,00
	сентябрь	897,22	34,53	104,00	0,00
	октябрь	931,75	34,53	103,85	0,00
	ноябрь	966,28	34,53	103,71	0,00
	декабрь	1000,81	34,53	103,57	0,00
...
6	январь	2692,78	34,53	101,30	0,00
	февраль	2727,31	34,53	101,28	0,00
	март	2761,84	34,53	101,27	0,00
	апрель	2796,37	34,53	101,25	0,00
	май	2830,90	34,53	101,23	0,00

Продолжение таблицы 3.7

1	2	3	4	5
июнь	2865,43	34,53	101,22	0,00
июль	2899,96	34,53	101,21	0,00
август	2934,49	34,53	101,19	0,00
сентябрь	2969,02	34,53	101,18	0,00
октябрь	3003,55	34,53	101,16	0,00
ноябрь	3038,08	34,53	101,15	0,00
декабрь	3072,61	34,53	101,14	0,00

Как видно из таблицы 3.7 при линейном тренде наблюдается:

- постоянный цепной абсолютный прирост равный параметру уравнения b ;
- цепной темп роста постепенно снижается;
- абсолютное ускорение равно нулю.

Аналитическое выравнивание по полиному второй степени

Данная модель имеет вид: $\hat{y}_i = a + bt_i + ct_i^2$

Для оценивания параметров тренда при $\sum t = 0$, применяют формулы (3.12) – (3.14). Тогда система примет вид (необходимые расчеты представлены в таблице 3.6 столбцы 3-7):

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}, \quad (3.12).$$

$$na + c \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i, \quad (3.13)$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i t_i^2. \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} 72a + 31098,0c = 132968,7 \\ 31098,0b = 1073969,25 \\ 31098a + 24170920,5c = 62210860,98 \end{cases}$$

В результате решения системы получаем уравнение: $\hat{y}_i = 1654,56 + 34,53t_i + 0,45t_i^2$. Параметр a характеризует расчетное значение при $t=0$, т.е. расчетное значение составило 1654,56 млн. р. Величина b соответствует среднему абсолютному приросту уровней временного ряда, а параметр c - половина абсолютного ускорения. Следовательно, можно сделать вывод, что в анализируемом периоде доходы бюджета возрастали в среднем за год на 2000,48 млн. р. с абсолютным ускорением 0,9 млн.р.

Рассмотрим свойства параболического тренда (таблица 3.8).

Таблица 3.8 – Показатели динамики при параболическом тренде,
 $\mathcal{E}_i = 1654,56 + 34,53t_i + 0,45t_i^2$

Период		\mathcal{E} , млн. р.	Δ_u , млн. р.	T_{p_i} , %	Δ'
1	январь	995,86	-	-	-
	февраль	998,89	3,03	100,30	-
	март	1002,82	3,93	100,39	0,90
	апрель	1007,65	4,83	100,48	0,90
	май	1013,38	5,73	100,57	0,90
	июнь	1020,01	6,63	100,65	0,90
	июль	1027,54	7,53	100,74	0,90
	август	1035,97	8,43	100,82	0,90
	сентябрь	1045,30	9,33	100,90	0,90
	октябрь	1055,53	10,23	100,98	0,90
	ноябрь	1066,66	11,13	101,05	0,90
	декабрь	1078,69	12,03	101,13	0,90
6	январь	2770,66	56,13	102,07	0,90
	февраль	2827,69	57,03	102,06	0,90
	март	2885,62	57,93	102,05	0,90
	апрель	2944,45	58,83	102,04	0,90
	май	3004,18	59,73	102,03	0,90
	июнь	3064,81	60,63	102,02	0,90
	июль	3126,34	61,53	102,01	0,90
	август	3188,77	62,43	102,00	0,90
	сентябрь	3252,10	63,33	101,99	0,90
	октябрь	3316,33	64,23	101,98	0,90
	ноябрь	3381,46	65,13	101,96	0,90
	декабрь	3447,49	66,03	101,95	0,90

Из таблицы видно, что для рассматриваемого тренда характерны следующие свойства:

- равномерно убывающие на 0,9 млн. р. абсолютные изменения;
- постоянное ускорение ($2 \cdot c = 2 \cdot 0,45 = 0,90$).

Следовательно, имеем восходящую ветвь с ускоренным ростом уровней.

Аналитическое выравнивание по экспоненциальной (показательной) функции

Она имеет вид: $\mathcal{E}_i = a \cdot k^{t_i}$.

Для оценивания параметров воспользуемся формулами:

$$\ln a = \ln y_i \quad (3.15)$$

$$\ln k = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \ln y_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} \quad (3.16)$$

Определим уравнение показательной кривой для нашего примера. Необходимые расчеты занесем в таблицу 3.6 (столбцы 8-9). Получим:

$$\ln a = \frac{533,6}{74} = 7,41; \quad \ln k = \frac{581,08}{31098} = 0,0187$$

Для потенцирования можно использовать функцию EXP (в Excel выбираем Функции – Математические – EXP).

В результате уравнение тренда примет вид: $\mathcal{E}_t = 1654,3 \cdot 1,0189^t$.

Рассмотрим свойства экспоненциального тренда (таблица 3.9).

Таблица 3.9 – Показатели динамики при экспоненциальном тренде $\mathcal{E}_t = 1654,3 \cdot 1,0189^t$

Период		\mathcal{E} , млн. р.	$\Delta_{\mathcal{E}}$, млн. р.	$T_{p_{\mathcal{E}}}$, %	Δ'
1	январь	851,03	-	-	-
	февраль	867,11	16,08	101,89	-
	март	883,50	16,39	101,89	0,30
	апрель	900,20	16,70	101,89	0,31
	май	917,21	17,01	101,89	0,32
	июнь	934,55	17,34	101,89	0,32
	июль	952,21	17,66	101,89	0,33
	август	970,21	18,00	101,89	0,33
	сентябрь	988,54	18,34	101,89	0,34
	октябрь	1007,23	18,68	101,89	0,35
	ноябрь	1026,26	19,04	101,89	0,35
	декабрь	1045,66	19,40	101,89	0,36
...
6	январь	2617,20	48,55	101,89	0,90
	февраль	2666,67	49,47	101,89	0,92
	март	2717,07	50,40	101,89	0,93
	апрель	2768,42	51,35	101,89	0,95
	май	2820,74	52,32	101,89	0,97
	июнь	2874,06	53,31	101,89	0,99
	июль	2928,38	54,32	101,89	1,01
	август	2983,72	55,35	101,89	1,03
	сентябрь	3040,12	56,39	101,89	1,05
	октябрь	3097,57	57,46	101,89	1,07
	ноябрь	3156,12	58,54	101,89	1,09
	декабрь	3215,77	59,65	101,89	1,11

Из таблицы видно, что для рассматриваемого тренда характерны следующие свойства:

- постоянный цепной темп роста;
- ускоряющийся неравномерно рост уровней

Аналитическое выравнивание по модифицированной экспоненте

Уравнение модифицированной экспоненты имеет вид:

$$y = k - ab^t,$$

где k – горизонтальная асимптота

Рассчитаем параметры уравнения модифицированной экспоненты для нашего примера используя формулы (3.17) – (3.18).

$$\ln a = \frac{\sum \ln(k - y_t)}{n} \quad (3.17)$$

$$\ln b = \frac{\sum t \cdot \ln(k - y_t)}{\sum t^2} \quad (3.18)$$

Так как доходы бюджета в анализируемом периоде не превышали 5000 млн. р., то значение горизонтальной асимптоты примем равной данной величине, т.е. $k=5000$. Необходимые вспомогательные вычисления представлены в таблице 3.10.

Таблица 3.10 – Расчет параметров модифицированной экспоненты

Период		Доход, млн.р.	t	t^2	$k - y$	$\ln(k - y)$	$t \cdot \ln(k - y)$
1		2	3	4	5	6	7
1	январь	1119,3	-35,5	1260,25	3880,70	8,26	-293,36
	февраль	352,2	-34,5	1190,25	4647,80	8,44	-291,32
	март	1006,9	-33,5	1122,25	3993,10	8,29	-277,79
	апрель	1177,8	-32,5	1056,25	3822,20	8,25	-268,08
	май	1084,4	-31,5	992,25	3915,60	8,27	-260,59
	июнь	891,4	-30,5	930,25	4108,60	8,32	-253,79
	июль	928,2	-29,5	870,25	4071,80	8,31	-245,20
	август	1178,4	-28,5	812,25	3821,60	8,25	-235,08
	сентябрь	989,4	-27,5	756,25	4010,60	8,30	-228,16
	октябрь	932,2	-26,5	702,25	4067,80	8,31	-220,24
	ноябрь	1080,4	-25,5	650,25	3919,60	8,27	-210,98
	декабрь	1243,5	-24,5	600,25	3756,50	8,23	-201,67
...
6	январь	1573	24,5	600,25	3427,00	8,14	199,42
	февраль	1521,5	25,5	650,25	3478,50	8,15	207,94
	март	3215,2	26,5	702,25	1784,80	7,49	198,41

Продолжение таблицы 3.10

1	2	3	4	5	6	7
апрель	2872,5	27,5	756,25	2127,50	7,66	210,72
май	3792,4	28,5	812,25	1207,60	7,10	202,25
июнь	2721,7	29,5	870,25	2278,30	7,73	228,07
июль	3097,2	30,5	930,25	1902,80	7,55	230,31
август	4229,2	31,5	992,25	770,80	6,65	209,39
сентябрь	2119,6	32,5	1056,25	2880,40	7,97	258,88
октябрь	3756,5	33,5	1122,25	1243,50	7,13	238,71
ноябрь	3416,1	34,5	1190,25	1583,90	7,37	254,18
декабрь	3478,7	35,5	1260,25	1521,30	7,33	260,12
Итого	132968,70	-	31098,00	227031,30	575,82	-417,26
В среднем	1846,79	-	431,92	3153,21	8,00	-5,80

Тогда можно рассчитать

$$\ln a = \frac{575,82}{72} = 8; \quad \ln b = \frac{-417,26}{31098,0} = -0,0134.$$

Проведя потенцирование, получаем:

$$a = 2973,41;$$

$$b = 0,987.$$

Следовательно, уравнение тренда примет вид: $\hat{y}_t = 5000 - 2973,41 \cdot 0,987^t$

Аналитическое выравнивание по логистической кривой

Уравнение логистической кривой имеет вид: $y = \frac{k}{1 + be^{-at}}$. Для расчета параметров воспользуемся формулами (3.19) и (3.20).

$$\ln b = \frac{\sum \ln Y}{n}, \quad (3.19)$$

$$a = \frac{-\sum t \cdot \ln Y}{\sum t^2}, \quad (3.20)$$

$$\text{где } \left(\frac{k}{y} - 1 \right) = Y$$

Необходимые вычисления представлены в таблице 3.11 (значение горизонтальной асимптоты $k=5000$).

Таблица 3.11 - Расчет параметров логистической кривой

Период	Доход, млн.р.	t	t^2	Y	$\ln Y$	$t \cdot \ln Y$
1	2	3	4	5	6	7
январь	1119,3	-35,5	1260,25	3,47	1,24	-44,14
февраль	352,2	-34,5	1190,25	13,20	2,58	-89,01
март	1006,9	-33,5	1122,25	3,97	1,38	-46,15
апрель	1177,8	-32,5	1056,25	3,25	1,18	-38,26

Продолжение таблицы 3.11

	1	2	3	4	5	6	7
	май	1084,4	-31,5	992,25	3,61	1,28	-40,44
	июнь	891,4	-30,5	930,25	4,61	1,53	-46,61
	июль	928,2	-29,5	870,25	4,39	1,48	-43,62
	август	1178,4	-28,5	812,25	3,24	1,18	-33,53
	сентябрь	989,4	-27,5	756,25	4,05	1,40	-38,49
	октябрь	932,2	-26,5	702,25	4,36	1,47	-39,04
	ноябрь	1080,4	-25,5	650,25	3,63	1,29	-32,86
	декабрь	1243,5	-24,5	600,25	3,02	1,11	-27,09
...
6	январь	1573	24,5	600,25	2,18	0,78	19,08
	февраль	1521,5	25,5	650,25	2,29	0,83	21,09
	март	3215,2	26,5	702,25	0,56	-0,59	-15,60
	апрель	2872,5	27,5	756,25	0,74	-0,30	-8,26
	май	3792,4	28,5	812,25	0,32	-1,14	-32,61
	июнь	2721,7	29,5	870,25	0,84	-0,18	-5,25
	июль	3097,2	30,5	930,25	0,61	-0,49	-14,86
	август	4229,2	31,5	992,25	0,18	-1,70	-53,62
	сентябрь	2119,6	32,5	1056,25	1,36	0,31	9,97
	октябрь	3756,5	33,5	1122,25	0,33	-1,11	-37,04
	ноябрь	3416,1	34,5	1190,25	0,46	-0,77	-26,52
	декабрь	3478,7	35,5	1260,25	0,44	-0,83	-29,36
Итого		132968,70	-	31098,00	171,66	42,22	-998,34
В среднем		1846,79	-	431,92	2,38	0,59	-13,87

Тогда можно рассчитать

$$a = \frac{-(-998,34)}{31098} = 0,0321$$

$$\ln b = \frac{42,22}{72} = 0,59.$$

Проведя потенцирование, получаем: $b = 1,797$.

Следовательно, уравнение тренда примет вид:

$$\hat{y}_t = \frac{5000}{1 + 1,797 \cdot e^{-0,0321t}}$$

Рассмотрим свойства логистического тренда (таблица 3.12).

Как видно из таблицы 3.12, абсолютные изменения и темпы роста постоянно снижаются. Они положительны и больше 100 % соответственно. Абсолютные ускорения на протяжении анализируемого периода меняют знак с положительного на отрицательный.

Таблица 3.12 - Показатели динамики при логистическом тренде

$$\mathcal{E}_t = \frac{5000}{1 + 1,797 \cdot e^{-0,0321t}}$$

Период		£, млн. р.	Δ_y , млн. р.	T_{py} , %	Δ'
1		2	3	4	5
1	январь	755,25	-	-	-
	февраль	776,08	20,83	102,76	-
	март	797,37	21,29	102,74	0,466
	апрель	819,13	21,76	102,73	0,471
	май	841,37	22,24	102,71	0,475
	июнь	864,09	22,72	102,70	0,479
	июль	887,29	23,20	102,68	0,483
	август	910,97	23,69	102,67	0,486
	сентябрь	935,15	24,17	102,65	0,489
	октябрь	959,81	24,67	102,64	0,491
	ноябрь	984,97	25,16	102,62	0,493
	декабрь	1010,63	25,65	102,60	0,494
...
6	январь	2750,20	39,81	101,47	-0,108
	февраль	2789,88	39,68	101,44	-0,128
	март	2829,41	39,53	101,42	-0,147
	апрель	2868,78	39,37	101,39	-0,167
	май	2907,96	39,18	101,37	-0,186
	июнь	2946,93	38,98	101,34	-0,205
	июль	2985,69	38,75	101,32	-0,223
	август	3024,20	38,51	101,29	-0,241
	сентябрь	3062,45	38,25	101,26	-0,258
	октябрь	3100,43	37,98	101,24	-0,275
	ноябрь	3138,11	37,69	101,22	-0,292
	декабрь	3175,49	37,38	101,19	-0,308

Аналитическое выравнивание по кривой Гомперца

Уравнение кривой Гомперца имеет вид: $y = ka^{b^t}$.

Примем обозначения:

$$\left(\frac{y}{k}\right) = Y$$

$$\ln|\ln Y| = Y'$$

$$\ln b = B$$

$$\ln|\ln a| = A.$$

Для нахождения параметров используем формулы (3.21) и (3.22).

$$A = \frac{\sum Y'}{n} \quad (3.21)$$

$$B = \frac{\sum Y' \cdot t}{\sum t^2} \quad (3.22)$$

Необходимые вычисления представлены в таблице 3.13 (значение горизонтальной асимптоты $k=5000$).

Таблица 3.13 - Расчет параметров кривой Гомперца

Период		Доход, млн.р.	Y	lnY	lnY	Y'	Y' · t
1	январь	1119,3	0,22	-1,50	1,50	0,40	-14,32
	февраль	352,2	0,07	-2,65	2,65	0,98	-33,66
	март	1006,9	0,20	-1,60	1,60	0,47	-15,80
	апрель	1177,8	0,24	-1,45	1,45	0,37	-11,98
	май	1084,4	0,22	-1,53	1,53	0,42	-13,36
	июнь	891,4	0,18	-1,72	1,72	0,54	-16,62
	июль	928,2	0,19	-1,68	1,68	0,52	-15,37
	август	1178,4	0,24	-1,45	1,45	0,37	-10,50
	сентябрь	989,4	0,20	-1,62	1,62	0,48	-13,27
	октябрь	932,2	0,19	-1,68	1,68	0,52	-13,74
	ноябрь	1080,4	0,22	-1,53	1,53	0,43	-10,88
	декабрь	1243,5	0,25	-1,39	1,39	0,33	-8,09
...	
6	январь	1573	0,31	-1,16	1,16	0,15	3,56
	февраль	1521,5	0,30	-1,19	1,19	0,17	4,43
	март	3215,2	0,64	-0,44	0,44	-0,82	-21,66
	апрель	2872,5	0,57	-0,55	0,55	-0,59	-16,23
	май	3792,4	0,76	-0,28	0,28	-1,29	-36,64
	июнь	2721,7	0,54	-0,61	0,61	-0,50	-14,67
	июль	3097,2	0,62	-0,48	0,48	-0,74	-22,45
	август	4229,2	0,85	-0,17	0,17	-1,79	-56,30
	сентябрь	2119,6	0,42	-0,86	0,86	-0,15	-4,97
	октябрь	3756,5	0,75	-0,29	0,29	-1,25	-41,94
	ноябрь	3416,1	0,68	-0,38	0,38	-0,97	-33,30
	декабрь	3478,7	0,70	-0,36	0,36	-1,01	-36,00
Итого		132968,70	26,59	-79,64	79,64	-1,86	-656,84
В среднем		1846,79	0,37	-1,11	1,11	-0,03	-9,12

Тогда можно рассчитать

$$A = \frac{-1,86}{72} = -0,03 \Rightarrow \ln a = 0,9745 \Rightarrow a = 2,6499$$
$$B = \frac{-656,84}{31098} = -0,021 \Rightarrow b = 0,9791.$$

Следовательно, уравнение тренда примет вид:

$$\mathcal{E}_t = 5000 \cdot 2,6499^{0,9791^t}$$

Проверка адекватности и точности моделей

Принято считать, что модель *адекватна* описываемому процессу, если значения остаточной компоненты удовлетворяют свойствам случайности, независимости, а также остаточная компонента подчиняется нормальному закону распределения.

Проверка гипотезы о независимости остатков.

Наиболее распространенный – критерий Дарбина – Уотсона (позволяет обнаружить автокорреляцию первого порядка):

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \approx 2(1 - r_1), \quad (3.23)$$

где r_1 - коэффициент автокорреляции первого порядка.

Если в ряду остатков имеется сильная положительная автокорреляция, то $d=0$, в случае сильной отрицательной автокорреляции $d=4$. При отсутствии автокорреляции $d=2$. Применение на практике критерия Дарбина – Уотсона основано на сравнении величины d с теоретическими табулированными значениями d_1 и d_2 :

- 1) если $d < d_1$, то гипотеза (H_0) о независимости случайных отклонений отвергается (положительная автокорреляция);
- 2) если $d > d_2$, то гипотеза (H_0) не отвергается;
- 3) если $d_1 \leq d \leq d_2$, то нет достаточных оснований для принятия решений (область неопределенности).

Когда расчетное значение d превышает 2, то с d_1 и d_2 сравнивается не сам коэффициент d , а $(4 - d)$.

Рассчитаем критерий Дарбина – Уотсона для полученных в лабораторной работе 2 кривых роста. Расчетные и табличные значения критерия представлены в таблице 3.14. Промежуточные расчеты представлены в Приложении Б.

Таблица 3.14 – Значение критерия Дарбина – Уотсона для кривых роста

Показатель	Кривая роста					
	прямая	парабола	экспонента	модифицированная экспонента	логистическая кривая	кривая Гомперца
d	1,91	2,13	2,07	1,62	2,02	0,00
4-d	-	1,87	1,93	-	1,98	-
d ₁	1,55	1,52	1,55	1,55	1,55	1,55
d ₂	1,67	1,70	1,67	1,67	1,67	1,67

Расчетные значения критерия Дарбина – Уотсона сравниваем с табличными значениями для n=72 и k=2 (прямая, экспонента, модифицированная экспонента, логистическая кривая, кривая Гомперца) и k=3 (парабола) (k- число оцениваемых параметров в уравнении).

Как видно из таблицы 3.14 $d < d_1$ для кривой Гомперца, следовательно в остатках присутствует положительная автокорреляция. Для модифицированной экспоненты расчетное значение критерия Дарбина – Уотсона попало в зону неопределенности. У остальных моделей гипотеза об отсутствии автокорреляции принимается.

Проверка гипотезы о подчиненности остатков нормальному закону распределения.

Проверка на нормальность может быть проведена приближенно на основе подхода, опирающегося на рассмотрение показателей асимметрии и эксцесса. При нормальном распределении асимметрия и эксцесс равны нулю. Так как отклонения от тренда представляют собой выборку из некоторой генеральной совокупности, то можно определить выборочные характеристики асимметрии и эксцесса:

$$A = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2\right)^3}}; \quad (3.24)$$

$$\mathfrak{A} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^4}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2\right)^3}} - 3. \quad (3.25)$$

Если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$\left| \mathfrak{A} + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5 \cdot \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}, \quad (3.26)$$

$$|A| < 1,5 \cdot \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}, \quad (3.27)$$

то гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты не отвергается.

Для нашего примера ($n=72$) правые части неравенств составят соответственно 0,415 и 0,781.

Если выполняется хотя бы одно из неравенств

$$\begin{aligned} |A| &\geq 2 \cdot \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}, \\ \left| \vartheta + \frac{6}{n+1} \right| &\geq 2 \cdot \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

то гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты отвергается.

Для $n=72$ правые части неравенств составят соответственно 0,554 и 1,042.

Другие случаи требуют дополнительной проверки с помощью более мощных критериев.

С помощью встроенной функции в MS Excel «Описательная статистика» (Сервис- Анализ данных – Описательная статистика) получим таблицу, содержащую показатели асимметрии и эксцесса (таблица 3.15).

Сравнив, левые и правые части неравенств можно сделать вывод, что гипотеза о нормальном распределении остаточной величины не отвергается только для модифицированной экспоненты. Для всех остальных величин выполняется одно из неравенств системы (3.28).

Важнейшими **характеристиками качества модели**, выбранной для прогнозирования, являются показатели ее точности:

1) средняя относительная ошибка по модулю:

$$|\bar{\delta}| = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t} \right| \cdot 100 \% \quad (3.29)$$

Если $|\bar{\delta}| < 10 \%$, это свидетельствует о высокой точности модели, при $10 \leq |\bar{\delta}| \leq 20 \%$ - точность хорошая, при $20 \leq |\bar{\delta}| \leq 50 \%$ - удовлетворительная.

Таблица 3.15 – Описательная статистика для остаточной компоненты

Показатель	прямой	параболе	показатель- ной	модифициро- ванная экспо- нента	логистиче- ская	гомперца
Среднее	0,00	-2,14	64,37	-68,63	-6,07	-14798,51
Стандартная ошибка	63,12	59,74	60,23	69,04	61,50	1408,65
Медиана	-3,16	-8,65	31,00	-5,90	21,90	-10489,54
Мода						
Стандартное отклонение	535,61	506,88	511,05	585,84	521,86	11952,82
Дисперсия выборки	286878,61	256923,21	261170,58	343208,19	272338,40	142869870,49
Эксцесс	1,04	1,56	1,55	0,20	1,22	1,05
$\left \bar{\varepsilon} + \frac{6}{n+1} \right $	1,12	1,64	1,63	0,29	1,30	1,14
Асимметричность	0,13	-0,03	0,26	-0,11	-0,01	-1,35
Интервал	2955,90	2892,19	2870,73	2991,53	2900,61	47687,67
Минимум	-1334,32	-1306,19	-1146,44	-1531,15	-1325,78	-50389,79
Максимум	1621,59	1586,00	1724,29	1460,39	1574,83	-2702,12
Сумма	-0,18	-153,72	4634,40	-4941,25	-437,12	-1065493,06
Счет	72	72	72	72	72	72

Таблица 3.16 – Оценка точности кривых роста

Показатель	Кривая роста					
	прямая	парабола	экспонента	модифицирован- ная экспонента	логистическая кривая	кривая Гомпер- ца
$ \bar{\delta} , \%$	24,50	22,09	21,25	28,40	23,06	1256,23
S^2	282894,19	253359,39	260686,70	333098,42	266752,05	324615900,23
S	531,88	503,35	510,57	577,15	516,48	18017,10

2) дисперсия S^2 или среднеквадратическая ошибка прогноза S (применяется при сравнительной характеристике моделей):

$$S^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}{n}; \quad (3.30)$$

$$S = \sqrt{S^2} \quad (3.31)$$

Чем меньше значение этих характеристик, тем выше точность моделей.

Промежуточные расчеты приведенных характеристик представлены в Приложении Б.

Результаты расчетов данных критериев для всех построенных функций приведены в таблице 3.16.

Средняя относительная ошибка аппроксимации полученных кривых за исключением кривой Гомперца попала в интервал $20 \leq |\bar{\delta}| \leq 50 \%$, что свидетельствует об удовлетворительной точности моделей. Точность кривой Гомперца является неудовлетворительной.

Проведенный анализ точности и адекватности кривых роста позволяет сделать вывод, что для доходов бюджета целесообразно использовать параболическую кривую, т.к. она имеет наименьшую ошибку аппроксимации и среднее квадратическое отклонение, а также в ряду остатков отсутствует автокорреляция.

4 Практическая работа 4

Статистическое изучение колеблемости во временных рядах

Цель занятия: научиться оценивать силу и интенсивность колебаний во временных рядах, а также давать сравнительную оценку колеблемости временных рядов.

Контрольные вопросы

- 1 Какие типы колебаний различают при анализе временных рядов?
- 2 Охарактеризуйте основные свойства пилообразной колеблемости.
- 3 Охарактеризуйте основные свойства долгопериодической циклической колеблемости.
- 4 Охарактеризуйте основные свойства случайно распределенной во времени колеблемости.
- 5 Какие методы используются для распознавания типа колебаний?
- 6 Назовите показатели абсолютной величины колебаний. Как они рассчитываются?

7 Назовите показатели относительной величины колебаний. Как они рассчитываются?

Задание

- 1 Определите тип колеблемости временного ряда.
- 2 По данным практического занятия 2 для наиболее точного и адекватного тренда рассчитайте абсолютные и относительные показатели колеблемости.
- 3 На основе полученных данных сделайте выводы о силе и интенсивности колебаний.

Реализация типовых задач

На основе графического анализа временного ряда (рисунок 4.1) можно сделать вывод о преобладании случайной колеблемости в общем комплексе колебаний.

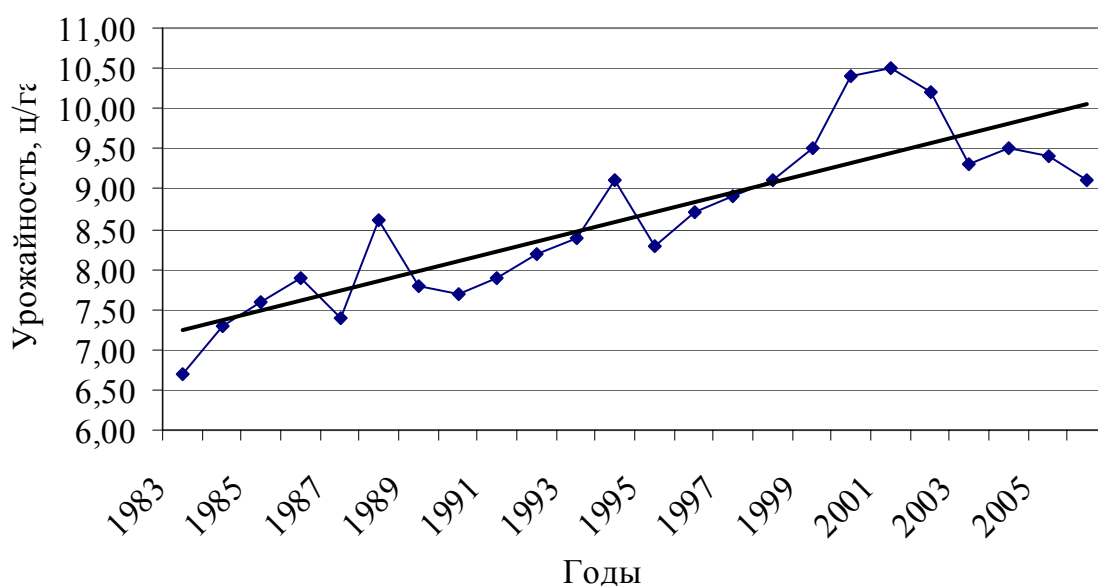


Рисунок 4.1 - Динамика урожайности зерновых культур

Коэффициент автокорреляции отклонений от линейного тренда первого порядка равен: $r^I = 0,43$, он больше $+0,3$, следовательно, можно предположить наличие циклической колеблемости

Рассчитаем число экстремумов. Ряд имеет 9 локальных экстремумов. Расчетное значение числа локальных экстремумов $2/3(n-2)=14,67$ при среднем квадратическом отклонении $\sqrt{\frac{16n-29}{90}}=1,99$. Как видим, фактическое число экстремумов не попадает в интервал $14,67 \pm 1,99$. Следовательно, гипотеза о случайном распределении отклонений от тренда отклоняется, т.е. временной ряд содержит квазициклическую колеблемость.

Для расчета показателей колеблемости построим вспомогательную таблицу (таблица 4.1).

Таблица 4.1 - Расчет показателей колеблемости

Годы	y_i	\bar{x}_i	$y_i - \bar{x}_i$	$ y_i - \bar{x}_i $	$(y_i - \bar{x}_i)^2$
1	2	3	4	5	6
1983	6,70	7,27	-0,57	0,57	0,32
1984	7,30	7,39	-0,09	0,09	0,01
1985	7,60	7,51	0,09	0,09	0,01
1986	7,90	7,63	0,27	0,27	0,07
1987	7,40	7,75	-0,35	0,35	0,12
1988	8,60	7,87	0,73	0,73	0,53
1989	7,80	7,99	-0,19	0,19	0,04
1990	7,70	8,11	-0,41	0,41	0,17
1991	7,90	8,23	-0,33	0,33	0,11
1992	8,20	8,35	-0,15	0,15	0,02
1993	8,40	8,47	-0,07	0,07	0,00
1994	9,10	8,59	0,51	0,51	0,26
1995	8,30	8,71	-0,41	0,41	0,17
1996	8,70	8,83	-0,13	0,13	0,02
1997	8,90	8,95	-0,05	0,05	0,00
1998	9,10	9,07	0,03	0,03	0,00
1999	9,50	9,19	0,31	0,31	0,10
2000	10,40	9,31	1,09 - max	1,09	1,19
2001	10,50	9,43	1,07	1,07	1,14
2002	10,20	9,55	0,65	0,65	0,42
2003	9,30	9,67	-0,37	0,37	0,14
2004	9,50	9,79	-0,29	0,29	0,08
2005	9,40	9,91	-0,51	0,51	0,26
2006	9,10	10,03	-0,93 - min	0,93	0,86
итого	207,50	207,60	-0,10	9,60	6,06

Абсолютные показатели колеблемости:

$$A = |\Delta_{\max} - \Delta_{\min}| = |1,09 - (-0,93)| = 2,02,$$

$$a(t) = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \bar{x}_i|}{n} = \frac{9,60}{24} = 0,4 \text{ ц/га},$$

$$S(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{x}_i)^2}{n - p}} = \sqrt{\frac{6,06}{24 - 2}} = 0,52 \text{ ц/га}.$$

Коэффициент колеблемости:

$$v(t) = \frac{S(t)}{y} = \frac{0,52}{8,65} \cdot 100 = 6,07 \%$$

Рассчитанные показатели колеблемости позволяют сделать вывод о незначительной колеблемости урожайности зерновых культур в анализируемом периоде.

5 Лабораторная работа 1

Вероятностная оценка существенности параметров тренда и колеблемости

Цель занятия: научиться оценивать существенность параметров линейного, параболического и экспоненциального трендов, а также давать сравнительную оценку колеблемости временных рядов.

Контрольные вопросы

- 1 Какой критерий используется для вероятностной оценки параметров трендов?
- 2 Какой критерий используется для вероятностной оценки коэффициента колеблемости?
- 3 Как рассчитываются доверительные границы тренда?
- 4 Как рассчитываются доверительные границы коэффициента колеблемости?
- 5 Какой критерий используется для сравнения интенсивности колебаний во временных рядах?

Задания

По данным практического занятия 4:

- 1 Найдите доверительные границы для показателя колеблемости в генеральной совокупности.
- 2 Сравните колеблемость в первой половине анализируемого ряда с колеблемостью во второй его половине.
- 3 На основе полученных данных сделайте выводы о сходстве или различии колеблемости во временном ряду.

Реализация типовых задач

Оценим надежность параметра b линейного тренда. Для этого рассчитывается t -критерий Стьюдента по формуле (необходимые расчеты представлены в Приложении А):

$$t = \frac{b}{m_b},$$

$$\text{где } m_b = \frac{S(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n t_i^2}} = \frac{0,5023}{\sqrt{1150}} = 0,0148$$

Соответственно расчетное значение t-критерия равно: $t = \left| \frac{0,12}{0,0148} \right| = 8,1011$.

Табличное значение критерия для 22 степеней свободы на уровне значимости 0,05 составляет 2,07. Следовательно, с вероятностью 95 %, параметр b линейного тренда отличен от нуля.

Для основного параметра параболы второго порядка с средняя ошибка репрезентативности вычисляется по формуле:

$$m_c = \frac{S(t)}{\sqrt{t_i^4 - (\bar{t}_i^2)^2}} = \frac{0,4735}{\sqrt{4123,23 - 47,92^2}} = 0,0111$$

Критерий Стьюдента равен: $t = \frac{c}{m_c} = \frac{-0,004}{0,0111} = -0,3611$. Табличное значение

при 21 степени свободы составляет 2,08. Таким образом, гипотеза о равенстве нулю коэффициента не может быть отвергнута, с вероятностью 95 %.

Формула средней ошибки логарифма коэффициента изменения k имеет вид:

$$m_{\ln k} = \frac{S_{(t)\ln y_i}}{\sqrt{\sum t_i^2}} = \frac{0,0566}{\sqrt{1150}} = 0,0017$$

Критерий Стьюдента: $t = \frac{\ln k}{m_{\ln k}} = \frac{0,0145}{0,0017} = 8,6604$. Табличный критерий при

22 степенях свободы и значимости 0,05 равен 2,07. Полученное значение критерия много больше табличного, следовательно, вероятность нулевой гипотезы можно считать равной нулю.

Таким образом, вероятностная оценка параметров трендов показала надежность параметров линейного и экспоненциального трендов. Оценим колеблемость урожайности зерновых культур относительно линейного тренда, руководствуясь правилом отбора наиболее простых моделей.

Найдем доверительные границы для коэффициента колеблемости в генеральной совокупности.

Среднюю ошибку репрезентативности выборочной оценки генерального коэффициента колеблемости определим по формуле:

$$m_{V(t)} = \frac{V(t)}{\sqrt{2n}} \cdot \sqrt{1 + 2\left(\frac{V(t)}{100}\right)^2} = \frac{6,07}{\sqrt{2 \cdot 24}} \cdot \sqrt{1 + 2\left(\frac{6,07}{100}\right)^2} = 0,88 \%.$$

С вероятностью 0,95 при 22 степенях свободы доверительные границы генерального коэффициента колеблемости составят $6,07 \% \pm 2,07 \cdot 0,88 \%$ или от 4,24 % до 7,9 %.

Сравним колеблемость урожайности зерновых культур в 1983-1994 г.г. с колеблемостью в 1995-2006 г.г. Для этого применим Критерий Бартлетта «М».

При сравнении двух дисперсий и равном числе уровней средние арифметическая и геометрическая будут не взвешенные и формулы для их расчета примут вид:

$$\bar{S}_{ариф} = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2}, \quad \bar{S}_{геом} = \sqrt{S_1^2 \cdot S_2^2},$$

где S_1^2 и S_2^2 - дисперсии соответственно для первого и второго периодов.

Для расчета дисперсий по подпериодам построим вспомогательную таблицу 5.1.

Таблица 5.1- Расчет дисперсии

Годы	$(y_t - \bar{x}_t)^2$	Годы	$(y_t - \bar{x}_t)^2$
1	2	3	4
1983	0,32	1995	0,17
1984	0,01	1996	0,02
1985	0,01	1997	0,00
1986	0,07	1998	0,00
1987	0,12	1999	0,10
1988	0,53	2000	1,19
1989	0,04	2001	1,14
1990	0,17	2002	0,42
1991	0,11	2003	0,14
1992	0,02	2004	0,08
1993	0,00	2005	0,26
1994	0,26	2006	0,86
итого	1,67	Итого	4,39
S_1^2	0,14	S_2^2	0,36

Тогда

$$\bar{S}_{ариф} = \frac{0,14 + 0,36}{2} = 0,25,$$

$$\bar{S}_{геом} = \sqrt{0,14 \cdot 0,36} = 0,23.$$

Критерий Бартлетта «М» равен:

$$M = 2 \ln \frac{S(t)_{ар.}^2}{S(t)_{геом.}^2} \cdot \sum_{i=1}^k n_i = 2 \cdot \ln \frac{0,25}{0,23} \cdot (12 + 12) = 5,38,$$

его средняя ошибка:

$$C = 1 + \frac{\frac{1}{n} - \frac{1}{2n}}{3} = 1 + \frac{\frac{1}{12} - \frac{1}{2 \cdot 12}}{3} = 1,01.$$

$$M/C = 5,32.$$

Табличное значение χ^2 при одной степени свободы и значимости 0,05 составляет 3,84. Фактическое значение больше табличного, следовательно, можно считать, что колеблемость в последние 12 лет выше, чем в первые 12 лет изучаемого периода.

6 Лабораторная работа 2

Статистический анализ и прогнозирование периодических колебаний

Цель изучения темы: ознакомиться с методами, позволяющими выявить наличие периодической составляющей во временном ряду, а также научиться оценивать уровень сезонности, осуществлять фильтрацию периодических составляющих временного ряда и их моделирование.

Контрольные вопросы

- 1 Что понимается под сезонными колебаниями?
- 2 Назовите основные этапы построения аддитивной модели сезонности.
- 3 Назовите основные этапы построения мультипликативной модели сезонности.
- 4 В чем суть спектрального анализа?
- 5 Как проводится моделирование сезонных колебаний с помощью фиктивных переменных?

Задания

Для временного ряда финансового или социально-экономического показателя с помесечной или поквартальной динамикой требуется:

- а) на основе графического анализа провести исследование компонентного состава временного ряда;
- б) построить тренд – сезонную аддитивную или мультипликативную модель, на основе полученной модели рассчитать прогнозную оценку;
- в) построить ряд Фурье с четырьмя гармониками и на основе полученной модели дать прогноз;
- г) построить модель регрессии с включением фактора времени и фиктивных переменных, на основе полученной модели дать прогноз;
- д) оценить точность моделей и выбрать наилучшую для прогнозирования.

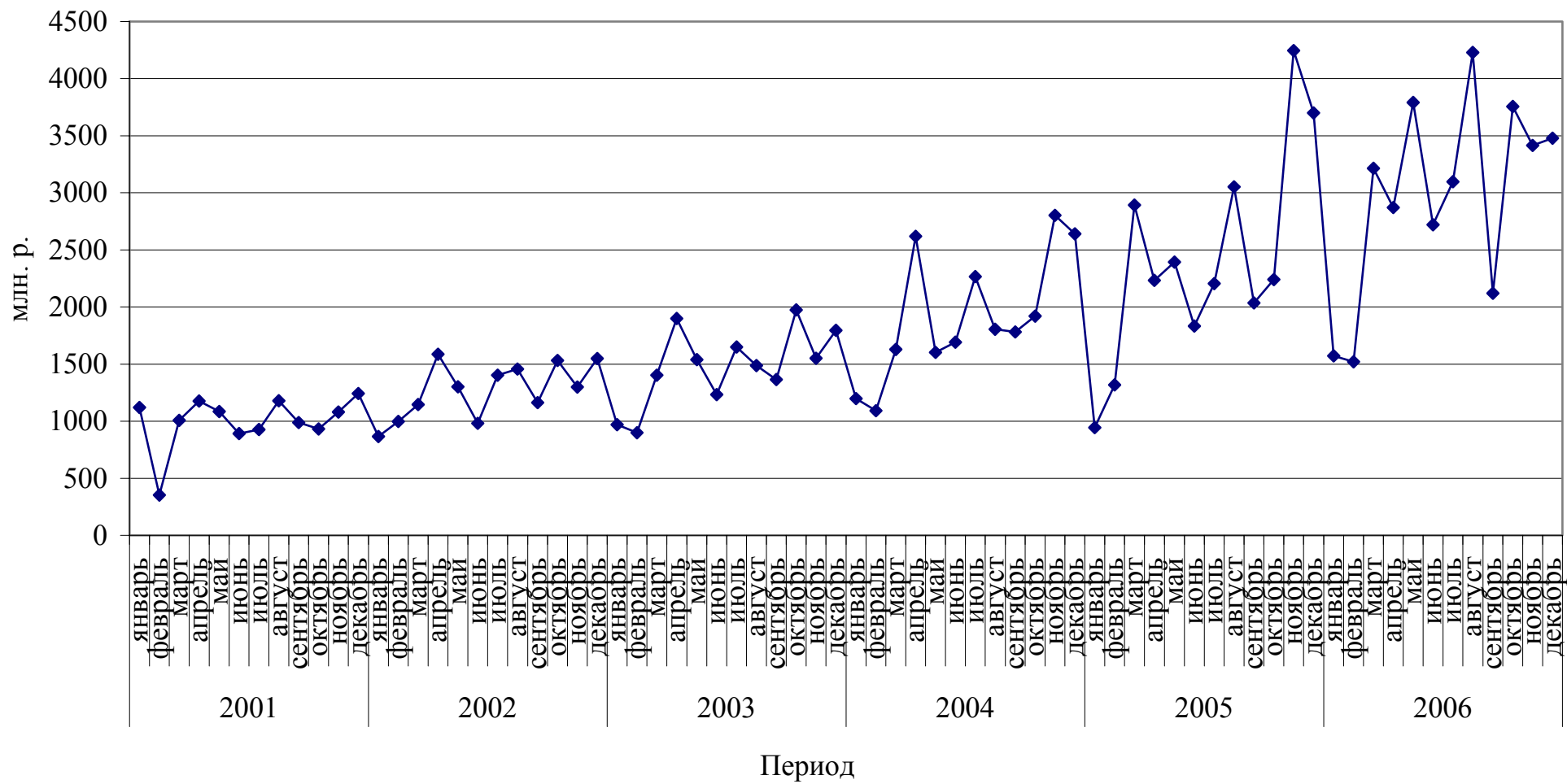


Рисунок 6.1 - Динамика доходов бюджета Оренбургской области

Реализация типовых задач

Прогнозирование по тренд – сезонной аддитивной модели

Графический анализ исходного временного ряда (рисунок 6.1) свидетельствует о наличии трендовой компоненты, характер которой близок к линейному развитию: имеется устойчивая, ярко выраженная тенденция роста доходов бюджета Оренбургской области.

Проведем сглаживание временного ряда с помощью центрированной скользящей средней по формуле (период скольжения равен 1 году, т.е. для нашего примера он равен 12):

$$\tilde{y}_i = \frac{1/2 \cdot y_{i-6} + y_{i-5} + \dots + y_i + \dots + y_{i+5} + 1/2 \cdot y_{i+6}}{12}.$$

$$\tilde{y}_7 = \frac{1/2 \cdot 1119,3 + 352,2 + 1006,9 + \dots + 1080,4 + 1243,5 + 1/2 \cdot 865,5}{12} = 988,1$$

$$\tilde{y}_8 = \frac{1/2 \cdot 352,2 + 1006,9 + 1177,8 + \dots + 1243,5 + 865,5 + 1/2 \cdot 998,4}{12} = 1004,5$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\tilde{y}_{65} = \frac{1/2 \cdot 4245,3 + 3699,7 + 1573,0 + \dots + 2119,6 + 3756,5 + 1/2 \cdot 3416,1}{12} = 3035,8$$

$$\tilde{y}_{66} = \frac{1/2 \cdot 3699,7 + 1573,0 + 1521,5 + \dots + 3756,5 + 3416,1 + 1/2 \cdot 3478,7}{12} = 2992,0$$

Рассчитаем абсолютные показатели сезонности по формуле $S_i = y_i - \tilde{y}_i$. Результаты расчетов скользящей средней и показателя сезонности представлены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 - Расчет абсолютного показателя сезонности

Период		Доход, млн.р., y_i	\tilde{y}_i	S_i
1		2	3	4
1	январь	1119,3	-	-
	февраль	352,2	-	-
	март	1006,9	-	-
	апрель	1177,8	-	-
	май	1084,4	-	-
	июнь	891,4	-	-
	июль	928,2	988,1	-59,9
	август	1178,4	1004,5	174,0
	сентябрь	989,4	1037,1	-47,7
	октябрь	932,2	1059,9	-127,7

Продолжение таблицы 6.1

1		2	3	4
	ноябрь	1080,4	1085,9	-5,5
	декабрь	1243,5	1098,6	144,9
2	январь	865,5	1122,1	-256,6
	февраль	998,4	1153,5	-155,1
	март	1145,1	1172,3	-27,2
	апрель	1585,6	1204,6	381,1
	май	1301	1238,7	62,3
	июнь	980,3	1260,6	-280,3
	июль	1403,5	1277,6	125,9
2	август	1455,7	1277,8	177,9
	сентябрь	1163,5	1284,4	-120,9
	октябрь	1532	1308,2	223,8
	ноябрь	1299,9	1331,1	-31,2
	декабрь	1549,1	1351,6	197,6
...
6	январь	1573	2801,8	-1228,8
	февраль	1521,5	2888,0	-1366,5
	март	3215,2	2940,6	274,6
	апрель	2872,5	3007,2	-134,7
	май	3792,4	3035,8	756,6
	июнь	2721,7	2992,0	-270,3
	июль	3097,2	-	-
	август	4229,2	-	-
	сентябрь	2119,6	-	-
	октябрь	3756,5	-	-
	ноябрь	3416,1	-	-
	декабрь	3478,7	-	-

Определим средние показатели сезонности по формуле: $\bar{S}_j = \frac{1}{n} \sum S_i$, т.е.

для января средний показатель сезонности составит:

$$\bar{S}_1 = \frac{-256,6 - 403,5 - 467,0 - 1122,9 - 1228,8}{5} = -695,758,$$

для февраля:

$$\bar{S}_2 = \frac{-155,1 - 483,9 - 611,6 - 799,0 - 1366,5}{5} = -683,237$$

Аналогично рассчитывают для других месяцев (таблица 4.2, гр.2).

Так как сумма средних показателей сезонности не равна нулю, проведем их корректировку по формуле:

$$\mathcal{E}_j = \bar{S}_j - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \bar{S}_j.$$

Скорректированный показатель сезонности для января составит:

$$\mathcal{E}_1 = 695,758 - \frac{1}{12} \cdot (-93,5008) = -687,967 \text{ и т.д.}$$

Результаты расчетов средних и скорректированных показателей сезонности заносим в таблицу 6.2.

Таблица 6.2 - Оценивание сезонной компоненты в аддитивной модели

Номер месяца	\bar{S}_j	\mathcal{E}_j
1	2	3
1	-695,758	-687,967
2	-683,237	-675,445
3	173,2417	181,0334
4	325,5875	333,3792
5	166,2275	174,0192
6	-305,443	-297,652
7	67,57417	75,3659
8	158,5692	166,3609
9	-197,898	-190,106
10	22,6575	30,44924
11	461,5483	469,3401
12	413,4292	421,2209
Итого	-93,5008	0

На следующем этапе определим десезонализованный ряд доходов бюджета: из исходных уровней вычитаем скорректированную сезонную компоненту: $y_i - \mathcal{E}_i$. По десезонализованному временному ряду проводим аналитическое выравнивание по линейному тренду и рассчитываем тренд с учетом сезонности: $y_s = \mathcal{E}_i + \mathcal{E}_i$. Уравнение тренда примет вид: $\mathcal{E}_i = 653,8 + 32,684t$ ($R^2 = 0,736$). Результаты расчетов представлены в таблице 6.3.

Ожидаемые поступления в бюджет Оренбургской области в январе 2007 года составят 2351,756 млн.р., в феврале 2396,971 млн.р., в марте 3286,133 млн.р., в апреле 3471,163 млн.р.

Качество построенной модели оценивается как хорошее: средняя относительная ошибка аппроксимации составила 18,78 %. Расчетные и фактические значения представлены на рисунке 6.2.

Таблица 6.3 – Прогнозирование объема продаж с помощью аддитивной тренд – сезонной модели

Период		Доход, млн.р. y_i	\mathcal{E}_j	$y_i - \mathcal{E}_j$	t	\mathcal{E}_i	y_s	$\left \frac{y_i - y_s}{y_i} \right \cdot 100$
1		2	3	4	5	6	7	8
1	январь	1119,3	-687,97	1807,27	1	686,48	-1,48	100,132
	февраль	352,2	-675,45	1027,65	2	719,17	43,72	87,586
	март	1006,9	181,03	825,87	3	751,85	932,89	7,351
	апрель	1177,8	333,38	844,42	4	784,54	1117,92	5,0845
	май	1084,4	174,02	910,38	5	817,22	991,24	8,5909
	июнь	891,4	-297,65	1189,05	6	849,90	552,25	38,046
	июль	928,2	75,37	852,83	7	882,59	957,95	3,205
	август	1178,4	166,36	1012,04	8	915,27	1081,63	8,211
	сентябрь	989,4	-190,11	1179,51	9	947,96	757,85	23,403
	октябрь	932,2	30,45	901,75	10	980,64	1011,09	8,462
	ноябрь	1080,4	469,34	611,06	11	1013,32	1482,66	37,232
	декабрь	1243,5	421,22	822,28	12	1046,01	1467,23	17,991
...
6	январь	1573	-687,97	2260,97	61	2647,52	1959,56	24,574
	февраль	1521,5	-675,45	2196,95	62	2680,21	2004,76	31,762
	март	3215,2	181,03	3034,17	63	2712,89	2893,93	9,992
	апрель	2872,5	333,38	2539,12	64	2745,58	3078,96	7,187
	май	3792,4	174,02	3618,38	65	2778,26	2952,28	22,152
	июнь	2721,7	-297,65	3019,35	66	2810,94	2513,29	7,657

Продолжение таблицы 4.3

1		2	3	4	5	6	7	8
	июль	3097,2	75,37	3021,83	67	2843,63	2918,99	5,753
	август	4229,2	166,36	4062,84	68	2876,31	3042,67	28,055
	сентябрь	2119,6	-190,11	2309,71	69	2909,00	2718,89	28,273
	октябрь	3756,5	30,45	3726,05	70	2941,68	2972,13	20,88
	ноябрь	3416,1	469,34	2946,76	71	2974,36	3443,70	0,808
	декабрь	3478,7	421,22	3057,48	72	3007,05	3428,27	1,449
7*	январь*	-	-687,97	-	73	3039,73	2351,77	-
	февраль*	-	-675,45	-	74	3072,42	2396,97	-
	март*	-	181,03	-	75	3105,10	3286,13	-
	апрель*	-	333,38	-	76	3137,78	3471,16	-
Итого		-	-	-	-	145322,20	144473,20	1352,313
В среднем		-	-	-	-	-	-	18,78

* Прогнозируемый уровень

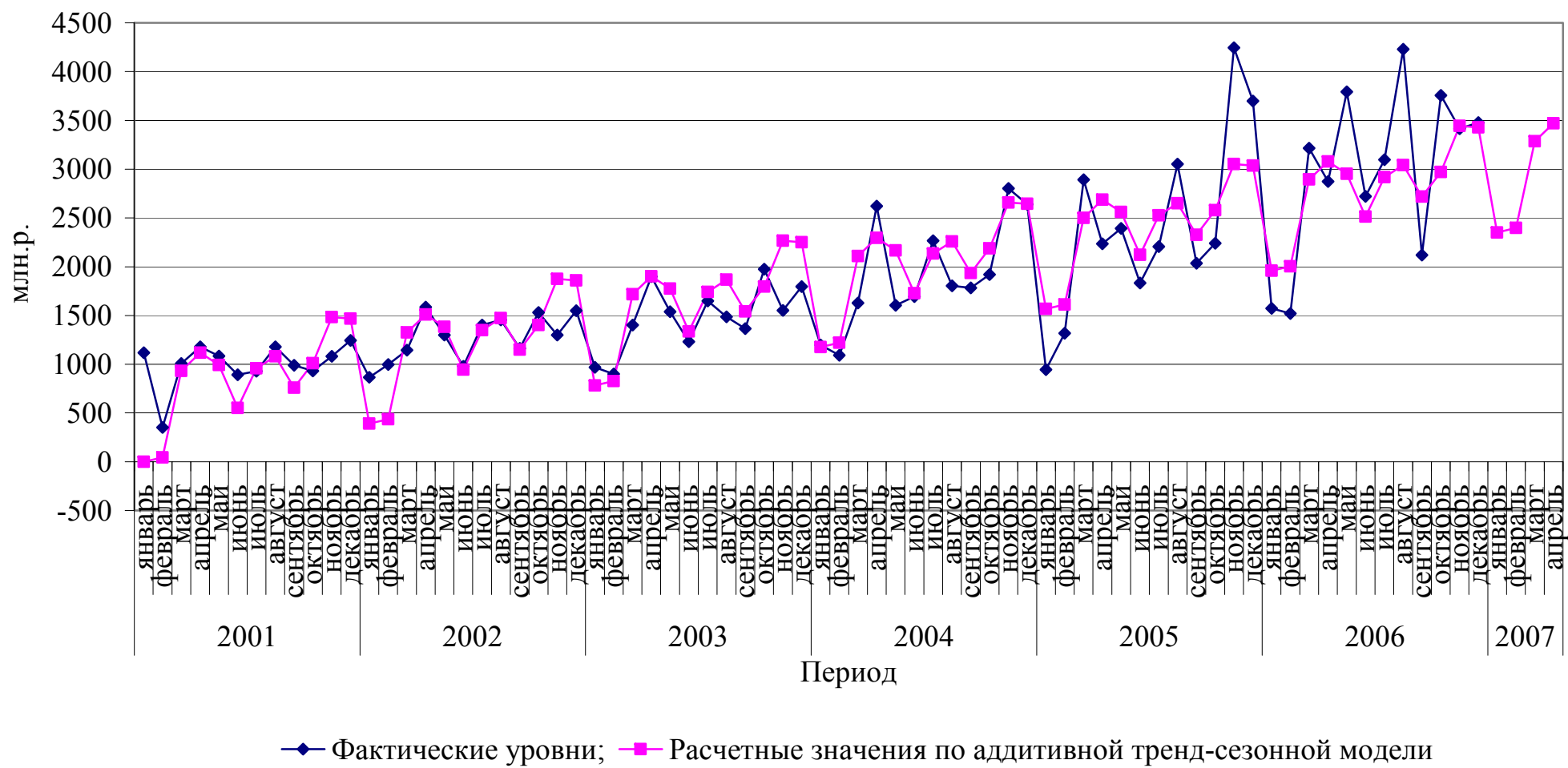


Рисунок 6.2 – Фактические и ожидаемые доходы бюджета Оренбургской области по аддитивной тренд – сезонной модели

Прогнозирование по тренд – сезонной мультипликативной модели

Так как амплитуда сезонных колебаний постепенно увеличивается, то для описания и прогнозирования динамики временного ряда можно использовать мультипликативную модель.

На первом этапе, как и при построении аддитивной модели, проведем сглаживание временного ряда с помощью центрированной скользящей средней по формуле.

На следующем этапе рассчитаем коэффициенты сезонности по формуле

$$K_s = \frac{y_i}{\tilde{y}_i}.$$

Результаты расчетов скользящей средней и коэффициента сезонности представлены в таблице 6.4.

Таблица 6.4 - Разложение уровней ряда по мультипликативной модели

Период		Доход, млн.р., y_i	\tilde{y}_i	K_s	ϵ_j	$\frac{y_i}{\epsilon_j}$	t	ϵ_i	y_s
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	январь	1119,3	-	-	0,645	1734,231	1	701,513	452,8
	февраль	352,2	-	-	0,664	530,643	2	733,336	486,7
	март	1006,9	-	-	1,073	938,471	3	765,159	821,0
	апрель	1177,8	-	-	1,229	958,401	4	796,982	979,4
	май	1084,4	-	-	1,065	1018,228	5	828,805	882,7
	июнь	891,4	-	-	0,842	1058,642	6	860,628	724,7
	июль	928,2	988,1	0,9	1,050	883,612	7	892,451	937,5
	август	1178,4	1004,5	1,2	1,099	1072,686	8	924,274	1015,4
	сентябрь	989,4	1037,1	1,0	0,898	1102,290	9	956,097	858,2
	октябрь	932,2	1059,9	0,9	1,034	901,691	10	987,920	1021,3
	ноябрь	1080,4	1085,9	1,0	1,192	906,045	11	1019,743	1216,0
	декабрь	1243,5	1098,6	1,1	1,209	1028,410	12	1051,566	1271,5
...
6	январь	1573	2801,8	0,6	0,645	2437,189	61	2610,893	1685,1
	февраль	1521,5	2888,0	0,5	0,664	2292,373	62	2642,716	1754,0
	март	3215,2	2940,6	1,1	1,073	2996,696	63	2674,539	2869,6
	апрель	2872,5	3007,2	1,0	1,229	2337,415	64	2706,362	3325,9
	май	3792,4	3035,8	1,2	1,065	3560,983	65	2738,185	2916,1
	июнь	2721,7	2992,0	0,9	0,842	3232,338	66	2770,008	2332,4
	июль	3097,2	-	-	1,050	2948,421	67	2801,831	2943,2
	август	4229,2	-	-	1,099	3849,798	68	2833,654	3112,9
	сентябрь	2119,6	-	-	0,898	2361,446	69	2865,477	2572,0
	октябрь	3756,5	-	-	1,034	3633,557	70	2897,300	2995,3

Продолжение таблицы 4.4

1		2	3	4	5	6	7	8	9
	ноябрь	3416,1	-	-	1,192	2864,810	71	2929,123	3492,8
	декабрь	3478,7	-	-	1,209	2876,985	72	2960,946	3580,2
7*	январь*	-	-	-	0,645	-	73	2992,769	1931,6
	февраль*	-	-	-	0,664	-	74	3024,592	2007,5
	март*	-	-	-	1,073	-	75	3056,415	3279,3
	апрель*	-	-	-	1,229	-	76	3088,238	3795,2
Итого		132968,7	-		-	-	-	-	-
В среднем		-	-		-	-	-	-	-
* Прогнозируемый уровень									

Определяем средние показатели сезонности для одноименных кварталов (месяцев):

$$\bar{K}_j = \frac{1}{n} \sum K_{Si}.$$

т.е. для января средний коэффициент сезонности составит:

$$\bar{K}_1 = \frac{0,8 + 0,7 + 0,7 + 0,5 + 0,6}{5} = 0,643,$$

$$\text{для февраля: } \bar{K}_2 = \frac{0,9 + 0,7 + 0,6 + 0,6 + 0,5}{5} = 0,661$$

Аналогично рассчитывают для других месяцев (таблица 6.5).

Так как сумма средних коэффициентов сезонности не равна 12, проведем их корректировку по формуле:

$$K_j = \bar{K}_j \cdot \frac{12}{\sum \bar{K}_j}.$$

Так скорректированный коэффициент сезонности для января составит:

$$K_1 = 0,643 \cdot \frac{12}{11,954} = 0,645 \text{ и т.д.}$$

Результаты расчетов средних и скорректированных показателей сезонности заносим в таблицу 6.5.

Таблица 6.5 - Оценивание сезонной компоненты в мультипликативной модели

№ месяца	\bar{K}_j	K_j
1	0,643	0,645
2	0,661	0,664
3	1,069	1,073
4	1,224	1,229
5	1,061	1,065
6	0,839	0,842
7	1,046	1,050
8	1,094	1,099
9	0,894	0,898
10	1,030	1,034
11	1,188	1,192
12	1,205	1,209
Итого	11,954	12,000

На следующем этапе определим десезонализованный ряд объема производства:

$$\frac{y_i}{K_j}.$$

По десезонализованному временному ряду проводим аналитическое выравнивание по линейному тренду. Уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y}_t = 669,69 + 31,823t \quad (R^2 = 0,777).$$

Затем рассчитываем тренд с учетом сезонности:

$$y_s = \hat{y}_t \cdot K_j.$$

Результаты расчетов представлены в таблице 6.4.

Ожидаемый доход бюджета в январе 2007 г. составит 1931,6 млн. р., в феврале 2007,5 млн.р., в марте 3279,3 млн.р., в апреле 3795,2 млн.р.

Качество построенной модели оценивается как хорошее, т.к. средняя относительная ошибка аппроксимации составила 14,42 %. (рисунок 6.3).

Прогнозирование по ряду Фурье

Разложение по ряду Фурье применяется только для стационарных рядов, поэтому применим данный подход к стационарным отклонениям от параболического тренда (см. практическую работу 3).

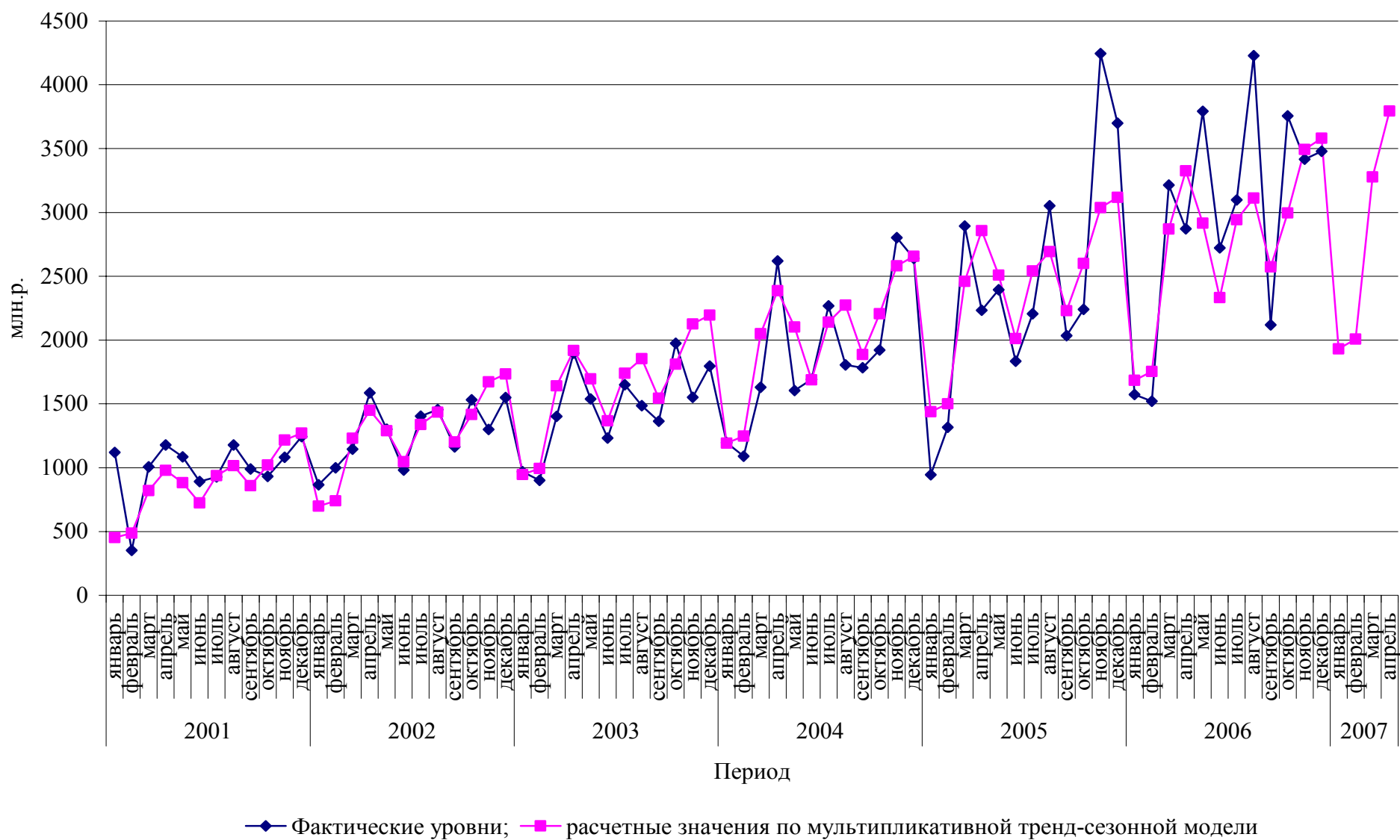


Рисунок 6.3 - Фактические и ожидаемые доходы бюджета Оренбургской области по мультипликативной тренд – сезонной модели

Построим ряд Фурье с двумя гармониками. Исходные данные представлены в таблице 6.6.

Отсчет t ведется с нуля, с шагом $\frac{2\pi}{N}$, т.е. в нашем случае $\frac{2\pi}{72} = \frac{1}{36}\pi$.

Параметры ряда Фурье определяются по формулам:

$$a_i = \frac{2}{N} \sum y \cos \omega_i t,$$

$$b_i = \frac{2}{N} \sum y \sin \omega_i t$$

Таблица 6.6 - Исходные данные для разложения по ряду Фурье

Период		Доход, млн.р. y_t	Теоретические значения по тренду \hat{y}_t	$e_t = y_t - \hat{y}_t$
1	январь	1119,3	995,86	123,44
	февраль	352,2	998,89	-646,69
	март	1006,9	1002,82	4,08
	апрель	1177,8	1007,65	170,15
	май	1084,4	1013,38	71,02
	июнь	891,4	1020,01	-128,61
	июль	928,2	1027,54	-99,34
	август	1178,4	1035,97	142,43
	сентябрь	989,4	1045,30	-55,90
	октябрь	932,2	1055,53	-123,33
	ноябрь	1080,4	1066,66	13,74
	декабрь	1243,5	1078,69	164,81
...
6	январь	1573	2770,66	-1197,66
	февраль	1521,5	2827,69	-1306,19
	март	3215,2	2885,62	329,58
	апрель	2872,5	2944,45	-71,95
	май	3792,4	3004,18	788,22
	июнь	2721,7	3064,81	-343,11
	июль	3097,2	3126,34	-29,14
	август	4229,2	3188,77	1040,43
	сентябрь	2119,6	3252,10	-1132,50
	октябрь	3756,5	3316,33	440,17
	ноябрь	3416,1	3381,46	34,64
	декабрь	3478,7	3447,49	31,21

Таблица 6.7 - Расчет параметров по ряду Фурье

Период		t	$\cos t$	$\sin t$	2t	$\cos 2t$	$\sin 2t$	$e_t \cdot \cos t$	$e_t \cdot \sin t$	$e_t \cdot \cos 2t$	$e_t \cdot \sin 2t$
1	январь	0,000	1,000	0,000	0,000	1,000	0,000	123,443	0,000	123,443	0,000
	февраль	0,087	0,996	0,087	0,175	0,985	0,174	-644,227	-56,363	-636,863	-112,296
	март	0,175	0,985	0,174	0,349	0,940	0,342	4,020	0,709	3,836	1,396
	апрель	0,262	0,966	0,259	0,524	0,866	0,500	164,355	44,039	147,356	85,076
	май	0,349	0,940	0,342	0,698	0,766	0,643	66,739	24,291	54,406	45,652
	июнь	0,436	0,906	0,423	0,873	0,643	0,766	-116,558	-54,352	-82,667	-98,519
	июль	0,524	0,866	0,500	1,047	0,500	0,866	-86,029	-49,669	-49,669	-86,029
	август	0,611	0,819	0,574	1,222	0,342	0,940	116,674	81,696	48,715	133,843
	сентябрь	0,698	0,766	0,643	1,396	0,174	0,985	-42,820	-35,930	-9,706	-55,048
	октябрь	0,785	0,707	0,707	1,571	0,000	1,000	-87,206	-87,206	0,000	-123,328
	ноябрь	0,873	0,643	0,766	1,745	-0,174	0,985	8,834	10,527	-2,386	13,534
	декабрь	0,960	0,574	0,819	1,920	-0,342	0,940	94,533	135,006	-56,369	154,873
...
6	январь	5,236	0,500	-0,866	10,472	-0,500	-0,866	-598,829	1037,202	598,829	1037,202
	февраль	5,323	0,574	-0,819	10,647	-0,342	-0,940	-749,198	1069,966	446,742	1227,415
	март	5,411	0,643	-0,766	10,821	-0,174	-0,985	211,852	-252,475	-57,231	-324,575
	апрель	5,498	0,707	-0,707	10,996	0,000	-1,000	-50,875	50,875	0,000	71,948
	май	5,585	0,766	-0,643	11,170	0,174	-0,985	603,813	-506,660	136,873	-776,248
	июнь	5,672	0,819	-0,574	11,345	0,342	-0,940	-281,057	196,798	-117,350	322,416
	июль	5,760	0,866	-0,500	11,519	0,500	-0,866	-25,234	14,569	-14,569	25,234
	август	5,847	0,906	-0,423	11,694	0,643	-0,766	942,952	-439,706	668,777	-797,018
	сентябрь	5,934	0,940	-0,342	11,868	0,766	-0,643	-1064,200	387,337	-867,543	727,955
	октябрь	6,021	0,966	-0,259	12,043	0,866	-0,500	425,174	-113,925	381,201	-220,086
	ноябрь	6,109	0,985	-0,174	12,217	0,940	-0,342	34,116	-6,016	32,553	-11,848
	декабрь	6,196	0,996	-0,087	12,392	0,985	-0,174	31,094	-2,720	30,738	-5,420
Итого		-	0,000	0,000	-	0,000	0,000	151,227	1388,517	-614,980	-941,535

Так как мы строим ряд с двумя гармониками, нам необходимо рассчитать параметры: $a_1 = \frac{2 \sum e_t \cdot \cos t}{N}$; $a_2 = \frac{2}{N} \sum e_t \cdot \cos 2t$; $b_1 = \frac{2 \sum e_t \cdot \sin t}{N}$; $b_2 = \frac{2}{N} \sum e_t \cdot \sin 2t$. Необходимые расчеты занесем в таблицу 6.7.

Подставим соответствующие значения в формулы и получим:

$$a_0 = \frac{-153,72}{72} = -2,135,$$

$$a_1 = \frac{2 \cdot 151,227}{72} = 4,201,$$

$$a_2 = \frac{2 \cdot (-614,980)}{72} = -17,083,$$

$$b_1 = \frac{2 \cdot 1388,517}{72} = 38,570,$$

$$b_2 = \frac{2 \cdot (-941,535)}{72} = -26,154.$$

Тогда ряд Фурье с двумя гармониками для отклонений от тренда примет вид:

$$\tilde{e}_t = -2,135 + 4,201 \cdot \cos t - 17,083 \cdot \sin t + 38,570 \cdot \cos 2t - 26,154 \cdot \sin 2t.$$

Прогноз уровня исходного ряда доходов бюджета складывается из прогноза по тренду и прогноза ряда остатков.

Чтобы получить прогноз ряда остатков на следующий месяц (январь 7 года) необходимо подставить в уравнение следующее значение $t = 6,283$:

$$\tilde{e}_t = -2,135 + 4,201 \cdot 1 - 17,083 \cdot 0 + 38,570 \cdot 1 - 26,154 \cdot 0 = 40,636.$$

Для прогнозирования по тренду, необходимо в модель тренда подставить соответствующее значение t (оно отличается от нумерации t принятой для ряда Фурье, см. лабораторную работу 2). Прогноз по параболическому тренду составит: $\mathcal{F}_t = 1654,56 + 34,53 \cdot 36,5 + 0,45 \cdot 36,5^2 = 3514,42$

Таким образом, прогнозный уровень доходов бюджета в январе 7 года составит $\tilde{y}_t = \tilde{e}_t + \mathcal{F}_t = 40,636 + 3514,42 = 3555,053$ млн.р.

Полученная модель имеет удовлетворительную точность: средняя относительная ошибка аппроксимации составила 22,3 % (рисунок 6.4).

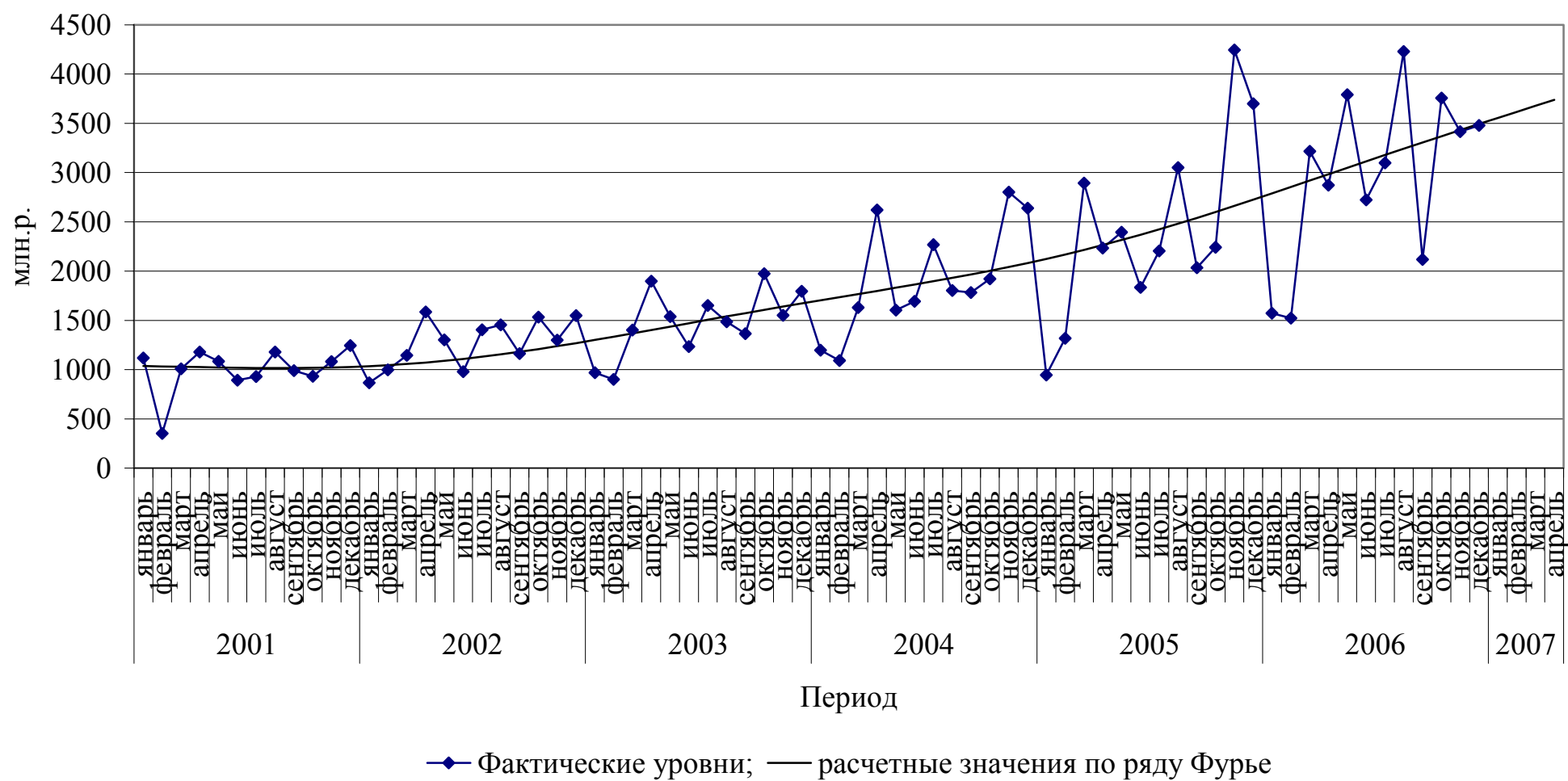


Рисунок 6.4 - Разложение временного ряда доходов бюджета с помощью ряда Фурье

Прогнозирование по модели регрессии с включением фактора времени и фиктивных переменных

Спрогнозируем объем производства с помощью модели регрессии с включением фактора времени и фиктивных переменных. Модель для месячной динамики имеет вид:

$$y_t = a + bt + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_{10} \cdot x_{10} + c_{11} \cdot x_{11} + \varepsilon_t,$$

$$\text{где } x_1 = \begin{cases} 1 & \text{для января} \\ 0 & \text{во всех остальных случаях;} \end{cases}$$

$$x_2 = \begin{cases} 1 & \text{для февраля} \\ 0 & \text{во всех остальных случаях;} \end{cases}$$

$$x_3 = \begin{cases} 1 & \text{для марта} \\ 0 & \text{во всех остальных случаях;} \end{cases}$$

.

$$x_{11} = \begin{cases} 1 & \text{для ноября} \\ 0 & \text{во всех остальных случаях.} \end{cases}$$

Занесем значение фиктивных переменных и фактора времени в таблицу (таблица 6.8).

Таблица 6.8 - Исходные данные для расчета параметров уравнения регрессии с фиктивными переменными во временном ряду доходов бюджета, (млн.р.)

Период		Доход, млн.р.	t	x1	x2	...	x10	x11	ε_t
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	январь	1119,3	1	1	0		0	0	124,4
	февраль	352,2	2	0	1		0	0	43,3
	март	1006,9	3	0	0		0	0	895,2
	апрель	1177,8	4	0	0		0	0	1078,1
	май	1084,4	5	0	0		0	0	965,5
	июнь	891,4	6	0	0		0	0	572,0
	июль	928,2	7	0	0		0	0	938,5
	август	1178,4	8	0	0		0	0	1214,3
	сентябрь	989,4	9	0	0		0	0	589,1
	октябрь	932,2	10	0	0		1	0	1072,8
	ноябрь	1080,4	11	0	0		0	1	1412,4
	декабрь	1243,5	12	0	0		0	0	1414,2
...

Продолжение таблицы 6.8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	январь	1573	61	1	0		0	0	2098,1
	февраль	1521,5	62	0	1		0	0	2016,9
	март	3215,2	63	0	0		0	0	2868,8
	апрель	2872,5	64	0	0		0	0	3051,7
	май	3792,4	65	0	0		0	0	2939,1
	июнь	2721,7	66	0	0		0	0	2545,7
	июль	3097,2	67	0	0		0	0	2912,1
	август	4229,2	68	0	0		0	0	3187,9
	сентябрь	2119,6	69	0	0		0	0	2562,7
	октябрь	3756,5	70	0	0		1	0	3046,4
	ноябрь	3416,1	71	0	0		0	1	3386,0
	декабрь	3478,7	72	0	0		0	0	3387,8
7*	январь	-	73	1	0		0	0	2492,8
	февраль	-	74	0	1		0	0	2411,6
	март	-	75	0	0		0	0	3263,5
	апрель	-	76	0	0		0	0	3446,4

Оценим параметры уравнения традиционным МНК с помощью табличного редактора Excel (таблица 6.9).

Уравнение регрессии примет вид:

$$\hat{y}_t = 1019,5 + 32,89 \cdot t - 927,95 \cdot x_1 - 1042,01 \cdot x_2 - 223,02 \cdot x_3 - 73,02 \cdot x_4 - 218,44 \cdot x_5 - 644,82 \cdot x_6 - 311,25 \cdot x_7 - 68,38 \cdot x_8 - 726,47 \cdot x_9 - 275,65 \cdot x_{10} + 31,04 \cdot x_{11}$$

Параметры $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{11}$, характеризуют отклонения уровней временного ряда от уровней, учитывающих сезонные воздействия в декабре. Величина параметра $b = 32,89$ говорит о том, что в среднем за месяц происходит увеличение доходов бюджета на 32,89 млн.р. (рисунок 6.5).

Таблица 6.9 - Результаты оценивания регрессионной модели с фиктивными переменными

Регрессионная статистика					
Множественный R				0,894765	
R-квадрат				0,800604	
Нормированный R-квадрат				0,760049	
Стандартная ошибка				440,6634	
Наблюдения				72	
Дисперсионный анализ					
	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	12	46001035	3833420	19,74	0,000

Продолжение таблицы 6.9

Остаток	59	11456867	194184,2			
Итого	71	57457903				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t- статистика	P- Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
a	1019,50	209,02	4,88	0,00	601,24	1437,75
b	32,89	2,53	12,98	0,00	27,82	37,96
c ₁	-927,95	255,94	-3,63	0,00	-1440,09	-415,82
c ₂	-1042,01	255,68	-4,08	0,00	-1553,62	-530,41
c ₃	-223,02	255,44	-0,87	0,39	-734,15	288,11
c ₄	-73,02	255,22	-0,29	0,78	-583,72	437,68
c ₅	-218,44	255,03	-0,86	0,40	-728,77	291,88
c ₆	-644,82	254,87	-2,53	0,01	-1154,82	-134,83
c ₇	-311,25	254,73	-1,22	0,23	-820,97	198,47
c ₈	-68,38	254,62	-0,27	0,79	-577,87	441,12
c ₉	-726,47	254,53	-2,85	0,01	-1235,78	-217,15
c ₁₀	-275,65	254,47	-1,08	0,28	-784,83	233,54
c ₁₁	31,04	254,43	0,12	0,90	-478,07	540,16

Чтобы получить прогнозные значения доходов бюджета на следующие 4 месяца 7 года необходимо в уравнение регрессии подставить следующие значения фактора времени t.

Так прогноз на январь составит:

$$\begin{aligned} \text{€}_t &= 1019,5 + 32,89 \cdot 73 - 927,95 \cdot 1 - 1042,01 \cdot 0 - 223,02 \cdot 0 - 73,02 \cdot 0 - 218,44 \cdot 0 - \\ &- 644,82 \cdot 0 - 311,25 \cdot 0 - 68,38 \cdot 0 - 726,47 \cdot 0 - 275,65 \cdot 0 + 31,04 \cdot 0 = 2492,8 \text{ млн.р.}; \end{aligned}$$

на февраль:

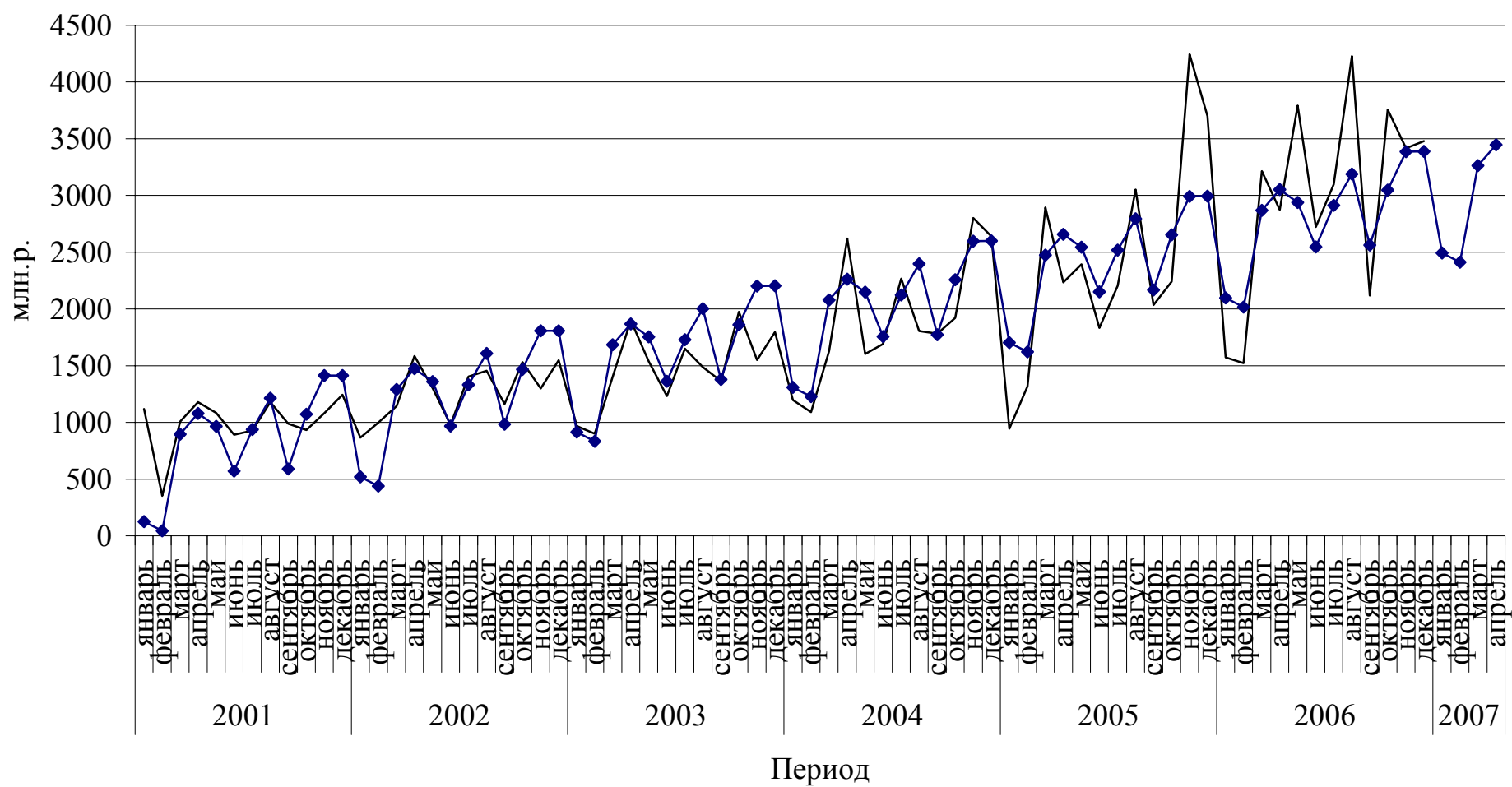
$$\begin{aligned} \text{€}_t &= 1019,5 + 32,89 \cdot 74 - 927,95 \cdot 0 - 1042,01 \cdot 1 - 223,02 \cdot 0 - 73,02 \cdot 0 - 218,44 \cdot 0 - \\ &- 644,82 \cdot 0 - 311,25 \cdot 0 - 68,38 \cdot 0 - 726,47 \cdot 0 - 275,65 \cdot 0 + 31,04 \cdot 0 = 2411,6 \text{ млн.р.}; \end{aligned}$$

на март:

$$\begin{aligned} \text{€}_t &= 1019,5 + 32,89 \cdot 75 - 927,95 \cdot 0 - 1042,01 \cdot 0 - 223,02 \cdot 1 - 73,02 \cdot 0 - 218,44 \cdot 0 - \\ &- 644,82 \cdot 0 - 311,25 \cdot 0 - 68,38 \cdot 0 - 726,47 \cdot 0 - 275,65 \cdot 0 + 31,04 \cdot 0 = 3263,5 \text{ млн.р.}; \end{aligned}$$

на апрель:

$$\begin{aligned} \text{€}_t &= 1019,5 + 32,89 \cdot 76 - 927,95 \cdot 0 - 1042,01 \cdot 0 - 223,02 \cdot 0 - 73,02 \cdot 1 - 218,44 \cdot 0 - \\ &- 644,82 \cdot 0 - 311,25 \cdot 0 - 68,38 \cdot 0 - 726,47 \cdot 0 - 275,65 \cdot 0 + 31,04 \cdot 0 = 3446,4 \text{ млн.р.} \end{aligned}$$



— Фактические значения; —♦— расчетные значения по уравнению регрессии

Рисунок 6.5 - Моделирование сезонных колебаний доходов бюджета с помощью фиктивных переменных

7 Лабораторная работа 3

Использование адаптивных методов прогнозирования в экономических исследованиях

Цель изучения темы: научиться задавать значение параметра адаптации α в зависимости от целей прогнозирования. Строить адаптивные модели для стационарных и нестационарных временных рядов. Оценивать точность полученных моделей.

Контрольные вопросы

- 1 Укажите характерные особенности адаптивных методов прогнозирования.
- 2 Какие типы адаптивных моделей вы знаете?
- 3 Чем объясняется название «экспоненциальная средняя»?
- 4 Какую роль играет параметр адаптации α в процедуре экспоненциального сглаживания?
- 5 Как влияет значение параметра адаптации α на характер ряда, полученного после экспоненциального сглаживания?

Задания

- 1 По данным лабораторной работы 1 постройте адаптивную модель. В качестве начального значения экспоненциальной средней возьмите средний уровень ряда. Дайте прогноз на следующий год.
- 2 По данным лабораторной работы 1 постройте адаптивную полиномиальную модель. Дайте прогноз на следующий год.

Решение типовых задач

Для данных о доходах консолидированного бюджета Оренбургской области (таблица 7.1) рассчитаем экспоненциальную среднюю. В качестве начального значения экспоненциальной средней возьмем среднее значение из пяти первых уровней ряда параметр адаптации примем $\alpha = 0,5$.

$$\text{Определим } S_0 = \frac{1}{5} \sum_{t=1}^5 y_t = 948,12$$

Найдем значение экспоненциальной средней при $\alpha = 0,5$.

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)S_{t-1}$$

$$S_1 = 0,5 \cdot 1119,3 + 0,5 \cdot 948,12 = 1033,7$$

$$S_2 = 0,5 \cdot 352,2 + 0,5 \cdot 1033,71 = 693,0$$

...

$$S_{75} = 0,5 \cdot 3478,7 + 0,5 \cdot 3366,8 = 3422,8$$

На рисунке 7.1 представлены результаты расчетов и динамика исходного временного ряда.

Таблица 7.1 - Значения доходов консолидированного бюджета Оренбургской области, млн.р.

Период	1	2	3	4	5	6
январь	1119,3	865,5	968,8	1196,8	944,1	1573
февраль	352,2	998,4	900	1091,1	1317,3	1521,5
март	1006,9	1145,1	1402	1629,4	2893,2	3215,2
апрель	1177,8	1585,6	1898,8	2620,2	2234,3	2872,5
май	1084,4	1301	1538,8	1603,7	2393,7	3792,4
июнь	891,4	980,3	1232,7	1692,8	1834,2	2721,7
июль	928,2	1403,5	1650,1	2267,5	2205,4	3097,2
август	1178,4	1455,7	1486,9	1804,6	3051,7	4229,2
сентябрь	989,4	1163,5	1364,3	1782,8	2035,7	2119,6
октябрь	932,2	1532	1974,6	1921	2241,3	3756,5
ноябрь	1080,4	1299,9	1551,1	2802,3	4245,3	3416,1
декабрь	1243,5	1549,1	1795,6	2639,6	3699,7	3478,7

Как видно на графике расчетные значения близки к исходному временному ряду, ошибка аппроксимации составила 14,57 %. Это свидетельствует о хорошей точности модели.

Спрогнозируем доходы бюджета на январь 2007 года по формуле:

$$S_t = S_{t-1} + \alpha \cdot (y_{t-1} - S_{t-1}) = 3422,8 + 0,5 \cdot (3478,7 - 3422,8) = 3450,7 \text{ млн.р.}$$

Адаптивное прогнозирование по полиномиальным моделям

По данным таблицы 7.1 рассчитаем прогноз по адаптивным полиномиальным моделям.

Увеличим значение параметра адаптации с целью придания большего веса последним наблюдениям: $\alpha = 0,7$. Применим аналитическое выравнивание в виде полиномиального тренда 1-го порядка. Уравнение тренда примет вид:

$$\hat{y}_t = 586,26 + 34,535 \cdot t.$$

$$\text{Тогда } \hat{\epsilon}_1 = 586,26; \hat{\epsilon}_2 = 34,535.$$

Находим начальные значения экспоненциальных средних:

$$S_0^1 = \hat{\epsilon}_{1,0} - \frac{\beta}{\alpha} \cdot \hat{\epsilon}_{2,0} = 586,26 - \frac{1-0,7}{0,7} \cdot 34,535 = 571,46,$$

$$S_0^2 = \hat{\epsilon}_{1,0} - \frac{2\beta}{\alpha} \cdot \hat{\epsilon}_{2,0} = 586,26 - \frac{2 \cdot (1-0,7)}{0,7} \cdot 34,535 = 556,66.$$

Экспоненциальные средние составят:

$$S_t^1 = \alpha y_t + \beta S_{t-1}^1,$$

$$\text{где } y_t = \hat{y}_{t=72} = 586,26 + 34,535 \cdot 72 = 3072,8.$$

$$S_t^1 = 0,7 \cdot 3072,8 + (1-0,7) \cdot 571,46 = 1979,51,$$

$$S_t^2 = \alpha S_t^1 + \beta S_{t-1}^2 = 0,7 \cdot 1979,51 + (1-0,7) \cdot 556,66 = 1218,66.$$

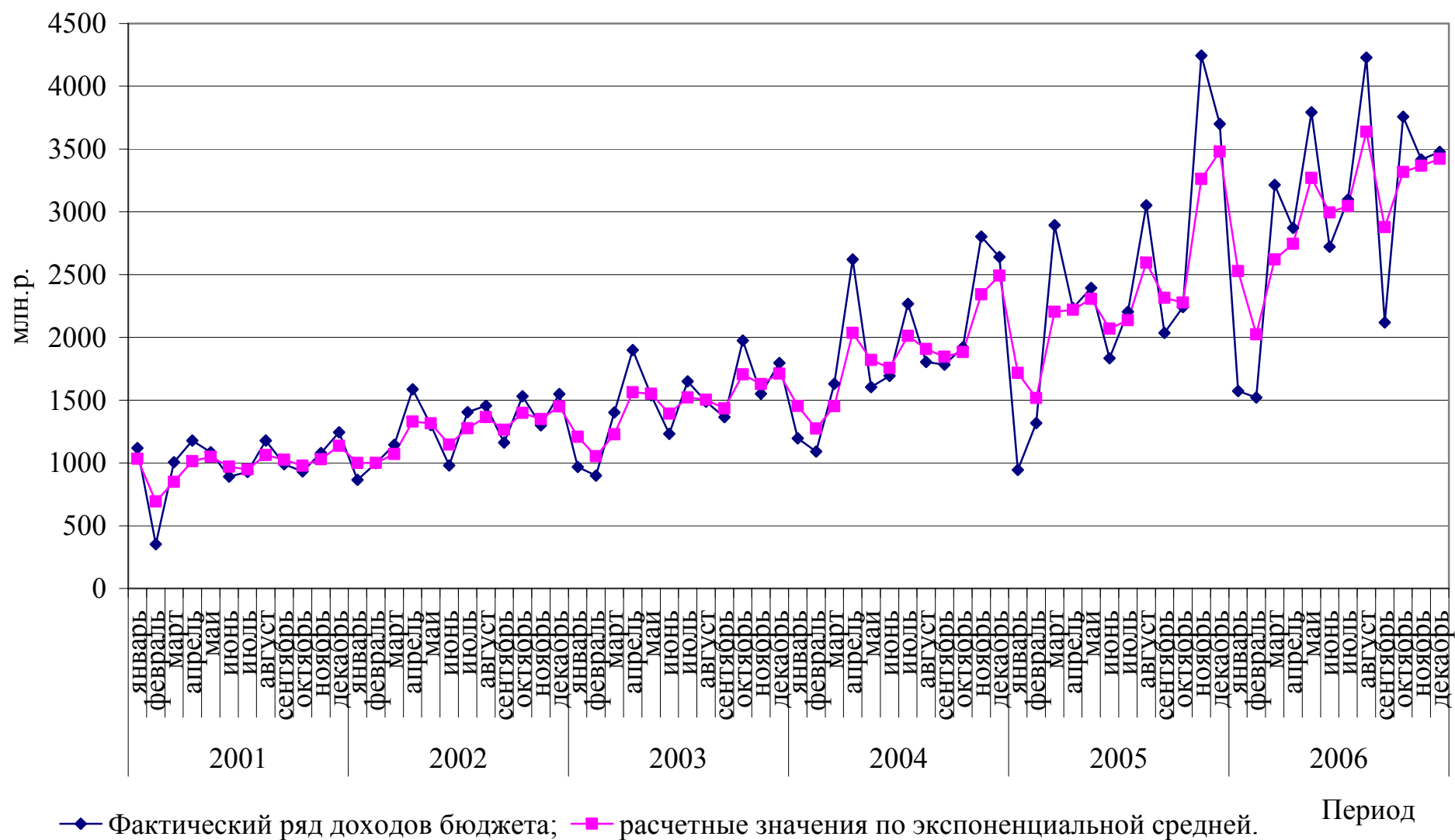


Рисунок 7.1 - Экспоненциальное сглаживание временного ряда доходов бюджета

Находим оценки коэффициентов модели (скорректированные параметры линейного тренда):

$$\mathcal{E}_{1,t} = 2S_t^1 - S_t^2 = 2 \cdot 1979,51 - 1218,66 = 2740,36$$

$$\mathcal{E}_{2,t} = \frac{\alpha}{\beta} [S_t^1 - S_t^2] = \frac{0,7}{1-0,7} \cdot [1979,51 - 1218,66] = 1775,31$$

Осуществляем прогноз на одну точку вперед:

$$\tilde{y}_\tau(t) = \mathcal{E}_{1,t} + \tau \mathcal{E}_{2,t} = 2740,36 + 1 \cdot 1775,31 = 4515,675 \text{ млн.р.}$$

Экспоненциальное сглаживание в ППП STATISTICA

Выберем значение параметра адаптации α используя перебор по сетке значений. Стандартным образом запустите модуль «Временные ряды и прогнозирование» (рисунок 7.2).

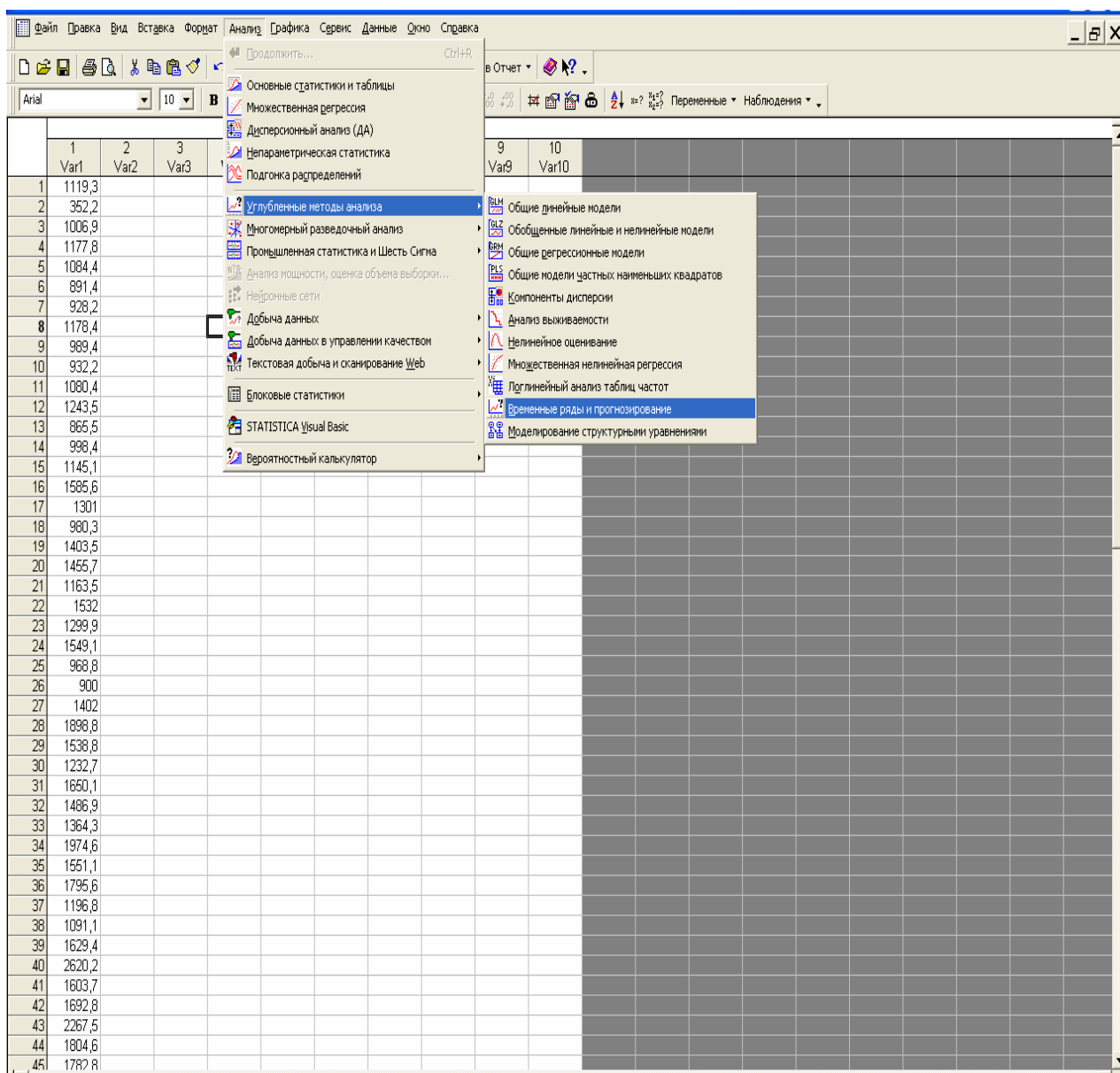


Рисунок 7.2 - Запуск модуля «Временные ряды и прогнозирование»

В появившемся окне выбираем «Экспоненциальное сглаживание и прогноз» и задаем переменную в окне «Переменные» (рисунок 7.3).

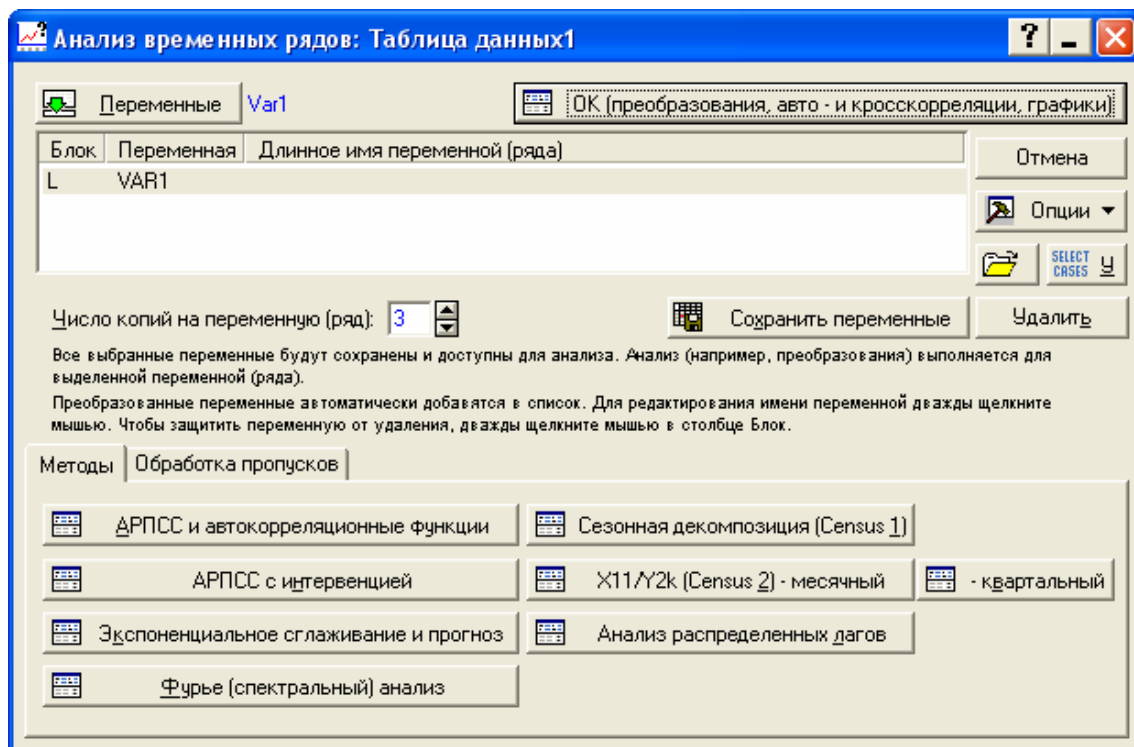


Рисунок 7.3 - Диалоговое окно «Временные ряды и прогнозирование»

В появившемся диалоговом окне выбираем вкладку «Поиск на сетке» (рисунок 7.4).

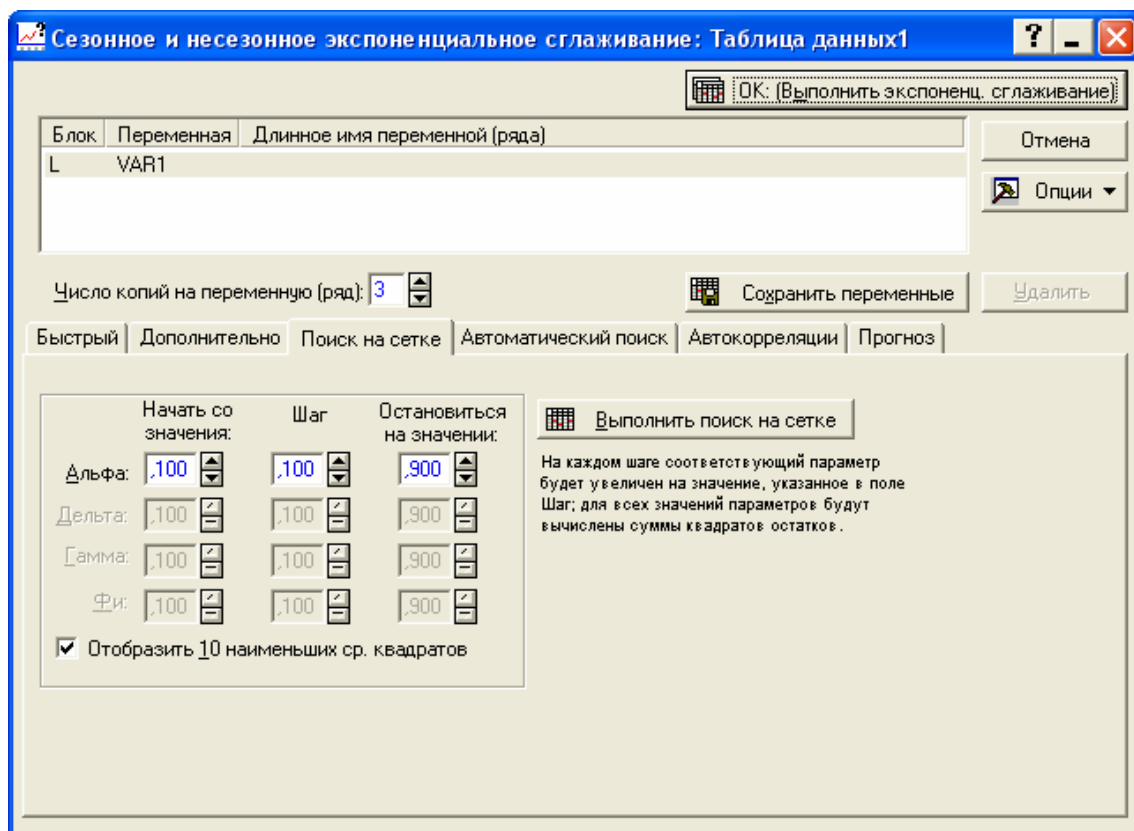


Рисунок 7.4 - Диалоговое окно экспоненциального сглаживания

По умолчанию перебор осуществляется с начального значения $\alpha = 0,100$ до $\alpha = 0,900$ с шагом 0,100 (данные значения можно менять). В результате выводится 10 наилучших значений α . Если необходимо просмотреть все значения α , то необходимо убрать метку в строке «Отобразить 10 наименьших ср.кв.квадратов».

Для просмотра сетки значений необходимо нажать кнопку «Выполнить поиск на сетке». По анализируемым данным наилучшим значением для параметра адаптации является $\alpha = 0,2$, при нем наблюдаются наименьшие значения суммы квадратов отклонений (рисунок 7.5).

Поиск параметров на сетке (наименьшие абс.ошибки выделяются) (Таблица д							
Модель: Без тр., нет сезон. ; SO=1847, VAR1							
Модель Номер	Альфа	Средняя ошибка	Ср. абс. ошибка	Сумма квадрат.	Средние квадраты	Средн. % ошибка	Ср. абс. % ошиб.
2	0,200000	96,0306	435,9648	26526858	368428,6	-7,50635	28,00154
3	0,300000	68,9371	430,7110	26685294	370629,1	-7,99902	27,57308
4	0,400000	53,5734	436,0078	27897413	387464,1	-8,27288	27,72252
5	0,500000	43,7774	445,7961	29500724	409732,3	-8,37729	28,20425
1	0,100000	151,9501	493,4418	30844185	428391,5	-6,98307	31,19912
6	0,600000	37,0035	458,7238	31291131	434599,0	-8,34582	28,89259
7	0,700000	32,0200	469,3140	33192141	461002,0	-8,19962	29,37873
8	0,800000	28,1756	485,0209	35179881	488609,5	-7,95394	29,93973
9	0,900000	25,1176	509,6560	37263138	517543,6	-7,62160	30,85988

Рисунок 7.5 - Сетка значений для выбора α

В качестве начального значения экспоненциальной средней берется средняя арифметическая простая из всех уровней временного ряда, которая для анализируемого ряда составила $S_0 = 1847$. Адаптивная модель примет вид: $S_t = 0,2 \cdot y_t + 0,8 \cdot S_{t-1}$. Чтобы рассчитать ряд экспоненциальных средних и прогноз на следующий период, в диалоговом окне экспоненциального сглаживания необходимо выбрать вкладку «Дополнительно» сделать установки как показано на рисунке 7.6 и нажать на кнопку «ОК: (Выполнить экспоненциальное сглаживание)». В результате появится окно, содержащее значения экспоненциальной средней и прогноз на 10 шагов (рисунок 7.7).

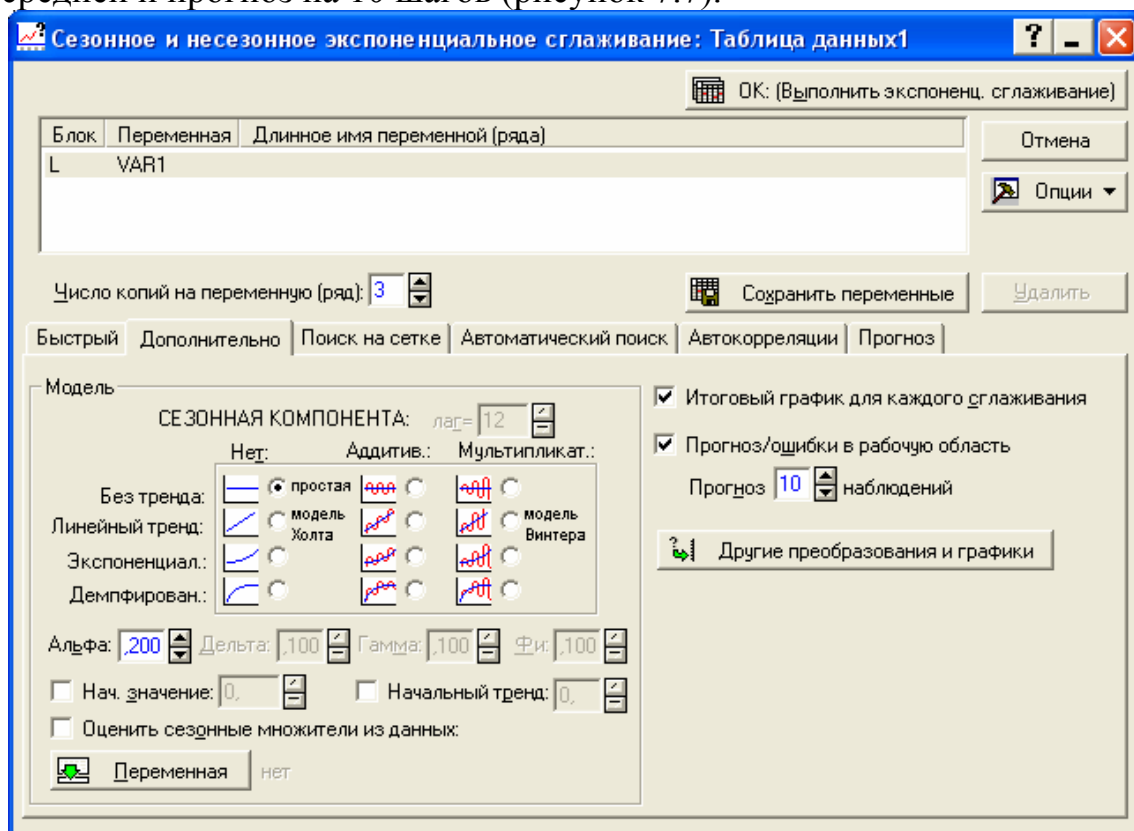


Рисунок 7.6 - Задание параметров для экспоненциального сглаживания

Экспон. сглаживание: S0=1847, (Таблица данных1) Без тр., нет сезон., Альфа= ,200 VAR1												
Набл.	VAR1	Сглажен. ряд	Остатки									
1	1119,300	1846,787	-727,49									
2	352,200	1701,290	-1349,09									
3	1006,900	1431,472	-424,57									
4	1177,800	1346,558	-168,76									
5	1084,400	1312,806	-228,41									
6	891,400	1267,125	-375,72									
7	928,200	1191,980	-263,78									
8	1178,400	1139,224	39,18									
9	989,400	1147,059	-157,66									
10	932,200	1115,527	-183,33									
11	1080,400	1078,862	1,54									
12	1243,500	1079,169	164,33									
13	865,500	1112,036	-246,54									
14	998,400	1062,728	-64,33									
15	1145,100	1049,863	95,24									
16	1585,600	1068,910	516,69									
17	1301,000	1172,248	128,75									
18	980,300	1197,999	-217,70									
19	1403,500	1154,459	249,04									
20	1455,700	1204,267	251,43									
21	1163,500	1254,554	-91,05									
22	1532,000	1236,343	295,66									
23	1299,900	1295,474	4,43									
24	1549,100	1296,359	252,74									
25	968,800	1346,908	-378,11									
26	900,000	1271,286	-371,29									
27	1402,000	1197,029	204,97									
28	1898,800	1238,023	660,78									
29	1538,600	1370,178	168,42									
30	1232,700	1403,903	-171,20									
31	1650,100	1369,662	280,44									
32	1486,900	1425,750	61,15									
33	1364,300	1437,980	-73,68									
34	1974,600	1423,244	551,36									
35	1551,100	1533,515	17,58									
36	1795,600	1537,032	258,57									
37	1196,800	1588,746	-391,95									
38	1091,100	1510,357	-419,26									
39	1629,400	1426,505	202,89									
40	2620,200	1467,084	1153,12									
41	1603,700	1697,707	-94,01									

Рисунок 7.7 - Результаты экспоненциального сглаживания
и прогнозирования

8 Лабораторная работа 4

Прогнозирование с помощью модели авторегрессии - проинтегрированного скользящего среднего

Цель изучения темы: получить навыки идентификации и применения различных моделей стационарных временных рядов для прогнозирования экономических процессов в профессиональной деятельности, а также использования методологии Бокса-Дженкинса построения нестационарных временных рядов.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое стационарные временные ряды в широком и узком смысле?
- 2 Какие существуют классы моделей для прогнозирования стационарных временных рядов?
- 3 Какие тесты на стационарность Вы знаете?
- 4 Как проводится идентификация $AR(p)$ моделей с помощью анализа автокорреляционной и частной автокорреляционной функций?
- 5 Как проводится идентификация $MA(q)$ моделей с помощью анализа автокорреляционной и частной автокорреляционной функций?
- 6 Назовите основные этапы построения модели $ARIMA$.
- 7 Какие критерии применяются при окончательном выборе модели $ARIMA$?

Задание Для временного ряда какого-либо социально-экономического показателя:

- 1) проверить гипотезу о стационарности ряда;
- 2) на основе анализа АКФ и ЧАКФ выберете порядок моделей $AR(p)$, $MA(q)$, $ARMA(p, q)$, $ARIMA(p, q)$;
- 3) оцените параметры выбранной модели;
- 4) с помощью средней относительной ошибки аппроксимации оцените качество построенных моделей и выберете наилучшую для прогнозирования;
- 5) дайте прогноз на следующие два периода.

Решение типовых задач

Построение модели $AR(p)$

Построим авторегрессионную модель первого порядка доходов бюджета Оренбургской области (таблица 8.1). Для оценивания параметров модели $AR(p)$ можно применить один из следующих вариантов:

1) регрессия обычным МНК y_t на $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$, хотя некоторые свойства тестовых статистик будут искажены ввиду присутствия среди регрессоров лагов зависимой переменной;

2) максимизация логарифмической функции правдоподобия (МП – оценивание). Для длинных временных рядов различие с результатами МНК незначительно;

3) разрешение уравнений Юла-Уокера.

Рассмотрим первый способ: МНК – оценивание параметров уравнения AR (p).

Таблица 8.1 - Значения доходов консолидированного бюджета Оренбургской области, млн.р.

Период	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.
январь	1119,3	865,5	968,8	1196,8	944,1	1573
февраль	352,2	998,4	900	1091,1	1317,3	1521,5
март	1006,9	1145,1	1402	1629,4	2893,2	3215,2
апрель	1177,8	1585,6	1898,8	2620,2	2234,3	2872,5
май	1084,4	1301	1538,8	1603,7	2393,7	3792,4
июнь	891,4	980,3	1232,7	1692,8	1834,2	2721,7
июль	928,2	1403,5	1650,1	2267,5	2205,4	3097,2
август	1178,4	1455,7	1486,9	1804,6	3051,7	4229,2
сентябрь	989,4	1163,5	1364,3	1782,8	2035,7	2119,6
октябрь	932,2	1532	1974,6	1921	2241,3	3756,5
ноябрь	1080,4	1299,9	1551,1	2802,3	4245,3	3416,1
декабрь	1243,5	1549,1	1795,6	2639,6	3699,7	3478,7

Так как данный вид модели применяется только для стационарных временных рядов необходимо проверить гипотезу о наличии тенденции либо применить графический анализ.

По виду графика анализируемого временного ряда можно сделать вывод о его не стационарности (рисунок 8.1). Следовательно, для моделирования с помощью авторегрессионной модели ряд необходимо привести к стационарному виду. Для этого необходимо исключить тенденцию. Так как она близка к линейной, найдем отклонения от прямолинейного тренда и построим авторегрессионную модель для ряда остатков. Уравнение тренда имеет вид: $\hat{x}_t = 586,3 + 34,54 \cdot t$.

Для выбора порядка авторегрессионной модели необходимо изучить поведение автокорреляционной (АКФ) и частной автокорреляционной (ЧАКФ) функций. Воспользуемся ППП STATISTICA. Стандартным образом запустите модуль «Временные ряды и прогнозирование». В этом модуле выбираем «АРПСС и автокорреляционные функции».

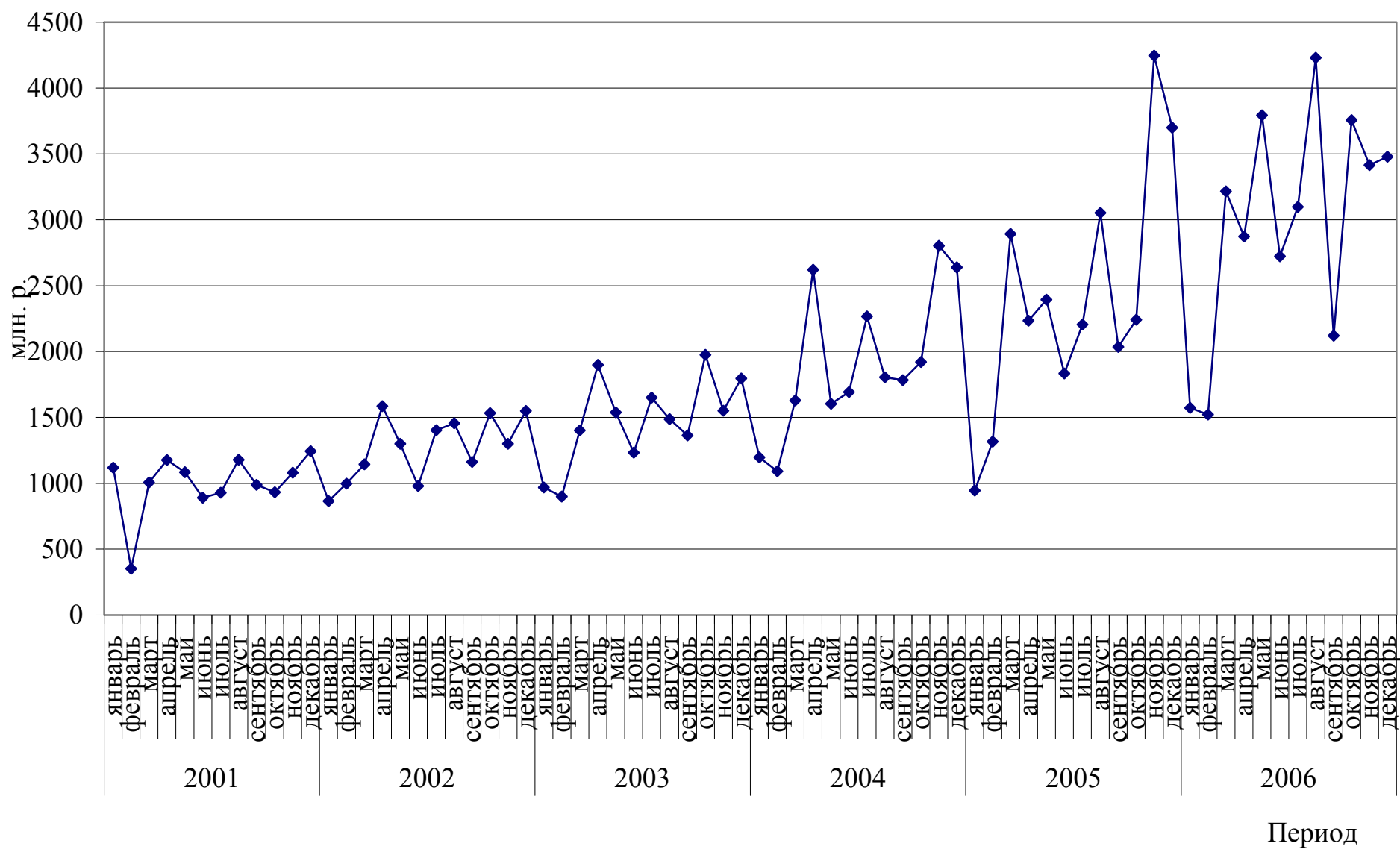


Рисунок 8.1 - Динамика доходов консолидированного бюджета Оренбургской области

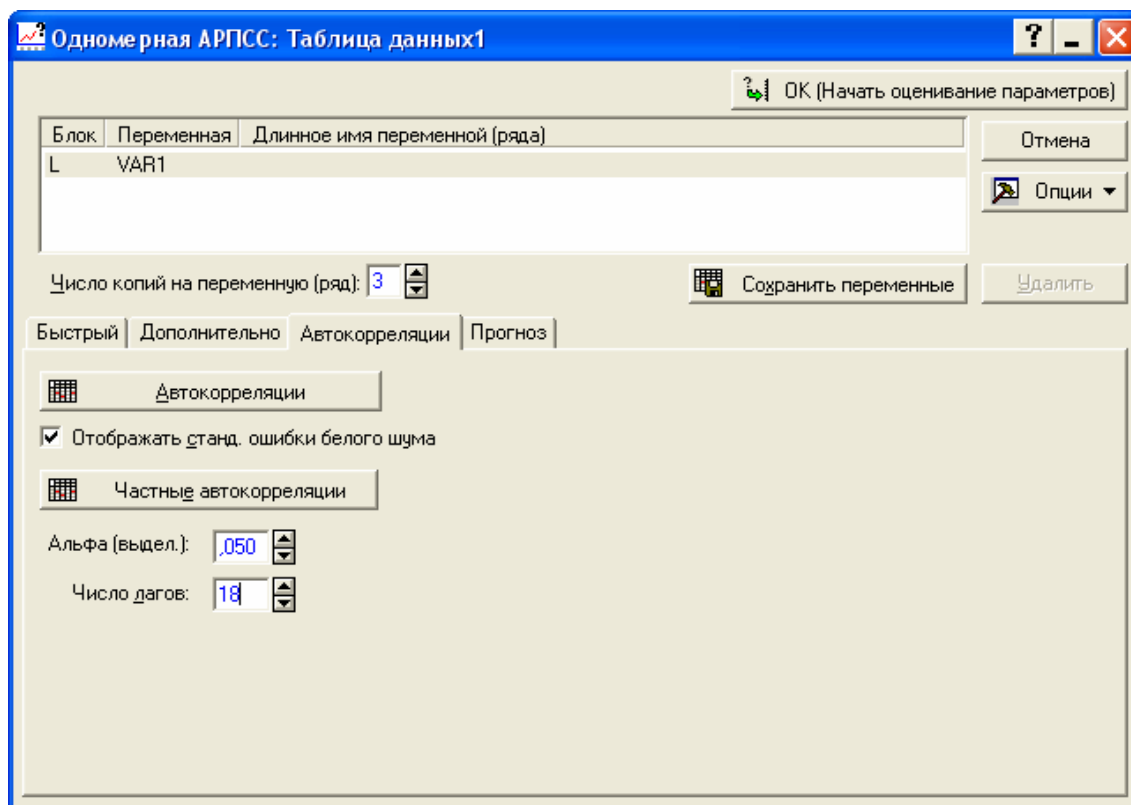


Рисунок 8.2 - Построение АКФ и ЧАКФ

На вкладке «Автокорреляции» нажимаем на кнопку «Автокорреляции» - для построения АКФ и на кнопку «Частные автокорреляции» - Для построения ЧАКФ (рисунок 8.2). Как видно на рисунках 8.3 и 8.4, АКФ и ЧАКФ экспоненциально затухает, меняя знак. Следовательно, можно предположить, что для описания временного ряда целесообразно применить модель авторегрессии со скользящими средними в остатках 1 порядка ARMA (1,1).

Вместе с тем рассмотрим построение различных моделей и выберем наилучшую из них.

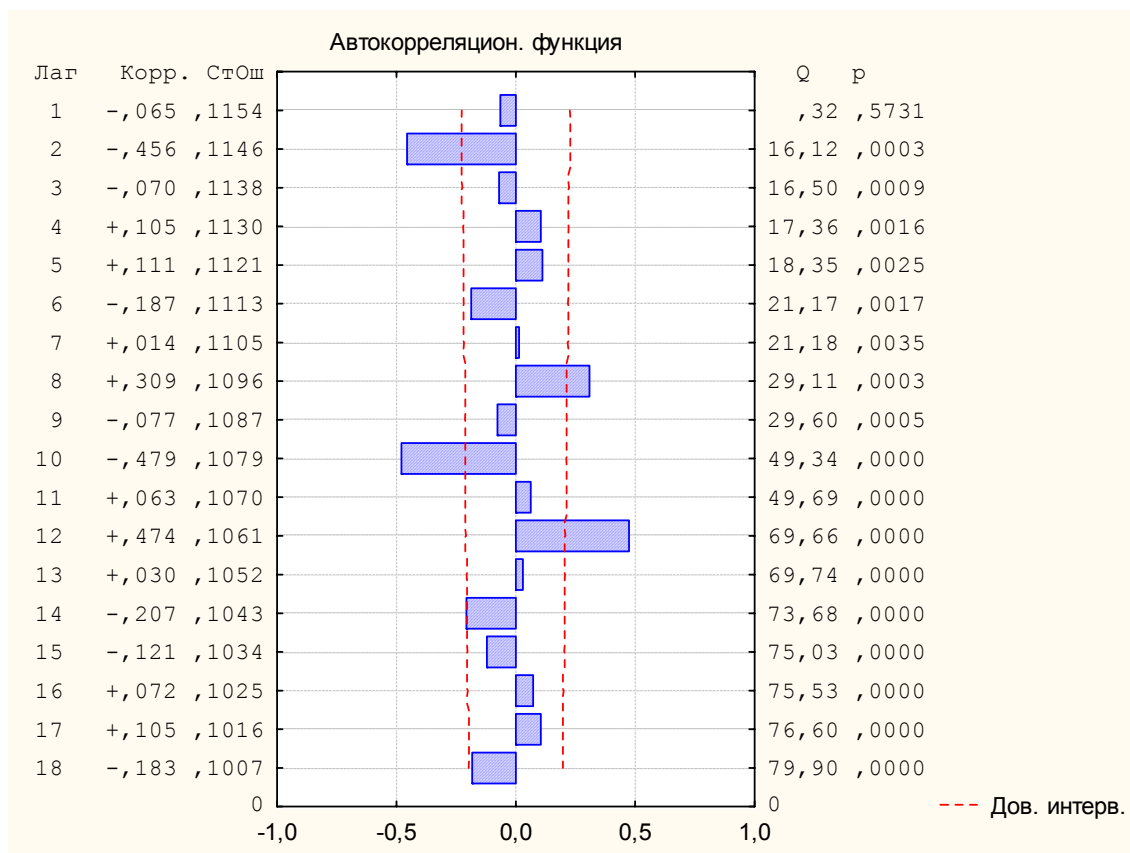


Рисунок 8.3 - Автокорреляционная функция временного ряда доходов бюджета

Построение модели AR (1): $\tilde{y}_t = \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$.

Параметры данной модели определим с помощью МНК, используя функцию ППП Excel Сервис – Анализ данных - Регрессия. «Входной интервал Y» - выделяем столбец ε_t , «Входной интервал X» - выделяем столбец ε_{t-1} (исходные данные для построения модели представлены в таблице 8.2). Результаты регрессионного анализа представлены в таблице 8.3.

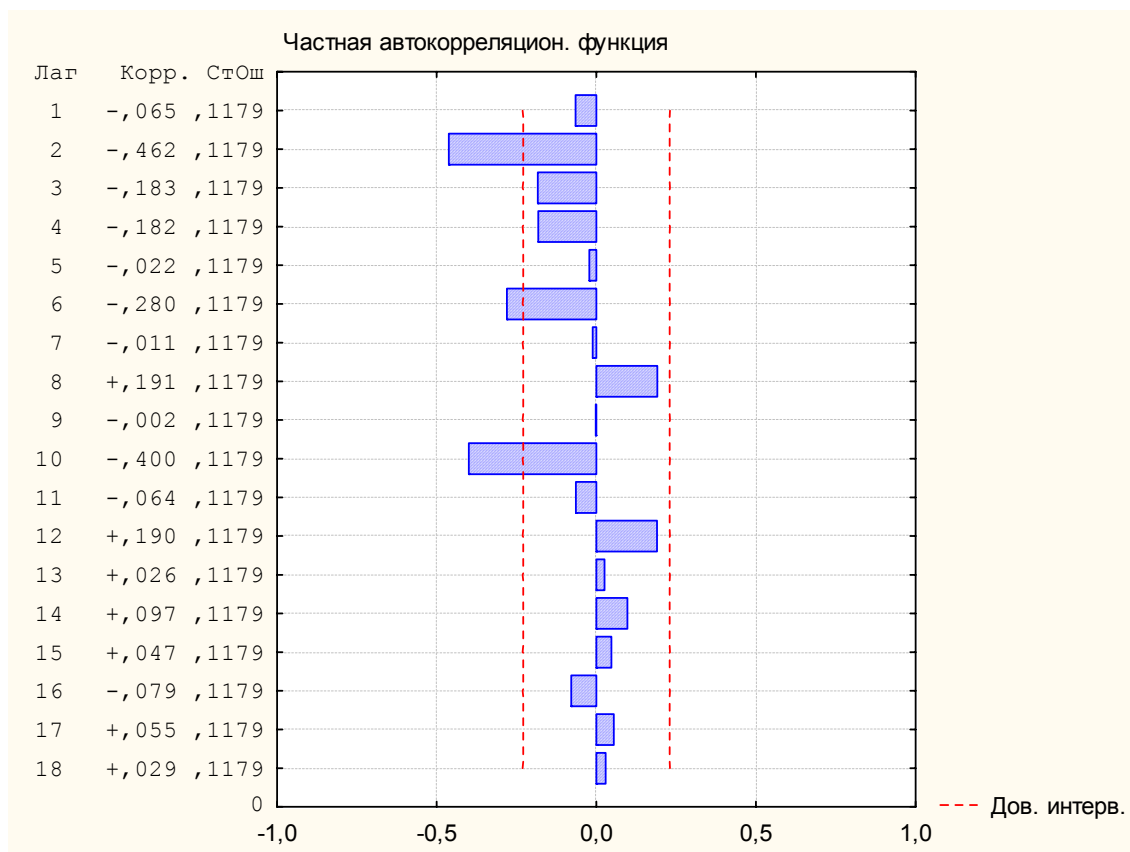


Рисунок 8.4 - Частная автокорреляционная функция доходов бюджета

Таким образом, нами получена модель AR(1): $\varepsilon_t = 0,03588 \cdot \varepsilon_{t-1}$. Так как случайный компонент может быть выражен как $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - 586,26 - 34,535 \cdot t$, то подставив это выражение в модель AR (1) получим:

$$y_t - 214,2 - 39,2 \cdot t = 1,028 \cdot (y_{t-1} - 214,2 - 39,2 \cdot (t-1))$$

В результате соответствующих преобразований получим следующую модель производства продукции:

$$\tilde{y}_t = 1,03 \cdot y_{t-1} - 1,11 \cdot t - 4,97$$

Расчетные значения по модели представлены в таблице 8.2 и на рисунке 8.5. Как видно, теоретические значения незначительно отличаются от фактических, следовательно, можно сделать вывод о высоком качестве модели. Однако оценка параметра модели должна удовлетворять условию $|\alpha| < 1$, в полученной модели оно не выполняется.

Таблица 8.2 - Исходные и расчетные данные для построения AR(1) – модели доходов бюджета Оренбургской области (млн. р.)

Период		Доход, млн.р.	t	\mathcal{E}_t	$\varepsilon_t = y_t - \mathcal{E}_t$	Исходные данные для оцени- вания параметров		\tilde{y}_t	$\left \frac{y - \tilde{y}}{y} \right $
						ε_t	ε_{t-1}		
1		2	3	4	5	6	7	8	9
2001	январь	1119,3	1	620,8	498,5	-303,13	498,5	-	-
	февраль	352,2	2	655,3	-303,1	317,035	-303,1	549,76	0,56093
	март	1006,9	3	689,9	317,0	453,4	317,0	602,781	0,40135
	апрель	1177,8	4	724,4	453,4	325,465	453,4	637,98	0,45833
	май	1084,4	5	758,9	325,5	97,93	325,5	672,538	0,37981
	июнь	891,4	6	793,5	97,9	100,195	97,9	707,074	0,20678
	июль	928,2	7	828,0	100,2	315,86	100,2	741,609	0,20102
	август	1178,4	8	862,5	315,9	92,325	315,9	776,144	0,34136
	сен- тябрь	989,4	9	897,1	92,3	0,59	92,3	810,68	0,18064
	октябрь	932,2	10	931,6	0,6	114,255	0,6	845,215	0,09331
	ноябрь	1080,4	11	966,1	114,3	242,82	114,3	879,75	0,18572
	декабрь	1243,5	12	1000,7	242,8	-169,72	242,8	914,285	0,26475
...
2006	январь	1573	61	2692,9	-1119,9	-1205,9	-1119,9	2606,5	0,65703
	февраль	1521,5	62	2727,4	-1205,9	453,235	-1205,9	2641,04	0,73581

Продолжение таблицы 8.2

1		2	3	4	5	6	7	8	9
	март	3215,2	63	2762,0	453,2	76	453,2	2675,57	0,16784
	апрель	2872,5	64	2796,5	76,0	961,365	76,0	2710,11	0,05653
	май	3792,4	65	2831,0	961,4	-143,87	961,4	2744,64	0,27628
	июнь	2721,7	66	2865,6	-143,9	197,095	-143,9	2779,18	0,02112
	июль	3097,2	67	2900,1	197,1	1294,56	197,1	2813,71	0,09153
	август	4229,2	68	2934,6	1294,6	-849,58	1294,6	2848,25	0,32653
	сен- тябрь	2119,6	69	2969,2	-849,6	752,79	-849,6	2882,78	0,36006
	октябрь	3756,5	70	3003,7	752,8	377,855	752,8	2917,32	0,22339
	ноябрь	3416,1	71	3038,2	377,9	405,92	377,9	2951,85	0,1359
	декабрь	3478,7	72	3072,8	405,9	-	-	2986,39	0,14152
Итого		132968,7	-	-	-	-	-	-	16,8796
В среднем		1846,7875	-	-	-	-	-	-	23,7741

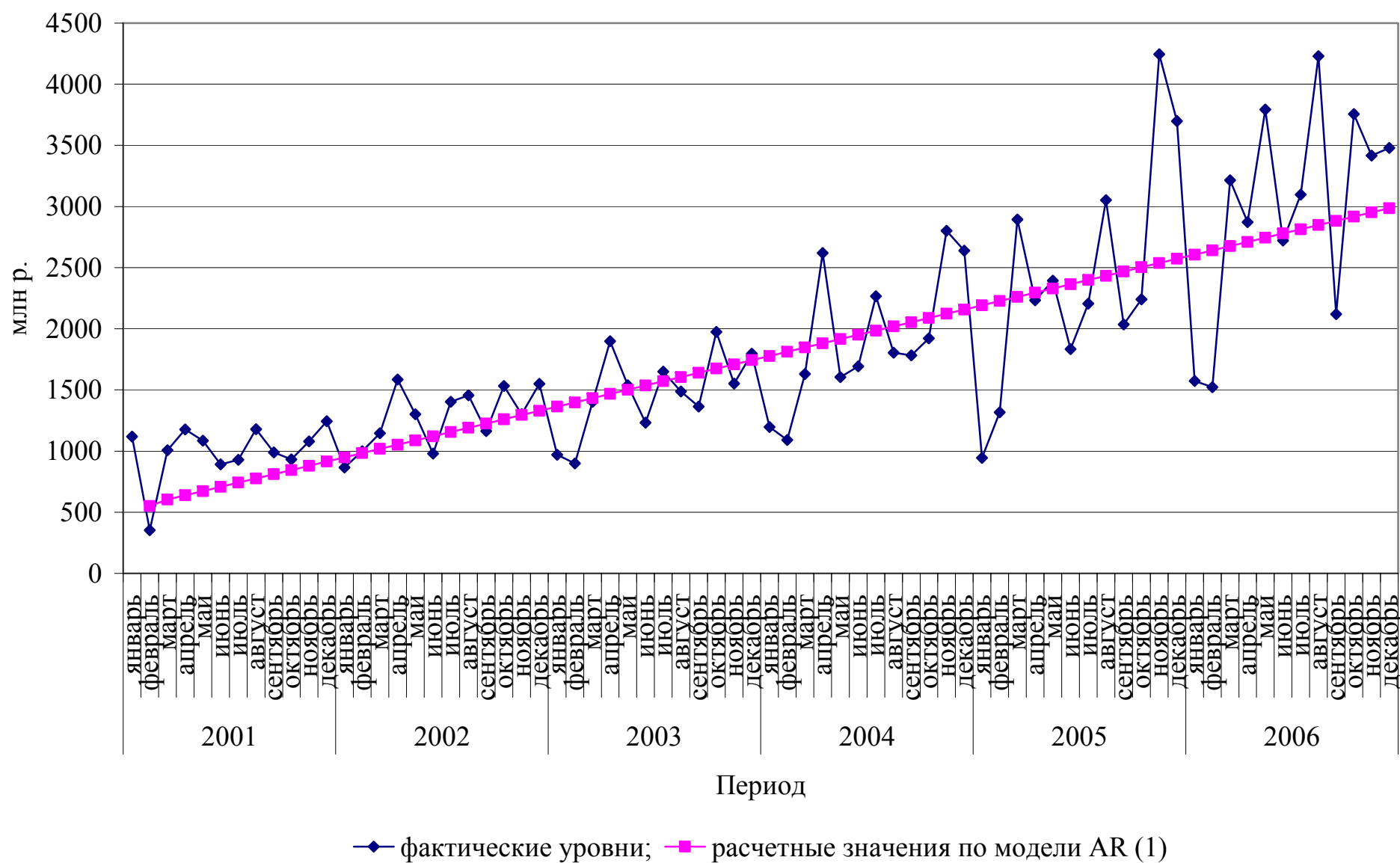


Рисунок 8.5- Теоретические значения по авторегрессионной модели

Таблица 8.3 -Результаты оценивания модели AR (1) МНК

Регрессионная статистика						
Множественный R			0,0359			
R-квадрат			0,0013			
Нормированный R-квадрат			-0,01299			
Стандартная ошибка			535,77			
Наблюдения			71			
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	1	26008,11	26008,11	0,0906	0,7643	
Остаток	70	20093865	287055,2			
Итого	71	20119874				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%
α_0	0	-	-	-	-	-
α_1	0,03588	0,1192	0,3010	0,7643	-0,2018	0,2736

Прогнозирование значений y_t на период $(t+l)$ по авторегрессионной модели производят следующим образом.

Сначала вычисляют значение \dot{y}_{t+1} по формуле

$$\dot{y}_{t+1} = \alpha_1 y_t + \alpha_2 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p}$$

Затем в модель $\dot{y}_{t+2} = \alpha_1 \dot{y}_{t+1} + \alpha_2 y_t + \dots + \alpha_p y_{t-p+1}$ подставляют вычисленное значение \dot{y}_{t+1} и определяют величину \dot{y}_{t+2} и т.д.

Спрогнозируем доходы бюджета на январь и февраль 2007г.

Точечный прогноз на январь составит:

$$\dot{y}_{t+1} = 0,03588 \cdot 2986,39 + 33,296 \cdot 73 + 516,464 = 3054,22 \text{ млн.р.,}$$

на февраль 2007 г.: $\dot{y}_{t+2} = 0,03588 \cdot 3054,22 + 33,296 \cdot 74 + 516,464 = 3089,95 \text{ млн.р.}$

Интервальный прогноз определяется по формуле:

$$\dot{y}_{t+l} \pm S_y \cdot t(\alpha; k)$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \tilde{y}_t)^2}{n}} = \sqrt{\frac{20556319,18}{72}} = 534,326.$$

Табличное значение t- критерия Стьюдента: $t(0,05; 69) = 1,995$

Тогда доверительные границы прогноза на январь составят: $3054,22 \pm 1065,95$, т.е. с вероятностью 95 % в январе 2007 года доходы бюджета

будут находиться в пределах от 1988,27 до 4120,18 млн.р. В феврале 2007 г. доходы бюджета с заданной вероятностью могут составить от 2024 млн. р. до 4155,9 млн.р.

Построение модели AR (p) в STATISTICA

В модуле «Временные ряды и прогнозирование» выбираем «АРПСС и автокорреляционные функции». В появившемся окне выбираем вкладку «Дополнительно». Так как ряд нестационарный его необходимо преобразовать. Используем для этого 2 способа:

- 1) отклонение от линейного тренда;
- 2) первые разности.

Рассмотрим первый способ

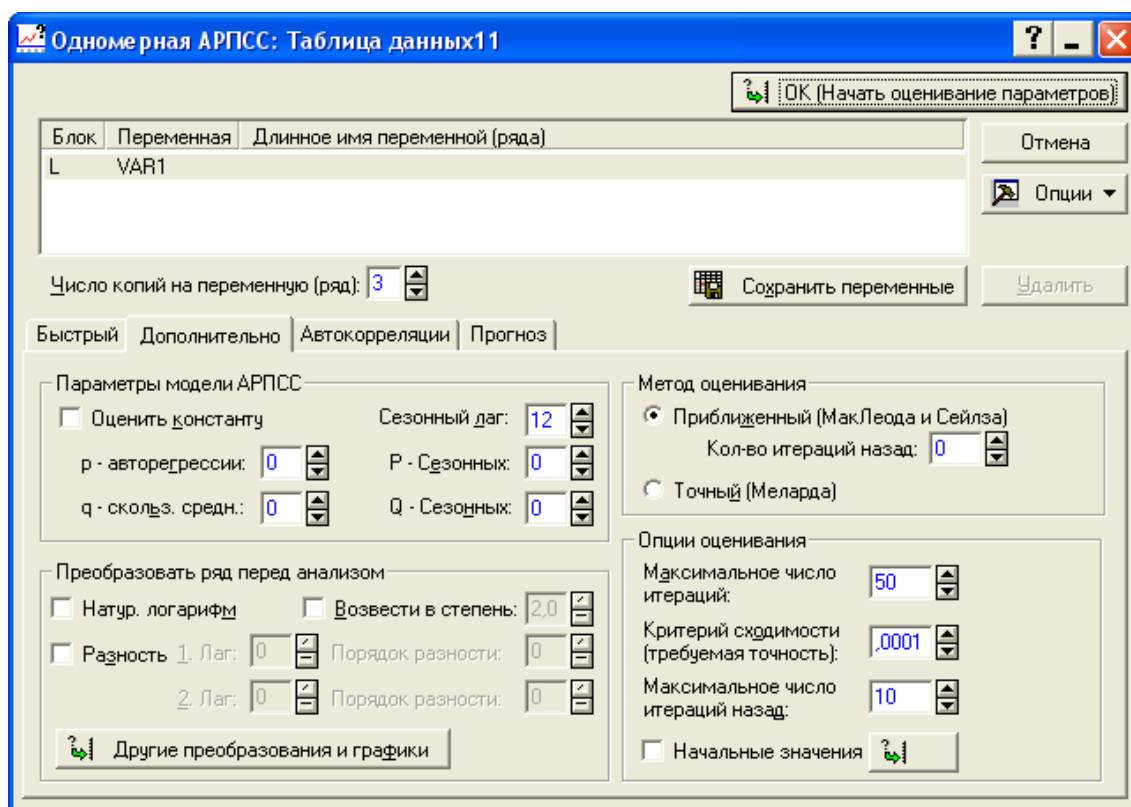


Рисунок 8.6 - Построение авторегрессионной модели

Для нахождения отклонений от линейного тренда необходимо нажать на кнопку «Другие преобразования и графики» (рисунок 8.6). В появившемся окне необходимо выбрать «Вычесть тренд» ($X = X - (a + b \cdot t)$) и нажать на кнопку «ОК (Преобразовать выделенную переменную)» (рисунок 8.7). На экране появится график отклонений от тренда (рисунок 8.8).

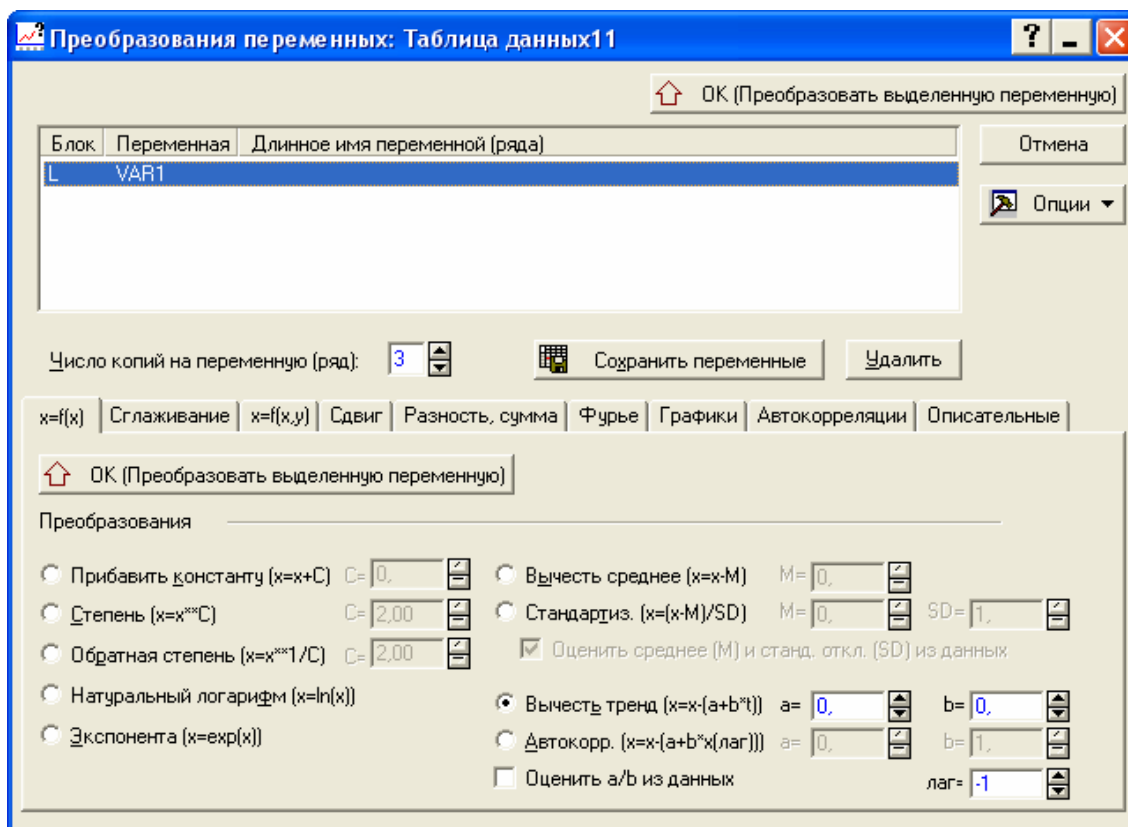


Рисунок 8.7 - Преобразование временного ряда

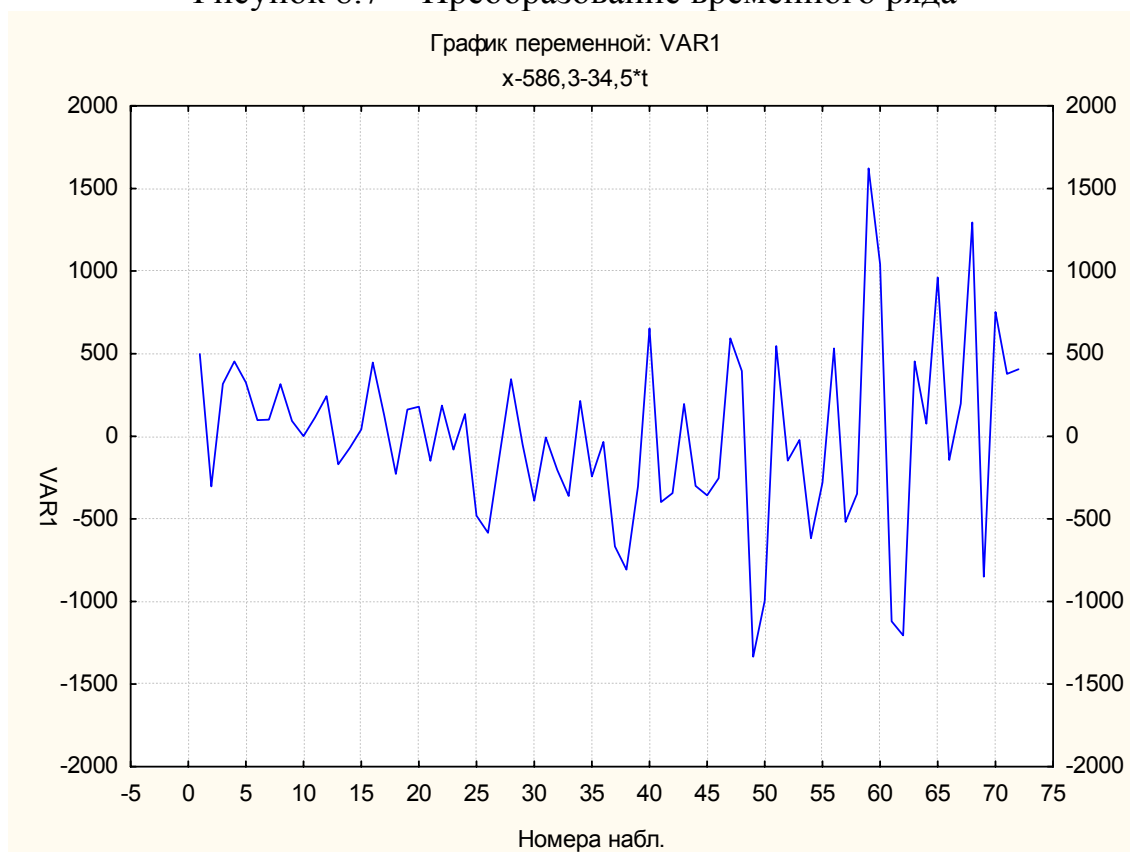


Рисунок 8.8 - Отклонения от линейного тренда

Возвращаемся в диалоговое окно «АРПСС и автокорреляционные функции», нажав на расположенную в левом нижнем углу кнопку «Другие преобразования и графики» и в появившемся окне на кнопку «Отмена».

В результате преобразования ряда появилась новая переменная VAR 1 X-586,3-34,5t (рисунок 8.9), которую мы используем в дальнейших расчетах (параметры уравнения тренда совпадает с оцененными нами ранее).

Для построения модели AR(1) в ячейке «p – авторегрессии» задаем значение порядка авторегрессии. В нашем примере $p = 1$ (рисунок 8.9) и нажимаем на кнопку «ОК (Начать оценивание параметров)». На экране появится окно, содержащее значение параметра α (рисунок 8.10). Его значение составило 0,03588 (статистически значимые параметры выделяются красным). Значение совпадает с рассчитанным нами ранее.

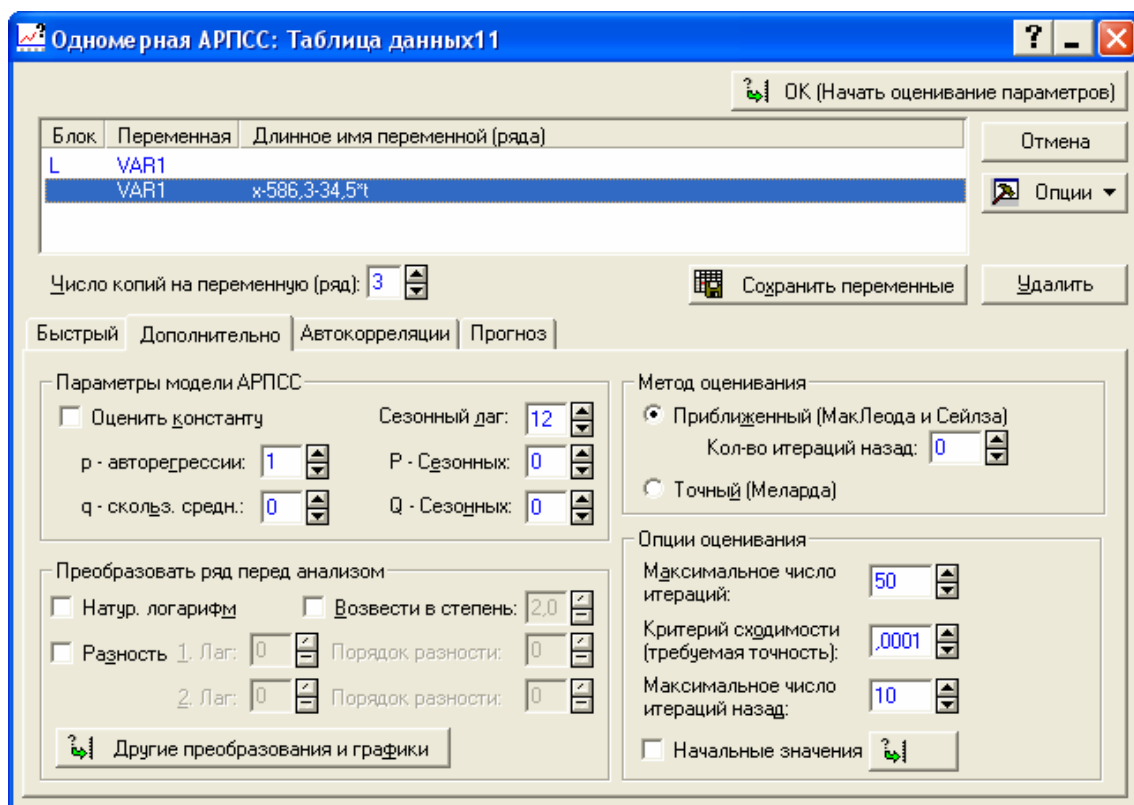


Рисунок 8.9 - Выбор порядка модели авторегрессии

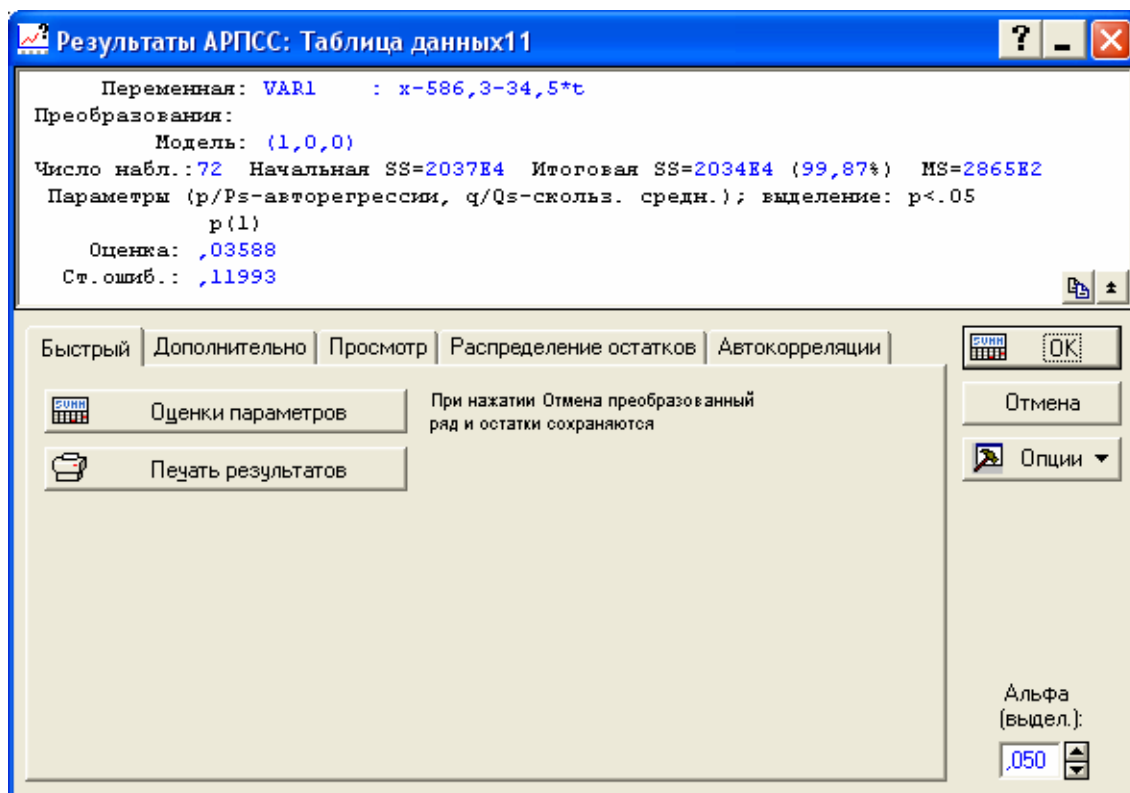


Рисунок 8.10 - Вывод итогов

Второй способ

Модель авторегрессии первого порядка по первым разностям имеет вид:

$$\Delta_{y_t}^1 = \alpha \cdot \Delta_{y_{t-1}}^1,$$

где $\Delta_{y_t}^1 = y_t - y_{t-1}$, $\Delta_{y_{t-1}}^1 = y_{t-1} - y_{t-2}$, ..., $\Delta_{y_{n-1}}^1 = y_{n-1} - y_{n-2}$ - первые разности.

Для расчета ее параметров в модуле «АРПСС и автокорреляционные функции» необходимо задать порядок разности. В ячейке «Разность» устанавливаем его значение как показано на рисунке 8.11 (берем первые разности), в ячейке «р – авторегрессии» задаем значение порядка авторегрессии ($p = 1$) и нажимаем на кнопку «ОК (Начать оценивание параметров)».

Результаты построения авторегрессионной модели по первым разностям представлены на рисунке 8.12. Параметр $\alpha = -0,3105$ статистически значим. Следовательно, модель примет вид:

$$\Delta_{y_t}^1 = -0,3105 \cdot \Delta_{y_{t-1}}^1.$$

В результате соответствующих преобразований получим следующую модель:

$$\tilde{y}_t = 0,6895y_{t-1} + 0,3105y_{t-2}.$$

Одномерная АРПСС: Таблица данных11

OK (Начать оценивание параметров)

Блок	Переменная	Длинное имя переменной (ряда)
L	VAR1	

Отмена

Опции

Число копий на переменную (ряд): 3

Сохранить переменные

Удалить

Быстрый | Дополнительно | Автокорреляции | Прогноз

Параметры модели АРПСС

☐ Оценить константу

Сезонный лаг: 12

p - авторегрессии: 1

P - Сезонных: 0

q - скольз. средн.: 0

Q - Сезонных: 0

Метод оценивания

☒ Приближенный (МакЛеода и Сейлза)

Кол-во итераций назад: 0

☐ Точный (Меларда)

Опции оценивания

Максимальное число итераций: 50

Критерий сходимости (требуемая точность): .0001

Максимальное число итераций назад: 10

☐ Начальные значения

Преобразовать ряд перед анализом

☐ Натур. логарифм

☐ Возвести в степень: 2.0

☒ Разность 1. Лаг: 1

Порядок разности: 1

2. Лаг: 0

Порядок разности: 0

Другие преобразования и графики

Рисунок 8.11 - Выбор параметров для построения авторегрессионной модели

Результаты АРПСС: Таблица данных11

Переменная: VAR1

Преобразования: D(1)

Модель: (1,1,0)

Число набл.: 71 Начальная SS=3895E4 Итоговая SS=3520E4 (90,36%) MS=5028E2

Параметры (p/Ps-авторегрессии, q/Qs-скольз. средн.); выделение: p<.05

p(1)

Оценка: -.3105

Ст. ошиб.: .11444

Быстрый | Дополнительно | Просмотр | Распределение остатков | Автокорреляции

Оценки параметров

Печать результатов

При нажатии Отмена преобразованный ряд и остатки сохраняются

Отмена

Опции

Альфа (выдел.): .050

Рисунок 8.12- Вывод итогов авторегрессионного моделирования

Построение модели МА (q)

В случае чистого МА (q) – процесса обычно используются нелинейные методы наименьших квадратов для оценивания параметров. Наиболее распространен метод условной суммы квадратов (CSS), в котором отсутствующие данные значений «белого шума» ε_t генерируются как ex-post ошибки прогноза при условии минимума суммы квадратов ошибок.

Так для процесса МА (1): $y_t = \varepsilon_t - \beta \cdot \varepsilon_{t-1}$ генерируются значения $\varepsilon_t = y_t + \beta \cdot \varepsilon_{t-1}$ с некоторым коэффициентом β , который оценивается при условии $s(\beta) = \sum_1^T \varepsilon_t^2 = \min$. Поскольку это нелинейная функция относительно параметра β , минимизация происходит в результате итеративного процесса.

Оценим параметры модели МА (1): $y_t = \varepsilon_t - \beta \cdot \varepsilon_{t-1}$ по данным таблицы 8.2 в ППП STATISTICA.

Так как ряд нестационарный, рассмотрим два способа приведения к стационарному виду:

Взятие первых разностей

Как и при построении AR (p)- модели задаем необходимые значения параметров (рисунок 8.13).

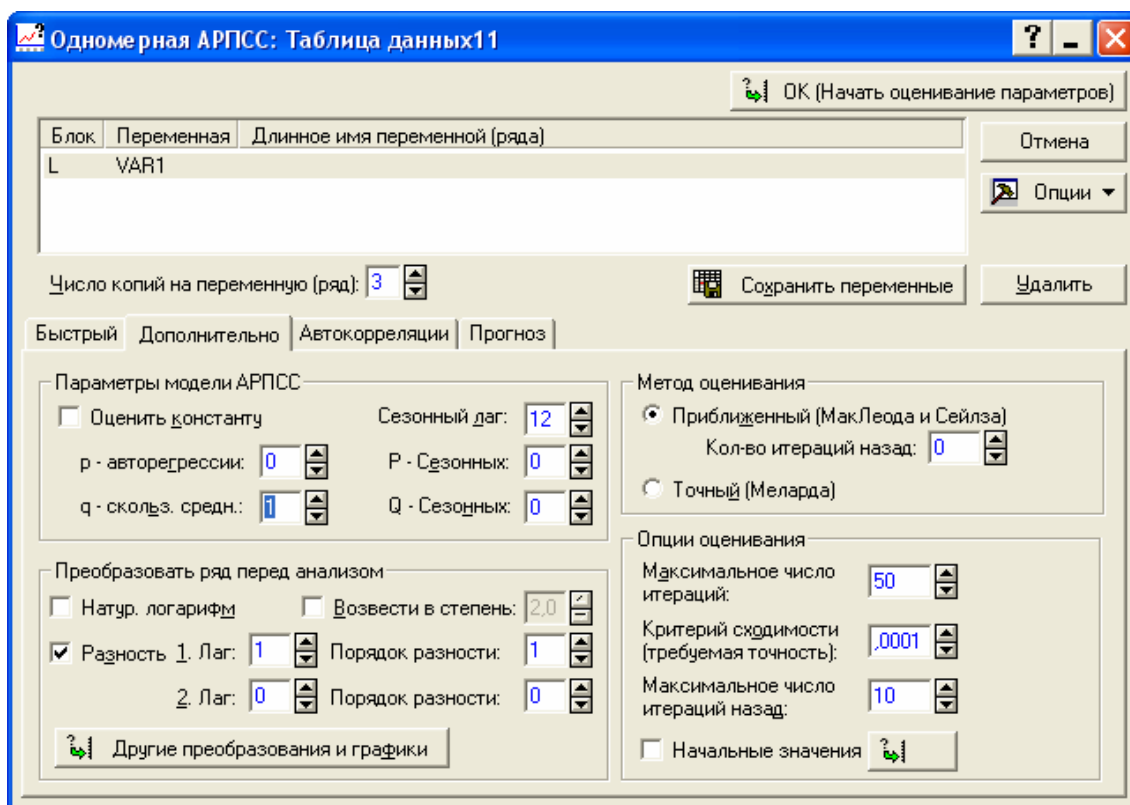


Рисунок 8.13 - Построение модели скользящего среднего по первым разностям

Итог оценивания параметров представлен на рисунке 8.14.

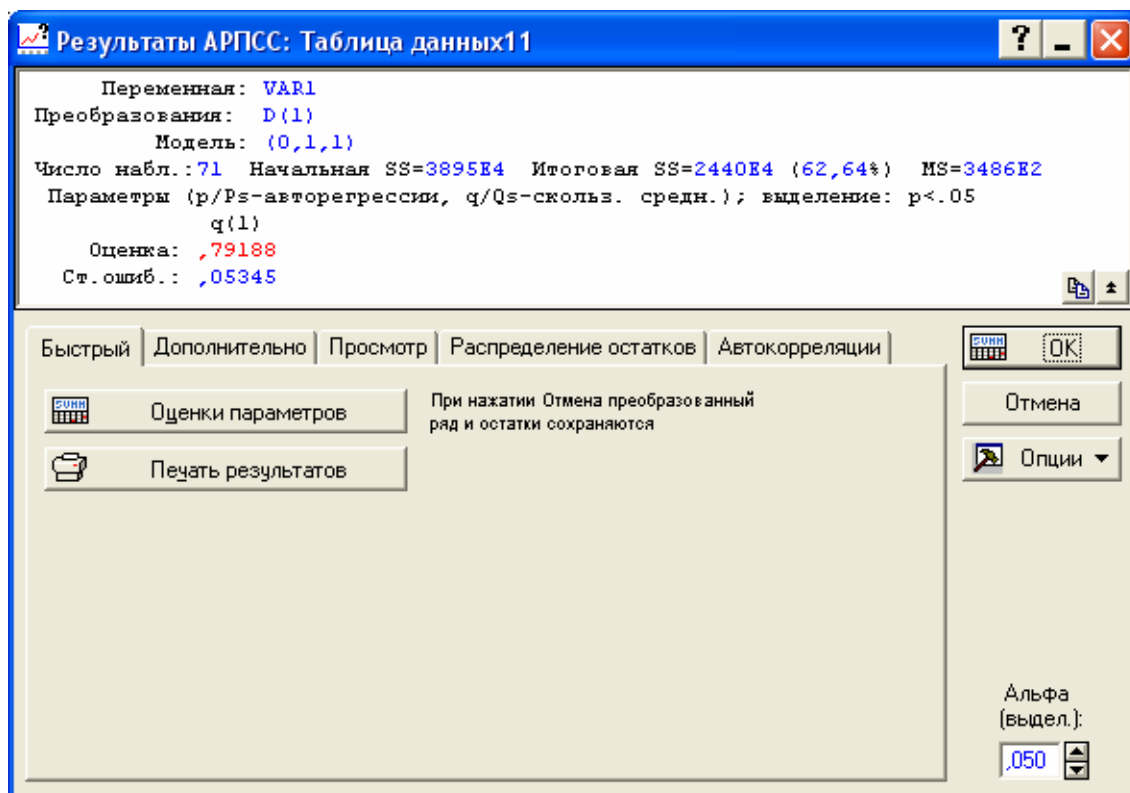


Рисунок 8.14 - Результаты оценивания МА(1) по первым разностям

Таким образом, нами получена модель вида:

$$\Delta_{y_t}^1 = \varepsilon_t + 0,79188 \cdot \varepsilon_{t-1}$$

От нее можно перейти к модели для уровней ряда:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t + 0,79188 \cdot \varepsilon_{t-1}.$$

Отклонение от линейного тренда

На первом этапе строим линейный тренд и находим от него отклонения «Другие преобразования и графики». В появившемся окне выбираем «Вычесть тренд» ($X = X - (a + b \cdot t)$) и нажимаем на кнопку «ОК (Преобразовать выделенную переменную)». Затем задаем параметры как показано на рисунке 8.15.

Одномерная АРПСС: Таблица данных11

OK (Начать оценивание параметров)

Блок	Переменная	Длинное имя переменной (ряда)
L	VAR1	
	VAR1	x-586,3-34,5*t

Число копий на переменную (ряд): 3

Сохранить переменные

Удалить

Быстрый | Дополнительно | Автокорреляции | Прогноз

Параметры модели АРПСС

☐ Оценить константу

Сезонный лаг: 12

p - авторегрессии: 0

P - Сезонных: 0

q - скользя. средн.: 1

Q - Сезонных: 0

Преобразовать ряд перед анализом

☐ Натур. логарифм

☐ Возвести в степень: 2,0

☐ Разность 1. Лаг: 0

Порядок разности: 0

2. Лаг: 0

Порядок разности: 0

Другие преобразования и графики

Метод оценивания

☒ Приближенный (МакЛеода и Сейлза)

Кол-во итераций назад: 0

☐ Точный (Меларда)

Опции оценивания

Максимальное число итераций: 50

Критерий сходимости (требуемая точность): .0001

Максимальное число итераций назад: 10

☐ Начальные значения

Рисунок 8.15 - Построение модели скользящего среднего по отклонениям от тренда

Результаты оценивания параметров представлены на рисунке 8.16.

Результаты АРПСС: Таблица данных11

Переменная: VAR1 : x-586,3-34,5*t

Преобразования:

Модель: (0,0,1)

Число набл.: 72 Начальная SS=2037E4 Итоговая SS=2030E4 (99,66%) MS=2859E2

Параметры (p/Ps-авторегрессии, q/Qs-скользя. средн.); выделение: p<.05

q(1)

Оценка: -.0960

Ст. ошиб.: .19341

Быстрый | Дополнительно | Просмотр | Распределение остатков | Автокорреляции

Оценки параметров

Печать результатов

При нажатии Отмена преобразованный ряд и остатки сохраняются

Отмена

Опции

Альфа (выдел.): .050

Рисунок 8.16 - Результаты оценивания МА(1) по отклонениям от тренда

Полученная модель имеет вид: $y_t - \tilde{y}_t = \varepsilon_t - 0,0960\varepsilon_{t-1}$.

Откуда $y_t = \tilde{y}_t + \varepsilon_t - 0,0960 \cdot \varepsilon_{t-1} = 586,3 + 34,5 \cdot t + \varepsilon_t - 0,0960 \cdot \varepsilon_{t-1}$ (где \tilde{y}_t - расчетные значения по линейному тренду).

При прогнозировании на практике реальные параметры β_j заменяются своими оценками $\hat{\beta}_j$, а случайные шоки ε_t - на остатки $\hat{\varepsilon}_t$, полученные при оценивании модели, или на ошибки предыдущих прогнозов.

Для модели МА (1) формулы для прогнозирования имеют вид:

$$\hat{\varepsilon}_{t+1} = \beta \cdot \varepsilon_t$$

$$\hat{\varepsilon}_{t+h} = 0 \text{ для } h \geq 2$$

В ППП STATISTICA прогнозные значения по полученным моделям можно получить в табличной форме (например, для МА(1) по первым разностям в окне результатов оценивания (рисунок 8.14) на вкладке «Дополнительно» нажав на кнопку «Прогноз») и графической (в том же окне нажав на кнопку «График ряда и прогнозов») соответственно рисунки 8.17 и 8.18.

Прогнозы; Модель:(0,0,1) Сезонный лаг: 12 (Таблица данных11) Исход.:VAR1 : x-586,3-34,5*t Начало исходных: 1 Конец исходн.: 72								
Набл. N	Прогноз	Нижний 90,0000%	Верхний 90,0000%	Ст.ошиб.				
73	36,23661	-854,879	927,3527	534,6911				
74	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				
75	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				
76	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				
77	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				
78	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				
79	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				
80	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				
81	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				
82	0,00000	-895,213	895,2134	537,1496				

Рисунок 8.17 - Прогноз по МА(1) для первых разностей

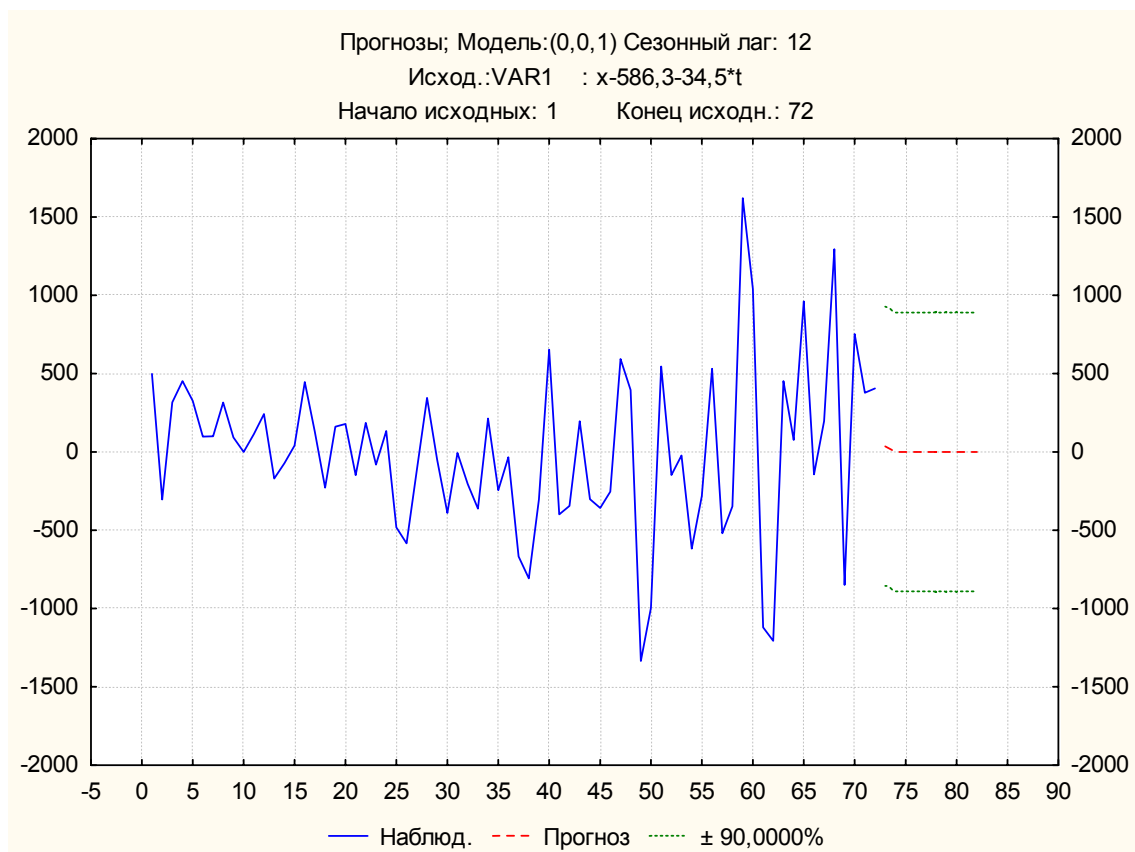


Рисунок 8.18 - Фактические, прогнозные значения и доверительные границы прогноза доходов бюджета Оренбургской области

Построение модели ARMA (p,q)

Если модель ARMA содержит скользящие средние, то МНК – оценивание, как и в случае с МА- процессами, уже не является возможным. В связи с этим оценивание параметров моделей ARMA в основном проводится по тем же принципам, что и оценивание параметров для МА – процессов, но становится намного сложнее. Например, появляется проблема выбора первоначальных значений y_t из-за наличия регрессоров – лагов зависимой переменной. Наиболее распространенными методами оценивания параметров являются: нелинейный МНК и метод максимального правдоподобия.

Оценим параметры модели ARMA по отклонениям от линейного тренда, используя ППП STATISTICA. Зададим значения параметров как показано на рисунке 8.19.

Таким образом, нами получена модель (рисунок 8.20):

$$y_t - \tilde{y}_t = -0,7775 \cdot (y_{t-1} - \tilde{y}_{t-1}) + \varepsilon_t - 0,9618 \varepsilon_{t-1}.$$

Подставим в полученную модель вместо \tilde{y} уравнение тренда и после раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых перейдем к модели вида:

$$y_t = 1046,15 - 61,324 \cdot t - 0,7775 \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t - 0,9618 \cdot \varepsilon_{t-1}.$$

Прогнозные значения отклонений от тренда представлены на рисунке 8.21, их графическое изображение на рисунке 8.22.

Одномерная АРПСС: Таблица данных11

OK (Начать оценивание параметров)

Блок	Переменная	Длинное имя переменной (ряда)
L	VAR1	
	VAR1	x-586,3-34,5*t

Отмена

Опции

Число копий на переменную (ряд): 3

Сохранить переменные

Удалить

Быстрый | Дополнительно | Автокорреляции | Прогноз

Параметры модели АРПСС

☐ Оценить константу

Сезонный лаг: 12

p - авторегрессии: 1

P - Сезонных: 0

q - скользя. средн.: 1

Q - Сезонных: 0

Преобразовать ряд перед анализом

☐ Натур. логарифм

☐ Возвести в степень: 2,0

☐ Разность 1. Лаг: 0

Порядок разности: 0

2. Лаг: 0

Порядок разности: 0

Другие преобразования и графики

Метод оценивания

☒ Приближенный (МакЛеода и Сейлза)

Кол-во итераций назад: 0

☐ Точный (Меларда)

Опции оценивания

Максимальное число итераций: 50

Критерий сходимости (требуемая точность): .0001

Максимальное число итераций назад: 10

☐ Начальные значения

Рисунок 8.19 - Построение ARMA – модели по отклонениям от тренда

Результаты АРПСС: Таблица данных11

Переменная: VAR1 : x-586,3-34,5*t

Преобразования:

Модель: (1,0,1)

Число набл.: 72 Начальная SS=2037E4 Итоговая SS=1887E4 (92,64%) MS=2695E2

Параметры (p/Ps-авторегрессии, q/Qs-скользя. средн.); выделение: p<.05

p(1) q(1)

Оценка: -,7775 -,9618

Ст.ошиб.: ,15081 ,08588

Быстрый | Дополнительно | Просмотр | Распределение остатков | Автокорреляции

Оценки параметров

Печать результатов

При нажатии Отмена преобразованный ряд и остатки сохраняются

Отмена

Опции

Альфа (выдел.): .050

Рисунок 8.20- Результаты оценивания модели ARMA

Оценим параметры модели в ППП STATISTICA, задав значение параметров, как показано на рисунке 8.23. Результаты оценивания представлены на рисунке 8.24.

Рисунок 8.23 - Построение ARIMA- модели

Рисунок 8.24 - Результаты оценивания модели ARIMA

Таким образом, нами получена модель: $\Delta_t^1 = 0,02206 \cdot \Delta_{t-1}^1 + \varepsilon_t - 0,79608 \cdot \varepsilon_{t-1}$. Подставив в модель вместо $\Delta_t^1 = y_t - y_{t-1}$ и $\Delta_{t-1}^1 = y_{t-1} - y_{t-2}$, раскрыв скобки и приводя подобные слагаемые получим модель: $\tilde{y}_t = 1,02206y_{t-1} - 0,02206y_{t-2} + \varepsilon_t - 0,79608\varepsilon_{t-1}$. Рассчитаем по ней теоретические значения доходов бюджета (таблица 8.4).

Как видно на рисунке 8.25, расчетные значения «запаздывают» на 1 месяц по сравнению с фактическими данными. При этом средняя относительная ошибка аппроксимации составила 29,46 %, что свидетельствует об удовлетворительной точности модели.

Прогноз для модели ARIMA(1,1,1) на 1 шаг вперед определяется по формуле:

$$\hat{y}_{t+1} = (1 + \alpha) \cdot y_t - \alpha \cdot y_{t-1} - \beta \varepsilon_t,$$

т.е. прогноз на январь 2007 года составит:

$$(1 + 0,02206) \cdot 3478,7 - 0,02206 \cdot 3416,1 - 0,79608 \cdot (52,0) = 3438,7 \text{ млн. р.}$$

На 2 шага вперед: $\hat{y}_{t+2} = (1 + \alpha) \cdot y_{t+1} - \alpha \cdot y_t$, тогда прогноз на февраль 2007 года составит:

$$(1 + 0,02206) \cdot 3438,7 - 0,02206 \cdot 3478,7 = 3437,8 \text{ млн.р.}$$

Интервальный прогноз при среднем квадратическом отклонении 763,95 и статистике Стьюдента на 5% уровне значимости для 68 степеней свободы составившей 1,995 для января 2007 года будет находится в границах от 1914,7 млн.р. до 4202,7 млн.р., а в феврале 2007 году доходы бюджета с вероятностью 95 % составит от 1913,8 млн.р. до 4961,8 млн.р.

Таблица 8.4 - Расчет прогноза по модели ARIMA(1,1,1)

Период		Доход, млн.р.	t	$\Delta^{(1)} = y_t - y_{t-1}$	$0,02206 \cdot \Delta^{(1)}$	$\varepsilon_t = \Delta^{(1)} - 0,02206 \cdot \Delta^{(1)}$	\tilde{y}_t
1		2	3	4	5	6	7
2001	январь	1119,3	1				
	февраль	352,2	2	-767,1	-16,9	14,8	
	март	1006,9	3	654,7	14,4	3,5	326,9
	апрель	1177,8	4	170,9	3,8	-2,1	1016,5
	май	1084,4	5	-93,4	-2,1	-4,2	1179,1
	июнь	891,4	6	-193	-4,3	0,9	1086,6
	июль	928,2	7	36,8	0,8	5,5	891,9
	август	1178,4	8	250,2	5,5	-4,3	920,3
	сентябрь	989,4	9	-189	-4,2	-1,2	1186,2
	октябрь	932,2	10	-57,2	-1,3	3,3	989,5
	ноябрь	1080,4	11	148,2	3,3	3,5	931,8
	декабрь	1243,5	12	163,1	3,6	-8,4	1072,4
...
2006	январь	1573	61	-2126,7	-46,9	-0,1	3724,7
	февраль	1521,5	62	-51,5	-1,1	37,4	1563,6
	март	3215,2	63	1693,7	37,4	-8,4	1482,2
	апрель	2872,5	64	-342,7	-7,6	20,5	3279,7
	май	3792,4	65	919,9	20,3	-24,1	2824,6
	июнь	2721,7	66	-1070,7	-23,6	8,8	3840,7
	июль	3097,2	67	375,5	8,3	24,8	2715,9
	август	4229,2	68	1132	25,0	-47,1	3038,7

Продолжение таблицы 8.4

1		2	3	4	5	6	7
	сентябрь	2119,6	69	-2109,6	-46,5	37,1	4328,8
	октябрь	3756,5	70	1636,9	36,1	-8,3	2035,2
	ноябрь	3416,1	71	-340,4	-7,5	1,5	3800,8
	декабрь	3478,7	72	62,6	1,4	52,0	3459,4
Итого		132968,7	-	2359,4	52,0	119,9	128472,4
В среднем		1846,7875	-	32,769444	0,7	1,7	1835,3

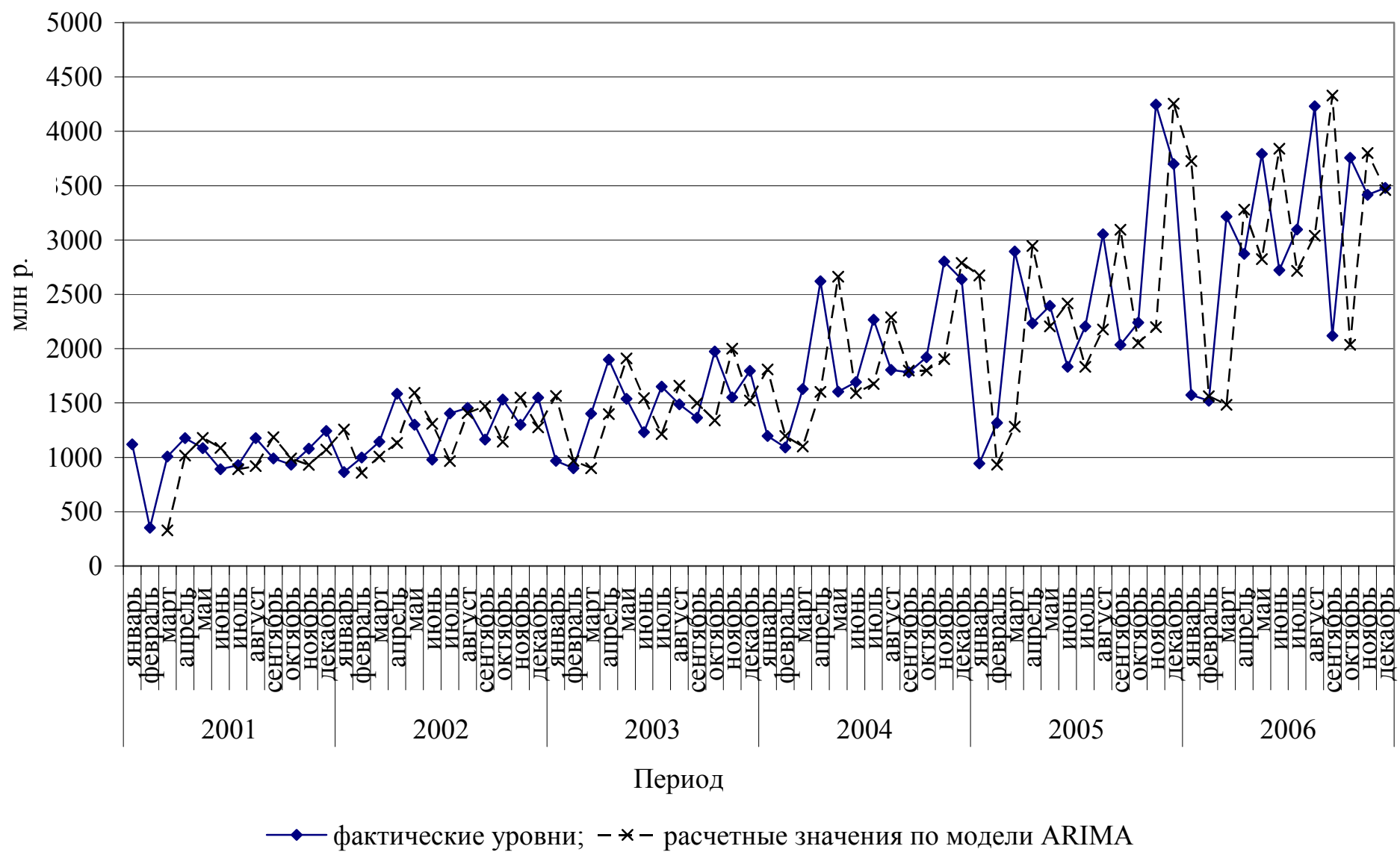


Рисунок 8.25 - Динамика доходов бюджета Оренбургской области

9 Лабораторная работа 5

Применение многофакторных моделей прогнозирования

Цель изучения темы: научиться оценивать тесноту и направление связи между показателями, представленными временными рядами. Строить модели регрессии по временным рядам, имеющим тенденцию, и прогнозировать на их основе.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое автокорреляционная функция и в чем ее назначение?
- 2 В чем специфика построения регрессионной модели по рядам динамики?
- 3 Перечислите основные способы построения регрессионных моделей по рядам динамики. Какой способ применяется на практике чаще?
- 4 Назовите основные способы оценки тесноты и направления связи по рядам динамики.
- 5 В чем суть построения модели регрессии первых разностей?
- 6 В чем суть построения модели регрессии по отклонениям от тренда?
- 7 В чем суть построения модели регрессии с включением фактора времени?

Задание

1 По данным временного ряда финансового или какого - либо социально-экономического показателя, а также факторах влияющих на него оцените тесноту и направление связи между выбранными признаками, а также постройте уравнение регрессии по первым разностям; по отклонениям от тренда и с включением фактора времени. Дайте интерпретацию полученным моделям и сделайте прогноз результативного признака на следующий период.

Решение типовых задач

По данным таблицы 9.1 оценим влияние энерговооруженности (кВт/ ч) на выпуск продукции (тыс.тонн), используя все известные способы.

Таблица 9.1 - Исходные данные для проведения корреляционного и регрессионного анализа по временным рядам

Годы	Выпуск продукции, тыс.тонн у	Энерговооруженность, кВт/ ч х
1	2	3
1	325,69	15,69
2	340,79	16,69
3	349,39	17,69

Продолжение таблицы 9.1

1	2	3
4	373,59	19,09
5	389,79	20,79
6	399,09	21,69
7	421,49	23,09
8	441,39	24,09
9	458,29	25,19
10	472,33	26,58
11	489,02	27,81

Корреляция и регрессия по первым разностям

Для оценки тесноты связи по первым разностям используем формулу:

$$r_{\Delta y \Delta x} = \frac{(\overline{\Delta y \Delta x} - \overline{\Delta y} \cdot \overline{\Delta x})}{\sigma_{\Delta y} \cdot \sigma_{\Delta x}},$$

где $\Delta y = y_t - y_{t-1}$, $\Delta x = x_t - x_{t-1}$ - первые разности

Построим вспомогательную таблицу 9.2.

Таблица 9.2 - Расчет коэффициента корреляции

t	y	x	Δy	Δx	$\Delta y \cdot \Delta x$	$(\Delta y - \overline{\Delta y})^2$	$(\Delta x - \overline{\Delta x})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	325,69	15,69	-	-	-	-	-
2	340,79	16,69	15,10	1,00	15,10	1,52	0,04
3	349,39	17,69	8,60	1,00	8,60	59,81	0,04
4	373,59	19,09	24,20	1,40	33,88	61,88	0,04
5	389,79	20,79	16,20	1,70	27,54	0,02	0,24
6	399,09	21,69	9,30	0,90	8,37	49,47	0,10
7	421,49	23,09	22,40	1,40	31,36	36,80	0,04
8	441,39	24,09	19,90	1,00	19,90	12,72	0,04
9	458,29	25,19	16,90	1,10	18,59	0,32	0,01
10	472,33	26,58	14,04	1,39	19,49	5,28	0,03
11	489,02	27,81	16,70	1,23	20,48	0,13	0,00
итого	4460,86	238,39	163,33	12,12	203,32	227,95	0,59
в среднем	405,53	21,67	16,33	1,21	20,33	22,80	0,06

Подставляя в формулу наши данные, получим:

$$r_{\Delta y \Delta x} = \frac{(20,33 - 405,53 \cdot 21,67)}{\sqrt{22,80} \cdot \sqrt{0,06}} = 0,47.$$

Следовательно, можно сделать вывод о наличии прямой связи средней силы скорости ряда энерговооруженности 1 рабочего и скорости ряда выпуска продукции.

Для оценки параметров уравнения регрессии по первым разностям воспользуемся встроенной функцией MS Excel.

Уравнение регрессии примет вид:

$$\Delta y = 110,88 + 13,6\Delta x.$$

Оно показывает, что рост скорости энерговооруженности 1 рабочего на 1 кВт/ч, способствует росту скорости для ряда выпуска продукции на 13,6 тыс. тонн.

Прогнозирование осуществим по формуле:

$$y_p = y_n + a + b(x_p - x_n).$$

Прогноз выпуска продукции на 12 год, при планируемом увеличении энерговооруженности на 1 кВт/ч относительно 11 года, составит:

$$y_{2006} = 489,02 + 110,8 + 13,6(28,81 - 27,81) = 613,5 \text{ тыс. тонн.}$$

Корреляция и регрессия по отклонениям от тренда

Коэффициент корреляции по отклонениям от тренда имеет вид:

$$r_{d_y d_x} = \frac{\sum d_y d_x}{\sqrt{\sum d_y^2 \sum d_x^2}},$$

где d_y , d_x - отклонения фактических значений ряда от тренда,

$$d_y = y_t - \tilde{y}_t,$$

$$d_x = x_t - \tilde{x}_t.$$

В качестве аппроксимирующей модели примем линейный тренд. Оценим параметры трендов с помощью встроенной функции MS Excel. Результаты представлены на рисунках 9.1 и 9.2.

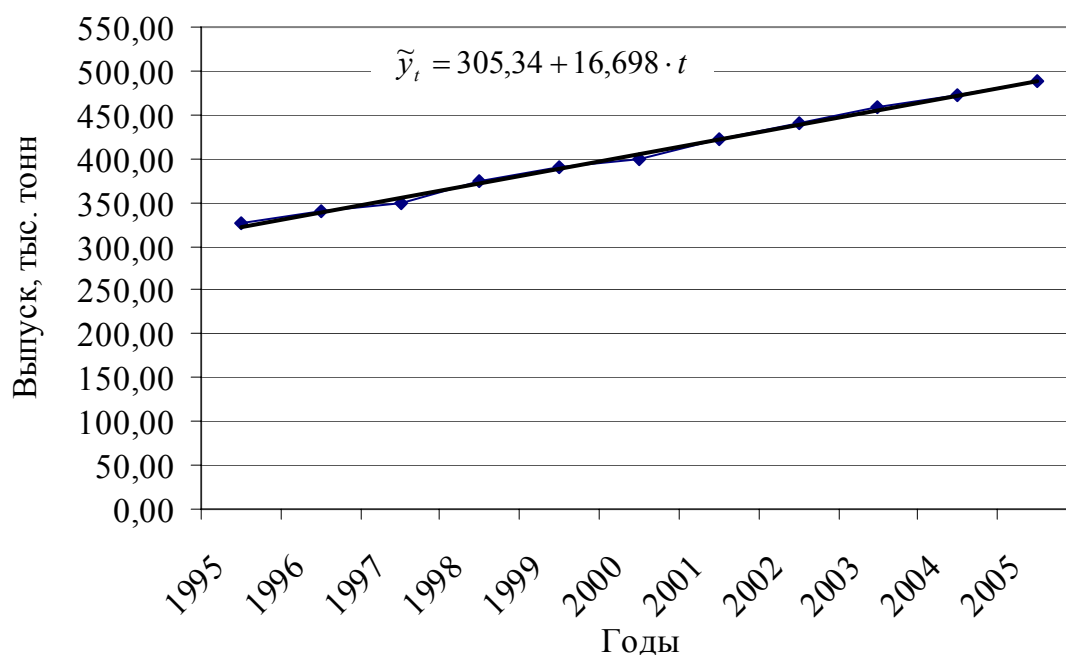


Рисунок 9.1 - Динамика выпуска продукции

Тогда коэффициент корреляции рядов x и y по отклонениям от тренда составит (необходимые расчеты представлены в таблице 9.3):

$$r_{d_y, d_x} = \frac{1,59}{\sqrt{112,32 \cdot 0,32}} = 0,27.$$

Следовательно, связь между случайными отклонениями по ряду y и ряду x прямая слабая.

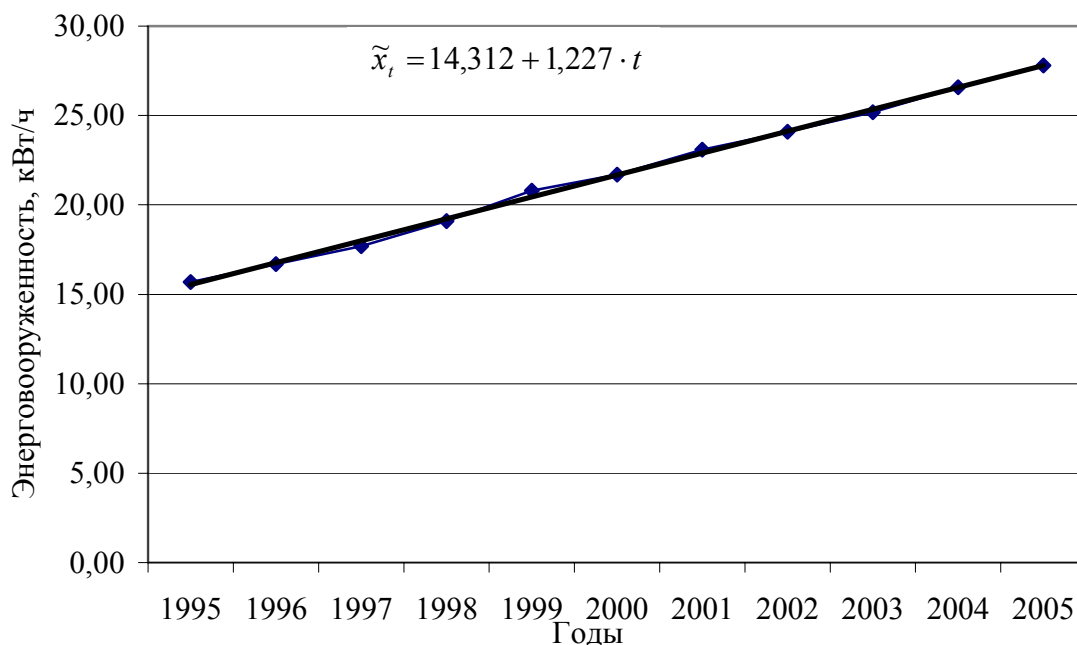


Рисунок 9.2 - Динамика энерговооруженности рабочих

Таблица 9.3 - Расчет коэффициента корреляции по остаточным величинам

t	y	x	\tilde{y}	\tilde{x}	d_y	d_x	$d_y \cdot d_x$	d_y^2	d_x^2
1	325,69	15,69	322,04	15,54	3,65	0,15	0,55	13,33	0,02
2	340,79	16,69	338,74	16,77	2,05	-0,08	-0,16	4,22	0,01
3	349,39	17,69	355,43	17,99	-6,04	-0,30	1,83	36,53	0,09
4	373,59	19,09	372,13	19,22	1,46	-0,13	-0,19	2,12	0,02
5	389,79	20,79	388,83	20,45	0,96	0,34	0,33	0,92	0,12
6	399,09	21,69	405,53	21,67	-6,44	0,02	-0,11	41,45	0,00
7	421,49	23,09	422,23	22,90	-0,74	0,19	-0,14	0,54	0,04
8	441,39	24,09	438,92	24,13	2,47	-0,04	-0,09	6,08	0,00
9	458,29	25,19	455,62	25,35	2,67	-0,16	-0,43	7,12	0,03
10	472,33	26,58	472,32	26,58	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
11	489,02	27,81	489,02	27,81	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
12	-	-	505,72	29,03	-	-	-	-	-
итого	4460,86	238,4	4460,8	238,4	0,05	-0,01	1,59	112,3	0,32
в среднем	405,53	21,67	405,53	21,67	0,00	0,00	0,14	10,21	0,03

Регрессия по отклонениям от тренда имеет вид $dy = b \cdot dx$. Оценим параметры модели с помощью встроенной функции MS Excel.

Уравнение регрессии примет вид:

$$dy = 18,55 \cdot dx$$

Коэффициент регрессии означает, что случайные отклонения по ряду y в среднем в 18,55 раз выше случайных колебаний по ряду x .

Прогнозная модель по отклонениям от тренда имеет вид:

$$y_p = \bar{y}_{t=p} + b(x_p - \bar{x}_{t=p}),$$

где y_p - прогнозное значение результативного признака;

$\bar{y}_{t=p}$ - прогноз по тренду результативного признака;

x_p - прогнозное значение факторного признака;

$\bar{x}_{t=p}$ - прогноз по тренду факторного признака.

Тогда, подставив соответствующие значения в модель, получим прогноз выпуска продукции на 12 год, при планируемой энерговооруженности $x_p = 28,81$ кВт/ч:

$$y_p = 505,72 + 18,55(28,81 - 29,08) = 501,59 \text{ тыс. тонн.}$$

Регрессия по уровням ряда с включением фактора времени

Модель регрессии с включением фактора времени имеет вид:

$$\bar{y}_t = a + bx + ct.$$

Параметры такого уравнения также находятся МНК. Оценим их используя встроенную функцию MS Excel. Уравнение регрессии примет вид:

$$\bar{y}_t = 234,11 + 4,98x + 10,59t$$

Параметр b фиксирует силу связи y с x , т.е. с ростом энерговооруженности на 1 кВт/ч, выпуск продукции в среднем возрастает на 4,98 тыс. тонн.

Параметр c характеризует среднегодовой абсолютный прирост результативного показателя под воздействием прочих факторов, при закреплении фактора x на постоянном уровне. Иными словами, изменение прочих факторов, кроме энерговооруженности, ведет к увеличению выпуска продукции ежегодно на 10,59 тыс. тонн при условии неизменности энерговооруженности.

Прогноз на 12 год при планируемой энерговооруженности $x_p = 28,81$ кВт/ч составит: $\bar{y}_t = 234,11 + 4,98 \cdot 28,81 + 10,59 \cdot (11 + 1) = 504,62$ тыс. тонн.

10 Лабораторная работа 6

Эвристические методы прогнозирования

Цель изучения темы: рассмотреть методику проведения экспертных исследований и анализа экспертной информации.

Контрольные вопросы

- 1 Дайте классификацию основных методов прогнозирования.
- 2 В каких случаях целесообразно применять интуитивные (экспертные) методы прогнозирования?
- 3 Что представляет собой сценарий?
- 4 Какие требования предъявляются к эксперту?
- 5 Охарактеризуйте основные методы прогнозирования при использовании коллективных экспертных оценок.
- 6 Охарактеризуйте основные методы прогнозирования при использовании индивидуальных экспертных оценок.
- 7 Как определить оптимальное число экспертов?
- 8 В чем заключается сущность метода «Дельфи»?
- 9 В чем заключается сущность метода эвристического прогнозирования?

Задания

- 1 Организовать проведение экспертного опроса с целью прогнозирования какого-либо социально – экономического показателя из предыдущих лабораторных работ, разработать программу исследования, проанализировать результаты, а также оценить:
 - компетентность экспертной группы на основе статистических и эвристических методов;
 - согласованность мнений членов экспертной группы различными методами.
- 2 После двух туров метода Дельфи для показателей

X_1 - Оборот капитала, млрд. долл. США,

X_2 - Использованный капитал, млрд. долл. США,

X_3 - Численность служащих, тыс. чел,

X_4 - Рыночная капитализация компании, млрд. долл. США,

X_5 - Заработная плата служащих, тыс.долл.

(таблица 10.1, 10.2) получены следующие ранги для факторов влияющих на чистый доход, (млрд. долл. США):

Таблица 10.1 - Тур 1

Эксперт	Компетентность эксперта	Факторы				
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	7	1	5	3	2	4
2	8	1	2	5	4	3
3	9	2	1	5	3	4
4	7	1	3	5	4	2
5	7	3	2	1	5	4
6	9	2	1	4	5	3
7	9	2	1	4	3	5
8	9	1	3	4	2	5
9	10	1	3	5	2	4
10	7	1	3	2	4	5

Таблица 10.2 - Тур 2

Эксперт	Компетентность эксперта	Факторы				
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	2	3	4	5	6	7
1	7	1	2	4	5	3
2	8	1	2	3	4	5
3	9	2	1	5	3	4
4	7	1	3	5	4	2
5	7	2	3	1	5	4
6	9	2	1	4	5	3
7	9	2	1	4	3	5
8	9	1	3	4	2	5
9	10	1	3	4	2	5
10	7	1	3	2	4	5

Проведите статистическую обработку результатов опроса:

- оцените согласованность мнений экспертов. Необходимо ли еще несколько туров опроса?
- определите средний ранг каждого фактора с учетом компетентности экспертов;
- рассчитайте коэффициент погрешности.

11 Лабораторная работа 7

Объединение прогнозов

Цель изучения темы: научиться рассчитывать объединенный прогноз, оценивать его точность и адекватность, а также делать выводы о целесообразности или нецелесообразности его применения.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое объединенный прогноз и в чем его назначение?
- 2 Какие существуют ограничения на применение объединенных прогнозов?
- 3 Перечислите основные способы построения объединенных прогнозов.
- 4 Назовите основные способы оценки точности объединенного прогноза.
- 5 В чем суть проверки на адекватность объединенных прогнозов?

Задания

1 По данным частных прогнозов, полученных в лабораторных работах 2,3,4,5 и практической работе 3 (при условии что они выполнены для одного и того же временного ряда) рассчитайте объединенный прогноз.

2 Оцените точность и адекватность объединенного прогноза. Сделайте вывод о целесообразности построения объединенного прогноза.

Решение типовых задач

В качестве частных прогнозов мы взяли прогнозы урожайности зерновых культур, полученные по методам: аналитического выравнивания по полиномам второго порядка, экспоненциального сглаживания, авторегрессии - проинтегрированного скользящего среднего.

Точечные и интервальные прогнозы по полиномам второй степени представлены в таблице 11.1. Границы прогнозов рассчитаны с доверительной вероятностью 95 %. Нижнюю границу прогноза для первой и второй зон мы приняли равной нулю, т.к. при расчете были получены отрицательные нижние границы прогноза, а урожайность зерновых культур не может принимать такие значения.

Таблица 11.1 - Прогноз урожайности зерновых культур по полиномиальному тренду

Территория	Точечный прогноз, ц/га		$S_y \cdot K^*$		Нижняя граница прогноза, ц/га		Верхняя граница прогноза, ц/га	
	2003г.	2004г.	2003г.	2004г.	2003г.	2004г.	2003г.	2004г.
1 зона	7,3	7,0	8,8	8,9	0,0	0,0	16,1	16,2
2 зона	9,5	9,1	10,1	10,2	0,0	0,0	19,6	19,7
3 зона	9,4	9,2	8,3	8,4	1,0	1,0	17,8	17,8
По области	8,0	8,3	8,2	8,3	0,0	0,0	16,2	16,3

Полученные результаты расчетов прогноза по моделям экспоненциального сглаживания и доверительных границ прогноза представлены в таблице 11.2.

Таблица 11.2 - Прогноз урожайности зерновых культур, построенный по моделям экспоненциального сглаживания

Территория	Точечный прогноз, ц/га		$S_y \cdot t_{табл}$	Нижняя граница прогноза, ц/га		Верхняя граница прогноза, ц/га	
	2003г.	2004г.		2003г.	2004г.	2003г.	2004г.
1 зона	8,3	8,6	8,3	0,0	0,3	16,6	16,9
2 зона	12,1	12,0	9,5	2,6	2,5	21,6	21,5
3 зона	11,2	11,1	7,8	3,4	3,3	19,0	18,9
По области	11,1	11,0	7,7	3,4	3,3	18,8	18,7

Прогноз по моделям экспоненциального сглаживания имеет тот же недостаток, что и полученный путем экстраполяции полиномов – большие доверительные границы прогноза.

Точечный и интервальный прогнозы урожайности зерновых культур по моделям авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего представлены в таблице 11.3.

Таблица 11.3 - Прогноз урожайности зерновых культур, построенный по моделям ARIMA

Территория	Точечный прогноз, ц/га		$S_y \cdot t_{табл}$	Нижняя граница прогноза, ц/га		Верхняя граница прогноза, ц/га	
	2003г.	2004г.		2003г.	2004г.	2003г.	2004г.
1	2	3	4	5	6	7	8

Продолжение таблицы 11.3

1	2	3	4	5	6	7	8
1 зона	10,2	8,7	15,2	0	0	25,4	23,9
2 зона	15,6	18,1	7,8	7,8	10,3	23,4	25,9
3 зона	9,5	15,2	9,4	0,1	5,8	18,9	24,6
По облас- ти	10,9	15,7	9,0	1,9	6,7	19,9	24,7

В таблице 11.4 представлены парные коэффициенты корреляции между частными прогнозами урожайности зерновых культур.

Таблица 11.4 - Парные коэффициенты корреляции между частными прогнозами урожайности зерновых культур

Парный коэффици- ент корреляции	1 зона	2 зона	3 зона	Оренбургская об- ласть в целом
r_{12}	0,18	-0,19	0,68	-0,11
r_{13}	0,14	0,11	0,17	0,19
r_{23}	0,04	0,04	0,14	0,02

где r_{12} – коэффициент парной корреляции между прогнозом, полученным по полиному второго порядка и экспоненциальным сглаживанием;

r_{13} - коэффициент парной корреляции между прогнозом, полученным по полиному второго порядка и АРПСС - моделям;

r_{23} - коэффициент парной корреляции между прогнозом, полученным по методу экспоненциального сглаживания и АРПСС - моделям.

Определим параметры модели объединенного прогноза (таблица 11.5.).

Таблица 11.5 - Модели объединенного прогноза на основе факторного анализа

Территория	Модель	R^2
1 зона	$\tilde{f} = 0,639 \cdot Z_{t1} + 0,592 \cdot Z_{t2} + 0,317 \cdot Z_{t3}$	0,999
2 зона	$\tilde{f} = 0,69 \cdot Z_{t1} + 0,36 \cdot Z_{t2} + 0,56 \cdot Z_{t3}$	0,983
3 зона	$\tilde{f} = 0,547 \cdot Z_{t1} + 0,502 \cdot Z_{t2} + 0,187 \cdot Z_{t3}$	0,995
Область в целом	$\tilde{f} = 0,573 \cdot Z_{t1} + 0,093 \cdot Z_{t2} + 0,509 \cdot Z_{t3}$	0,699

где Z_{ti} – нормированные значения частных прогнозов

Коэффициенты множественной детерминации, указывают на высокую точность полученных оценок.

После проведения соответствующих вычислений был получен объединенный прогноз урожайности зерновых культур (таблица 11.6).

Таблица 11.6 - Объединенный прогноз урожайности зерновых культур

Годы	Урожайность зерновых культур, ц/га			
	1 зона	2 зона	3 зона	Область в целом
2003	13,8	18,0	12,5	11,2
2004	13,1	18,9	13,4	13,8

Однако рассчитанные коэффициенты, характеризующие качество модели в целом, показывают, что объединенные модели хуже описывают изучаемый процесс, чем частные модели (таблица 11.7).

Таблица 11.7 - Оценка качества моделей объединенного прогноза

Показатель	1 зона	2 зона	3 зона	Область в целом
S_y , ц/га	7,2	7,7	4,5	4,2
$ \bar{\delta} $, %	117,7	93,3	91,4	53,7

Это объясняется, прежде всего тем, что частные модели положенные в основу объединенного прогноза, имеют удовлетворительное качество (таблица 11.8). В объединенном прогнозе ошибки частных прогнозов еще более усилились.

Таблица 11.8 - Сравнительная оценка моделей урожайности зерновых культур

Модели	По 1 зоне		По 2 зоне		По 3 зоне		По области	
	$ \bar{\delta} , \%$	$S, \text{ц/га}$	$ \bar{\delta} , \%$	$S, \text{ц/га}$	$ \bar{\delta} , \%$	$S, \text{ц/га}$	$ \bar{\delta} , \%$	$S, \text{ц/га}$
Аналитическое выравнивание по полиному второго порядка	57	3,9	49	4,4	72	3,7	45	3,5
Экспоненциальное сглаживание	59	4,2	47	4,8	67	3,9	48	3,9
АРПСС	100	7,6	50	4,9	70	4,9	48	4,5

где $|\bar{\delta}|$ - средняя ошибка аппроксимации;

S - средняя квадратическая ошибка.

12 Расчетно – графическая работа

Примерные темы РГР

- 1 Анализ временного ряда и прогнозирование доходов бюджета (какого-либо региона, района, страны);
- 2 Анализ временного ряда и прогнозирование объема поступлений в бюджет (по различным статьям);
- 3 Анализ временного ряда и прогнозирование расходов бюджета (какого-либо региона, района, страны);
- 4 Анализ временного ряда и прогнозирование расходов бюджета (по различным статьям);
- 5 Анализ временного ряда и прогнозирование валютных курсов;
- 6 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня инфляции;
- 7 Анализ временного ряда и прогнозирование курса акций (других видов ценных бумаг);
- 8 Анализ временного ряда и прогнозирование объемов кредитных вложений;
- 9 Анализ временного ряда и прогнозирование объема инвестиций;
- 10 Анализ временного ряда и прогнозирование прибыли (по данным предприятия, организации и т.п.);
- 11 Анализ временного ряда и прогнозирование кредиторской (дебиторской, по заработной плате и др.) задолженности предприятий (организаций);
- 12 Анализ временного ряда и прогнозирование доходов Пенсионного фонда РФ;
- 13 Анализ временного ряда и прогнозирование расходов Пенсионного фонда РФ;
- 14 Анализ временного ряда и прогнозирование среднемесячного размера пенсии;
- 15 Анализ временного ряда и прогнозирование среднемесячной номинальной заработной платы в различных видах экономической деятельности;
- 16 Анализ временного ряда и прогнозирование среднемесячной реальной заработной платы в различных видах экономической деятельности;
- 17 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня занятости населения;
- 18 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня безработицы населения;
- 19 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня экономической активности населения;
- 20 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня преступности;

- 21 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня брачности;
- 22 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня разводимости;
- 23 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня рождаемости (смертности);
- 24 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня смертности;
- 25 Анализ временного ряда и прогнозирование естественного прироста (убыли) населения;
- 26 Анализ временного ряда и прогнозирование производительности труда;
- 27 Анализ временного ряда и прогнозирование фондовооруженности;
- 28 Анализ временного ряда и прогнозирование объема товарооборота;
- 29 Анализ временного ряда и прогнозирование уровня цен;
- 30 Анализ временного ряда и прогнозирование объема ВВП (ВРП).

13 Литература, рекомендуемая для изучения дисциплины

13.1 Основная литература

- 1 **Андерсон, Т.** Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М.: Мир, 1976. – 456 с.
- 2 **Афанасьев, В.Н.** Анализ временных рядов и прогнозирование: учебник / В.Н. Афанасьев, М.М. Юзбашев. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 228с. - ISBN 5-279-02419-8
- 3 **Бокс, Дж.** Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс: пер. с англ. – М.: Мир, 1974. – Вып.1,2.- 501 с.
- 4 **Дуброва, Т.А.** Статистические методы прогнозирования: учеб. пособие для вузов / Т.А. Дуброва - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 206 с. - ISBN 5-238-00497-4
- 5 **Четыркин, Е.М.** Статистические методы прогнозирования / Е.М. Четыркин. – М.: Статистика, 1977. – 200с.

13.2 Дополнительная литература

- 1 **Лукашин, Ю.П.** Адаптивные методы прогнозирования: учеб. пособие / Ю.П. Лукашин. – М.: Финансы и статистика, 2003. - 416 с. - . ISBN 5-279-02740-5
- 2 Научные основы экономического прогноза. – М.: Мысль, 1971.- 134с.
- 3 Теория прогнозирования и принятия решений: учеб. пособие / под ред. С.А. Саркисяна. – М.: Высшая школа, 1977 – 353с.
- 4 **Френкель, А.А.** Прогнозирование производительности труда: методы и модели / А.А. Френкель. – М.: Экономика, 1989. – 214 с. - ISBN 5-282-00459-3
- 5 **Хеннан, Э.** Многомерные временные ряды: / Э. Хеннан; под ред. Ю.А. Розанова: пер. с англ. - М. : Мир, 1974. - 576 с. - Библиогр.: с. 558-569.
- 6 **Чуев, Ю.В.** Прогнозирование количественных характеристик процессов / Ю.В. Чуев, Ю.Б. Михайлов, В.И. Кузьмин– М.: Советское радио, 1975. – 323с.
- 7 Эконометрика: учебник / И.И. Елисеева [и др.]; – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 576 с. - ISBN 5-279-02786-3
- 8 Экспертные оценки в научно-техническом прогнозировании. отв. ред. В.С. Михалевич. - Киев.: Наук.думка, 1974. – 160с.

Приложение А

(обязательное)

Оценка адекватности и точности кривых роста

Таблица А.1 – Расчетная таблица для оценки адекватности и точности линейного тренда

Период		y	t	\bar{y}_t	e_t	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})^2$	$\left \frac{y_t - \bar{y}_t}{y_t} \right $
1		2	3	4	5	6	7	8
1	январь	1119,30	-35,50	620,98	498,33	248327,81	-	0,45
	февраль	352,20	-34,50	655,51	-303,31	91993,92	642610,66	0,86
	март	1006,90	-33,50	690,04	316,87	100403,43	384610,83	0,31
	апрель	1177,80	-32,50	724,57	453,24	205421,97	18596,78	0,38
	май	1084,40	-31,50	759,10	325,31	105823,34	16366,08	0,30
	июнь	891,40	-30,50	793,63	97,78	9559,95	51769,90	0,11
	июль	928,20	-29,50	828,16	100,05	10009,00	5,15	0,11
	август	1178,40	-28,50	862,69	315,72	99675,96	46513,55	0,27
	сентябрь	989,40	-27,50	897,22	92,18	8498,07	49965,66	0,09
	октябрь	932,20	-26,50	931,75	0,46	0,21	8414,39	0,00
	ноябрь	1080,40	-25,50	966,28	114,13	13024,52	12920,87	0,11
	декабрь	1243,50	-24,50	1000,81	242,70	58900,86	16530,24	0,20
...
6	январь	1573,00	24,50	2692,78	-1119,78	1253896,05	4670915,11	0,71
	февраль	1521,50	25,50	2727,31	-1205,81	1453965,70	7401,16	0,79
	март	3215,20	26,50	2761,84	453,37	205539,82	2752845,09	0,14
	апрель	2872,50	27,50	2796,37	76,14	5796,54	142302,47	0,03
	май	3792,40	28,50	2830,90	961,51	924491,87	783880,04	0,25
	июнь	2721,70	29,50	2865,43	-143,73	20656,88	1221533,35	0,05
	июль	3097,20	30,50	2899,96	197,25	38905,59	116260,54	0,06

Продолжение таблицы А.1

1		2	3	4	5	6	7	8
6	август	4229,20	31,50	2934,49	1294,72	1676286,93	1204440,40	0,31
	сентябрь	2119,60	32,50	2969,02	-849,42	721505,84	4597293,46	0,40
	октябрь	3756,50	33,50	3003,55	752,96	566941,23	2567589,62	0,20
	ноябрь	3416,10	34,50	3038,08	378,03	142902,90	140572,50	0,11
	декабрь	3478,70	35,50	3072,61	406,10	164913,15	787,92	0,12
Итого		-	-	-	-	20368381,56	38873713,22	17,64

Таблица А.2 – Расчетная таблица для оценки адекватности и точности параболического тренда

Период	y	t	\bar{y}_t	e_t	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})^2$	$\left \frac{y_t - \bar{y}_t}{y_t} \right $
1	2	3	4	5	6	7	8
1	январь	-35,50	995,86	123,44	15238,05	-	0,11
	февраль	-34,50	998,89	-646,69	418204,72	593100,22	1,84
	март	-33,50	1002,82	4,08	16,67	423501,59	0,00
	апрель	-32,50	1007,65	170,15	28951,87	27579,24	0,14
	май	-31,50	1013,38	71,02	5044,20	9826,76	0,07
	июнь	-30,50	1020,01	-128,61	16539,89	39852,14	0,14
	июль	-29,50	1027,54	-99,34	9867,94	856,73	0,11
	август	-28,50	1035,97	142,43	20287,02	58452,73	0,12
	сентябрь	-27,50	1045,30	-55,90	3124,53	39334,79	0,06
	октябрь	-26,50	1055,53	-123,33	15209,67	4546,80	0,13
	ноябрь	-25,50	1066,66	13,74	188,86	18788,18	0,01
	декабрь	-24,50	1078,69	164,81	27163,16	22822,14	0,13
...
6	январь	24,50	2770,66	-1197,66	1434383,49	4764746,81	0,76
	февраль	25,50	2827,69	-1306,19	1706125,79	11778,76	0,86
	март	26,50	2885,62	329,58	108624,62	2675743,49	0,10
	апрель	27,50	2944,45	-71,95	5176,44	161226,34	0,03
	май	28,50	3004,18	788,22	621294,71	739892,43	0,21
	июнь	29,50	3064,81	-343,11	117722,76	1279907,57	0,13
	июль	30,50	3126,34	-29,14	848,99	98577,16	0,01
	август	31,50	3188,77	1040,43	1082499,79	1143979,98	0,25
	сентябрь	32,50	3252,10	-1132,50	1282550,59	4721624,78	0,53
	октябрь	33,50	3316,33	440,17	193751,83	2473290,93	0,12
	ноябрь	34,50	3381,46	34,64	1200,10	164454,58	0,01

Продолжение таблицы А.2

1	2	3	4	5	6	7	8
	декабрь	35,50	3447,49	31,21	974,22	11,76	0,01
Итого	132968,70	-	-	-153,72	18241875,92	38839260,68	15,90

Таблица А.3 – Расчетная таблица для оценки адекватности и точности показательной кривой

Период		y	t	\hat{y}_t	e_t	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})^2$	$\frac{ y_t - \hat{y}_t }{y_t}$
1		2	3	4	5	6	7	8
1	январь	1119,30	-35,50	851,03	268,27	71969,91		0,24
	февраль	352,20	-34,50	867,11	-514,91	265134,73	613377,85	1,46
	март	1006,90	-33,50	883,50	123,40	15227,37	407441,67	0,12
	апрель	1177,80	-32,50	900,20	277,60	77062,35	23778,21	0,24
	май	1084,40	-31,50	917,21	167,19	27951,59	12191,20	0,15
	июнь	891,40	-30,50	934,55	-43,15	1861,75	44240,95	0,05
	июль	928,20	-29,50	952,21	-24,01	576,53	366,23	0,03
	август	1178,40	-28,50	970,21	208,19	43344,01	53918,33	0,18
	сентябрь	989,40	-27,50	988,54	0,86	0,73	42988,60	0,00
	октябрь	932,20	-26,50	1007,23	-75,03	5629,23	5758,30	0,08
	ноябрь	1080,40	-25,50	1026,26	54,14	2930,62	16683,18	0,05
	декабрь	1243,50	-24,50	1045,66	197,84	39140,19	20650,72	0,16
...
6	январь	1573,00	24,50	2617,20	-1044,20	1090361,61	4731702,13	0,66
	февраль	1521,50	25,50	2666,67	-1145,17	1311411,96	10193,96	0,75
	март	3215,20	26,50	2717,07	498,13	248134,48	2700434,75	0,15
	апрель	2872,50	27,50	2768,42	104,08	10832,31	155277,45	0,04
	май	3792,40	28,50	2820,74	971,66	944113,86	752689,56	0,26
	июнь	2721,70	29,50	2874,06	-152,36	23212,61	1263403,15	0,06
	июль	3097,20	30,50	2928,38	168,82	28501,36	103156,80	0,05
	август	4229,20	31,50	2983,72	1245,48	1551213,33	1159183,15	0,29
	сентябрь	2119,60	32,50	3040,12	-920,52	847348,26	4691522,91	0,43
	октябрь	3756,50	33,50	3097,57	658,93	434184,28	2494636,47	0,18
	ноябрь	3416,10	34,50	3156,12	259,98	67590,89	159156,42	0,08

Продолжение таблицы А.3

1		2	3	4	5	6	7	8
	декабрь	3478,70	35,50	3215,77	262,93	69133,16	8,70	0,08
Итого		132968,70	-		4366,13	18769442,34	38846123,39	15,30

Таблица А.4 – Расчетная таблица для оценки адекватности и точности модифицированной экспоненты

Период		y	t	\hat{y}_t	e_t	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})^2$	$\frac{ y_t - \hat{y}_t }{y_t}$
1		2	3	4	5	6	7	8
1	январь	1119,30	-35,50	268,53	850,77	723805,65		0,76
	февраль	352,20	-34,50	330,04	22,16	491,00	686593,01	0,06
	март	1006,90	-33,50	390,75	616,15	379639,76	352824,76	0,61
	апрель	1177,80	-32,50	450,67	727,13	528716,44	12316,51	0,62
	май	1084,40	-31,50	509,81	574,59	330150,94	23268,84	0,53
	июнь	891,40	-30,50	568,18	323,22	104468,06	63188,10	0,36
	июль	928,20	-29,50	625,80	302,40	91446,72	433,21	0,33
	август	1178,40	-28,50	682,66	495,74	245755,14	37378,57	0,42
	сентябрь	989,40	-27,50	738,79	250,61	62806,17	60086,45	0,25
	октябрь	932,20	-26,50	794,18	138,02	19048,37	12677,80	0,15
	ноябрь	1080,40	-25,50	848,86	231,54	53610,88	8746,81	0,21
	декабрь	1243,50	-24,50	902,82	340,68	116059,73	11910,49	0,27
...
6	январь	1573,00	24,50	2842,13	-1269,13	1610693,97	4644549,88	0,81
	февраль	1521,50	25,50	2870,18	-1348,68	1818947,14	6328,57	0,89
	март	3215,20	26,50	2897,87	317,33	100697,63	2775597,27	0,10
	апрель	2872,50	27,50	2925,20	-52,70	2777,16	136920,48	0,02
	май	3792,40	28,50	2952,17	840,23	705984,45	797319,67	0,22
	июнь	2721,70	29,50	2978,79	-257,09	66096,79	1204115,08	0,09
	июль	3097,20	30,50	3005,07	92,13	8488,18	121957,62	0,03
	август	4229,20	31,50	3031,00	1198,20	1435676,62	1223381,76	0,28
	сентябрь	2119,60	32,50	3056,60	-937,00	877968,49	4559066,08	0,44
	октябрь	3756,50	33,50	3081,86	674,64	455133,83	2597369,94	0,18
	ноябрь	3416,10	34,50	3106,80	309,30	95666,68	133470,22	0,09

Продолжение таблицы А.4

1		2	3	4	5	6	7	8
	декабрь	3478,70	35,50	3131,41	347,29	120609,44	1443,12	0,10
		132968,70	-		-5792,02	23983086,15	38919878,92	20,45

Таблица А.5 – Расчетная таблица для оценки адекватности и точности логистического тренда

Период	y	t	\hat{y}_t	e_t	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})^2$	$\left \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right $
1	2	3	4	5	6	7	8
1	январь	1119,30	755,25	364,05	132532,07		0,33
	февраль	352,20	776,08	-423,88	179671,42	620827,69	1,20
	март	1006,90	797,37	209,53	43903,13	401204,93	0,21
	апрель	1177,80	819,13	358,67	128642,19	22241,70	0,30
	май	1084,40	841,37	243,03	59062,93	13372,28	0,22
	июнь	891,40	864,09	27,31	745,90	46534,07	0,03
	июль	928,20	887,29	40,91	1673,71	184,96	0,04
	август	1178,40	910,97	267,43	71516,25	51308,69	0,23
	сентябрь	989,40	935,15	54,25	2943,16	45443,28	0,05
	октябрь	932,20	959,81	-27,61	762,55	6701,91	0,03
	ноябрь	1080,40	984,97	95,43	9106,42	15139,30	0,09
	декабрь	1243,50	1010,63	232,87	54230,74	18891,78	0,19
6	январь	1573,00	2750,20	-1177,20	1385788,25	4693760,31	0,75
	февраль	1521,50	2789,88	-1268,38	1608777,96	8313,98	0,83
	март	3215,20	2829,41	385,79	148834,20	2736266,69	0,12
	апрель	2872,50	2868,78	3,72	13,87	145974,88	0,00
	май	3792,40	2907,96	884,44	782239,86	775666,80	0,23
	июнь	2721,70	2946,93	-225,23	50729,66	1231380,18	0,08
	июль	3097,20	2985,69	111,51	12435,59	113398,84	0,04
	август	4229,20	3024,20	1205,00	1452033,34	1195717,07	0,28
	сентябрь	2119,60	3062,45	-942,85	888965,32	4613272,66	0,44
	октябрь	3756,50	3100,43	656,07	430431,53	2556552,77	0,17
	ноябрь	3416,10	3138,11	277,99	77276,78	142948,87	0,08

Продолжение таблицы А.5

1	2	3	4	5	6	7	8
	декабрь	3478,70	3175,49	303,21	91935,63	636,14	0,09
Итого		132968,70		-801,17	19206147,78	38858176,99	16,60

Таблица А.6 – Расчетная таблица для оценки адекватности и точности кривой Гомперца

Период	y	t	\hat{y}_t	e_t	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})^2$	$\frac{ y_t - \hat{y}_t }{y_t}$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	январь	1119,30	51509,09	-50389,79	2539130750,81		45,02
	февраль	352,20	48405,10	-48052,90	2309081549,65	5461029,19	136,44
	март	1006,90	45560,31	-44553,41	1985006377,07	12246453,13	44,25
	апрель	1177,80	42948,98	-41771,18	1744831636,05	7740795,44	35,47
	май	1084,40	40548,30	-39463,90	1557399408,21	5323549,40	36,39
	июнь	891,40	38337,99	-37446,59	1402247138,89	4069537,94	42,01
	июль	928,20	36300,01	-35371,81	1251164765,34	4304724,46	38,11
	август	1178,40	34418,26	-33239,86	1104888418,02	4545192,08	28,21
	сентябрь	989,40	32678,38	-31688,98	1004191763,57	2405219,44	32,03
	октябрь	932,20	31067,52	-30135,32	908137711,47	2413864,29	32,33
	ноябрь	1080,40	29574,16	-28493,76	811894433,10	2694725,85	26,37
	декабрь	1243,50	28187,97	-26944,47	726004197,56	2400318,83	21,67
...
6	январь	1573,00	7550,79	-5977,79	35734028,55	4095577,66	3,80
	февраль	1521,50	7451,81	-5930,31	35168518,81	2255,25	3,90
	март	3215,20	7356,59	-4141,39	17151096,16	3200223,77	1,29
	апрель	2872,50	7264,97	-4392,47	19293789,50	63041,89	1,53
	май	3792,40	7176,78	-3384,38	11454061,27	1016234,80	0,89
	июнь	2721,70	7091,88	-4370,18	19098460,64	971789,10	1,61
	июль	3097,20	7010,10	-3912,90	15310814,17	209100,44	1,26
	август	4229,20	6931,32	-2702,12	7301456,81	1465994,86	0,64
	сентябрь	2119,60	6855,40	-4735,80	22427788,96	4135845,64	2,23
	октябрь	3756,50	6782,21	-3025,71	9154935,80	2924394,87	0,81
	ноябрь	3416,10	6711,64	-3295,54	10860610,23	72809,07	0,96

Продолжение таблицы А.6

1	2	3	4	5	6	7	8
	декабрь	3478,70	6643,58	-3164,88	10016473,61	17072,74	0,91
Итого		132968,70		-1015103,27	23372344816,68	105874360,70	904,49

Приложение Б **(обязательное)**

Тесты для подготовки к рубежному контролю и зачету

1 Временные ряды и их предварительный анализ

1.1 Временной ряд – это:

- последовательность упорядоченных во времени числовых показателей, характеризующих уровень состояния и изменения изучаемого явления;
- последовательность числовых показателей, характеризующих уровень состояния и изменения изучаемого явления;
- последовательность упорядоченных временных интервалов, или моментов времени;
- последовательность числовых показателей, характеризующих уровень состояния и изменения изучаемого явления по отдельным экономическим субъектам;

1.2 В отчетном периоде по сравнению с базисным товарооборот розничной торговли увеличился в 1,176 раза, а физический объем реализации сократился на 2 %. При этом цены...:

- увеличились на 20 %;
- снизились на 20 %;
- увеличились 15 %;
- увеличились в 1,152 раза.

1.3 Прибыль компании в 2000 году составила 16 тыс .р. Прирост ее в 2001 году по сравнению с 2000 составил 11,2 %, а в 2002 по сравнению с 2001 прибыль компании составила 98 % . Прибыль компании в 2002 году = ... тыс .р.:

- 17,43;
- 17,79;
- 17,1;
- 17.

1.4 Темп роста характеризует:

- на сколько единиц в абсолютном выражении уровень одного периода больше (меньше) предыдущего уровня;
- во сколько раз уровень данного периода больше (меньше) предыдущего уровня;
- на сколько процентов уровень данного периода больше (меньше) предыдущего уровня;
- на сколько единиц уровень данного периода больше предыдущего уровня.

1.5 Определите средний темп прироста численности работников предприятия (%)

Годы	2004	2005	2006
Численность работников предприятия, чел.	889	924	950

- 103,4;
- 106,9;
- 3,4;
- 93,6.

1.6 Темп прироста характеризует:

- на сколько единиц в абсолютном выражении уровень одного периода больше (меньше) предыдущего уровня;
- во сколько раз уровень данного периода больше (меньше) предыдущего уровня;
- на сколько процентов уровень данного периода больше (меньше) уровня предыдущего периода;
- во сколько раз уровень данного периода больше предыдущего уровня.

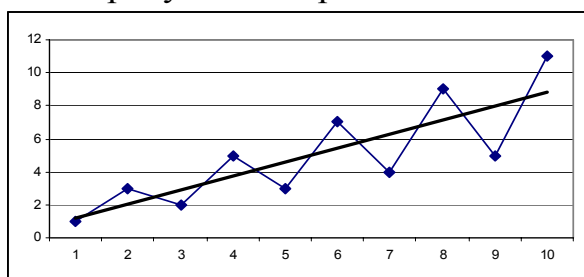
1.7 Составляющие ряда динамики:

- тренд;
- циклические (периодические) колебания;
- сезонные колебания;
- спектральная плотность.

1.8 По форме представления уровней можно выделить:

- ряды абсолютных, относительных, средних величин;
- ряды абсолютных и относительных;
- ряды детерминированных и случайных величин.
- ряды абсолютных, относительных, детерминированных и случайных величин.

1.9 На рисунке изображена модель:



- мультипликативная;
- комбинационная;
- смешанная;
- аддитивная.

1.10 Назовите методы выявления основной тенденции ряда динамики:

- индексный метод;
- аналитическое выравнивание;
- балансовый метод;
- экспоненциальное сглаживание.

2 Исследование тенденции временных рядов

2.1 Отметьте методы, используемые для проверки наличия тенденции во временном ряду:

- критерий Дарбина - Уотсона;
- метод проверки разностей средних уровней;
- метод Фостера – Стюарта;
- критерий серий.

2.2 Получена кривая роста прибыли компании $y = 4,5 + 0,5t$. Это означает, что:

- среднегодовой прирост прибыли компании составит 0,5 тыс. р.;
- среднегодовой прирост прибыли компании составит $2 \cdot 0,5$ тыс. р.;
- прибыль компании возрастала со среднегодовым ускорением 0,5 тыс. р.;
- среднегодовой прирост прибыли компании составит 4,5 тыс. р.

2.3 Методом аналитического выравнивания по прямой выявлена тенденция ряда динамики: $y_t = 917,2 + 59,2t$:

Годы	Объем выручки предприятия (y), тыс.р.	t
2002	800	-2
2003	857	-1
2004	915	0
2005	976	1
2006	1038	2

Определите теоретическое значение показателя объема выручки в 2008 году:

- 1150;
- 1200;
- 1038;
- 1154.

2.4 Получена кривая роста прибыли компании $y = 7,5 + 2,5t$. Это означает, что:

- среднегодовой прирост прибыли компании составит 7,5 тыс. р.;
- среднегодовой прирост прибыли компании составит $2 \cdot 2,5$ тыс. р.;
- среднегодовой прирост прибыли компании составит 2,5 тыс. р.;
- прибыль компании возрастала со среднегодовым ускорением $7,5 + 2,5$ тыс. р.

2.5 Получена экспоненциальная кривая естественного прироста населения $y = 109 \cdot 0,5^t$. Это означает, что:

- среднегодовой темп роста естественного прироста составил 5 %;
- среднегодовой темп роста естественного прироста составил 109 %;

- среднегодовой темп роста естественного прироста составил 0,5 %;
- среднегодовой темп роста естественного прироста составил 50 %.

2.6 Отметьте свойства линейного тренда:

- равные изменения за равные промежутки времени;
- при линейном тренде ускорение, т. е. разность абсолютных изменений за последовательные периоды, равно нулю;
- уровни тренда представляют собой геометрическую прогрессию;
- неравные, но равномерно возрастающие или равномерно убывающие абсолютные изменения за равные промежутки времени.

2.7 Отметьте свойства параболического тренда:

- неравные, но равномерно возрастающие или равномерно убывающие абсолютные изменения за равные промежутки времени;
- при параболической форме тренда, в зависимости от соотношений между его параметрами, цепные темпы изменений могут либо уменьшаться, либо некоторое время возрастать, но при достаточно длительном периоде времени рано или поздно темпы роста всегда обязательно начинают уменьшаться, а темпы сокращения уровней при $b < 0$ и $c < 0$ обязательно начинают возрастать (по абсолютной величине относительного изменения);
- уровни тренда представляют собой геометрическую прогрессию;
- если среднее абсолютное изменение – отрицательная величина, то относительные изменения или темпы сокращения постепенно увеличиваются по абсолютной величине снижения к предыдущему уровню.

2.8 Отметьте свойства экспоненциального тренда:

- уровни тренда представляют собой геометрическую прогрессию;
- абсолютные изменения уровней тренда пропорциональны самим уровням;
- уровни тренда представляют собой арифметическую прогрессию;
- неравные, но равномерно возрастающие или равномерно убывающие абсолютные изменения за равные промежутки времени.

2.9 Какого класса кривых роста не существует:

- кривые насыщения, имеющие точку перегиба;
- кривые насыщения;
- функции, используемые для описания процессов с монотонным характером развития и отсутствием пределов роста;
- кривые насыщения с отсутствием пределов роста.

2.10 Отметьте классы кривых роста:

- функции, используемые для описания процессов с монотонным характером развития и отсутствием пределов роста;
- кривые насыщения;
- кривые насыщения, имеющие точку перегиба;
- кривые насыщения с отсутствием пределов роста.

3 Статистический анализ и прогнозирование периодических колебаний. Статистическое изучение колеблемости во временных рядах. Вероятностная оценка существенности параметров тренда и коэффициента колеблемости

3.1 При каком значении коэффициента колеблемости, колеблемость во временном ряду считается незначительной:

- менее 20 %;
- более 20 %;
- 100 %;
- менее 40 %.

3.2 Для проверки надежности параметра b экспоненциального тренда рассчитывается:

- средняя ошибка логарифма коэффициента b ;
- предельная ошибка коэффициента b ;
- средняя ошибка коэффициента b ;
- средняя ошибка логарифма коэффициента $b/2$.

3.3 Если коэффициент автокорреляции отклонений от тренда первого порядка меньше 0,3, то какая из составляющих временного ряда является главной?

- трендовая;
- периодическая;
- циклическая;
- случайная.

3.4 Средняя ошибка репрезентативности выборочной оценки параметра c параболы вычисляется по формуле:

$$- m_c = \frac{S_{(t) \ln y_i}}{\sqrt{\sum t_i^2}};$$

$$- m_c = \frac{S(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n t_i^2}};$$

$$- m_c = \frac{S(t)}{\sqrt{t}};$$

$$- m_c = \frac{S(t)}{\sqrt{t_i^4 - (t_i^2)^2}};$$

3.5 Если при проверке надежности параметра тренда фактическое значение критерия Стьюдента больше табличного, это означает что:

- гипотеза о равенстве параметра тренда нулю отклоняется;
- гипотеза о равенстве параметра тренда нулю принимается;
- тренд подобран неудачно;

– нет достаточных оснований для принятия решения.

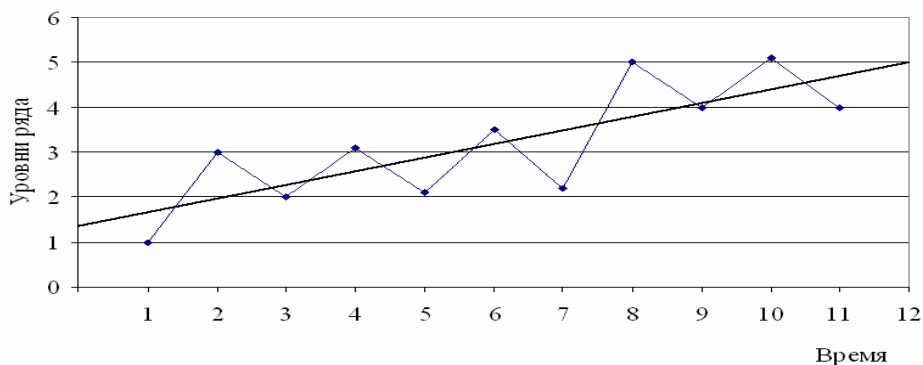
3.6 Если коэффициент автокорреляции отклонений от тренда первого порядка больше 0,6, то какая из составляющих временного ряда является главной?

- трендовая;
- периодическая;
- циклическая;
- случайная.

3.7 Если отклонения одного и того же знака следуют подряд в течение примерно половины длины цикла, то наблюдается:

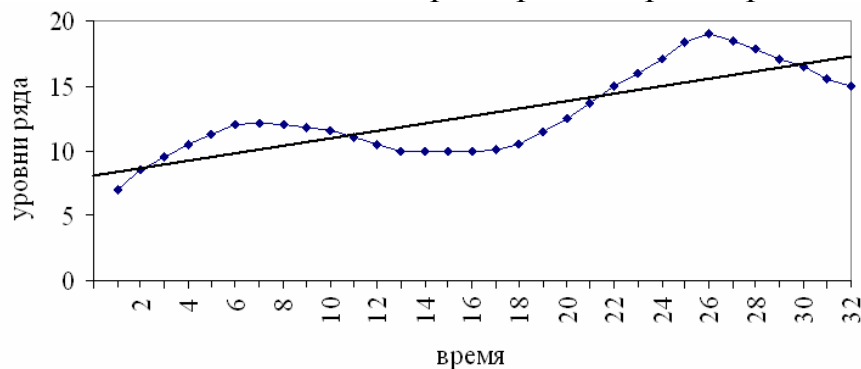
- случайная колеблемость;
- маятниковая колеблемость;
- циклическая колеблемость;
- пилообразная колеблемость.

3.8 Какой вид колеблемости характерен для ряда представленного на рисунке:



- случайно-распределенная;
- периодическая;
- циклическая долгопериодическая;
- маятниковая.

3.9 Какой вид колеблемости характерен для ряда представленного на рисунке:



- случайно-распределенная;
- пилообразная;

- циклическая долгопериодическая;
- маятниковая.

3.10 Чему должна быть равна сумма средних коэффициентов сезонности при поквартальном наблюдении?

- 0;
- 1;
- 4;
- нет ограничений.

4 Использование адаптивных методов прогнозирования в экономических исследованиях

4.1 Какой вид имеет формула экспоненциального сглаживания?

- $S_t = \alpha y_t + \beta S_{t-1}$;
- $S_t = \alpha y_t + \beta y_{t-1}$;
- $S_t = \alpha y_t \cdot \beta y_{t-1}$;
- $S_t = \alpha y_t + \alpha S_{t-1}$.

4.2 Как может быть определено значение параметра адаптации α ?

- методом экспертных оценок;
- это табулированное значение;
- это средний уровень ряда;
- методом проб или выведено аналитическим способом.

4.3 Какие значения может принимать параметр экспоненциального сглаживания α ?

- нет ограничений;
- от минус 1 до 1;
- от 0 до 100 %;
- от 0 до 1.

4.4 При каком значении коэффициента адаптации α модель будет иметь более гладкий характер:

- $\alpha = 0,1$;
- $\alpha = -1$;
- $\alpha = 100$;
- $\alpha = 0,5$.

4.5 Какое требование накладывается на коэффициент адаптации α :

- $|\alpha| < 1$;
- $|\alpha| > 1$;
- никаких;

– $0 < \theta < 1$.

4.6 Адаптивными называются:

- методы прогнозирования, позволяющие строить самокорректирующиеся (самонастраивающиеся) экономико-математические модели, которые способны оперативно реагировать на изменение условий путем учета результата прогноза, сделанного на предыдущем шаге, и учета различной информационной ценности уровней ряда;
- методы получения и специализированной обработки прогнозных оценок объекта путем систематизированного опроса высококвалифицированных специалистов;
- методы аналитического выравнивания;
- методы прогнозирования, позволяющие строить математические модели, которые способны оперативно реагировать на изменение условий путем учета различной информационной ценности мнений экспертов по результатам прогноза.

4.7 Значение параметра адаптации (α) может быть определено:

- на основе эмпирических данных;
- этот табулированное значение;
- выведено аналитическим способом;
- получено на основе метода проб.

4.8 В качестве критерия оптимальности при выборе параметра адаптации обычно принимают:

- критерий минимума среднего квадрата ошибок прогнозирования;
- критерий Дарбина – Уотсона;
- критерий Фишера;
- критерий максимума среднего квадрата ошибок прогнозирования.

4.9 Математическое ожидание временного ряда и экспоненциальной средней:

- совпадают;
- прямо пропорциональны;
- математическое ожидание временного ряда больше математического ожидания экспоненциальной средней;
- математическое ожидание временного ряда меньше математического ожидания экспоненциальной средней.

5 Прогнозирование с помощью ARMA – и ARIMA –процессов

5.1 Как называется модель вида: $y_t = 0,3 \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$?

- авторегрессионной;
- регрессии;

- моделью скользящего среднего;
- авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего.

5.2 Как называется модель вида: $y_t = \varepsilon_t - 0,3 \cdot \varepsilon_{t-1}$?

- авторегрессионной;
- регрессии;
- моделью скользящего среднего;
- авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего.

5.3 Какое требование накладывается на коэффициент α авторегрессионной модели для выполнения условия стационарности ряда:

- $|\alpha| < 1$;
- $|\alpha| > 1$;
- $|\alpha| > 100$;
- $0 < \alpha < 1$.

5.4 Стохастический процесс Y_t называется стационарным в сильном смысле (строго стационарным или стационарным в узком смысле) если:

- совместное распределение вероятностей всех переменных $y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tm}$ точно то же самое, что и для переменных $y_{t1+\tau}, y_{t2+\tau}, \dots, y_{tm+\tau}$;
- среднее и дисперсия независимо от рассматриваемого периода времени имеют постоянное значение, а автоковариация зависит только от длины лага между рассматриваемыми переменными;
- совместное распределение плотностей переменных $y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tm}$ точно то же самое, что и для переменных $y_{t1+\tau}, y_{t2+\tau}, \dots, y_{tm+\tau}$;
- среднее и дисперсия независимо от рассматриваемого периода времени имеют постоянное значение, а автоковариация зависит только от длины лага между рассматриваемыми переменными.

5.5 Под стационарным процессом в слабом смысле (в широком смысле) понимается:

- стохастический процесс, для которого среднее и дисперсия независимо от рассматриваемого периода времени имеют постоянное значение, а автоковариация зависит только от длины лага между рассматриваемыми переменными;
- стохастический процесс, у которого среднее и дисперсия независимо от рассматриваемого периода времени имеют постоянное значение, а автоковариация зависит только от длины лага между рассматриваемыми переменными;
- стохастический процесс, у которого совместное распределение плотностей переменных $y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tm}$ точно то же самое, что и для переменных $y_{t1+\tau}, y_{t2+\tau}, \dots, y_{tm+\tau}$;

– стохастический процесс, у которого совместное распределение вероятностей всех переменных $y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tn}$ точно то же самое, что и для переменных $y_{t1+\tau}, y_{t2+\tau}, \dots, y_{tn+\tau}$.

5.6 Значения автокорреляционной функции характеризуют:

- тесноту статистической связи между уровнями временного ряда, разделенными τ временными тактами;
- тесноту статистической связи между несколькими уровнями временного ряда;
- направление связи между многими уровнями временного ряда;
- тесноту статистической связи между уровнями ряда y_t и $y_{t+\tau}$, разделенными τ временными тактами, при исключении влияния на эту взаимосвязь всех промежуточных уровней ряда $y_{t+1}, y_{t+2}, \dots, y_{t+\tau-1}$.

5.7 Значения частной автокорреляционной функции характеризуют:

- тесноту статистической связи между уровнями временного ряда, разделенными τ временными тактами;
- тесноту статистической связи между несколькими уровнями временного ряда;
- направление связи между многими уровнями временного ряда;
- тесноту статистической связи между уровнями ряда y_t и $y_{t+\tau}$, разделенными τ временными тактами, при исключении влияния на эту взаимосвязь всех промежуточных уровней ряда $y_{t+1}, y_{t+2}, \dots, y_{t+\tau-1}$.

5.8 В практической аналитической работе стационарность временного ряда означает отсутствие:

- тренда;
- дисперсии;
- строго периодичных флуктуаций;
- систематически изменяющихся взаимосвязей между элементами временного ряда.

5.9 Многие временные ряды могут быть приведены к стационарному виду после:

- операции выделения тренда;
- логарифмирования;
- фильтрации сезонной компоненты;
- взятия разности.

5.10 Модель, представленная уравнением $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t$ называется:

- моделью авторегрессии;
- моделью регрессии;
- моделью скользящего среднего;
- авторегрессионной моделью со скользящими средними в остатках.

6 Прогнозирование на основе системы рядов динамики

6.1 Если во временных рядах присутствует тенденция, то парный коэффициент корреляции рассчитывается:

- по исходным временным рядам;
- по прологарифмированным уровням;
- можно рассчитать только индекс корреляции;
- по отклонениям от тренда или по первым разностям.

6.2 Какие особенности существуют при прогнозировании на основе системы рядов динамики?

- невозможно проведение корреляционного анализа;
- никаких;
- уровни должны быть стандартизированы;
- из рядов должна быть исключена тенденция.

6.3 Парный коэффициент корреляции может принимать значения:

- от 0 до 1;
- от минус 1 до 1;
- от 0 до 100%
- нет ограничений.

6.4 При построения смешанной трендово-факторной модели по пространственно-временной информации используются:

- средневременные приросты показателей;
- абсолютные базисные приросты;
- темпы роста;
- абсолютные цепные приросты.

6.5 Что характеризует параметр b в модели регрессии с включением фактора времени и фиктивных переменных ($y_t = a + bt + c_1x_1 + \dots + c_jx_j + \dots + c_{k-1}x_{k-1} + \varepsilon_t$)?

- отклонение уровней временного ряда от уровней, учитывающих сезонные воздействия;
- сумму начального уровня ряда и сезонной компоненты в 4 квартале;
- относительное изменение уровней ряда под воздействием тенденции.
- абсолютное изменение уровней ряда под воздействием тенденции.

6.6 Уравнение регрессии по рядам динамики можно построить:

- по первым разностям, по отклонениям от тренда, по уровням ряда с включением фактора времени;
- только по смешанным трендово-факторным моделям;
- по прологарифмированным уровням;
- по первым разностям, по отклонениям от тренда.

6.7 Какой метод используется для количественной оценки силы воздействия одних признаков на другие:

- корреляционный анализ;
- регрессионный анализ;
- индексный;
- метод средних величин.

6.8 Какой критерий используется для проверки статистической значимости уравнения регрессии:

- F – критерий Фишера;
- t – критерий Стьюдента;
- критерий Дарбина – Уотсона;
- χ^2 .

6.9 С помощью какого критерия проверяется статистическая значимость коэффициентов регрессии:

- F – критерий Фишера;
- t – критерий Стьюдента;
- критерия Дарбина – Уотсона;
- χ^2 .

6.10 В уравнении регрессии по первым разностям $\Delta y = a + b\Delta x$ параметр b :

- показывает, на сколько изменится скорость роста результативного признака с изменением скорости роста факторного признака на единицу своего измерения;
- показывает, во сколько раз изменится скорость роста результативного признака с изменением скорости роста факторного признака на единицу своего измерения;
- означает, что случайные отклонения по ряду y в среднем в b раз выше случайных колебаний по ряду x ;
- фиксирует силу связи y с x , т.е. он показывает среднее изменение y с изменением x на единицу.

7 Эвристические методы прогнозирования

7.1 В каких случаях целесообразно применять экспертные методы прогнозирования:

- объект, экономическое явление не поддается математическому описанию;
- отсутствует достаточно представительная статистическая выборка;
- объект, экономическое явление поддается математическому описанию;
- отсутствует программное обеспечение.

7.2 Какие требования предъявляются эксперту:

- определенный практический и исследовательский опыт;
- отсутствие заинтересованности в конкретных результатах;

- наличие научных степеней и званий;
- высокий уровень владения современными методами прогнозирования.

7.3 Что понимается под методом эвристического прогнозирования:

- метод получения и специализированной обработки прогнозных оценок объекта путем систематизированного опроса высококвалифицированных специалистов;
- метод получения и специализированной обработки прогнозных оценок объекта путем формирования группы экспертов во главе с ведущим;
- метод получения и специализированной обработки прогнозных оценок объекта путем организации «круглого стола», в рамках которого будут согласовываться мнения экспертов с целью выработки единого мнения.

7.4 Что принимается в качестве меры точности экспертных методов:

- среднее значение относительной погрешности;
- среднюю ошибку аппроксимации;
- коэффициент детерминации;
- среднее квадратическое отклонение.

7.5 Эффективный прогноз обладает:

- меньшим значением средней относительной погрешности;
- высоким значением коэффициента детерминации;
- низким значением коэффициента детерминации;
- большим значением средней относительной погрешности.

7.6 «Матрица компетентности экспертов»:

- характеризует уровень осведомленности каждого из экспертов по каждому из m вопросов;
- содержит ответы экспертов;
- содержит отзывы экспертов друг о друге;
- характеризует предпочтительную специализацию эксперта.

7.7 Матрица компетентности экспертов строится на основе:

- «Матрицы специализации экспертов» и «Матрицы предпочтительности специализации экспертов»;
- «Матрицы компетентности» и «Матрицы предпочтительности специализации экспертов»;
- она не связана с другими матрицами;
- «Матрицы специализации экспертов» и «Матрицы компетентности».

7.8 Среднее значение относительной погрешности определяется по формуле:

- $\bar{v} = \frac{\bar{X}}{\sigma}$

$$- \bar{v} = \frac{\sigma^2}{\sum X_i}$$

7.9 Экспертиза включает следующие этапы:

- подготовительный;
- прогнозный;
- непосредственная работа экспертов;
- заключительный.

7.10 Что осуществляется на подготовительном этапе экспертизы:

- определяется цель проведения экспертизы;
- формируется рабочая группа;
- обрабатываются результаты экспертизы;
- разрабатываются анкеты опроса экспертов.

8 Анализ и прогнозирование экономических показателей с использованием ПЭВМ

8.1 Какие группы ППП, применяемых для экономико – статистического исследования можно выделить:

- пакеты, написанные до появления персональных компьютеров и ориентированные на технологию работы с большими ЭВМ;
- пакеты, специально написанные для персональных компьютеров;
- универсальные;
- узкой специализации.

8.2 Пакеты, написанные до появления персональных компьютеров и ориентированные на технологию работы с большими ЭВМ:

- SAS;
- SPSS;
- STATISTICA.
- EVIEWS

8.3 Пакеты, специально написанные для персональных компьютеров:

- SAS;
- SPSS;
- EVIEWS
- STATISTICA

8.4 ППП STATISTICA относится к:

- пакетам, написанным до появления персональных компьютеров и ориентированным на технологию работы с большими ЭВМ;
- пакетам, специально написанным для персональных компьютеров;
- универсальным;
- ППП узкой специализации.

8.5 ППП SPSS относится к:

- пакетам, написанным до появления персональных компьютеров и ориентированным на технологию работы с большими ЭВМ;
- пакетам, специально написанным для персональных компьютеров;
- универсальным;
- ППП узкой специализации.

8.6 ППП EVIEWS относится к:

- пакетам, написанным до появления персональных компьютеров и ориентированным на технологию работы с большими ЭВМ;
- пакетам, специально написанным для персональных компьютеров;
- универсальным;
- ППП узкой специализации.

8.7 ППП SAS относится к:

- пакетам, написанным до появления персональных компьютеров и ориентированным на технологию работы с большими ЭВМ;
- пакетам, специально написанным для персональных компьютеров;
- универсальным;
- ППП узкой специализации.

8.8 ППП Stata относится к:

- пакетам, написанным до появления персональных компьютеров и ориентированным на технологию работы с большими ЭВМ;
- пакетам, специально написанным для персональных компьютеров;
- универсальным;
- ППП узкой специализации.

8.9 В пакете STATISTICA модуль «Анализ временных рядов и прогнозирование»:

- Time series/Forecasting
- Advanced Linear/ Nonlinear Model
- Basic Statistics and Tables
- Time series / Nonlinear Model

8.10 В пакете STATISTICA в модуле Time series/Forecasting реализованы следующие методы анализа временных рядов:

- ARIMA-АРСС: модель авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего;
- Exponential smoothing & forecasting — экспоненциальное сглаживание и прогнозирование;
- Basic Statistics and Tables – основные статистики и таблицы;
- Spectral (Fourier) analysis — спектральный (Фурье) анализ.