Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

$$\begin{vmatrix} a & в & n \\ m & c & д \\ к & н & б \end{vmatrix}$$

Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова

$$\det A_2 = \begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix} = \sin\alpha\cdot\cos\beta - \sin\beta\cdot\cos\alpha = \sin(\alpha-\beta)$$

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Комплект рабочих тетрадей

Рабочая тетрадь № 3 «Определители»

$$\begin{vmatrix} 1001 & 1002 & 1003 & 1004 \\ 1002 & 1003 & 1001 & 1002 \\ 1001 & 1001 & 1001 & 999 \\ 1001 & 1000 & 998 & 999 \end{vmatrix}$$

Рекомендовано Редакционно-издательским советом Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве учебного издания для бакалавров инженерно-технических направлений подготовки

Оренбург
2011

УДК 512.64 (076)
ББК 22.147 я 7
У 76

Рецензент – доцент, кандидат физико-математических наук Н.Н. Щипкова

Усова, Л.Б.
У 76 Линейная алгебра и аналитическая геометрия**:** комплект рабочих тетрадей. Рабочая тетрадь № 3 «Определители» /Л.Б. Усова, Д. У. Шакирова. – Оренбург: ООО «НикОс», 2011. – 26 с.

Рабочая тетрадь № 3 содержит разобранные практические задания по теме «Комплексные числа».

Предназначена для обучения бакалавров инженерно-технических направлений подготовки.

Рабочая тетрадь поможет преподавателям организовать самостоятельное усвоение лекционного материала и текущий контроль знаний студентов. Данная тетрадь окажет существенную помощь студентам при выполнении домашних и типовых расчетных заданий, а также поможет подготовиться к контрольной работе, к коллоквиуму, зачету и тестам.

Данная рабочая тетрадь подготовлена в ходе выполнения проекта № 3.1.1/13256 (АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы»).

УДК 512.64 (076)
ББК 22.147 я 7

Содержание

Введение

Комплект рабочих тетрадей включает 6 рабочих тетрадей:

- рабочая тетрадь № 1 «Комплексные числа»;
- рабочая тетрадь № 2 «Матрицы»;
- рабочая тетрадь № 3 «Определители»;
- рабочая тетрадь № 4 «Обратная матрица. Ранг матрицы»;
- рабочая тетрадь № 5 «Системы линейных уравнений»;
- рабочая тетрадь № 6 «Векторная алгебра».

Данный комплект используется для проведения практических занятий, самостоятельной работы и в ходе промежуточной аттестации.

Цель создания комплекта рабочих тетрадей – развитие практических навыков решения задач. Особенностью данных тетрадей являются уровневые задания.

- *Задания первого уровня* зафиксированы как базовый стандарт. Выполняя их, студент овладевает конкретным материалом по дисциплине на уровне его воспроизведения. Работа по первичному усвоению материала на этом уровне имеет свои особенности. Она требует многократного его повторения, умения выделять основные группы, вычленять главное, знание приемов запоминания и т.д. Задания первого уровня должен уметь выполнить каждый студент, прежде чем приступить к работе следующего уровня.

- *Задания второго уровня* расширяют материал первого уровня, обеспечивают овладение студентами общими и специфическими приемами учебной и умственной деятельности, которые необходимы для решения задач на применение. Задания данного уровня увеличивают объем сведений, помогают глубже понять основной материал, делают общую картину более цельной. Выполнение заданий второго уровня поднимает студента на уровень осознанного, творческого применения знаний и предусматривает свободное владение фактическим материалом, приемами учебной работы и умственных действий. Этот уровень позволяет студенту проявить себя в дополнительной самостоятельной работе.

В данных рабочих тетрадях применяется методика свободного выбора заданий второго уровня.

Анализ ФГОС подготовки бакалавра инженерно-технических направлений подготовки показал, что в результате обучения математике выпускник должен демонстрировать:

- владение математической культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- умение логически верно аргументировано и ясно строить математическую устную и письменную речь;
- готовность к кооперации с коллегами, работе в коллективе;
- способность самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности математические знания и умения, стремление к саморазвитию
- способность использовать основные законы математических дисциплин в профессиональной деятельности, интегрировать знания из разных разделов курса математики;
- способность применять аналитические, вычислительные методы для решения прикладных задач в области техники;
- способность принимать научно-обоснованные решения на основе математики, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности;
- основные положения, законы и методы математики; способность выявить естественнонаучную сущность проблемы, возникающей в ходе профессиональной деятельности, готовность привлечь для их решения соответствующий математический аппарат;

– способность разрабатывать и применять математическую модель соответствующую процессу в ходе профессиональной деятельности.

Структура и содержание разделов рабочей тетради соответствует стандарту ФГОС и включает практикум по разделу «Определители».

Рабочая тетрадь №3 «Определители» состоит из блоков:

♦ блок 1 «Вопросы для самопроверки» – содержит вопросы для проверки усвоения теоретического материала;

♦ блок 2 «Практическое занятие»- содержит разноуровневые задания, состоящие из двух пунктов. Пункт (а) сопровождается подробным решением примера, а в пункте (б) предоставляется поле для ответов, что позволяет студенту использовать как тетрадь, индивидуального характера;

♦ блок 3 «Домашнее задание»- содержит задания с ответами для самостоятельного решения и закрепления пройденного материала;

♦ блок 4 «Самостоятельная работа» - содержит трехуровневые задания;

♦ блок 5 «Тест» - содержит теоретические и практические задания;

♦ блок 6 «Расчетно-графические задания» - содержит разнообразные индивидуальные задания для глубокого усвоения данного раздела.

Рабочая тетрадь «Определители» не содержит теоретических сведений по данной теме. Необходимый лекционный материал можно найти в следующих источниках: Д.В. Беклемишев «Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов» на страницах 136-146; А. Г. Курош «Курс высшей алгебры» на страницах 23-52; К. Н. Лунгу «Высшая математика. Руководство к решению задач» на страницах 18-35; К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко «Сборник задач по высшей математике» на страницах 18-34; Ильин В.А., Э.Г. Позняк «Линейная алгебра» на страницах 12-46.

1 Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте теорему Лапласа.
2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 20 & 30 & 20 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & -4 \end{vmatrix}$
3. Сформулируйте определение определителя.
4. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & -8 \\ 6 & 9 & -4 \end{vmatrix}$
5. Напишите формулу вычисления определителя третьего порядка по формуле Саррюса.
6. Сформулируйте определение минора M_{ij}.
7. Сформулируйте определение алгебраического дополнения.
8. Вычислите определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$.

9 Вычислите алгебраическое дополнение A_{23} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

10 Найдите M_{21} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 5 & 6 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

11 Сформулируйте свойства определителей.

12 Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 \\ 1 & 4 & -8 \\ 6 & 9 & -4 \end{vmatrix}$.

13 Чему равен определитель ступенчатой матрицы?

14 Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 \\ 0 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$

15 Чему равен определитель единичной матрицы?

16 Разложите определитель $\begin{vmatrix} а & в & п \\ т & с & д \\ к & н & б \end{vmatrix}$ по элементам второй строки.

17 Чему равен определитель диагональной матрицы?

18 Разложите определитель $\begin{vmatrix} а & в & п \\ т & с & д \\ к & н & б \end{vmatrix}$ по элементам третьего столбца.

19 Сформулируйте свойства определителей.

20 Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 8 & -2 \\ 9 & 0 & 9 & -9 \\ 7 & 0 & 7 & 14 \end{vmatrix}$

2 Практическое занятие

Задание 1

Вычислите определители данных матриц:

а) $A_1 = (-5)_{1\times1}$; б) $A_2 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}_{2\times2}$; в) $A_2 = \begin{pmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}_{2\times2}$; г) $A_1 = (6)_{1\times1}$;

д) $A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}_{2\times2}$; е) $A_2 = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}_{2\times2}$.

Решение.

а) $A_1 = (-5)_{1\times1}$; $\det A_1 = |-5| = -5$;

б) $A_2 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}_{2\times2}$; $\det A_2 = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} = -2\cdot 3 - (-4)\cdot 1 = -6 - (-4) = -6 + 4 = -2$;

в) $A_2 = \begin{pmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}_{2\times2}$; $\det A_2 = \begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix} = \sin\alpha\cdot\cos\beta - \sin\beta\cdot\cos\alpha = \sin(\alpha-\beta)$;

г) $A_1 = (6)_{1\times1}$;

$\det A_1 = |6| =$ ____;

д) $A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}_{2\times2}$;

____;

е) $A_2 = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}_{2\times 2}$;

$\det A_2 = \begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix} =$ ____

Ответ. а) $\det A_1 = -5$; б) $\det A_2 = -2$; в) $\det A_2 = \sin(\alpha - \beta)$; г) $\det A_1 = 6$;

д) $\det A_2 = -14$; е) $\det A_2 = \cos 2\alpha$

Задание 2

Вычислите определитель третьего порядка:

1) по правилу «треугольников» (правило Саррюса),

2) по элементам третьего столбца,

3) по элементам второй строки.

а) $A_3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & -3 & 8 \end{pmatrix}$; б) $A_3 = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

а) $A_3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & -3 & 8 \end{pmatrix}$;

1) по правилу «треугольников» (правило Саррюса),

$$\det A_3=\begin{vmatrix}2 & -1 & 4\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & -3 & 8\end{vmatrix}=\left(2\cdot 0\cdot 8+(-1)\cdot(-2)\cdot 3+1\cdot(-3)\cdot 4\right)-\left(3\cdot 0\cdot 4+1\cdot(-1)\cdot 8+(-3)\cdot(-2)\cdot 2\right)=$$

$$=\left(0+6-12\right)-\left(0-8+12\right)=-6-4=-10.$$

2) по элементам третьего столбца,

$$\det A_3=\begin{vmatrix}2 & -1 & 4\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & -3 & 8\end{vmatrix}=4\cdot A_{13}+(-2)\cdot A_{23}+8\cdot A_{33}=$$

$$=4\cdot(-1)^{1+3}\cdot M_{13}+(-2)\cdot(-1)^{2+3}\cdot M_{23}+8\cdot(-1)^{3+3}\cdot M_{33}=$$

$$=4\cdot 1\cdot\begin{vmatrix}1 & 0\\ 3 & -3\end{vmatrix}+(-2)\cdot(-1)\cdot\begin{vmatrix}2 & -1\\ 3 & -3\end{vmatrix}+8\cdot 1\cdot\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{vmatrix}=4\cdot(-3-0)+2\cdot(-6+3)+8\cdot(0+1)=$$

$$=-12+(-6)+8=-10.$$

3) по элементам второй строки

$$\det A_3=\begin{vmatrix}2 & -1 & 4\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & -3 & 8\end{vmatrix}=1\cdot A_{21}+0\cdot A_{22}+(-2)\cdot A_{23}=$$

$$=1\cdot(-1)^{2+1}\cdot M_{21}+0\cdot(-1)^{2+2}\cdot M_{22}+(-2)\cdot(-1)^{2+3}\cdot M_{23}=$$

$$=1\cdot(-1)\cdot\begin{vmatrix}-1 & 4\\ -3 & 8\end{vmatrix}+0\cdot 1\cdot\begin{vmatrix}2 & 4\\ 3 & 8\end{vmatrix}+(-2)\cdot(-1)\cdot\begin{vmatrix}2 & -1\\ 3 & -3\end{vmatrix}=$$

$$=-1\cdot(-8-(-12))+0\cdot(16-12)+2\cdot(-6-(-3))=-1\cdot 4+0\cdot 4+2\cdot(-3)=$$

$$-4+0+(-6)=-10;$$

б) $A_3 = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

1) по правилу «треугольников» (правило Саррюса),

$\det A_3 = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ ____ _______

____;

2) по элементам второго столбца,

$\det A_3 = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ ____

____

3) по элементам первой строки,

$\det A_3 = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ ____

____

Ответ. а)-10;б)3

Задание 3

Вычислите определитель четвертого порядка через алгебраические дополнения, если задана матрица четвертого порядка:

а) $A_4 = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; б) $A_4 = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение.

а) $A_4 = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$;

Вычислим определитель четвертого порядка для матрицы A_4 по элементам первого столбца.

$$\det A_4 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 6 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot A_{11} + 0 \cdot A_{21} + 0 \cdot A_{31} + 0 \cdot A_{41} = 3 \cdot A_{11} = 3 \cdot (-1)^{1+1} M_{11} =$$

$= 3 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} =$(вычислим определитель третьего порядка по элементам первого столбца) $= 3 \cdot \left((-3) \cdot A_{11} + 0 \cdot A_{21} + 0 \cdot A_{31}\right) =$

$= 3 \cdot (-3) \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} = 3 \cdot (-3) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3) \cdot \left(4 \cdot 3 - 0 \cdot 2\right) = 3 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot 3 = -108$ Так как определитель имеет вид ступенчатой матрицы четвертого порядка, то можно сделать вывод, что определитель ступенчатой матрицы равен произведению элементов, стоящих по главной диагонали.

б) $A_4 = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

$$\det A_4 = \begin{vmatrix} -5 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Ответ. а) -108;б)120

Задание 4

Вычислите определитель четвертого порядка для матрицы четвертого порядка:

а) $A_4 = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$; б) $A_4 = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

Решение.

а) $A_4 = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$;

Вычислим определитель четвертого порядка по элементам третьего столбца

$$\det A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 6 \end{pmatrix} = 1 \cdot A_{13} + 0 \cdot A_{23} + 2 \cdot A_{33} + 0 \cdot A_{43} =$$

$$=1\cdot(-1)^{1+3}M_{13}+2\cdot(-1)^{3+3}\cdot M_{33}=1\cdot1\cdot\begin{vmatrix}0&-2&-1\\1&0&0\\0&4&6\end{vmatrix}+2\cdot1\cdot\begin{vmatrix}-3&0&0\\0&-2&-1\\0&4&6\end{vmatrix}=$$

(вычислим полученные определители третьего порядка, разложив по элементам второй строки (первый определитель) и по элементам первого столбца (второй определитель))

$$=1\cdot(1\cdot A_{21}+0\cdot A_{22}+0\cdot A_{23})+2\cdot(-3\cdot A_{11}+0\cdot A_{21}+0\cdot A_{31})=$$

$$=1\cdot(1\cdot(-1)^{2+1}\cdot M_{21})+2\cdot(-3\cdot(-1)^{1+1}\cdot M_{11})=$$

$$=-1\cdot\begin{vmatrix}-2&-1\\4&6\end{vmatrix}+(-6)\cdot\begin{vmatrix}-2&-1\\4&6\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-2&-1\\4&6\end{vmatrix}\cdot(-1-6)=(-12-(-4))\cdot(-7)=$$

$$=(-12+4)\cdot(-7)=-8\cdot(-7)=56;$$

б) $A_4=\begin{pmatrix}0&-4&0&-1\\2&0&6&0\\0&-3&-2&0\\3&0&0&5\end{pmatrix}$;

$\det A_4=\begin{vmatrix}0&-4&0&-1\\2&0&6&0\\0&-3&-2&0\\3&0&0&5\end{vmatrix}=$____

____

____

Ответ. а)56;б)-26

Задание 5

Вычислите определитель четвертого порядка для матрицы A_4:

$$\text{а) } A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & -4 \\ -2 & -3 & 5 & 5 \\ 3 & 1 & 6 & -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 & -5 \\ 4 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Решение.

$$\text{а) } A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & -4 \\ -2 & -3 & 5 & 5 \\ 3 & 1 & 6 & -2 \end{pmatrix};$$

Приведем определитель матрицы четвертого порядка к ступенчатому виду.

$$\det A_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & -4 \\ -2 & -3 & 5 & 5 \\ 3 & 1 & 6 & -2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \times(-1)\times(2)\times(-3) \\ + \quad + \quad + \\ \\ \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -7 \\ 0 & -3 & 5 & 11 \\ 0 & 1 & 6 & -11 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -7 \\ 0 & -3 & 5 & 11 \\ 0 & 1 & 6 & -11 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \times(-3)\times(1) \\ + \quad + \\ \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & -1 & 32 \\ 0 & 0 & 8 & -18 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \times 8 \\ \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & -1 & 32 \\ 0 & 0 & 0 & 238 \end{vmatrix} =$$

$1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 238 = 238$.

б) $A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 & -5 \\ 4 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

$$\det A_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 & -5 \\ 4 & 1 & 2 & 6 \end{vmatrix} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

____

Ответ. а)238;б)-174

Задание 6

Вычислите определители матриц используя свойства определителей;

а) $A_2 = \begin{pmatrix} 3648 & 2889 \\ 3649 & 2890 \end{pmatrix}$; б) $A_3 = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 12 \\ 5 & 1 & 3 \\ -8 & -6 & 4 \end{pmatrix}$;

в) $A_2 = \begin{pmatrix} 7744 & 7655 \\ 7745 & 7656 \end{pmatrix}$; г) $A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 16 & 24 & 8 \\ 0 & 9 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

а) $A_2 = \begin{pmatrix} 3648 & 2889 \\ 3649 & 2890 \end{pmatrix}$;

$$\det A_2 = \begin{vmatrix} 3648 & 2889 \\ 3649 & 2890 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3648 & 2889 \\ 3648+1 & 2889+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3648 & 2889 \\ 3648 & 2889 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3648 & 2889 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 0 + \begin{vmatrix} 3648 & 2889 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3648 & 2889 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3648 - 2889 = 759\,;$$

б) $A_3 = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 12 \\ 5 & 1 & 3 \\ -8 & -6 & 4 \end{pmatrix};$

$$\det A_3 = \begin{vmatrix} 9 & 3 & 12 \\ 5 & 1 & 3 \\ -8 & -6 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ -8 & -6 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2) \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = -6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= -6 \cdot ((-6 + 12 + 60) - (16 + 27 - 10)) = -6 \cdot (66 - 33) = -6 \cdot 33 = -198\,;$$

в) $A_2 = \begin{pmatrix} 7744 & 7655 \\ 7745 & 7656 \end{pmatrix};$

$\det A_2 = \begin{vmatrix} 7744 & 7655 \\ 7745 & 7656 \end{vmatrix} =$ ____

____

г) $A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 16 & 24 & 8 \\ 0 & 9 & 4 \end{pmatrix};$

$\det A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 16 & 24 & 8 \\ 0 & 9 & 4 \end{vmatrix} =$ ____

Ответ. а)759;б) -198,в)89,г)-432

3 Домашнее задание

Задание 1

Вычислите определители данных матрац:

а) $A_2 = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$; б) $A_2 = \begin{pmatrix} a+bi & c+di \\ -c+di & a-bi \end{pmatrix}$; в) $A_2 = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$;

г) $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$; д) $A_3 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix}$; е) $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1+i \\ 0 & 1 & i \\ 1-i & -i & 1 \end{pmatrix}$;

ж) $A_3 = \begin{pmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha & 1 \\ \sin\beta & \cos\beta & 1 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 1 \end{pmatrix}$; з) $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{pmatrix}$ $(\varepsilon = \cos\frac{4}{3}\pi + i\sin\frac{4}{3}\pi)$.

Ответ. а)1; б) $a^2+b^2+c^2+d^2$; в)1; г)-8; д) $3abc-a^3-b^3-c^3$; е)-2;

ж) $\sin(\beta-\gamma)+\sin(\gamma-\alpha)+\sin(\alpha-\beta)$; з) $3i\sqrt{3}$

Задание 2

Вычислите определитель четвертого порядка $\det A = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ по элементам третьей строки.

Ответ. $8a+15b+12c-19d$

Задание 3

Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & -3 & 2 & 9 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 2 & -5 & 13 \\ 1 & -2 & 10 & 4 \\ -2 & 9 & -8 & 25 \end{vmatrix}$;

г) $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 9 & 4 & -4 \\ 1 & 0 & -2 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & -1 & -6 \\ 1 & -1 & -2 & 4 & 5 \\ -7 & 0 & -9 & 2 & -2 \end{vmatrix}$; д) $\begin{vmatrix} 1001 & 1002 & 1003 & 1004 \\ 1002 & 1003 & 1001 & 1002 \\ 1001 & 1001 & 1001 & 999 \\ 1001 & 1000 & 998 & 999 \end{vmatrix}$; е) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$;

ж) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{vmatrix}$.

Ответ. а)24; б)17; в)301; г)1932; д)-18016; е)60; ж) $n!$

4 Самостоятельная работа

УРОВЕНЬ 1

Задание 1

Вычислите алгебраическое дополнение A_{12} для матрицы $A_3 = \begin{pmatrix} 4 & -9 & 0 \\ 5 & -8 & 1 \\ 7 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 2

Вычислите определитель: а) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} a & -a & -b & -d \\ 0 & -a & -c & -e \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \end{vmatrix}$.

УРОВЕНЬ 2

Задание 1

Вычислите алгебраическое дополнение A_{23} для матрицы $A_4 = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 0 & -3 \\ 3 & -4 & 8 & -2 \\ 2 & -3 & 9 & -1 \\ 5 & -7 & 7 & -8 \end{pmatrix}$.

Задание 2

Вычислите определитель: а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$.

4 Тест

1 Определитель $\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ равен:

а) 5; **б) -11**; в) 3; г) -9

2 Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 7 & 8 & 6 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ равен:

а) 76; б) -76; в) 20; **г) -20**

3 Для матрицы $A_2 = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{21} равно:

а)2; **б)-2**; в) 4; г) -4

4 Для матрицы $A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{22} равно:

а)3; б)4; в)-4; **г) -3**

5 Для матрицы $A_3 = \begin{pmatrix} 4 & -9 & 0 \\ 5 & -8 & 1 \\ 7 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{13} равно:

а)1; б)0; **в)41**; г) -71

6 Для матрицы $A_3 = \begin{pmatrix} 4 & -9 & 0 \\ 5 & -8 & 1 \\ 7 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{32} равно:

а)4; **б)-4**; в)3; г) -3

7 Для матрицы $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -3 \\ 5 & 2 & -6 \\ 8 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ минор M_{21} равен:

а)-28; б)28; в)5; г) -5

8 Для матрицы $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -3 \\ 5 & 2 & -6 \\ 8 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ минор M_{33} равен:

а)4; б)-4; **в)-33**; г)37

9 Определитель матрицы $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ равен:

а)2; б)0; в)5; **г) не существует**

10 Определитель $\begin{vmatrix} -3i & -1 \\ 2 & i \end{vmatrix}$ равен:

а) 5; б) -5; в) 1; г) -1

11 Определитель $\begin{vmatrix} 2i & -3i & 1 \\ -i & i & 5 \\ 0 & 2i & 0 \end{vmatrix}$ равен:

а) -18; б) 18; **в) 22**; г) -22

12 Сумма произведений элементов строки на их алгебраические дополнения есть:

а) минор; **б) определитель**; в) матрица; г) 0

13 Определитель полученный вычеркиванием строки и столбца есть:

а) алгебраическое дополнение; **б) минор**;

в) транспонированная матрица; г) ранг

14 Произведение элементов стоящих на главной диагонали в диагональной матрице есть:

а) минор; б) алгебраическое дополнение; **в) определитель**; г) 0

15 Сумма произведений элементов столбца на алгебраические дополнения элементов другого столбца есть:

а) минор; б) определитель; в) матрица; **г) 0**

16 Определитель не изменит свое значение, если:

а) поменять местами две строки;

б) поменять местами два столбца;

в) поменять местами строки со столбцами;

г) все элементы строки (столбца) умножить на любое число

17 Определитель изменит свое значение на противоположное, если:

а) поменять местами строки со столбцами;

б) поменять местами две строки (столбца);

в) к элементам строки (столбца) прибавить элементы другой строки (столбца) умноженные на любое число;

г) все элементы строки (столбца) умножить на любое число

18 Определитель $\begin{vmatrix} a & d & b \\ d & 0 & a \\ b & d & c \end{vmatrix}$ разложен по элементам третьего столбца:

а) $b\begin{vmatrix} d & 0 \\ b & d \end{vmatrix} - a\begin{vmatrix} a & d \\ b & d \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} a & d \\ d & 0 \end{vmatrix}$;　　в) $b\begin{vmatrix} d & 0 \\ b & d \end{vmatrix} - d\begin{vmatrix} a & d \\ b & d \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} a & d \\ d & 0 \end{vmatrix}$;

б) $b\begin{vmatrix} d & 0 \\ b & d \end{vmatrix} + a\begin{vmatrix} a & d \\ b & d \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} a & d \\ d & 0 \end{vmatrix}$;　　г) $b\begin{vmatrix} d & 0 \\ b & d \end{vmatrix} + d\begin{vmatrix} a & d \\ b & d \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} a & d \\ d & 0 \end{vmatrix}$.

19 Определитель $\begin{vmatrix} ad & d & a \\ d^2 & 4d & d \\ db & d & b \end{vmatrix}$ равен:

а) $d^2b + a^2d + 4d^3a - adb$;　　в) $4d^2ba + ad^3 + 4d^2ba - adb + d^4$;

б) $d^2b - 4b^2d + 4d^3a - adb - 4d^2ab$;　　**г)0**.

20 Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 6 & 2 \\ 2 & 8 & 3 & 4 \\ 3 & 9 & 2 & 6 \\ 4 & 4 & 9 & 8 \end{vmatrix}$ равен:

а) 124;　　б) -62;　　в) 62;　　**г)0**

Список использованных источников

1 Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д.В. Беклемишев. – 10-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2008. – 312

2 Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник для вузов / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк, под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Ильина, А.Г. Свешникова; Вып. 4). – 5-е изд., стер. – М.: Физматлит, - 2002. – 320 с.-(Курс высшей математики и математической физики)

3 Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош .- 17-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 432 с. : ил.. - (Лучшие классические учебники).-(Классическая учебная литература по математике). - Указ. лит.: с. 425-426. - Предм. указ.: с. 427-431. - ISBN 978-5-8114-0521-3.

4 Сборник задач по высшей математике: с контрольными работами: 1 курс: учеб. пособие для вузов / К. Н. Лунгу [и др.] .- 6-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2007. - 576 с. : ил.. - (Высшее образование) - ISBN 978-5-8112-2326-8.

5 Лунгу, К. Н.Высшая математика. Руководство к решению задач: учеб. пособие / К. Н. Лунгу, Е. В. Макаров. - М.: Физматлит, 2005. Ч. 1: / под ред. В. Д. Кулиева. - , 2005. - 216 с - ISBN 5-9221-0581-7.

6 Молчанов, В. А. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие для вузов / В. А. Молчанов; Мин-во образования и науки РФ; ГОУ ОГУ. - Оренбург : ГОУ ОГУ, 2009. - 194 с. - Библиогр.: с. 189.

7 Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре: учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский.- 13 изд., стер.- СПб.: Лань, 2004.- 288 с - ISBN 5-8114-0427-1.

8 Шипачев, В. С. Задачник по высшей математике: учеб. пособие для студентов вузов / В. С. Шипачев.- 9-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2009. - 304 с. : ил. - ISBN 978-5-06-006145-1.

9 Шипачев, В. С.Высшая математика: учебник для вузов / В. С. Шипачев.- 8-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2007. - 479 с : ил.. - Библиогр.: с. 455-462. - ISBN 978-5-06-003959-7.