

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра сопротивления материалов

*П. Н. Ельчанинов, В. С. Гарипов, А. В. Колотвин, И. В. Руднев*

# **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

**ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ, ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ  
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
Часть 2**

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по направлению подготовки 270800.62 – Строительство

Оренбург 2012

УДК 539.3/6. (076.5)  
ББК 30.121 я7  
Е59

Рецензент - кандидат технических наук, доцент Л. И. Кудина

**Ельчанинов, П. Н.**

Е 59

Соппротивление материалов. Варианты заданий, порядок решения задач : методические указания : в 2 ч / П. Н. Ельчанинов, В. С. Гарипов, А. В. Колотвин, И. В. Руднев; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2012. – Ч. 2. - 68 с.

Методические указания содержат контрольные задания по соппротивлению материалов по темам: вычисление перемещений в балках и рамах, расчет на прочность при сложном соппротивлении, расчет на устойчивость продольно сжатых стержней, динамический расчет на прочность.

Содержание и объем методических указаний соответствуют рабочим программам ФГОС ВПО по дисциплине «Соппротивление материалов» по направлению 270800.62 – Строительство.

Методические указания помогут студентам при самостоятельном выполнении контрольных заданий по курсу соппротивления материалов.

УДК 539.3/6. (076.5)  
ББК30.121я7

© Ельчанинов П. Н.,  
Гарипов В. С.,  
Колотвин А. В.,  
Руднев И. В., 2012  
© ОГУ, 2012

## Содержание

Введение	5
1 Вычисление перемещений в балках и рамах	6
1.1 Порядок выполнения расчета вертикального перемещения (прогиба) сечения «Д» балки с помощью интеграла Мора	9
1.2 Порядок выполнения расчета углового перемещения сечения «Д» балки с помощью интеграла Мора	11
1.3 Порядок выполнения расчета вертикального перемещения сечения «Д» рамы с помощью формулы Симпсона	12
1.4 Порядок выполнения расчета углового перемещения сечения «Д» рамы с помощью формулы Симпсона	13
Контрольные вопросы	14
2 Расчет на прочность при сложном сопротивлении	15
2.1 Порядок выполнения расчетов статически определимой балки при косом изгибе (задача № 1)	21
2.2 Порядок выполнения расчета колонны при внецентренном сжатии (задача №2)	24
Контрольные вопросы	28
3 Расчет на устойчивость продольно сжатых стержней	29
3.1 Порядок выполнения поверочного расчета продольно сжатого стержня при известных размерах поперечного сечения	33
3.2 Порядок выполнения проектировочного расчета продольно сжатого стержня	35
Контрольные вопросы	38
4 Динамический расчет на прочность	39
4.1 Порядок выполнения расчета балки на ударную нагрузку	42
4.2 Порядок расчета валика при его вращении	45
Список использованных источников	49

Приложение А Некоторые физические и механические характеристики основных конструкционных материалов.....	50
Приложение Б Геометрические характеристики плоских сечений.....	51
Приложение В Энергетические методы определения перемещений.....	65
Приложение Г Устойчивость сжатых стержней.....	67

## Введение

Исходные данные для решения задачи выбираются студентами по таблицам 1.1, 2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 4.1, 4.2 в соответствии с их личным учебным шифром (номер зачетной книжки). Шифром считается три последние цифры, например, если номер зачетной книжки 07182, то учебным шифром будет 182. Каждая таблица вариантов исходных данных разделена на три части. По третьей цифре шифра из рисунка расчетных схем и (или) сечений выбирается соответствующая расчетная схема и (или) форма сечения. По первой и второй цифре шифра из таблицы исходных данных выбираются соответствующие необходимые значения нагрузок и геометрических характеристик.

Работы, выполненные не по шифру и не в соответствии с таблицами, не зачитываются и возвращаются без рассмотрения.

Прежде, чем приступить к выполнению работы, необходимо изучить соответствующий раздел курса и решение рекомендованных задач.

Перед решением каждой задачи необходимо вычертить заданную расчетную схему и привести все нагрузки и размеры в числах.

Решение задачи должно сопровождаться краткими последовательными пояснениями, четкими схемами со всеми размерами.

На эпюрах внутренних силовых факторов должны быть проставлены значения всех характерных ординат и размерностей.

# 1 Вычисление перемещений в балках и рамах

**Задание.** Для балок и рам (рисунки 1.1 и 1.2, таблица 1.1) требуется:

- подобрать двутавровое сечение стандартного профиля (номер двутавра по ГОСТ 8239-89);

- вычислить линейные перемещения указанного сечения «Д» в балках - с помощью интеграла Мора, в рамах – с помощью формулы Симпсона.

Принять для стали:

- допускаемое напряжение  $\sigma_{adm} = 160$  МПа;

- модуль нормальной упругости стали  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

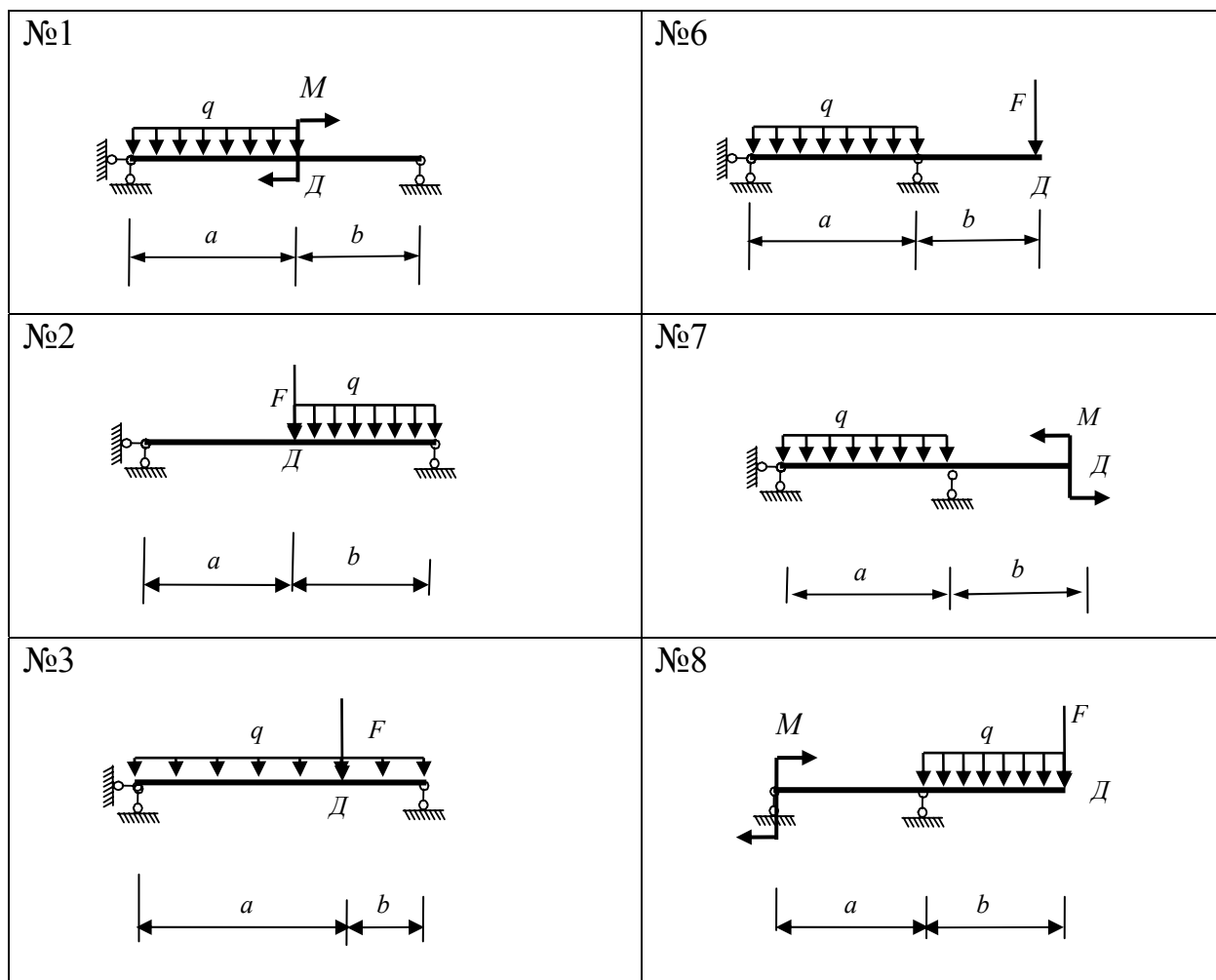


Рисунок 1.1, лист 1 - Расчетные схемы к задаче 1.1

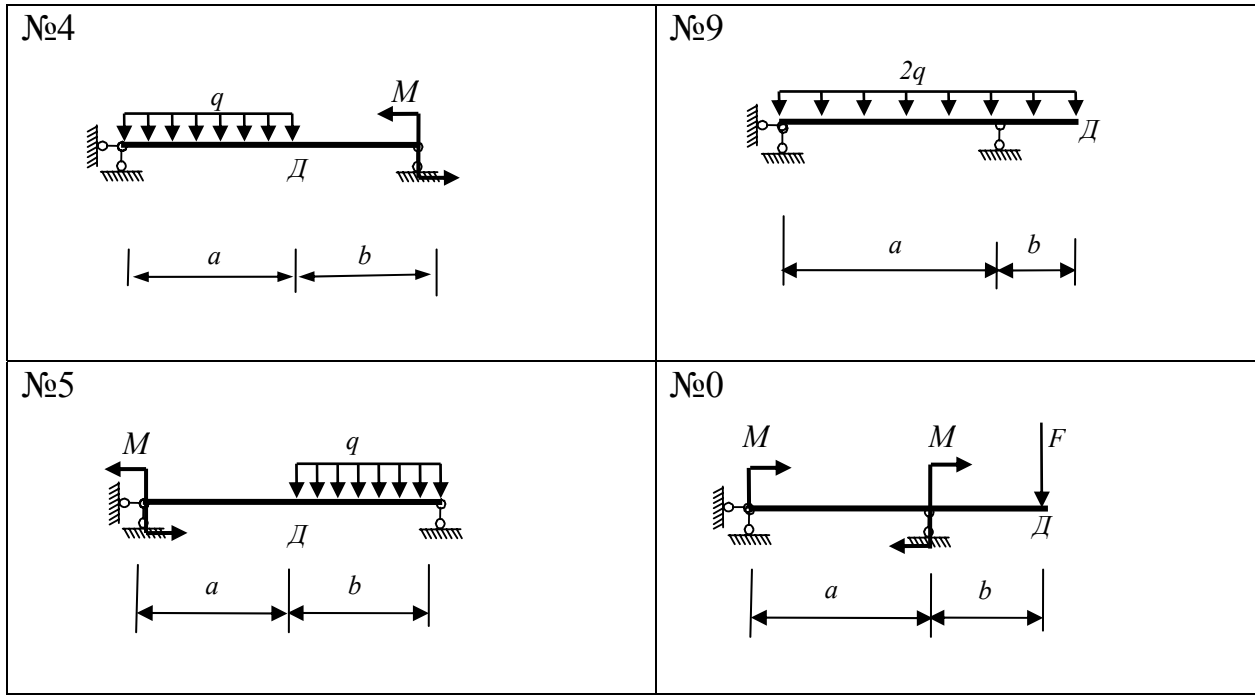


Рисунок 1.1, лист 2

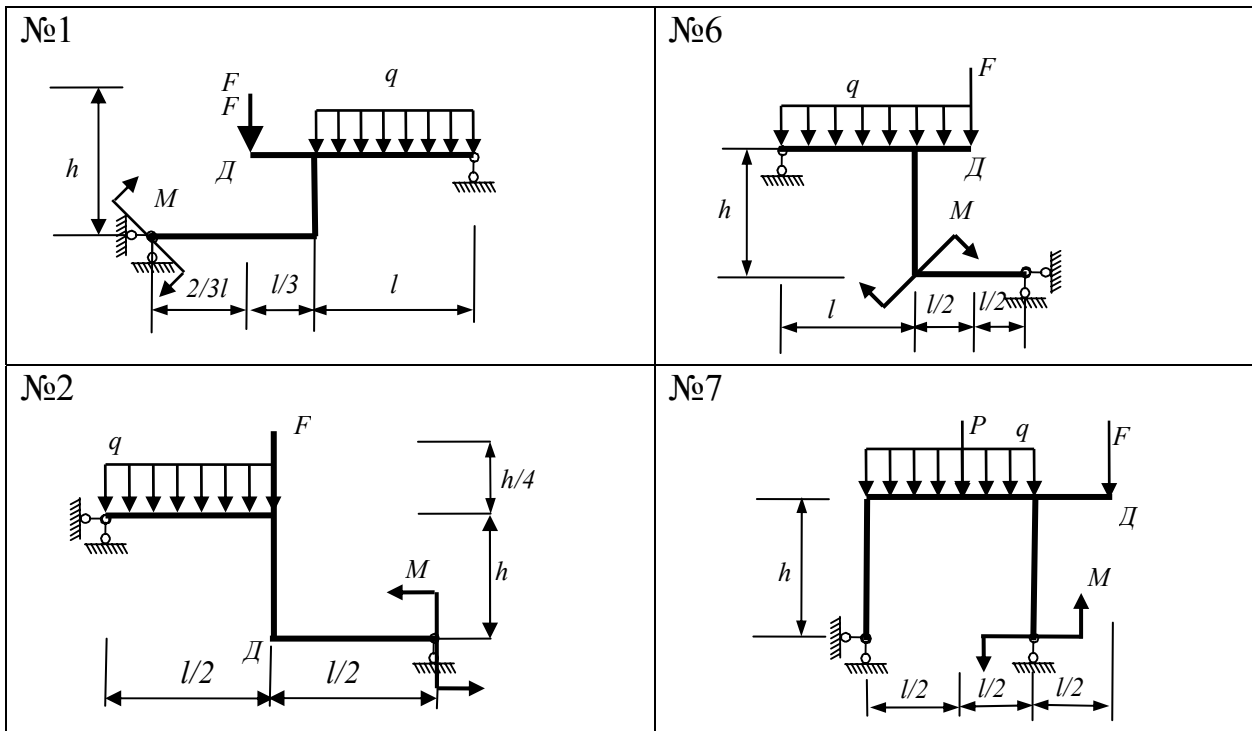


Рисунок 1.2, лист 1 - Расчетные схемы к задаче 1.2

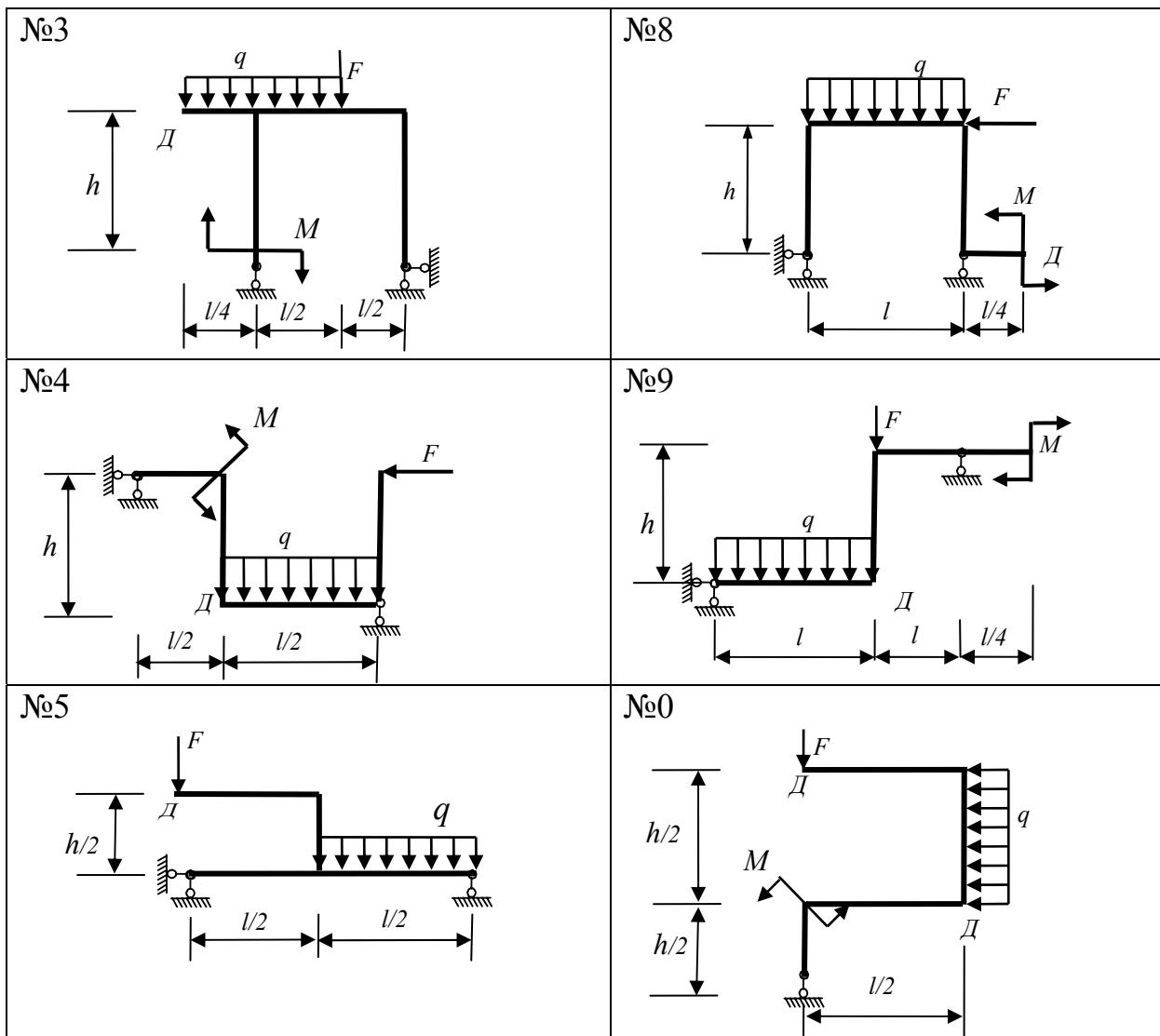


Рисунок 1.2, лист 2

Таблица 1.1 - Исходные данные к задаче № 1.1 и № 1.2

Третья цифра шифра, № схемы	$a$ , м	$b$ , м	$l$ , м	Вторая цифра шифра	$F$ , кН	$q$ , кН/м	Первая цифра шифра	$h$ , м	$M$ , кН·м
1	6	6	8	2	20	4	1	4	20
2	4	8	10	4	40	6	2	6	10
3	8	2	12	7	30	8	3	8	30
4	7	5	6	9	25	10	4	5	40
5	5	5	10	0	50	20	5	6	15



Продолжение таблицы 1.1

6	10	6	6	8	10	5	6	4	18
7	8	8	4	1	12	4	7	8	50
8	10	4	8	3	40	12	8	10	20
9	6	5	10	5	24	8	9	4	15
0	5	7	12	6	18	6	0	5	25

### 1.1 Порядок выполнения расчета вертикального перемещения (прогиба) сечения «Д» балки с помощью интеграла Мора

1.1.1 В соответствии с индивидуальным шифром:

- выписать исходные данные из таблицы 1.1 (номер расчетной схемы, нагрузки  $F$ ,  $M$ ,  $q$ , размеры  $a$  и  $b$ );

- начертить заданную расчетную схему балки (рисунок 1.1).

1.1.2 Вычислить реакции опор от внешних нагрузок (см. «Методические указания ...», часть 1, раздел 2 – вычисление ВСФ).

1.1.3 Вычислить значения поперечной силы и изгибающего момента ( $Q_y$  и  $M_x$ ) от внешних нагрузок и построить их эпюры. Записать аналитическое выражение функции  $M_x$  для каждого участка балки.

1.1.4 Из условия прочности при изгибе вычислить осевой момент сопротивления сечения балки  $W_x$

$$W_x \geq \frac{M_x^{\max}}{\sigma_{adm}}, \quad (1.1)$$

где  $M_x^{\max}$  - максимальный изгибающий момент (принимается максимальная абсолютная величина из эпюры  $M_x$ ).

1.1.5 По сортаменту прокатных сечений (ГОСТ 8239-89, приложение В, таблица В.2), зная величину  $W_x$ :

- подобрать двутавровое сечение стандартного профиля (номер двутавра);
- выписать из таблицы сортамента значение главного момента инерции  $J_x$  ( $\text{см}^4$ ) выбранного двутавра.

1.1.6 Начертить схему данной балки, отбросив все внешние нагрузки.

1.1.7 Приложить вертикальную единичную силу  $\bar{F} = 1$  в точке, где необходимо определить вертикальное перемещение  $\Delta$  (в данной задаче – в точке  $D$ ).

1.1.8 Вычислить реакции опор от единичной вертикальной силы  $\bar{F} = 1$ .

1.1.9 Вычислить значения изгибающего момента и построить единичную эпюру  $\bar{M}_x$ .

При этом необходимо записать аналитическое выражение функции  $\bar{M}_x$  для каждого участка балки. Порядковые номера участков балки функции  $\bar{M}_x$  должны совпадать с порядковыми номерами функции  $M_x$ .

1.1.10 Вычислить вертикальное перемещение (прогиб)  $\Delta_D$  сечения  $D$  по интегралу Мора

$$\Delta_D = \sum_{i=1}^n \int_l \frac{M_{Xn} \bar{M}_{Xn}}{EJ_x} dz_n = \int_0^{l_1} \frac{M_{X1} \bar{M}_{X1}}{EJ_x} dz_1 + \int_0^{l_2} \frac{M_{X2} \bar{M}_{X2}}{EJ_x} dz_2 + \dots \int_0^{l_n} \frac{M_{Xn} \bar{M}_{Xn}}{EJ_x} dz_n, \quad (1.2)$$

где  $M_{x1}, M_{x2}, M_{xn}$  - функции изгибающих моментов от внешней нагрузки на первом, втором и n-ом участке;

$\bar{M}_{x1}, \bar{M}_{x2}, \bar{M}_{xn}$  - функции изгибающих моментов от единичной силы на первом, втором и n-ом участке;

$E, J_x$  – модуль нормальной упругости и главный момент инерции сечения подобранного двутавра соответственно.

**Замечание.** Чтобы получить правильный ответ перемещения, необходимо:

- значения сил из кН перевести в Н ( $1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н}$ );
- значения напряжений из МПа перевести в Па ( $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 10^6 \text{ Н/м}^2$ ),

модуль нормальной упругости  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ;

- значения осевого момента инерции сечения  $J_x$  из  $\text{см}^4$  перевести в  $\text{м}^4$  ( $1 \text{ см}^4 = 10^{-8} \text{ м}^4$ ).

После интегрирования ответ может получиться положительным или отрицательным. Положительное значение означает, что действительное перемещение совпадает с направлением единичной силы. Отрицательное значение ответа означает, что действительное перемещение обратно направлению единичной силы.

**Примечание** - В общем случае при вычислении полного перемещения  $\Delta$  после вычисления значения поперечной силы и изгибающего момента ( $Q_y$  и  $M_x$ ) от внешних нагрузок и подбора размеров сечения, в заданном сечении прикладывается единичная безразмерная сила  $\bar{F}=1$  сначала, например, в горизонтальном, а затем - в вертикальном направлениях и определяются, соответственно, горизонтальные и вертикальные перемещения (п.п. 1.1.8, 1.1.9, 1.1.10). Общее линейное перемещение определяется по теореме Пифагора -  $\Delta = \sqrt{\Delta_{гор}^2 + \Delta_{верт}^2}$ , где  $\Delta_{гор}$  - горизонтальное перемещение сечения;  $\Delta_{верт}$  - вертикальное перемещение сечения.

## **1.2 Порядок выполнения расчета углового перемещения сечения «Д» балки с помощью интеграла Мора**

Расчет ведется в том же порядке, что и при вычислении прогиба. Однако вместо единичной силы в сечении, где необходимо найти угловое перемещение  $\theta$  (в данной задаче – в сечении «Д»), прикладывается безразмерный единичный момент  $\bar{M} = 1$ . Дальнейшее вычисление углового перемещения  $\theta_D$  (угла поворота сечения «Д») производится в соответствии с п.п. 1.1.8, 1.1.9, 1.1.10.

### 1.3 Порядок выполнения расчета вертикального перемещения сечения «Д» рамы с помощью формулы Симпсона

1.3.1 В соответствии с индивидуальным шифром:

- выписать исходные данные из таблицы 1.1 (номер расчетной схемы, нагрузки  $F$ ,  $M$ ,  $q$ , размеры  $h$  и  $l$ );
- начертить заданную расчетную схему рамы (рисунок 1.2).

1.3.2 Вычислить реакции опор от внешних нагрузок (см. «Методические указания...», часть 1, раздел 2 – вычисление ВСФ).

1.3.3 Вычислить значения продольной силы, поперечной силы и изгибающего момента ( $N_x$ ,  $Q_y$  и  $M_x$ ) от внешних нагрузок и построить их эпюры.

1.3.4 Из условия прочности при изгибе вычислить осевой момент сопротивления сечения балки  $W_x$

$$W_x \geq \frac{M_x^{\max}}{\sigma_{adm}}, \quad (1.3)$$

где  $M_x^{\max}$  - максимальный изгибающий момент (принимается максимальная абсолютная величина из эпюры  $M_x$ ).

1.3.5 По сортаменту прокатных сечений (ГОСТ 8239-89, приложение В, таблица В.2), зная величину  $W_x$ :

- подобрать двутавровое сечение стандартного профиля (номер двутавра);
- выписать из таблицы сортамента значение главного момента инерции  $J_x$  ( $\text{см}^4$ ) выбранного двутавра.

1.3.6 Начертить схему данной балки, отбросив все внешние нагрузки.

1.3.7 Приложить вертикальную единичную силу  $\bar{F} = 1$  в точке, где необходимо найти вертикальное перемещение  $\Delta$  (в данной задаче – в точке Д).

1.3.8 Вычислить реакции опор от единичной вертикальной силы  $\bar{F} = 1$ .

1.3.9 Вычислить значения изгибающего момента и построить единичную эпюру  $\overline{M}_x$ .

1.3.10 Вычислить вертикальное перемещение  $\Delta_D$  сечения  $D$  по формуле Симпсона

$$\Delta_D = \sum_{i=1}^n \frac{l}{6EJ_X} \left[ M_X^l \times \overline{M}_X^l + 4M_X^{cp} \times \overline{M}_X^{cp} + M_X^{np} \times \overline{M}_X^{np} \right] \quad (1.4)$$

где  $n$  – количество участков;

$l$  - длина участка эпюр;

$M_X^l$ ,  $M_X^{cp}$ ,  $M_X^{np}$  - ординаты левого, среднего и правого изгибающего момента на соответствующем участке эпюры  $M_x$ ;

$\overline{M}_X^l$ ,  $\overline{M}_X^{cp}$ ,  $\overline{M}_X^{np}$  - ординаты левого, среднего и правого изгибающего момента на соответствующем участке эпюры  $\overline{M}_x$ .

**Замечание.** Положительный ответ при решении означает, что действительное перемещение совпадает с направлением единичной силы.

Отрицательный ответ означает, что действительное перемещение обратно направлению единичной силы.

#### 1.4 Порядок выполнения расчета углового перемещения сечения «D» рамы с помощью формулы Симпсона

Расчет ведется в том же порядке, что и при вычислении вертикального перемещения, только вместо единичной силы в сечении, где необходимо найти угловое перемещение  $\theta$  (в данной задаче – в сечении «D»), прикладывается безразмерный единичный момент  $\overline{M} = 1$ . Дальнейшее вычисление углового

перемещения  $\theta_D$  (угла поворота сечения «Д») производится в соответствии с п.п. 1.3.8, 1.3.9, 1.3.10.

### **1.5 Контрольные вопросы**

1 Какие гипотезы положены в основу формулы Мора для определения перемещений?

2 В каком случае в качестве единичной нагрузки принимается единичная сила; в каком – единичный момент?

3 Что представляет собой единичная нагрузка при определении взаимных перемещений – линейных и угловых?

4 Какие члены формулы Мора учитываются при определении перемещений в балках, рамах, арках и фермах?

5 Написать формулу Симпсона. В каких случаях ее применять?

6 В каких случаях формула Симпсона дает точное значение интеграла?

7 В каких случаях для вычисления интеграла удобно использовать правило Верещагина?

8 Какой порядок вычисления линейных перемещений?

9 Какой порядок вычисления угловых перемещений?

10 Вычисление перемещений в балках и рамах.

## 2 Расчет на прочность при сложном сопротивлении

**Задание.** Проверить прочность статически определимой балки при косом изгибе (задача № 1) и заземленной снизу колонны при внецентренном сжатии (задача № 2). Расчетные схемы и вид сечения показаны на рисунках 2.1 и 2.2, исходные данные взять из таблицы 2.1 и 2.2.

Принять: материал конструкции – сталь, предел текучести  $\sigma_y = 240 \text{ МПа}$ .

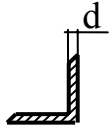
№1		<p>Прямоугольник <math>h/b = 2</math></p>
№2		<p>Два швеллера № 20</p>
№3		<p>Два уголка равнобоких  № 20 <math>d = 16 \text{ мм}</math></p>

Рисунок 2.1, лист 1 - Варианты расчетных схем и сечений к задаче 2.1

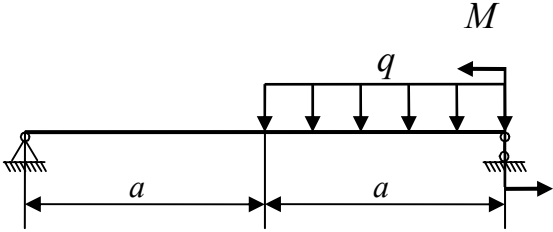
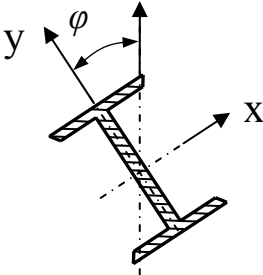
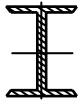
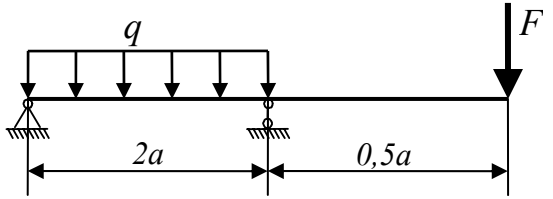
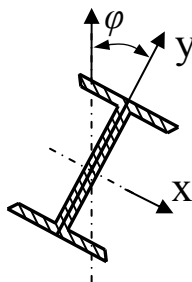
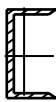
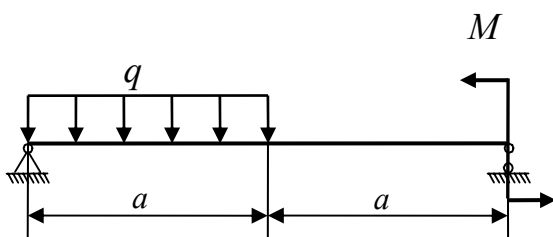
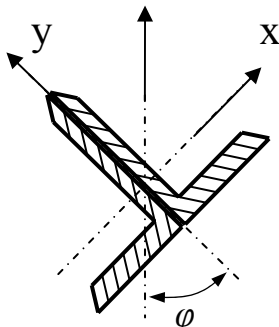

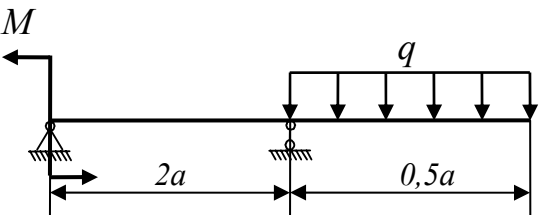
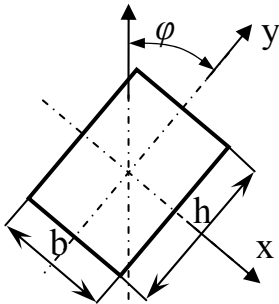
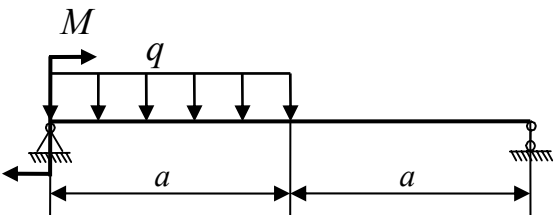
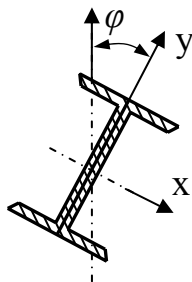
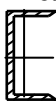
<p>№4</p>  	<p>Двутавр</p>  <p>№ 22</p>
<p>№5</p>  	<p>Два швеллера</p>  <p>№ 24</p>
<p>№6</p>  	<p>Два уголка неравнобоких</p>  <p>18/11 d = 10 мм</p>
<p>№7</p>  	<p>Прямоугольник <math>h/b = 2</math></p>
<p>№8</p>  	<p>Два швеллера</p>  <p>№ 27</p>

Рисунок 2.1, лист 2



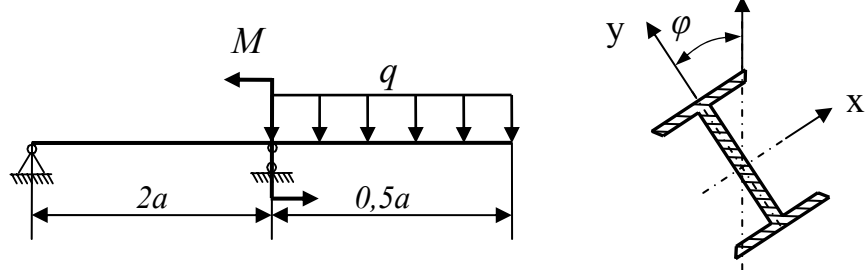
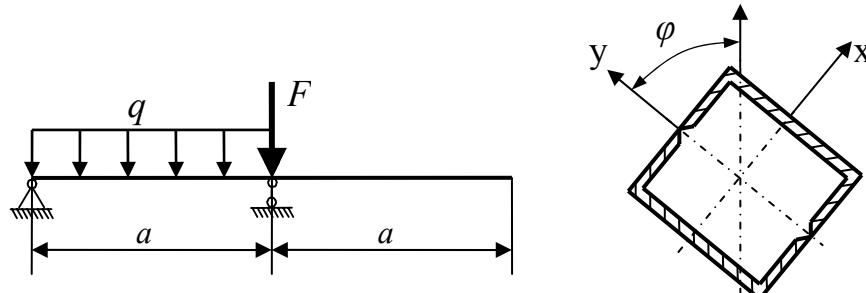
<p>№9</p> 	<p>Двутавр № 22</p>
<p>№0</p> 	<p>Два швеллера № 16</p>

Рисунок 2.1, лист 3

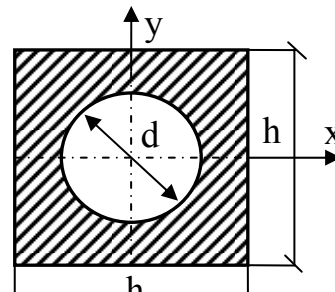
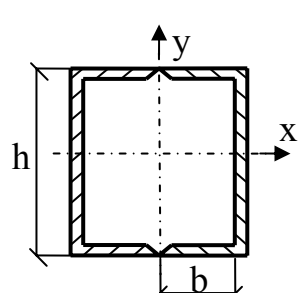
<p>№1</p> 	<p><math>d = 0,4h</math></p>
<p>№2</p> 	<p>Два швеллера</p>

Рисунок 2.2, лист 1 - Схемы сечений к задаче 2.2

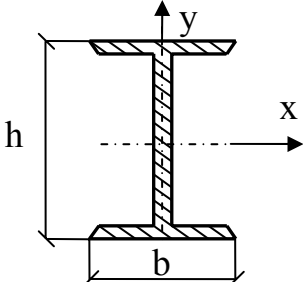
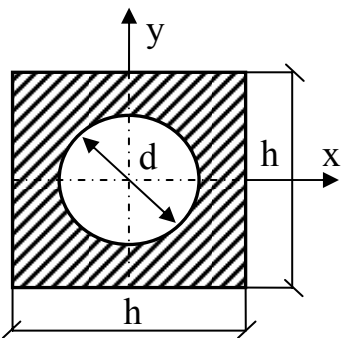
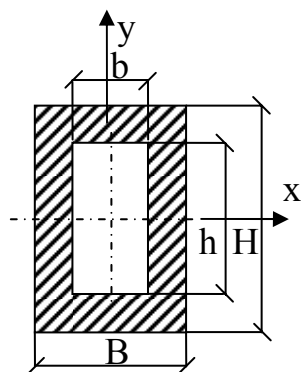
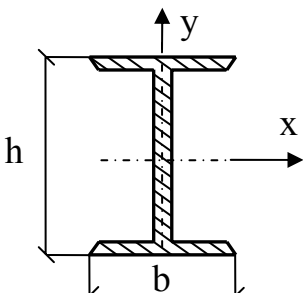
<p>№3</p> 	<p>Двутавр</p>
<p>№4</p> 	<p><math>d = 0,4h</math></p>
<p>№5</p> 	<p><math>h = 0,5H</math>  <math>B = 0,6H</math>  <math>b = 0,3H</math></p>
<p>№6</p> 	<p>Двутавр</p>

Рисунок 2.2, лист 2

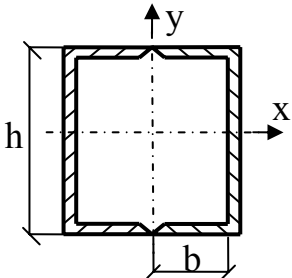
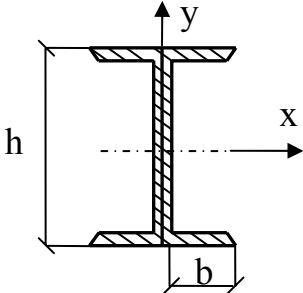
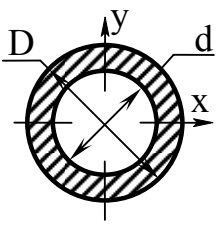
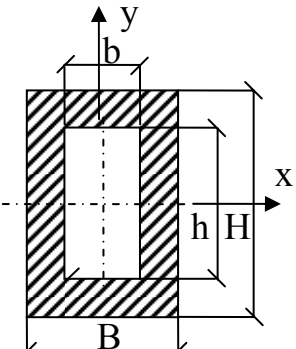
<p>№7</p> 	<p>Два швеллера</p>
<p>№8</p> 	<p>Два швеллера</p>
<p>№9</p> 	<p>Труба <math>d/D = 0,8</math></p>
<p>№0</p> 	<p><math>h = 0,6H</math> <math>B = 0,5H</math> <math>b = 0,3H</math></p>

Рисунок 2.2, лист 3

Таблица 2.1 - Исходные данные к задаче № 2.1

Третья цифра шифра	$F$ , кН	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$a$ , м	Вторая цифра шифра	$b$ , см	$h$ , см	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий		Уголок неравнобокий		Первая цифра шифра	$\varphi$ , град.
								№	№	№	$d$ , мм	№	$d$ , мм		
1	10	4	4	20	3	5	10	16	14	10	12	10/63	8	1	15
2	20	6	3	15	1	6	12	20	18	11		12,5/8	10	2	10
3	15	8	5	10	4	7	14	22	20	12,5	14	16/10	12	3	20
4	30	10	6	5	7	8	16	27	12	9	12	11/7	7	4	5
5	25	3	2	8	8	9	18	30	16	14	10	9/5,6	6	5	10
6	10	2	7	12	9	6	12	40	24	8		18/11	10	6	15
7	30	4	5	18	0	8	16	12	30	7,5		10/6,3	7	7	5
8	25	5	4	6	2	5	10	22	22	12,5	12	16/10	10	8	20
9	20	2	3	15	5	6	12	24	18	10	10	11/7	6,5	9	10
0	15	3	6	20	6	7	14	18	30	25	20	18/11	12		20

Таблица 2.2 - Исходные данные к задаче № 2.2

Третья цифра шифра № схемы	$F,$ $кН$	Вторая цифра шифра	$x_F$	$y_F$	Первая цифра шифра	Двутавр	Швеллер	$h,$ $м$	$H,$ $м$	$d,$ $м$
						№	№			
1	150	2	-b/4	h/4	1	16	14	0,06	0,14	0,05
2	100	7	b/2	-h/2	2	20	18	0,15	0,12	0,16
3	180	1	h/4	h/4	3	22	20	0,12	0,15	0,12
4	120	4	-h/3	h/4	4	27	12	0,10	0,10	0,06
5	140	3	b/4	-h/4	5	30	16	0,14	0,18	0,08
6	160	6	-b/4	h/4	6	40	24	0,08	0,20	0,10
7	170	5	-B/2	H/4	7	12	30	0,09	0,16	0,14
8	190	0	B/4	-H/4	8	22	22	0,15	0,22	0,18
9	180	8	b/4	h/2	9	24	18	0,08	0,18	0,08
0	110	9	-0,5d	-0,6d	0	18	20	0,10	0,12	0,10

## 2.1 Порядок выполнения расчетов статически определимой балки при косом изгибе (задача № 1)

2.1.1 В соответствии с индивидуальным шифром:

- из таблицы 2.1 выписать исходные данные (нагрузки  $F$ ,  $M$ ,  $q$  и линейные размеры),

- по рисунку 2.1 выбрать и нарисовать расчетную схему балки и вычертить в масштабе заданное сечение.

**Замечание.** На расчетной схеме все нагрузки приложены в плоскости, расположенной под углом  $\varphi < 90^\circ$  к оси  $y$ , то есть в плоскости, проходящей через продольную ось балки  $z$  и не совпадающей с одной из главных плоскостей. Главные плоскости балки проходят через главные центральные оси сечения  $x$ ,  $y$  и ее продольную ось. Плоскость, в которой приложены внешние нагрузки, называется **силовой плоскостью**. След силовой плоскости на плоскости сечения называется **силовой линией (с.л.)**. Продольная плоскость разделяющая сечение балки на зону растяжения и зону сжатия называется **нейтральным слоем**. След нейтрального слоя на плоскости сечения называется **нейтральной линией (н.л.)**.

2.1.2 Вычислить главные моменты инерции сечения  $I_x$ ,  $I_y$  (см. раздел 1, Ч. 1 – вычисление геометрических характеристик плоских сечений).

Если внешний контур сечения имеет угловые точки необходимо вычислить осевые моменты сопротивления  $W_x$ ,  $W_y$ .

2.1.4 В заданной силовой плоскости:

- определить реакции опор балки;
- вычислить внутренние силовые факторы  $Q_{рез}$ ,  $M_{рез}$ , и построить их эпюры.

2.1.5 Определить опасное сечение балки - сечение в котором действует максимальный результирующий изгибающий момент  $M_{рез}^{max}$ .

2.1.6 Вычислить максимальные изгибающие моменты в опасном сечении  $M_x^{max}$  и  $M_y^{max}$  действующие в главных плоскостях балки. Из схемы сечения и нагружения можно получить

$$M_x^{max} = M_{рез}^{max} \cdot \cos \varphi, \quad M_y^{max} = M_{рез}^{max} \cdot \sin \varphi. \quad (2.1)$$

2.1.7 Определить положения нейтральной линии (н.л.), рисунок 2.3.

Положение н.л. определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{J_x}{J_y} \cdot \frac{M_y^{\max}}{M_x^{\max}} = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi, \quad (2.2)$$

где  $\beta$  – угол между нейтральной линией и осью  $x$ ;

$\varphi$  – угол между силовой линией и осью  $y$ .

$\alpha$  – угол между линией прогибов и осью  $y$ .

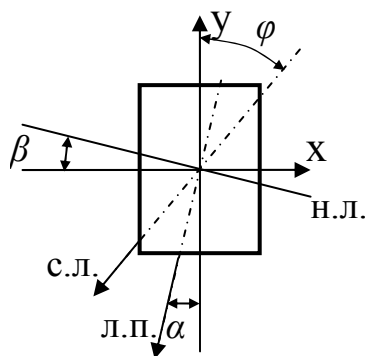


Рисунок 2.3 – Положение нейтральной (н.л.), силовой (с.л.) и линии прогибов (л.п.)

2.1.8 Вычислить максимальные нормальные напряжения в опасном сечении балки.

Для этого на схеме сечения (см. п. 2.1.7) построить эпюры напряжений  $\sigma_{Mx}$  и  $\sigma_{My}$  с учетом их знака и определить опасные (наиболее напряженные) точки сечения. Опасными считаются точки наиболее удаленные от нейтральной линии. Результирующие напряжения в этих точках определяются по формуле

$$\sigma_{рез}^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{J_x} y^D + \frac{M_y^{\max}}{J_y} x^D, \quad (2.3)$$

где  $D$  – наиболее удаленная от **н.л.** точка сечения;

$x^D$ ,  $y^D$  – координаты точки  $D$ .

Если сечение имеет две оси симметрии, то результирующие напряжения можно определить по формуле

$$\sigma_{рез}^{max} = \frac{M_x^{max}}{W_x} + \frac{M_y^{max}}{W_y}. \quad (2.4)$$

Знаки напряжений определяются из схемы нагружения.

После этого на схеме сечения показать эпюру результирующих нормальных напряжений  $\sigma_{рез}$ .

Вычислить коэффициенты запаса прочности балки « $n$ » по формуле

$$n = \frac{\sigma_y}{\sigma_{рез}^{max}}. \quad (2.5)$$

Если  $n \leq 1$  - условие прочности не выполняется.

Если  $n > 1$  - условие прочности выполняется.

## **2.2 Порядок выполнения расчета колонны при внецентренном сжатии (задача № 2)**

2.2.1 В соответствии с индивидуальным шифром:

- из таблицы 2.2 выписать исходные данные (номер схемы, значение и координаты приложения нагрузки, номер профиля или размеры сечения).

- по рисунку 2.2 выбрать и вычертить в масштабе схему сечения, на которой по заданным координатам указать точку приложения сжимающей силы.

2.2.3 Вычислить или выписать из таблицы сортаментов (приложение В) геометрические характеристики сечений (см. раздел 1, Ч. 1 - вычисление геометрических характеристик плоских сечений):

- значения главных моментов инерции сечения  $I_x, I_y$ ;



- главные радиусы инерции

$$i_x^2 = \frac{J_x}{A}, \quad i_y^2 = \frac{J_y}{A}, \quad (2.6)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения.

Если внешний контур сечения имеет угловые точки необходимо вычислить осевые моменты сопротивления  $W_x, W_y$ .

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}, \quad W_y = \frac{J_y}{x_{\max}}. \quad (2.7)$$

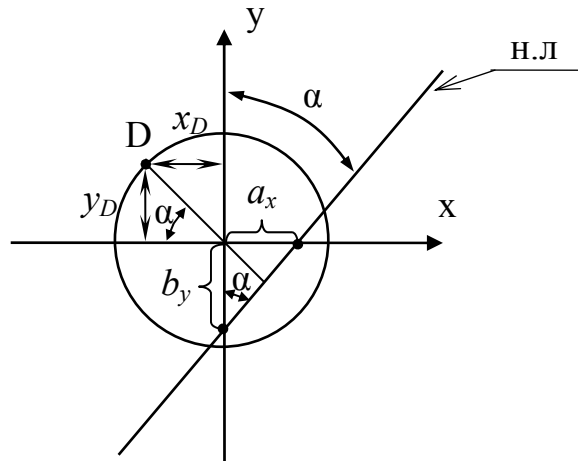
Для круглого сечения осевой момент сопротивления не считать.

2.2.4. Определить положение нейтральной линии (**н.л.**), рисунок 2.4. Для этого необходимо вычислить длину отрезков, отсекаемых нейтральной линией на осях координат по формулам

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}, \quad b_y = -\frac{i_x^2}{x_F}, \quad (2.8)$$

где  $a_x, b_y$  – соответственно отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат  $x, y$ ;  
 $x_F, y_F$  – координаты (с учетом знака) приложения силы  $F$ .

Через полученные точки с координатами  $(a_x, 0)$  и  $(0, b_y)$  провести нейтральную линию на схеме сечения.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_x}{b_y}, \quad \alpha = \operatorname{arctg} \varphi, \quad x_D = R \cdot \cos \alpha, \quad y_D = R \cdot \sin \alpha.$$

Рисунок 2.4 – Положение нейтральной линии

**Замечание.** При внецентренном растяжении-сжатии нейтральная линия не проходит через центр тяжести сечения. Она проходит через квадрант противоположный квадранту, в котором приложена продольная сила  $F$ , относительно начала координат.

### 2.2.5 Построить ядро сечения.

**Замечание.** *Ядро сечения* – область вокруг центра тяжести сечения, внутри которой приложение растягивающей или сжимающей силы вызывает во всех точках поперечного сечения напряжения одного знака (растягивающие или сжимающие, соответственно). Если сила приложена в пределах ядра, то нейтральная линия проходит бесконечно далеко от сечения и напряжения по всему сечению будут одного знака, а если продольная сила приложена за пределами ядра, то *н. л.* пересекает сечение. Если же продольная сила приложена на границе ядра, то нейтральная линия касается контура сечения. Чтобы определить ядро сечения, надо представить, что нейтральная линия обкатывается по контуру сечения. Для симметричного сечения достаточно иметь два положения нейтральной линии, для круглого сечения - одно положение *н. л.*

Поочередно совмещая положение нейтральной линии со сторонами внешнего контура сечения, определить координаты точек ядра сечения  $x_F, y_F$  по формулам

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_0}, \quad y_F = -\frac{i_y^2}{b_0}, \quad (2.9)$$

где  $a_0, b_0$  – соответственно отрезки, отсекаемые выбранным положением н.л. на осях  $x, y$ .

По координатам  $x_F, y_F$  начертить ядро сечения.

2.2.6 Вычислить внутренние силовые факторы:

- продольная сила:  $N_z = F$  ;

- изгибающий момент относительно оси  $x$ :  $M_x = F \cdot y_F$  ;

- изгибающий момент относительно оси  $y$ :  $M_y = F \cdot x_F$  .

Значения внутренних силовых факторов по высоте колонны не изменяются.

2.2.7 Вычислить максимальные результирующие нормальные напряжения  $\sigma_{рез}$ . Максимальное нормальное напряжение растяжения и сжатия будут возникать в самых удаленных от **н.л.** точках соответственно растянутой и сжатой зон сечения.

Если сечение имеет выступающие угловые точки, то  $\sigma_{рез}$  в этих точках определяются по формуле

$$\sigma_{рез} = \left( \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \right). \quad (2.10)$$

Знак напряжения определяется из условия нагружения колонны.

Если сечение круглое, то результирующее напряжение считать по формуле

$$\sigma_{рез}^{max} = \pm \left( \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_D + \frac{M_y}{J_y} x_D \right), \quad (2.11)$$

где  $x_D, y_D$  - координаты самой удаленной точки от н.л. в зоне сжатия.

### 2.2.8 Проверить условие прочности.

Если  $\sigma_{рез}^{max} \leq \sigma_{adm}$ , то условие прочности выполняется.

Если  $\sigma_{рез}^{max} > \sigma_{adm}$ , то условие прочности выполняется.

## Контрольные вопросы

- 1 Что называется сложным сопротивлением?
- 2 Назвать основные принципы сопротивления материалов, используемые при расчете на сложное сопротивление.
- 3 Какой случай изгиба называется косым изгибом?
- 4 По какой формуле определяются нормальные напряжения в поперечном сечении бруса при косом изгибе? Как устанавливается знак этих напряжений?
- 5 Как определяется положение нейтральной линии в поперечном сечении при косом изгибе?
- 6 Как определяется положение опасных точек сечения при косом изгибе?
- 7 Какой случай сложного сопротивления называется внецентренным растяжением или сжатием?
- 8 По каким формулам определяются нормальные напряжения в поперечных сечениях бруса при внецентренном растяжении и сжатии?
- 9 Как определяется положение нейтральной линии при внецентренном растяжении и сжатии? Сделать вывод соответствующих формул.
- 11 Как определяется положение опасных точек при внецентренном сжатии?
- 12 Что называется ядром сечения?

### 3 Расчет на устойчивость продольно сжатых стержней

**Задание.** Выполнить проверочный расчет (рисунок 3.1, таблица 3.1) и проектировочный расчет (рисунок 3.2, таблица 3.2) продольно сжатого стержня.

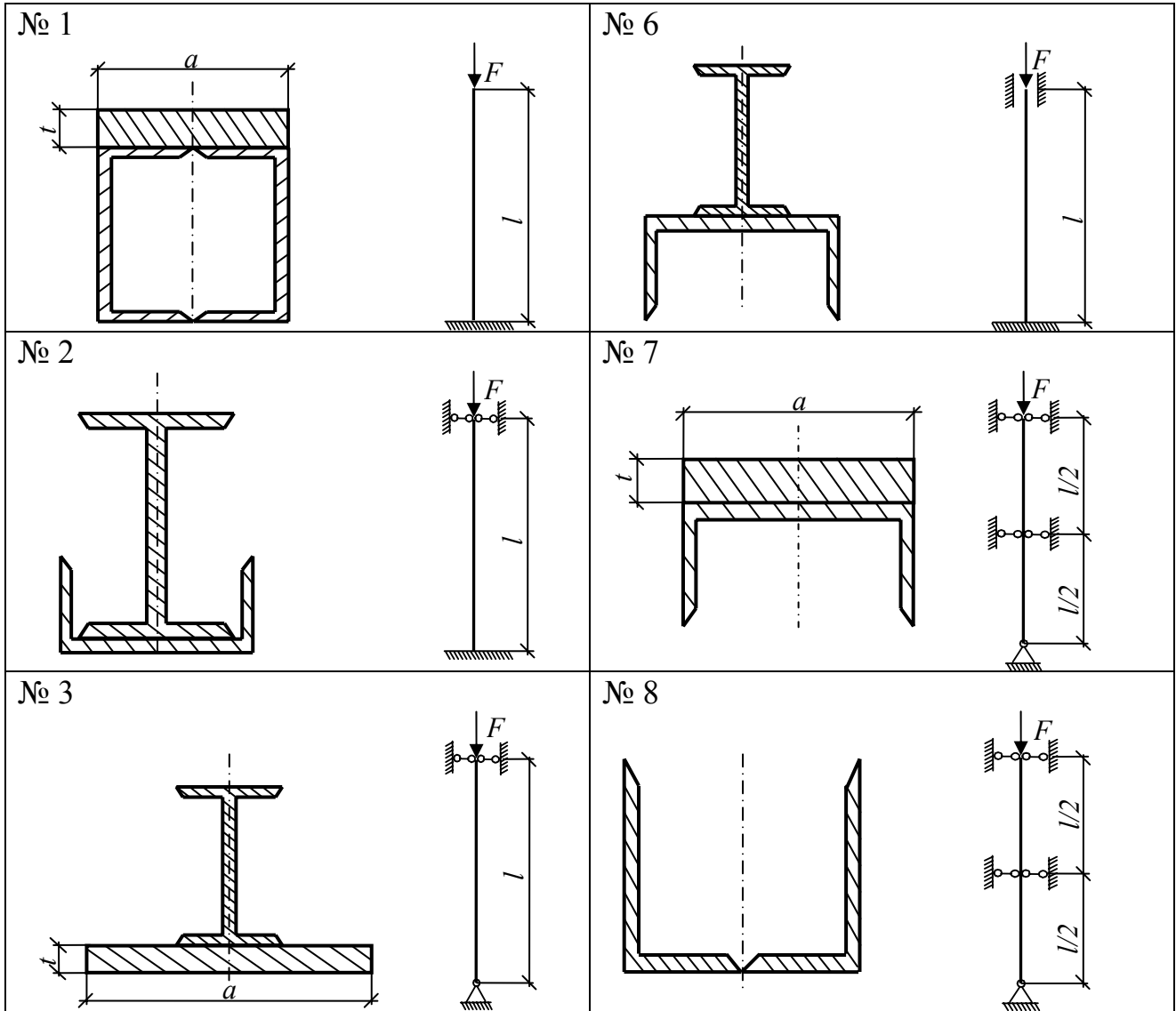


Рисунок 3.1, лист 1 - Схемы сечений к задаче 3.1

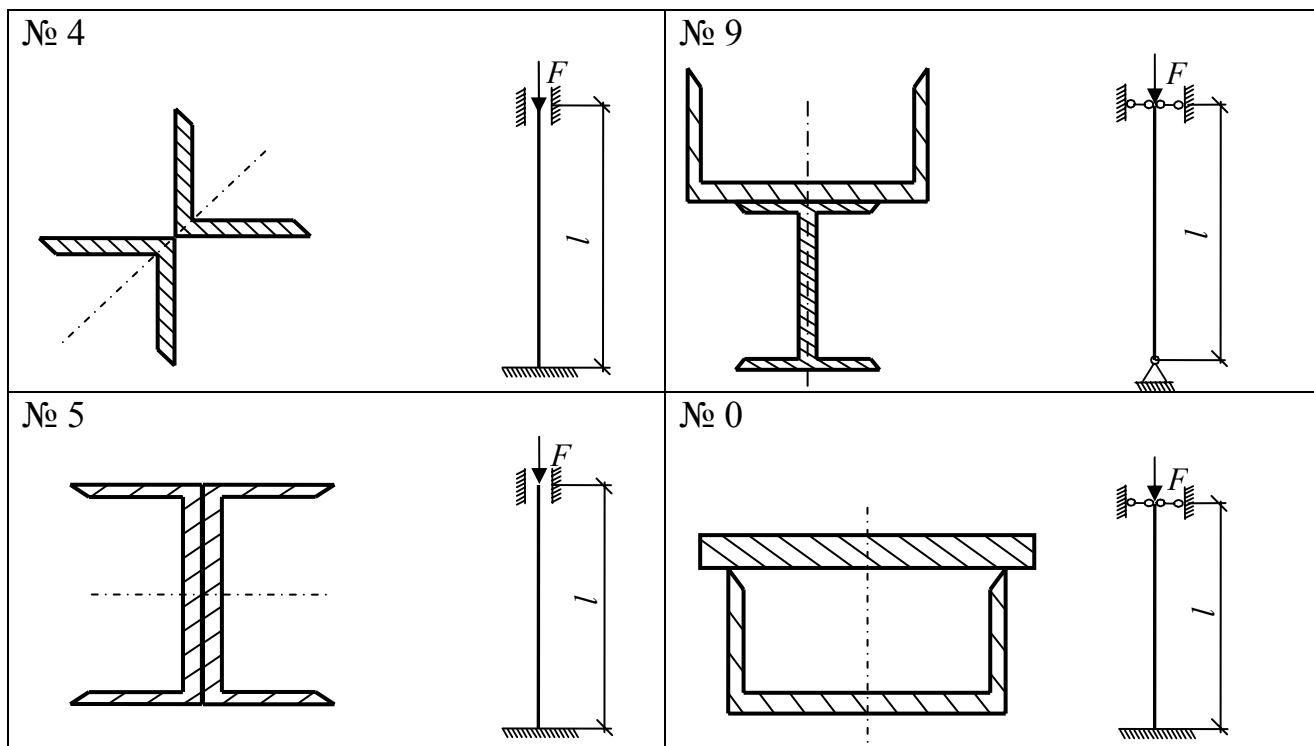


Рисунок 3.1, лист 2

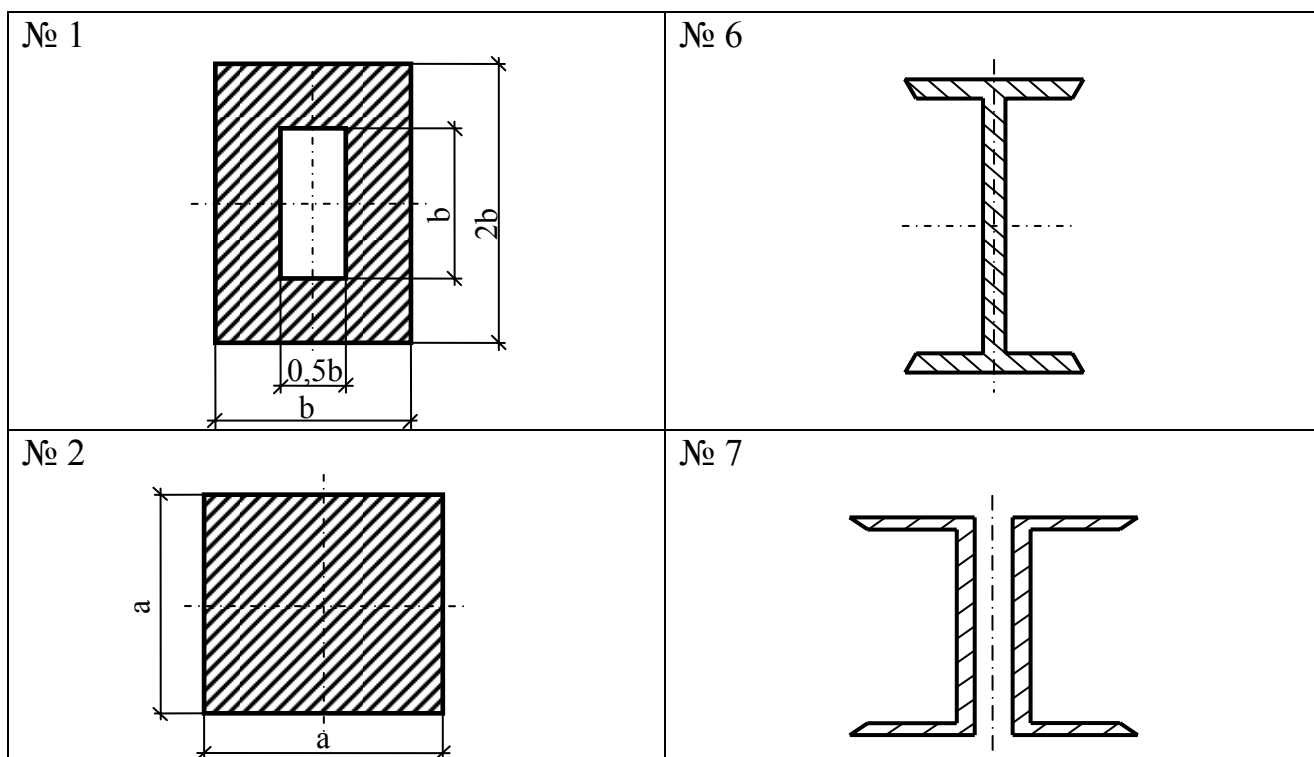


Рисунок 3.2, лист 1 - Схемы сечений к задаче 3.2

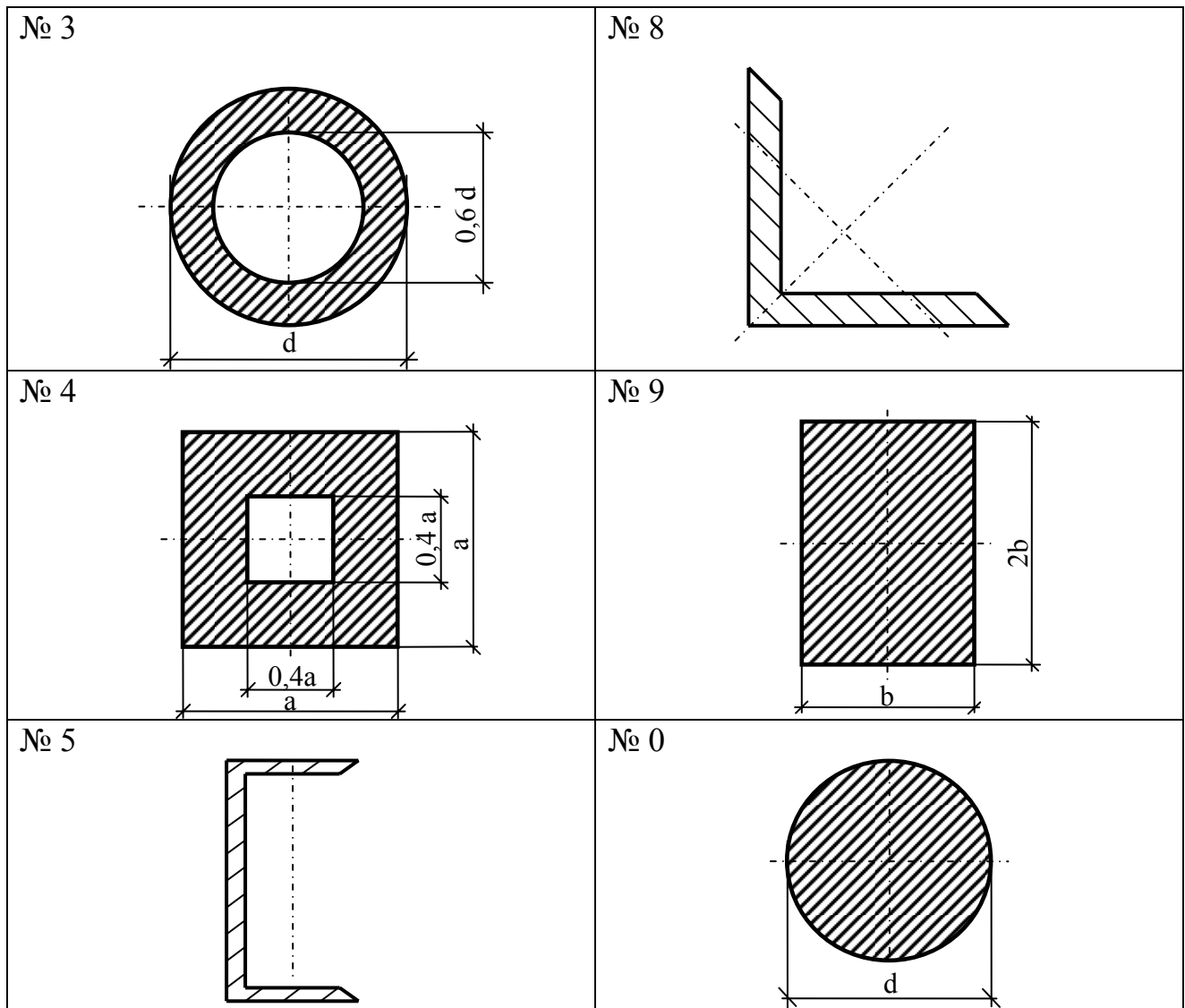


Рисунок 3.2, лист 2

Таблица 3.1 - Исходные данные к задаче 3.1

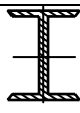
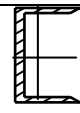
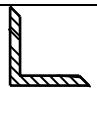
Первая цифра шифра	$a$ , м	$t$ , м	Вторая цифра шифра	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Третья цифра шифра	$l$ , м
							№ схемы	
1	0,220	0,03	2	12	14	20	1	5
2	0,230	0,02	4	14	18	18	2	6
3	0,240	0,04	0	16	20	16	3	7
4	0,260	0,05	8	18	16	14	4	5,5
5	0,250	0,04	7	20	24	25	5	6
6	0,230	0,03	9	14	30	22	6	6,5
7	0,270	0,05	1	22	22	14	7	7
8	0,300	0,06	3	24	18	12,5	8	7,5
9	0,280	0,04	5	30	20	11	9	6
0	0,290	0,05	6	40	24	16	0	5

Таблица 3.2 - Исходные данные к задаче 3.2

Вторая цифра шифра	$F$ , кН	Материал	Третья цифра шифра	$l$ , м	$\mu$
			№ Схемы		
6	50	сталь Ст 3	1	3	1
8	60	сталь Ст 4	2	4	0,7
7	80	сталь Ст 5	3	3	0,5
5	90	сталь Ст 3	4	3,5	2
3	100	чугун	5	4,0	0,7
1	40	чугун	6	4,5	0,5
2	80	древесина	7	2	0,7
0	90	древесина	8	2,5	1
9	60	древесина	9	3	2
4	80	сталь Ст 3	0	3,5	0,7



### 3.1 Порядок выполнения поверочного расчета продольно сжатого стержня при известных размерах поперечного сечения

Задача № 1 – для заданного сечения определить критическую силу и коэффициент запаса устойчивости.

3.1.1 В соответствии с индивидуальным шифром:

- из таблицы 3.1 выписать исходные данные (номер схемы, длину и геометрические размеры сечения стержня);

- по рисунку 3.1 выбрать и вычертить в масштабе схему сечения;

Для всех вариантов принять материал стержня сталь 3. Физико-механические характеристики материалов (предел пропорциональности  $\sigma_{pr}$ , допускаемое напряжения  $\sigma_{adm}$ , модуль нормальной упругости  $E$ ) приведены в таблице А.1 приложения А.

3.1.3 Вычислить геометрические характеристики сечения:

- главные моменты инерции сечения  $J_{max}$ ,  $J_{min}$ ;

- главный минимальный радиус инерции по формуле

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}, \quad (3.1)$$

где  $A$  - площадь сечения (см. раздел 1, Ч. 1 – вычисление геометрических характеристик плоских сечений).

3.1.4 Вычислить гибкость и предельную гибкости стержня.

Гибкость (геометрическая)  $\lambda$  стержня равна

$$\lambda = \frac{\mu \times l}{i_{min}}, \quad (3.2)$$

где  $l$  – длина сжатого стержня;

$\mu$  – коэффициент приведения длины (зависит от условий закрепления стержня, см. рисунок Г.1 приложения Г).

Предельная гибкость определяется по формуле

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пр}}} . \quad (3.3)$$

3.1.5 Определить критическую силу.

Если  $\lambda > \lambda_{пред}$ , то критическая сила  $F_{cr}$  определяется по формуле Эйлера

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot \ell)^2} . \quad (3.4)$$

Если  $\lambda < \lambda_{пред}$ , то для определения критического напряжения применяется эмпирическая формула Ясинского для определения критических напряжений

$$\sigma_{cr} = a - b \cdot \lambda , \quad (3.5)$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты, зависящие от материала стержня (см. таблицу Г.1 приложения Г).

В этом случае критическая сила определяется по формуле

$$F_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A . \quad (3.6)$$

3.1.6 Определить допускаемую нагрузку из расчета на прочность  $F_{adm(прочность)}$  и на устойчивость  $F_{adm(уст)}$  по формулам

$$F_{adm(прочность)} = \sigma_{adm} \cdot A. \quad (3.7)$$

$$F_{adm(уст)} = \varphi \cdot \sigma_{adm} \cdot A = \varphi \cdot F_{adm(прочность)}, \quad (3.8)$$

где  $\varphi$  – коэффициент снижения основного допускаемого напряжения, определяемый по таблице Г.2 приложения Г в зависимости от геометрической гибкости стержня  $\lambda$ .

3.1.7 Определить коэффициент запаса устойчивости

$$n_y = \frac{F_{cr}}{F_{adm(уст)}}. \quad (3.9)$$

## 3.2 Порядок выполнения проектировочного расчета продольно сжатого стержня

Задача №2 – подобрать сечение стержня по известной нагрузке.

3.2.1 В соответствии с индивидуальным шифром:

- из таблицы 3.2 выписать исходные данные (номер сечения, значение сжимающей силы, длину и материал стержня, коэффициент приведения длины);
- из таблицы А.1 приложения А выписать значения предела пропорциональности  $\sigma_{pr}$ , допускаемого напряжения  $\sigma_{adm}$  и модуля нормальной упругости  $E$  для принятого материала.

- по рисунку 3.2 вычертить в масштабе заданное сечение и расчетную схему с учетом коэффициента приведения длины  $\mu$  (см. рисунок Г.1 приложения Г).

3.2.2 Площадь поперечного сечения продольно сжатого стержня вычисляется по формуле

$$A \geq \frac{F}{\varphi \times \sigma_{adm}}. \quad (3.10)$$

**Замечание.** В формуле две неизвестные величины: площадь  $A$  и коэффициент снижения основного допускаемого напряжения  $0 \leq \varphi \leq 1$ . Поэтому задача решается методом последовательного приближения. Обычно при подборе сечений требуется не более двух, трех попыток (приближений).

3.2.3 В первом приближении принять значение коэффициента  $\varphi_1 = 0,5$  и вычислить площадь  $A_1$  по формуле 3.10.

3.2.4 По найденным размерам сечения вычислить (при составном сечении) или выписать из таблицы сортаментов минимальный момент инерции сечения и вычислить минимальный радиус инерции по формуле 3.1

3.2.5 Вычислить гибкость стержня по формуле 3.2.

3.2.6 По таблице Г.2 приложения Г в зависимости от  $\lambda$  определить коэффициент  $\varphi_1'$ .

Если разница между значениями  $\varphi_1$  и  $\varphi_1'$  значительная, считается второе приближение.

3.2.7 Последовательно вычислить

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} \rightarrow A_2 = \frac{F}{\varphi_2 \times \sigma_{adm}} \rightarrow i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A_2}} \rightarrow \lambda = \frac{\mu \times l}{i_{\min}} \rightarrow \varphi_2'. \quad (3.11)$$

Если разница между значениями  $\varphi_2$  и  $\varphi_2'$  не превышает от 4 до 6 % перейти к п. 3.2.9, приняв значение площади сечения  $A_2$  и коэффициента снижения основного допускаемого напряжения  $\varphi_2'$ .

Если разница между значениями  $\varphi_2$  и  $\varphi_2'$  большая, то считается третье приближение.

### 3.2.8 Последовательно вычислить

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2} \rightarrow A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \times \sigma_{adm}} \rightarrow i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A_3}} \rightarrow \lambda = \frac{\mu \times l}{i_{\min}} \rightarrow \varphi_3'$$

Как правило, после расчета третьего приближения разница между  $\varphi_3$  и  $\varphi_3'$  не превышает от 4 до 6 % и в дальнейший расчет вводятся значения площади сечения  $A_3$  и коэффициента снижения основного допускаемого напряжения  $\varphi_3'$ .

3.2.9 В зависимости от формы сечения по найденному значению площади определить линейные геометрические размеры сечения ( $a$ ,  $b$ ,  $d$ ) или по таблице сортаментов приложения Б подобрать соответствующие номера прокатных профилей. Линейные размеры сечения (в мм) округлить до целых чисел, а площадь прокатного профиля из сортамента принять ближайшей по численному значению.

3.2.10 Вычислить по принятым геометрическим размерам сечения или выписать из сортамента окончательное значение площади  $A_{окон}$ .

3.2.11 Вычислить окончательное напряжение по формуле

$$\sigma_{окон} = \frac{F}{\varphi_3' \times A_{окон}} \quad (3.12)$$

3.2.12 Определить величину расхождения значений окончательного и допустимого напряжений по формуле

$$\xi = \frac{\sigma_{окон} - \sigma_{adm}}{\sigma_{adm}} \times 100\% . \quad (3.13)$$

Если недонапряжения или перенапряжения не превышает 5 %, то полученные размеры сечения удовлетворяют условиям устойчивости.

### Контрольные вопросы

- 1 В чем заключается явление потери устойчивости?
- 2 Что называется критической силой?
- 3 Какой вид имеет формула Эйлера, определяющая величину критической силы?
- 4 В каких пределах применима формула Эйлера? В каких случаях для определения критического напряжения применяется эмпирическая формула Ясинского?
- 5 Как влияет длина стержня на величину критической силы?
- 6 Как учитывается влияние способа закрепления концов стержня?
- 7 Что такое « критическое напряжение»?
- 8 Что называется гибкостью стержня?
- 9 Что называется предельной гибкостью?
- 10 Какой вид имеет условие устойчивости сжатых стержней?
- 11 Какая площадь поперечного сечения стержня подставляется в условие устойчивости?
- 12 Как подбирается сечение стержня при расчете на устойчивость с использованием коэффициента  $\varphi$ ?
- 13 Как определяется коэффициент запаса устойчивости?

## 4 Динамический расчет стержней

### Задание.

Задача № 1. Вычислить наибольшее нормальное напряжение в балке при ударе, рисунок 4.1, таблица 4.1.

Задача № 2. Вычислить предельное число оборотов валика при его вращении, рисунок 4.2, таблица 4.2.

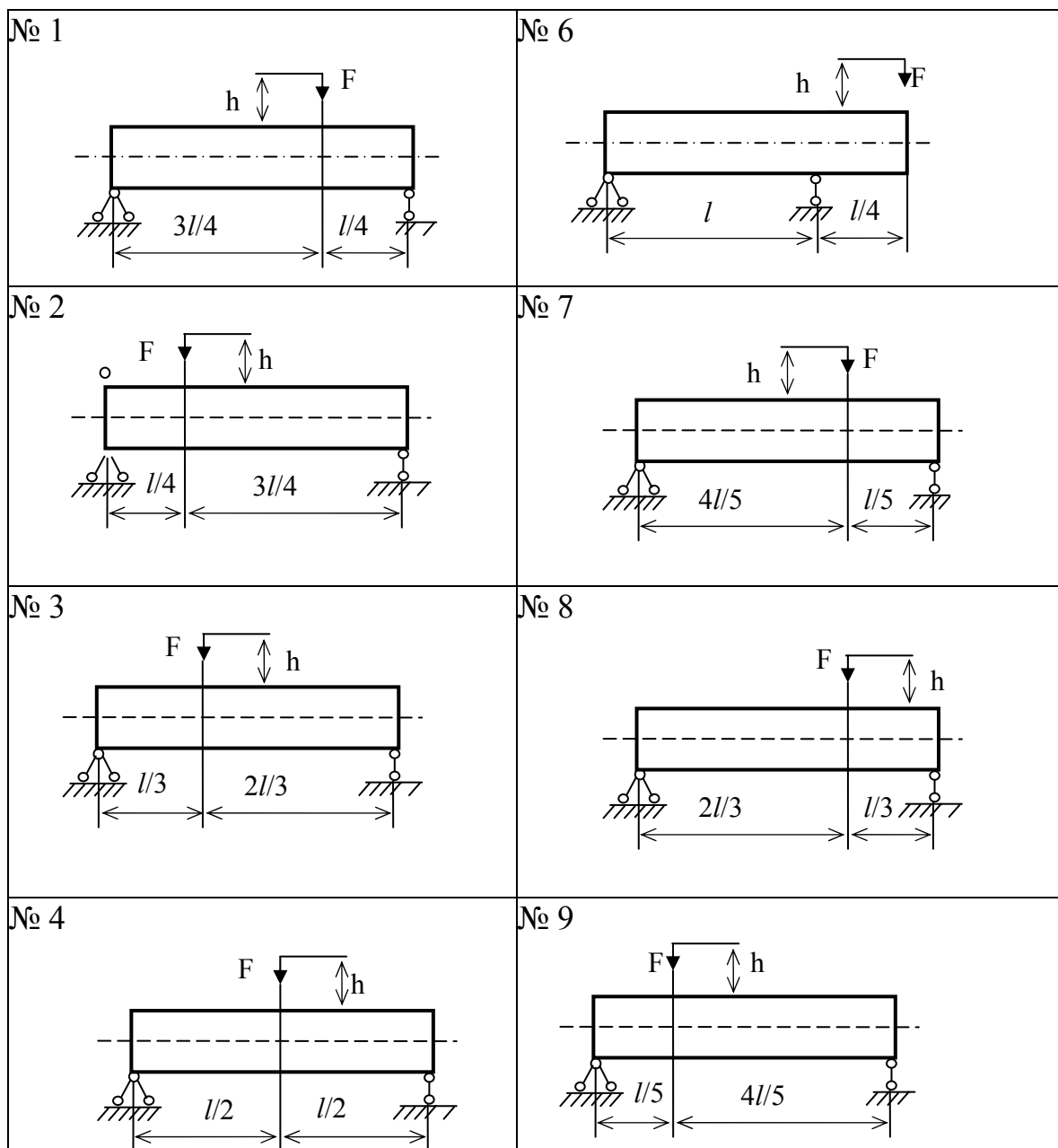


Рисунок 4.1, лист 1 - Расчетные схемы к задаче 4.1

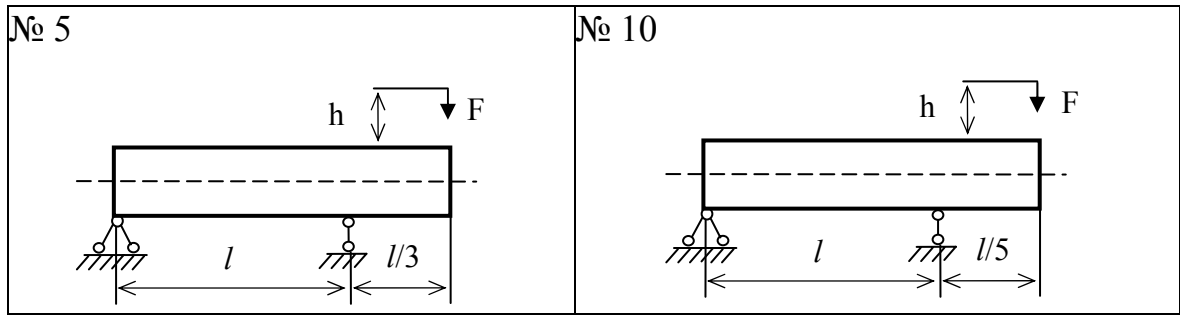


Рисунок 4.1, лист 2

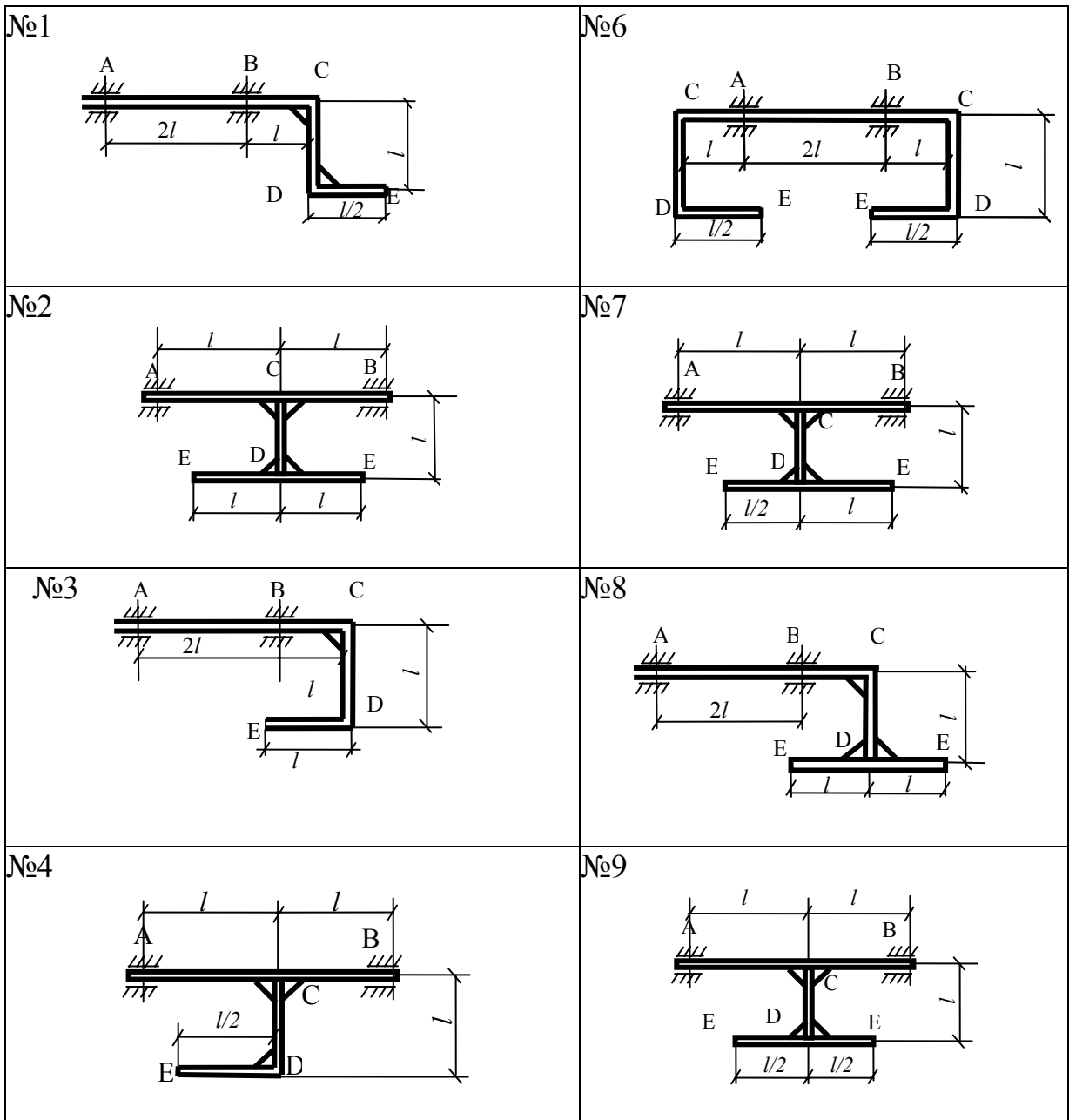


Рисунок 4.2, лист 1 - Варианты расчетных схем к задаче 4.2



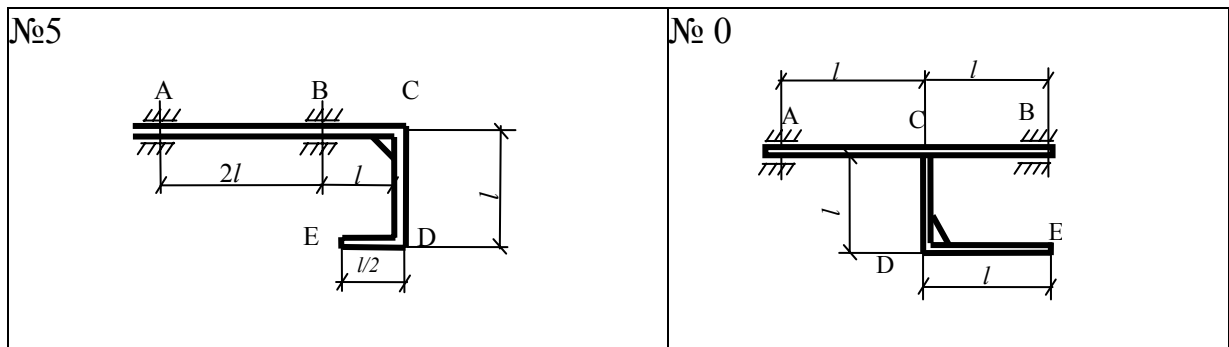


Рисунок 4.2, лист 2

Таблица 4.1 - Исходные данные к задаче 4.1

Первая цифра шифра	$F, \text{кН}$	Вторая цифра шифра	Двутавр	Швеллер	Третья цифра шифра	$L, \text{м}$	$h, \text{м}$	$\alpha^{x*}, \text{м/кН}$
			№	№				
1	1,1	2	20	14	1	4	0,11	0,021
2	1,2	4	22	16	2	5	0,12	0,022
3	0,3	5	30	18	3	3	0,04	0,023
4	0,4	6	36	20	4	6	0,05	0,029
5	0,8	7	40	12	5	2,5	0,09	0,024
6	0,9	1	45	22	6	4	0,1	0,025
7	1	10	27	16	7	5	0,12	0,026
8	0,7	8	24	18	8	6	0,08	0,027
9	0,9	9	30	14	9	3	0,07	0,03
10	1,2	3	24	12	0	4	0,09	0,028

\*  $\alpha^{x*}$  – коэффициент податливости пружины

Таблица 4.2 - Исходные данные к задаче 4.2

Вторая цифра шифра	Диаметр валика $d, м$	Третья цифра шифра	$l, м$
		№ схемы	
1	0,02	1	0,15
2	0,022	2	0,2
3	0,018	3	0,25
4	0,017	4	0,6
5	0,019	5	0,45
6	0,024	6	0,35
7	0,025	7	0,55
8	0,016	8	0,5
9	0,023	9	0,3
10	0,016	10	0,4

#### 4.1 Порядок расчета балки на изгибающую (поперечную) ударную нагрузку (задача № 1)

На балку, свободно лежащую на двух опорах, с высоты  $h$  падает груз  $F$  определить наибольшее нормальное напряжение в двух случаях:

- 1) когда обе опоры жесткие;
- 2) когда одна из опор податлива (заменена пружиной).

4.1.1 В соответствии с индивидуальным шифром:

- из таблицы 4.1 выписать исходные данные (номер расчетной схемы, значение силы  $F$ , геометрические характеристики сечения, длину балки  $l$ , высоту падения груза  $h$  и коэффициент податливости пружины  $\alpha$ ).

- по рисунку 4.1 выбрать и нарисовать расчетную схему балки и вычертить в масштабе заданное сечение.

4.1.2 Определить геометрические характеристики сечения:

- для двутаврового сечения выписать значения главного момента инерции  $J_x$  и осевого момента сопротивления  $W_\alpha$  из таблицы сортаментов приложения.

- для составного сечения из двух швеллеров выписать значения главного момента инерции  $J_x^{шв}$  и осевого момента сопротивления  $W_x^{шв}$  для одиночного швеллера из таблицы сортаментов приложения Б, затем вычислить значения главного момента инерции и осевого момента сопротивления составного сечения, как  $J_x = 2J_x^{шв}$ ,  $W_x = 2W_x^{шв}$ .

4.1.3 Вычислить максимальное нормальное напряжение, для этого:

- вычислить реакции жестких опор ( $R_a$  и  $R_b$ ) и построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  при статическом приложении груза  $F$  в точке его падения.

- вычислить максимальное нормальное напряжение  $\sigma_{cm}^{\max}$  по формуле

$$\sigma_{cm}^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x}. \quad (4.1)$$

4.1.4 Вычислить статический прогиб (вертикальное перемещение)  $\delta_{cm}^I$  балки с жесткими опорами в точке падения груза  $F$  (сечение С), для этого:

- приложить единичную нагрузку  $F = 1$  в сечении С;

- построить единичную эпюру моментов  $M_x$  от единичного груза;

- по формуле Симпсона вычислить статический прогиб  $\delta_{cm}^I$  (смотри раздел 1 – вычисление перемещений).

4.1.5 Вычислить коэффициент динамичности  $k_\delta^I$  без учета собственного веса балки с жесткими опорами

$$k_{дин}^{(I)} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{cm}^I}}. \quad (4.2)$$

4.1.6 Определить наибольшее динамическое нормальное напряжение в балке с жесткими опорами по формуле

$$\sigma_{дин}^{(I)max} = \sigma_{ст}^{max} \times k_{дин}^{(I)}. \quad (4.3)$$

4.1.7 Вычислить статический прогиб (вертикальное перемещение)  $\delta_{ст}^{II}$  балки с податливой правой опорой в точке падения груза  $F$  (сечение  $C$ ), по формуле

$$\delta_{ст}^{II} = \delta_{ст}^I + \delta_{C(под)}, \quad (4.4)$$

где  $\delta_{C(под)}$  - вертикальное перемещение сечения  $C$  (точки падения груза) за счет податливости правой опоры;

**Замечание.** При падении груза в точку  $C$  в связи с податливостью правой опоры точка  $B$  переместится на величину  $\delta_B = \alpha \times R_B$  (см. рисунок 4.3), где  $\alpha$  - коэффициент податливости пружины, а точка  $C$  - на величину  $\delta_{C(под)}$ .

Из подобия треугольников  $ACC'$  и  $ABB'$  находим

$$\delta_{C(под)} = \delta_B \times \frac{a}{l}. \quad (4.5)$$

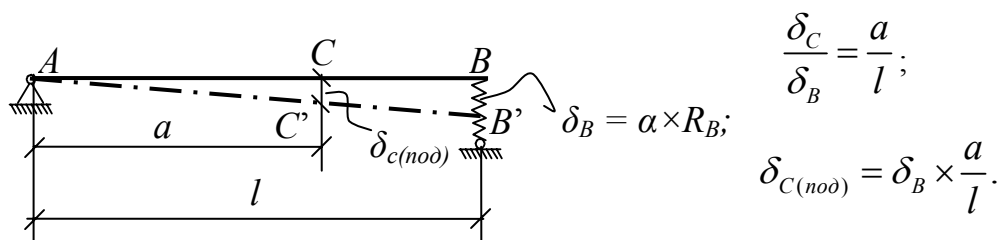


Рисунок 4.3 - Перемещение балки при падении груза

4.1.8 Вычисляем коэффициент динамичности при податливой правой опоре по формуле

$$k_{дин}^{(II)} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{ст}^{II}}} . \quad (4.6)$$

4.1.9 Определяем максимальное динамическое нормальное напряжение при податливой правой опоре по формуле

$$\sigma_{дин}^{(II)max} = \sigma_{ст}^{max} \times k_{дин}^{(II)} . \quad (4.7)$$

4.1.10 Сравнить полученные результаты - найти отношение  $\frac{\sigma_{дин}^{(I)max}}{\sigma_{дин}^{(II)max}}$  .

## 4.2 Порядок расчета валика при его вращении (задача № 2)

Круглый валик  $AB$  и жестко соединенный с ним ломаный стержень  $EDC$  (смотри рисунок 4.4) того же поперечного сечения вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси  $AB$ . Из условия прочности при изгибе найти предельное число оборотов валика  $n_{пред}$ . Принять допустимое напряжение материала валика –  $\sigma_{adm} = 100$  МПа, объемный вес материала конструкции  $\gamma = 78$  кН/м<sup>3</sup>.

4.2.1 В соответствии с индивидуальным шифром:

- из таблицы 4.2 выписать исходные данные (номер расчетной схемы, параметрическое значение длины  $l$  и диаметр  $d$  балки  $AB$ ).

- по рисунку 4.2 выбрать и нарисовать расчетную схему.

4.2.2 Вычислить силы инерции.

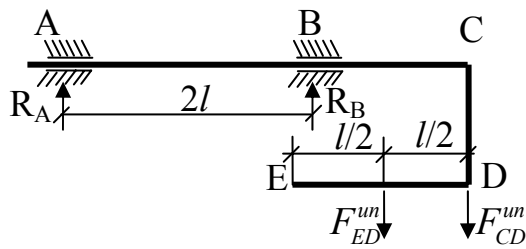


Рисунок 4.4 – Вращение валика с ломанным стержнем

**Замечание.** При вращении валика с ломанным стержнем силы инерции возникают на вертикальном ( $CD$ ) и горизонтальном ( $ED$ ) участках ломаного стержня. Силы инерции валика  $AB$  и собственный вес ломаного стержня не учитываются ввиду их малости. Силы инерции при вращении вычисляются по формуле

$$F^{un} = m \times \omega^2 \times R, \quad (4.8)$$

где  $m$  – масса вращающегося груза;

$\omega$  – угловая скорость;

$R$  – радиус вращения груза относительно оси валика.

Угловая скорость при этом  $\omega = \frac{\pi n}{30}$ , где  $n$  – число оборотов вращения валика.

Тогда силы инерции равны

$$F^{un} = m \times \frac{\pi^2}{900} \times n^2 \times R. \quad (4.9)$$

При этом масса определяется как

$$m = \frac{G}{g}, \quad (4.10)$$

где  $G$  – вес груза;

$g = 9,87 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения.

В данной задаче сила инерции горизонтального стержня  $ED$  при его вращении приложена вертикально в середине стержня и равна

$$F_{ED}^{un} = m \times \omega^2 \times l_{CD} = \frac{\gamma \times A \times l_{ED}}{g} \times \frac{\pi^2 \times n^2}{900} \times l_{CD} = \frac{\gamma \times A \times l_{ED} \times l_{CD} \times \pi^2}{9,81 \times 900} \times n^2 = k \times n^2, \quad (4.11)$$

где  $k = \frac{\gamma \times A \times l_{ED} \times l_{CD} \times \pi^2}{9,81 \times 900}$  – числовой коэффициент (число);

$A = \frac{\pi d^2}{4}$  – площадь поперечного сечения стержня  $ED$ ;

$l_{ED}$ ,  $l_{CD}$  – соответственно длины стержней  $ED$  и  $CD$ .

$\gamma = 78 \text{ кН/м}^3$  – объемный вес материала стержня  $ED$ .

Силы инерции вертикального стержня  $CD$  при его вращении равна

$$F_{CD}^{un} = m \times \omega^2 \times \frac{1}{2} \times l_{CD} = \frac{\gamma \times A \times l_{CD}}{g} \times \frac{\pi^2 \times n^2}{900} \times \frac{1}{2} \times l_{CD} = \frac{1}{2} \times \frac{\gamma \times A \times \pi^2 \times l_{CD}^2}{9,81 \times 900} \times n^2 = c \times n^2, \quad (4.12)$$

где  $c = \frac{1}{2} \times \frac{\gamma \times A \times \pi^2 \times l_{CD}^2}{9,81 \times 900}$  – числовой коэффициент (число).

Линия действия вертикальной силы инерции  $F_{CD}^{un}$  совпадает с осью стержня  $CD$ .

Для дальнейших расчетов ее можно приложить в точке  $D$ .

4.2.3 Вычислить реакции опор  $R_A$  и  $R_B$  от сил инерции  $F_{ED}^{un}$  и  $F_{CD}^{un}$ .

Эти реакции  $R_A$  и  $R_B$  будут выражены через число оборотов  $n$ .

4.2.4 Построить эпюры  $Q_y$  и эпюры  $M_x$ .

4.2.5 Определить максимальный изгибающий момент  $M_x^{\max}$  из эпюры  $M_x$ .

**Замечание.** В общем виде аналитическое выражение максимального изгибающего момента можно записать как:  $M_x^{\max} = pn^2$ , где  $p$  – числовой коэффициент. Таким образом, искомая величина – число оборотов  $n$  – войдет в выражение  $M_x^{\max}$ .

4.2.6 Вычислить предельное число оборотов валика  $n_{пред}$ .

Предельное число  $n_{пред}$  определяется из условия прочности валика

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm}; \quad (4.13)$$

откуда

$$M_x^{\max} \leq \sigma_{adm} \times W_x, \quad (4.14)$$

где  $W_x = \frac{\pi d^3}{32} = 0,1d^3$  – осевой момент сопротивления сечения валика  $AB$ ;

$d$  – диаметр валика  $AB$ .

Из выражения  $M_x^{\max} = p \times n^2$  определяем предельное число оборотов вращающегося валика, с учетом сил инерции жестко соединенного с ним ломаного стержня, до которого выполняется условие прочности

$$n_{пред} = \sqrt{\frac{\sigma_{adm} \times W_x}{p}}. \quad (4.15)$$



## Список использованных источников

- 1 Александров, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров, В. Д. Платонов, Б. Т. Державин. – М. : Высшая школа, 2003. – 560 с.
- 2 Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко [и др.]. – Киев : Вища школа, 1986. – 775 с.
- 3 Кочетов, В. Т. Сопротивление материалов / В. Т. Кочетов, А. Д. Павленко, М. В. Кочетов. – М. : Высшая школа, 2004. – 430 с.
- 4 Сопротивление материалов / Н. А. Костенко [и др.]; под ред. Н. А. Костенко. – М. : Высшая школа, 2007. – 488 с.
- 5 Михайлов, А. М. Сопротивление материалов / А. М. Михайлов. – М. : Издательский центр «Академия», 2009. – 446 с.
- 6 Сборник задач по сопротивлению материалов / В. К. Качурин, Н. М. Беляев, А. А. Белявский, Я. И. Кипник, Н. Ю. Кутепов, А. К. Синицкий. – М. : Наука, 1970. – 432 с.
- 7 Сборник задач по сопротивлению материалов : учеб. пособие для вузов / А. В. Александров [и др.]; под ред. А. В. Александрова. – М. : Стройиздат, 1977. – 335 с.

## Приложение А

(справочное)

### Некоторые физические и механические характеристики основных конструкционных материалов

Таблица А.1 – Характеристики основных конструкционных материалов

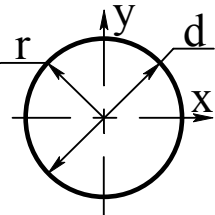
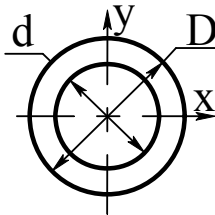
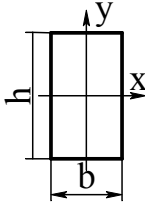
Материал	Допускаемые напряжения ( $\sigma_{adm} = [\sigma]$ ), МПа		Модуль упругости $E \times 10^{-5}$ , МПа	Предел текучести, предел пропорциональности $\sigma_y, (\sigma_{pr})$ , МПа
	растяжение	сжатие		
Чугун серый (в отливках)	28 – 80	120 – 150	1,13 – 1,57	158 - 285*
Сталь Ст2	140	140	1,96 – 2,06	190 - 220
Сталь Ст3	160	160		210 - 240
Сталь Ст3 (в мостах)	140	140		240
Сталь углеродистая конструкционная	60 – 250	60 – 250		180 - 420*
Сталь легированная конструкционная	100 – 400 и выше	100 – 400 и выше	2,06 – 2,16	400 - 1500*
Медь	30 – 120	30 – 120	0,82 - 1,27*	-
Латунь	70 – 140	70 – 140	0,89 – 0,98*	91 – 200*
Бронза	60 – 120	60 – 120	1,08 - 1,13*	40 – 200* (50 – 140*)
Алюминий	30 – 80	30 – 80	0,68 – 0,69*	170 – 220*
Алюминиевая бронза	80 – 120	80-120	1,03	70 – 500* (110 – 480*)
Дюралюминий	80 – 150	80 – 150	0,7	110 – 290*
Гетинакс	50 – 70	50 – 70	0,1 – 0,17	-
Бакелизированная фанера	40 – 50	40 – 50	0,02 – 0,03	-
Сосна вдоль волокон	7 – 10	10 – 12	0,1 – 0,12	-
Сосна поперек волокон		1,5 – 2	0,005 – 0,01	(31)
Дуб вдоль волокон	9 – 13	13 – 15	0,1 – 0,12	-
Дуб поперек волокон		2 – 3,5	0,005 – 0,01	(29)
Каменная кладка	до 0,3	0,4 – 4	0,09 – 0,6*	-
Кирпичная кладка	до 0,2	0,6 – 2,5	0,026 – 0,029	-
Бетон	0,1 – 0,7	1 – 9	0,143 - 0,228*	-

\* - значения характеристик можно уточнить в справочниках по сопротивлению материалов.

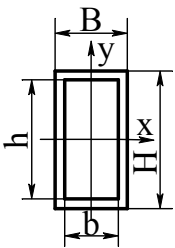
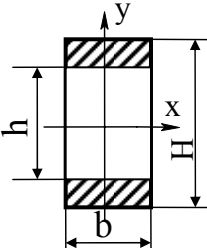
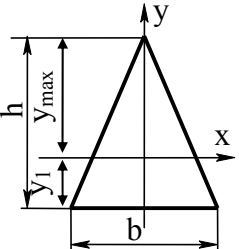
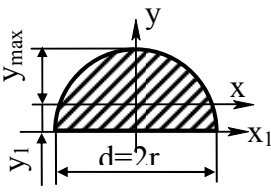
## Приложение Б (справочное)

### Геометрические характеристики плоских сечений

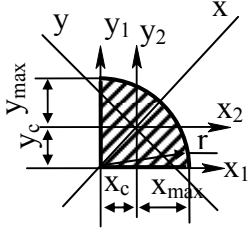
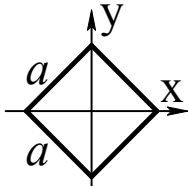
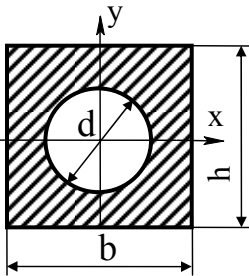
Таблица Б.1 – Геометрические характеристики некоторых простых сечений

Форма сечения	Площадь сечения	Координаты крайних точек сечения	Осевые, полярные и центробежные моменты инерции	Осевые и полярные моменты сопротивления				
<p>Круг</p> 	$A = \frac{\pi d^2}{4}$	$x_{\max} = \frac{d}{2};$ $y_{\max} = \frac{d}{2}$	$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4;$ $J_p = J_k = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4.$	$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3;$ $W_p = W_k = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3.$				
<p>Кольцо</p> 	$A = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$ $= \frac{\pi D^2}{4}(1 - \alpha^2) \approx 0,785D^2(1 - \alpha^2);$ $\alpha = \frac{d}{D}.$	$x_{\max} = \frac{D}{2};$ $y_{\max} = \frac{D}{2}$	$J_x = J_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi D^4}{64}(1 - \alpha^4) \approx 0,05D^4(1 - \alpha^4);$ $J_p = J_k = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} = \frac{\pi D^4}{32}(1 - \alpha^4) \approx 0,1D^4(1 - \alpha^4).$	$W_x = W_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} = \frac{\pi D^3}{32}(1 - \alpha^4) \approx 0,1D^3(1 - \alpha^4);$ $W_p = W_k = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D} = \frac{\pi D^3}{16}(1 - \alpha^4) \approx 0,2D^3(1 - \alpha^4).$				
<b>Прямоугольник</b>								
<i>h/b</i>	1	1,5	2	3	4	6	8	10
<i>β</i>	0,208	0,346	0,493	0,801	1,15	1,789	2,456	3,123
<i>α</i>	0,1404	0,2936	0,4572	0,7899	1,1232	1,789	2,456	3,123
<i>γ</i>	1,0	0,8588	0,7952	0,7533	0,7447	0,7426	0,7425	0,7425
	$A = bh.$	$x_{\max} = \frac{b}{2};$ $y_{\max} = \frac{h}{2}$	$J_x = \frac{bh^3}{12};$ $J_y = \frac{hb^3}{12};$ $J_k = \alpha b^4.$	$W_x = \frac{bh^2}{6};$ $W_y = \frac{hb^2}{6};$ $W_k = \beta b^2.$				

Продолжение таблицы Б.1

Форма сечения	Площадь сечения	Координаты крайних точек сечения	Осевые, полярные и центробежные моменты инерции	Осевые и полярные моменты сопротивления
<p>Прямоугольник полый</p> 	$A = BH - bh.$	$x_{\max} = \frac{B}{2};$ $y_{\max} = \frac{H}{2}.$	$J_x = \frac{BH^3 - bh^3}{12};$ $J_y = \frac{HB^3 - hb^3}{12}.$	$W_x = \frac{BH^3 - bh^3}{6H};$ $W_y = \frac{HB^3 - hb^3}{6B}.$
<p>Прямоугольник с вырезом</p> 	$A = b(H - h).$	$x_{\max} = \frac{b}{2};$ $y_{\max} = \frac{H}{2}.$	$J_x = \frac{b}{12}(H^3 - h^3);$ $J_y = \frac{b^3}{12}(H - h).$	$W_x = \frac{b}{6H}(H^3 - h^3);$ $W_y = \frac{b^2}{6}(H - h).$
<p>Равнобедренный треугольник</p> 	$A = \frac{bh}{2}.$	$x_{\max} = \frac{b}{2};$ $y_{\max} = \frac{2h}{3};$ $y_1 = \frac{h}{3}.$	$J_x = \frac{bh^3}{36};$ $J_y = \frac{hb^3}{48}.$	<p>Для верхних волокон</p> $W_x = \frac{bh^2}{24};$ <p>Для нижних волокон</p> $W_x = \frac{bh^2}{12};$ $W_y = \frac{hb^2}{24}.$
<p>Полукруг</p> 	$A = \frac{\pi d^2}{8} \approx 0,393d^2.$	$x_{\max} = \frac{d}{2};$ $y_{\max} = 0,288d;$ $y_1 = \frac{2d}{3\pi} \approx 0,212d.$	$J_x = \frac{d^4}{16} \left( \frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) \approx 0,00686d^4;$ $J_y = J_{x1} = \frac{\pi d^4}{128} \approx 0,0246d^4.$	<p>Для верхних волокон</p> $W_x \approx 0,0239d^3;$ <p>Для нижних волокон</p> $W_x \approx 0,0324d^3;$ $W_y = \frac{\pi d^3}{64} \approx 0,05d^3.$

Продолжение таблицы Б.1

Форма сечения	Площадь сечения	Координаты крайних точек сечения	Осевые, полярные и центробежные моменты инерции	Осевые и полярные моменты сопротивления
<p>Четверть круга</p> 	$A = \frac{\pi r^2}{4} \approx 0,785r^2.$	$x_c = y_c = \frac{4r}{3\pi} \approx 0,424r;$ $x_{\max} = y_{\max} = 0,576r.$	$J_x^{\max} \approx 0,0714r^4;$ $J_y^{\min} \approx 0,0384r^4;$ $J_{x_2} = J_{y_2} \approx 0,0549r^4;$ $J_{x_1} = J_{y_1} = \frac{\pi r^4}{16} \approx 0,196r^4;$ $J_{x_2 y_2} = -0,0165r^4;$ $J_{x_1 y_1} = \frac{r^4}{8}.$	<p>Для верхних и правых волокон</p> $W_{x_2} = W_{y_2} = \frac{\pi^2 r^3}{48} \cdot \frac{9\pi^2 - 64}{3\pi - 4} \approx 0,923r^3;$ <p>Для нижних и левых волокон</p> $W_{x_2} = W_{y_2} = \frac{\pi^2 r^3}{192} \cdot (9\pi^2 - 64) \approx 1,245r^3.$
<p>Квадрат</p> 	$A = a^2.$	$x_{\max} = y_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$	$J_x = J_y = \frac{a^4}{12}.$	$W_x = W_y = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \approx 0,118a^3.$
<p>Прямоугольник с круглым отверстием</p> 	$A = bh - \frac{\pi d^2}{4}.$	$x_{\max} = \frac{b}{2};$ $y_{\max} = \frac{h}{2}.$	$J_x = \frac{bh^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64};$ $J_y = \frac{hb^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64}.$	$W_x = \frac{2}{h} \left( \frac{bh^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64} \right);$ $W_y = \frac{2}{b} \left( \frac{hb^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64} \right).$

Продолжение таблицы Б.1

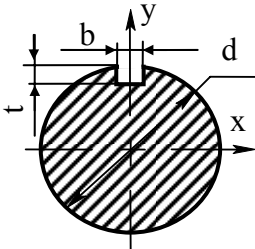
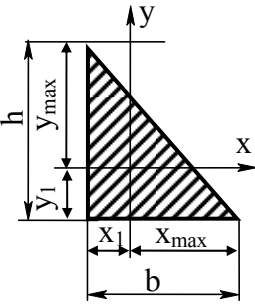
Форма сечения	Площадь сечения	Координаты крайних точек сечения	Осевые, полярные и центробежные моменты инерции	Осевые и полярные моменты сопротивления
<p>Круговое сечение с одной шпоночной канавкой</p> 	$A \approx \frac{\pi d^2}{4} - bt.$	$x_{\max} = \frac{d}{2};$ $y_{\max} = \frac{d}{2}.$	$J_x \approx \frac{\pi d^4}{64} - \frac{bt(d-t)^2}{4};$ $J_k \approx \frac{\pi d^4}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{4}.$	$W_x \approx \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d};$ $W_y \approx \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}.$
<p>Прямоугольный треугольник</p> 	$A = \frac{bh}{2}.$	$x_{\max} = \frac{2b}{3};$ $y_{\max} = \frac{2h}{3};$ $y_1 = \frac{h}{3};$ $x_1 = \frac{b}{3}.$	$J_x = \frac{bh^3}{36};$ $J_y = \frac{hb^3}{36};$ $J_{xy} = -\frac{b^2h^2}{12}.$	<p>Для верхних волокон</p> $W_x = \frac{bh^2}{24};$ <p>Для нижних волокон</p> $W_x = \frac{bh^2}{12};$ <p>Для левых волокон</p> $W_y = \frac{hb^2}{12};$ <p>Для правых волокон</p> $W_y = \frac{hb^2}{24}.$

Таблица Б.2 – Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент (ГОСТ 8239-89)

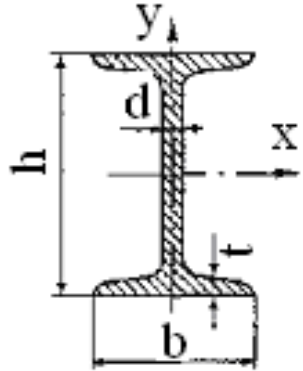
		<p><i>h</i> - высота, соответствует номеру двутавра;  <i>b</i> - ширина полки;  <i>d</i> - толщина стенки;  <i>t</i> - средняя толщина полки;  <i>A</i> - площадь поперечного сечения;  <i>W<sub>x</sub></i>, <i>W<sub>y</sub></i> - осевые моменты сопротивления сечения;</p>								
Номер двутавра	<i>h</i> , мм	<i>b</i> , мм	<i>d</i> , мм	<i>t</i> , мм	<i>A</i> , см <sup>2</sup>	<i>I<sub>x</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>W<sub>x</sub></i> , см <sup>3</sup>	<i>S<sub>x</sub></i> , см <sup>3</sup>	<i>I<sub>y</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>W<sub>y</sub></i> , см <sup>3</sup>
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	23,0	17,9	6,49
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	33,7	27,9	8,72
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	46,8	41,9	11,50
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109,0	62,3	58,6	14,50
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143,0	81,4	82,6	18,40
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159,0	89,8	114,0	22,80
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184,0	104,0	115,0	23,10
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203,0	114,0	155,0	28,20
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232,0	131,0	157,0	28,60
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254,0	143,0	206,0	34,30
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289,0	163,0	198,0	34,50
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317,0	178,0	260,0	41,60
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371,0	210,0	260,0	41,50
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407,0	229,0	337,0	50,00
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472,0	268,0	337,0	49,90
30a	300	145	6,5	10,7	49,5	7780	518,0	292,0	436,0	60,10
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597,0	339,0	419,0	59,90
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743,0	423,0	516,0	71,10
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953,0	545,0	667,0	86,10
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231,0	708,0	808,0	101,00
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589,0	919,0	1043,0	123,00
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035,0	1181,0	1356,0	151,00
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560,0	1491,0	1725,0	182,00

Таблица Б.3 – Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент (ГОСТ 8240-89)

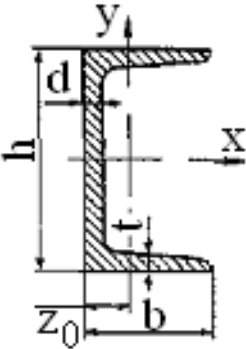
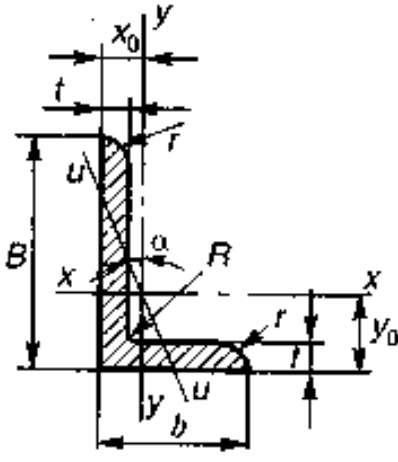
		<p><math>h</math> – высота, соответствует номеру швеллера;  <math>b</math> – ширина полки;  <math>d</math> – толщина стенки;  <math>t</math> – средняя толщина полки;  <math>A</math> – площадь поперечного сечения;  <math>W_x, W_y</math> – осевые моменты сопротивления сечения;</p>									
Номер швеллера	$h$ , мм	$b$ , мм	$d$ , мм	$t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$z_0$ , см
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	5,59	5,61	2,75	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	9,00	8,70	3,68	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	13,3	12,8	4,75	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	20,4	20,4	6,46	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	29,6	31,2	8,52	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	40,8	45,4	11,0	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	45,1	57,5	13,3	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	54,1	63,3	13,8	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	59,4	78,8	16,4	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	69,8	86,0	17,0	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,3	1190	132	76,1	105	20,0	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	87,8	113	20,5	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	95,9	139	21,2	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	110	151	25,1	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	121	187	30,0	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	139	208	31,6	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	151	245	37,2	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	178	262	37,3	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	224	327	43,6	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	281	410	51,8	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	350	513	61,7	2,68
40	400	115	8	13,5	61,5	15220	761	444	642	73,4	2,75



Таблица Б.4 – Уголки стальные горячекатаные неравнополочные.

Сортамент (ГОСТ 8510-86)

											
<p><math>B</math> – высота уголка; <math>b</math> – ширина уголка;  <math>t</math> – толщина;  <math>A</math> – площадь поперечного сечения;  <math>I_x, I_y, I_U</math> – осевые моменты инерции;  <math>x_0</math> – расстояние от оси <math>y</math> – <math>y</math> до наружной грани стенки;  <math>y_0</math> – расстояние от оси <math>x</math> – <math>x</math> до основания;  <math>\alpha</math> – угол наклона главной оси.</p>											
<p><math>B, b, t</math> – данные размеры в см соответствуют номеру уголка.</p>											
Номер уголка	$h$ , мм	$b$ , мм	$t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$I_U$ , см <sup>4</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$x_0$ , см	$y_0$ , см	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$tga$
25×16×3	2,5	1,6	0,3	1,16	0,7	0,13	0,22	0,42	0,86	0,22	0,392
30×20×3	3	2	0,3	1,43	1,27	0,26	0,45	0,51	1	0,43	0,427
30×20×4	3	2	0,4	1,86	1,61	0,34	0,56	0,54	1,04	0,54	0,421
32×20×3	3,2	2	0,3	1,49	1,52	0,28	0,46	0,49	1,08	0,47	0,382
32×20×4	3,2	2	0,4	1,94	1,93	0,35	0,57	0,53	1,12	0,5	0,374
40×25×3	4	2,5	0,3	1,89	3,06	0,56	0,93	0,59	1,32	0,96	0,385
40×25×4	4	2,5	0,4	2,47	3,93	0,71	1,18	0,63	1,37	1,22	0,281
40×25×5	4	2,5	0,5	3,03	4,73	0,86	1,41	0,66	1,41	1,44	0,374
40×30×4	4	3	0,4	2,67	4,18	1,09	2,01	0,78	1,28	1,68	0,544
40×30×5	4	3	0,5	3,28	5,04	1,33	2,41	0,82	1,32	2	0,539
45×28×3	4,5	2,8	0,3	2,14	4,41	0,79	1,32	0,64	1,47	1,38	0,382
45×28×4	4,5	2,8	0,4	2,8	5,68	1,02	1,69	0,68	1,51	1,77	0,379
50×32×3	5	3,2	0,3	2,42	6,18	1,18	1,99	0,72	1,6	2,01	0,403
50×32×4	5	3,2	0,4	3,17	7,98	1,52	2,56	0,76	1,65	2,59	0,401
56×36×4	5,6	3,6	0,4	3,58	11,37	2,19	3,70	0,84	1,82	3,74	0,406

Продолжение таблицы Б.4

Номер уголка	$h$ , мм	$b$ , мм	$t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$I_U$ , см <sup>4</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$x_o$ , см	$y_o$ , см	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$tga$
56×36×5	5,6	3,6	0,5	4,41	13,82	2,65	4,48	0,88	1,87	4,5	0,404
63×40×4	6,3	4	0,4	4,04	16,33	3,07	5,16	0,91	2,03	5,25	0,397
63×40×5	6,3	4	0,5	4,98	19,91	3,73	6,26	0,95	2,08	6,41	0,396
63×40×6	6,3	4	0,6	5,9	23,31	4,36	7,29	0,9	2,12	7,44	0,393
63×40×8	6,3	4	0,8	7,68	29,6	5,58	9,15	1,07	2,2	9,27	0,386
65×50×5	6,5	5	0,5	5,56	23,41	6,41	12,08	1,26	2	9,77	0,576
65×50×6	6,5	5	0,6	6,6	27,46	7,52	14,12	1,3	2,04	11,46	0,575
65×50×7	6,5	5	0,7	7,62	31,32	8,60	16,05	1,34	2,08	12,94	0,571
65×50×8	6,5	5	0,8	8,62	35	9,65	18,88	1,37	2,12	13,61	0,570
70×45×5	7	4,5	0,5	5,59	27,76	5,34	9,05	1,05	2,28	9,12	0,406
75×50×5	7,5	5	0,5	6,11	34,81	7,24	12,47	1,17	2,39	12	0,436
75×50×6	7,5	5	0,6	7,25	40,92	8,48	14,6	1,21	2,44	14,1	0,435
75×50×7	7,5	5	0,7	8,37	46,77	9,69	16,61	1,25	2,48	16,18	0,435
75×50×8	7,5	5	0,8	9,47	52,38	10,87	18,52	1,29	2,52	17,8	0,430
80×50×5	8	5	0,5	6,36	41,64	7,57	12,68	1,13	2,6	13,2	0,387
80×50×6	8	5	0,6	7,55	48,98	8,88	14,85	1,17	2,65	15,5	0,386
80×60×6	8	6	0,6	8,15	52,06	13,61	25,18	1,49	2,47	20,98	0,547
80×60×7	8	6	0,7	9,42	59,61	15,58	28,74	1,53	2,52	24,01	0,546
80×60×8	8	6	0,8	10,67	66,88	17,49	32,15	1,57	2,56	26,83	0,544
90×56×5	9	5,6	0,55	7,86	65,28	11,77	19,67	1,26	2,92	20,54	0,384
90×56×6	9	5,6	0,6	8,54	70,58	12,70	21,22	1,28	2,95	22,23	0,384
90×56×8	9	5,6	0,8	11,18	90,87	16,29	27,08	1,36	3,04	28,33	0,380
100×63×6	10	6,3	0,6	9,58	98,29	18,20	30,58	1,42	3,23	31,5	0,393
100×63×7	10	6,3	0,7	11,09	112,86	20,83	34,99	1,46	3,28	36,1	0,392

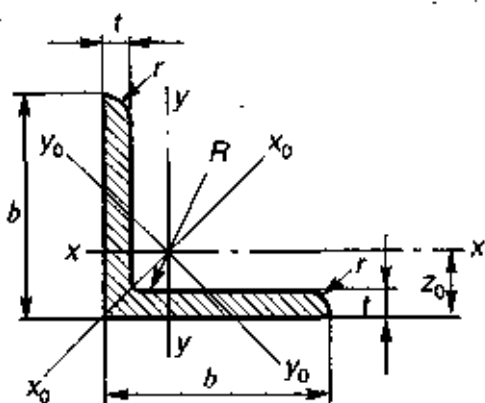
Продолжение таблицы Б.4

Номер уголка	$h$ , мм	$b$ , мм	$t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$I_U$ , см <sup>4</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$x_o$ , см	$y_o$ , см	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$tga$
100×63×8	10	6,3	0,8	12,57	126,96	23,38	39,21	1,5	3,32	40,5	0,391
100×63×10	10	6,3	1	15,47	153,95	28,34	47,18	1,58	3,4	48,6	0,387
100×65×7	10	6,5	0,7	11,23	114,05	22,77	38,32	1,52	3,24	38	0,415
100×65×8	10	6,5	0,8	12,73	128,31	25,24	42,96	1,56	3,28	42,64	0,414
100×65×10	10	6,5	1	15,67	155,52	30,60	51,68	1,64	3,37	51,18	0,410
110×70×6	11	7	0,65	11,45	142,42	26,94	45,61	1,58	3,55	46,8	0,402
110×70×8	11	7	0,8	13,93	171,54	32,31	54,64	1,64	3,61	55,9	0,400
125×80×7	12,5	8	0,7	14,06	226,53	43,40	73,73	1,8	4,01	74,7	0,407
125×80×8	12,5	8	0,8	15,98	225,62	48,82	80,95	1,84	4,05	84,1	0,406
125×80×10	12,5	8	1	19,7	311,61	59,33	100,47	1,92	4,14	102	0,404
125×80×12	12,5	8	1,2	23,36	364,79	69,47	116,84	2	4,22	118	0,400
140×90×8	14	9	0,8	18	363,68	70,27	119,79	2,03	4,49	121	0,411
140×90×10	14	9	1	22,24	444,45	85,51	145,54	2,12	4,58	147	0,409
160×100×9	16	10	0,9	22,87	605,97	110,40	186,03	2,24	5,19	194	0,391
160×100×10	16	10	1	25,28	666,59	121,16	204,09	2,28	5,23	213	0,390
160×100×12	16	10	1,2	30,04	784,22	142,14	238,75	2,36	5,32	249	0,388
160×100×14	16	10	1,4	34,72	897,19	162,49	271,6	2,43	5,4	232	0,385
180×110×10	18	11	1	28,33	952,28	165,44	276,37	2,44	5,88	295	0,376
180×110×12	18	11	1,2	33,69	1122,56	194,28	324,09	2,52	5,97	348	0,374
200×125×11	20	12,5	1,1	34,87	1449,02	263,84	446,36	2,79	6,5	465	0,392
200×125×12	20	12,5	1,2	37,89	1568,19	285,04	481,93	2,83	6,54	503	0,392
200×125×14	20	12,5	1,4	43,87	1800,83	326,54	550,77	2,91	6,62	575	0,390
200×125×16	20	12,5	1,6	49,77	2026,08	366,99	616,66	2,99	6,71	643	0,388

Таблица Б.5 – Уголки стальные горячекатаные равнополочные.

Сортамент (ГОСТ 8509-93)

Номер уголка	$b$ , см	$t$ , см	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x = I_y$ , см <sup>4</sup>	$I_{x0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{y0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см
20×3	2	0,3	1,13	0,4	0,63	0,17	0,23	0,6
20×4	2	0,4	1,46	0,5	0,78	0,22	0,28	0,64
25×3	2,5	0,3	1,43	0,81	1,29	0,34	0,47	0,73
25×4	2,5	0,4	1,86	1,03	1,62	0,44	0,59	0,76
25×5	2,5	0,5	2,27	1,22	1,91	0,53	0,69	0,8
28×3	2,8	0,3	1,62	1,16	1,84	0,48	0,68	0,8
30×3	3	0,3	1,74	1,45	2,30	0,60	0,85	0,85
30×4	3	0,4	2,27	1,84	2,92	0,77	1,08	0,89
30×5	3	0,5	2,78	2,20	3,47	0,94	1,27	0,93
32×3	3,2	0,3	1,86	1,77	2,80	0,74	1,03	0,89
32×4	3,2	0,4	2,43	2,26	3,58	0,94	1,32	0,94
35×3	3,5	0,3	2,04	2,35	3,72	0,97	1,37	0,97
35×4	3,5	0,4	2,17	3,01	4,76	1,25	1,75	1,01
35×5	3,5	0,5	3,28	3,61	5,71	1,52	2,10	1,05
40×3	4	0,3	2,35	3,55	5,63	1,47	2,08	1,09
40×4	4	0,4	3,08	4,58	7,26	1,90	2,68	1,13
40×5	4	0,5	3,79	5,53	8,75	2,30	3,22	1,17



$b$  – высота и ширина уголка;  
 $t$  – толщина;  
 $A$  – площадь поперечного сечения;  
 $I_x, I_y, I_{x0}, I_{y0}$  – осевые моменты инерции;  
 $z_0$  – расстояние от оси  $x$  -  $x$  до  
основания уголка;  
 $b, t$  – данные размеры в см  
соответствуют номеру уголка.

Продолжение таблицы Б.5

Номер уголка	$b$ , см	$t$ , см	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x = I_y$ , см <sup>4</sup>	$I_{x0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{y0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см
40×6	4	0,6	4,48	6,41	10,13	2,70	3,72	1,21
45×3	4,5	0,3	2,65	5,13	8,130	2,12	3	1,21
45×4	4,5	0,4	3,48	6,63	10,52	2,74	3,89	1,26
45×5	4,5	0,5	4,29	8,03	12,74	3,33	4,71	1,3
45×6	4,5	0,6	5,08	9,35	14,80	3,90	5,45	1,34
50×3	5	0,3	2,96	7,11	11,27	2,95	4,16	1,33
50×4	5	0,4	3,89	9,21	14,63	3,80	5,42	1,38
50×5	5	0,5	4,8	11,2	17,77	4,63	6,57	1,42
50×6	5	0,6	5,69	13,07	20,72	5,43	7,65	1,46
50×7	5	0,7	6,56	14,84	23,47	6,21	8,63	1,5
50×8	5	0,8	7,41	16,51	26,03	6,98	9,52	1,53
56×4	5,6	0,4	4,38	13,1	20,79	5,41	7,69	1,52
56×5	5,6	0,5	5,41	15,97	25,36	6,59	9,41	1,57
60×4	6	0,4	4,72	16,21	25,69	6,72	9,48	1,62
60×5	6	0,5	5,83	19,79	31,40	8,18	11,61	1,66
60×6	6	0,6	6,92	23,21	36,81	9,60	13,6	1,7
60×8	6	0,8	9,04	29,55	46,77	12,34	17,22	1,78
60×10	6	1	11,08	35,32	55,64	15,00	20,32	1,85
63×4	6,3	0,4	4,96	18,86	29,90	7,81	11	1,69
63×5	6,3	0,5	6,13	23,1	36,80	9,52	13,7	1,74
63×6	6,3	0,6	7,28	27,06	42,91	11,18	15,9	1,78
65×6	6,5	0,6	7,52	29,85	47,38	12,32	17,53	1,83
65×8	6,5	0,8	9,84	38,13	60,42	15,85	22,29	1,9
70×4	7	0,45	6,2	29,04	46,03	12,04	17	1,88
70×5	7	0,5	6,86	31,94	50,67	13,22	18,7	1,9
70×6	7	0,6	8,15	37,58	59,64	15,52	22,1	1,94

Продолжение таблицы Б.5

Номер уголка	$b$ , см	$t$ , см	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x = I_y$ , см <sup>4</sup>	$I_{x0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{y0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см
70×7	7	0,7	9,42	42,98	68,19	17,77	25,2	1,99
70×8	7	0,8	10,67	48,16	76,35	19,97	28,2	2,02
70×10	7	1	13,11	57,9	91,52	24,27	33,6	2,1
75×5	7,5	0,5	7,39	39,53	62,65	16,41	23,1	2,02
75×6	7,5	0,6	8,78	46,57	73,87	19,28	27,3	2,06
75×7	7,5	0,7	10,15	53,34	84,61	22,07	31,2	2,1
75×8	7,5	0,8	11,5	59,84	94,89	24,80	35	2,15
75×9	7,5	0,9	12,83	66,1	104,72	27,48	38,6	2,18
80×5	8	0,55	8,63	52,68	83,56	21,80	30,9	2,17
80×6	8	0,6	9,38	56,97	90,40	23,54	33,4	2,19
80×7	8	0,7	10,85	65,31	103,60	26,97	38,3	2,23
80×8	8	0,8	12,3	73,36	116,39	30,32	43	2,27
80×10	8	1	15,14	83,58	140,31	36,85	56,7	2,35
80×12	8	1,2	17,9	102,74	162,27	43,21	59,5	2,42
90×6	9	0,6	10,61	82,1	130,00	33,97	48,1	2,43
90×7	9	0,7	12,28	94,3	149,67	38,94	55,4	2,47
90×8	9	0,8	13,93	106,11	168,42	43,80	62,3	2,51
90×9	9	0,9	15,6	118	186,00	48,60	68	2,55
90×10	9	1	17,17	128,6	203,93	53,27	75,3	2,59
90×12	9	1,2	20,33	149,67	235,88	62,40	86,2	2,67
100×6,5	10	0,65	12,82	122,1	193,46	50,73	71,4	2,68
100×7	10	0,7	13,75	130,59	207,01	54,16	76,4	2,71
100×8	10	0,8	15,6	147,19	233,46	60,92	86,3	2,75
100×10	10	1	19,24	178,95	283,83	74,08	110	2,83
100×12	10	1,2	22,8	208,9	330,95	86,84	122	2,91
100×14	10	1,4	26,28	237,15	374,98	99,32	138	2,99

Продолжение таблицы Б.5

Номер уголка	$b$ , см	$t$ , см	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x = I_y$ , см <sup>4</sup>	$I_{x0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{y0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см
100×15	10	1,5	27,99	250,68	395,87	105,48	145	3,03
100×16	10	1,6	29,68	263,82	416,04	111,61	152	3,06
110×7	11	0,7	15,15	175,61	278,54	72,680	106	2,96
110×8	11	0,8	17,2	198,17	314,51	81,830	116	3
120×8	12	0,8	18,8	259,75	412,45	107,04	153	3,25
120×10	12	1	23,24	317,16	503,79	130,54	187	3,33
120×12	12	1,2	27,6	371,80	590,28	153,33	218	3,41
120×15	12	1,5	33,99	448,90	711,32	186,48	262	3,53
125×8	12,5	0,8	19,69	294,36	466,76	121,98	172	3,36
125×9	12,5	0,9	22	327,48	520,00	135,88	192	3,40
125×10	12,5	1	24,33	359,82	571,04	148,59	211	3,45
125×12	12,5	1,2	28,89	422,32	670,02	174,43	248	3,53
125×14	12,5	1,4	33,37	481,76	763,90	199,62	282	3,61
125×16	12,5	1,6	37,77	538,56	852,84	224,29	315	3,68
140×9	14	0,9	24,72	465,72	739,42	192,03	274	3,78
140×10	14	1	27,33	512,29	813,62	210,96	301	3,82
140×12	14	1,2	32,49	602,49	956,98	248,01	354	3,90
150×10	15	1	29,33	634,76	1008,56	260,97	374	4,07
150×12	15	1,2	34,89	747,48	1187,86	307,09	440	4,15
150×15	15	1,5	43,08	908,38	1442,60	347,17	534	4,27
150×18	15	1,8	51,09	1060,08	1680,92	439,24	621	4,38
160×10	16	1	31,43	774,24	1229,10	319,38	455	4,30
160×11	16	1,1	34,42	844,21	1340,06	347,77	496	4,35
160×12	16	1,2	37,39	912,89	1450,00	375,78	537	4,39
160×14	16	1,4	43,57	1046,47	1662,13	430,81	615	4,47
160×16	16	1,6	49,07	1175,19	1865,730	484,64	690	4,55

Продолжение таблицы Б.5

Номер уголка	$b$ , см	$t$ , см	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x = I_y$ , см <sup>4</sup>	$I_{x0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{y0}$ , см <sup>4</sup>	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см
160×18	16	1,8	54,79	1290,24	2061,03	537,46	771	4,63
160×20	16	2	60,40	1418,85	2248,26	589,43	830	4,70
180×11	18	1,1	38,80	1216,44	1933,10	499,78	716	4,85
180×12	18	1,2	42,19	1316,62	2092,78	540,45	776	4,89
180×15	18	1,5	52,18	1607,36	2554,99	659,73	948	5,01
180×18	18	1,8	61,99	1884,07	2992,69	775,44	1108	5,13
180×20	18	2	68,43	2061,11	3271,31	850,92	1210	5,2
200×12	20	1,2	47,10	1822,78	2896,16	749,40	1073	5,37
200×13	20	1,3	50,85	1960,77	3116,18	805,35	1156	5,42
200×14	20	1,4	54,60	2097	3333,00	861,00	1236	5,46
200×16	20	1,6	61,98	2362,57	3755,39	969,74	1393	5,54
200×18	20	1,8	69,30	2620,64	4164,54	1076,74	1544	5,62
200×20	20	2	76,54	2871,47	4560,42	1181,92	1689	5,7
200×24	20	2,4	90,78	3350,66	5313,50	1387,73	1963	5,85
200×25	20	2,5	94,29	3466,21	5494,04	1438,38	2028	5,89
200×30	20	3	111,54	4019,6	6351,05	1698,16	2332	6,07
220×14	22	1,4	60,38	2814,36	4470,15	1158,56	1655	5,91
220×16	22	1,6	68,58	3175,44	5045,37	1305,52	1869	6,02
250×16	25	1,6	78,4	4717,1	7492,10	1942,09	2775	6,75
250×18	25	1,8	87,72	5247,24	8336,69	2157,78	3089	6,83
250×20	25	2	96,96	5764,87	9159,73	2370,01	3395	6,91
250×22	25	2,2	106,12	6270,32	9961,60	2579,04	3691	7
250×25	25	2,5	119,71	7006,39	11125,52	2887,26	4119	7,11
250×28	25	2,8	133,12	7716,86	12243,84	3189,89	4527	7,23
250×30	25	3	141,96	8176,52	12964,66	3388,98	4788	7,31
250×35	25	3,5	163,71	9281,05	14830,58	3879,37	5401,68	7,49



# Приложение В

(справочное)

## Энергетические методы определения перемещений

Таблица В.1 – Графоаналитические методы вычисления интегралов Мора

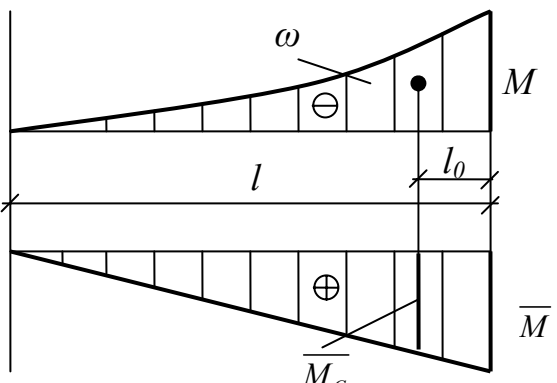
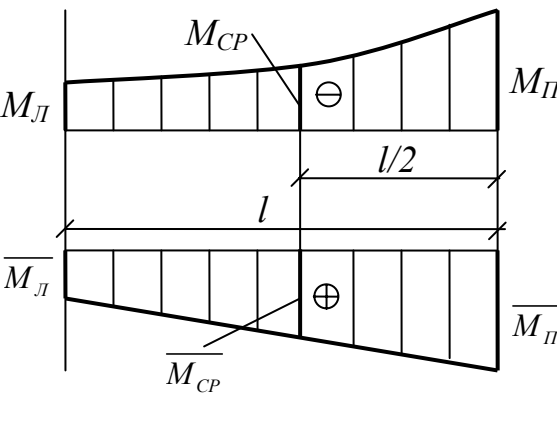
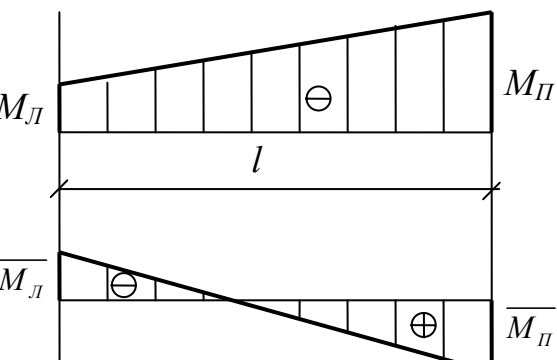
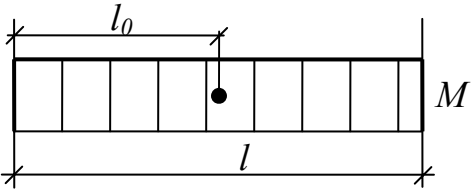
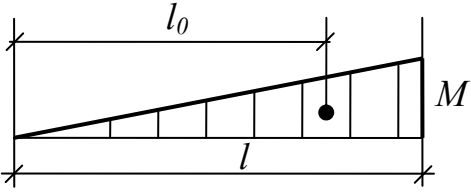
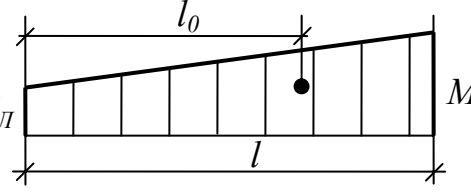
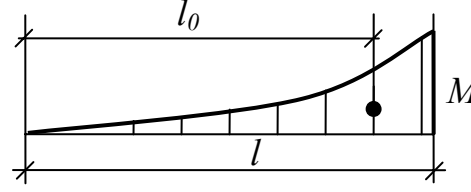
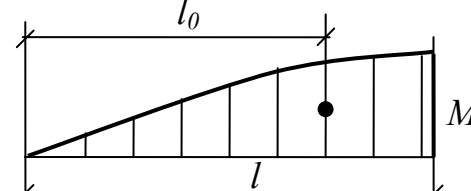
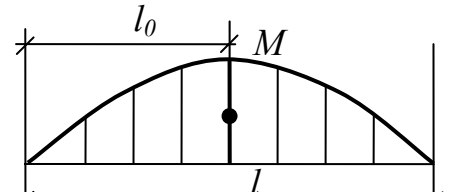
Эпюры	Формулы для вычисления интегралов Мора
Общая формула для вычисления перемещений	$\Delta = \int_l \frac{M\bar{M}d_z}{EJ}$
<b>Способ Верещагина</b>	
	$\int_l \frac{M\bar{M}d_z}{EJ} = \frac{\omega\bar{M}_c}{EJ},$ <p>где <math>\omega</math> – площадь эпюры изгибающего момента от действия внешних сил (см. таблицу В.2);  <math>\bar{M}_c</math> – ордината эпюры изгибающего момента от действия единичной силы или единичного момента взятая под центром тяжести эпюры изгибающего момента от действия внешних сил с учетом знака.</p>
<b>Способ Симпсона</b>	
	$\int_l \frac{M\bar{M}d_z}{EJ} = \frac{l}{6} [M_{\text{Л}}\bar{M}_{\text{Л}} + 4M_{\text{СР}}\bar{M}_{\text{СР}} + M_{\text{П}}\bar{M}_{\text{П}}],$ <p>где <math>M_{\text{Л}}</math>, <math>M_{\text{СР}}</math>, <math>M_{\text{П}}</math> – ордината эпюры изгибающего момента от действия внешних сил взятая слева, посередине и справа соответственно с учетом знака;  <math>l</math> – длина участка;  <math>\bar{M}_{\text{Л}}</math>, <math>\bar{M}_{\text{СР}}</math>, <math>\bar{M}_{\text{П}}</math> – ордината эпюры изгибающего момента от действия единичной силы или единичного момента взятая слева, посередине и справа соответственно с учетом знака.</p>
<b>Способ перемножения трапеций</b>	
	$\int_l \frac{M\bar{M}d_z}{EJ} = \frac{l}{6} [2M_{\text{Л}}\bar{M}_{\text{Л}} + 2M_{\text{П}}\bar{M}_{\text{П}} + M_{\text{Л}}\bar{M}_{\text{П}} + M_{\text{П}}\bar{M}_{\text{Л}}],$ <p>где <math>M_{\text{Л}}</math>, <math>M_{\text{П}}</math> – ордината эпюры изгибающего момента от действия внешних сил взятая слева и справа соответственно с учетом знака;  <math>\bar{M}_{\text{Л}}</math>, <math>\bar{M}_{\text{П}}</math> – ордината эпюры изгибающего момента от действия единичной силы или единичного момента взятая слева и справа соответственно с учетом знака.</p>

Таблица В2 – Площади и координаты центров тяжести эпюр

Эпюры	Площадь	Координата центра тяжести
Эпюры изменяющиеся по длине участка по закону прямой		
	$\omega = M \cdot l$	$l_0 = \frac{1}{2} \cdot l$
	$\omega = \frac{1}{2} M \cdot l$	$l_0 = \frac{2}{3} \cdot l$
	$\omega = \frac{M_I + M_{II}}{2} \cdot l$	$l_0 = \frac{7}{12} \cdot l$
Эпюры изменяющиеся по длине участка по закону квадратной параболы		
	$\omega = \frac{1}{3} M \cdot l$	$l_0 = \frac{3}{4} \cdot l$
	$\omega = \frac{2}{3} M \cdot l$	$l_0 = \frac{5}{8} \cdot l$
	$\omega = \frac{2}{3} M \cdot l$	$l_0 = \frac{1}{2} \cdot l$

## Приложение Г

(справочное)

### Устойчивость сжатых стержней

Таблица Г.1 – Значения постоянных коэффициентов формул Ф. С. Ясинского для конструкционных материалов и пределы их применимости

Материал	$E,$ МПа	$a$	$b$	$c$	$\lambda_0$	$\lambda_{пред}$
		МПа				
Ст. 2, Ст. 3	$2 \times 10^5$	310	1,14	0	61	100
Сталь 40	$2 \times 10^5$	321	1,16	0	60	90
Ст. 5, сталь 30	$2 \times 10^5$	464	3,26	0	60	90
Дюралюминий Д16Т	$0,7 \times 10^5$	380	2,19	0	20	50
Авиаль АВТ1	$0,7 \times 10^5$	320	1,70	0	22	55
Чугун	$1,2 \times 10^5$	776	12	0,053	-	80
Дерево (сосна, ель)	$0,1 \times 10^5$	40	0,203	0	60	110

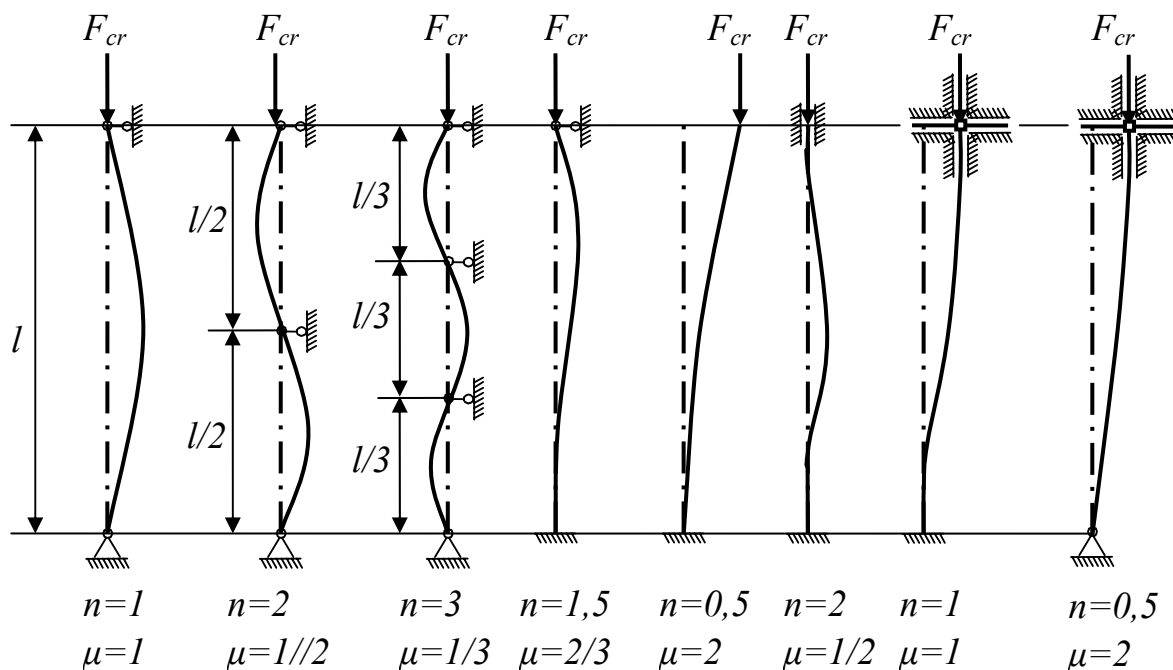


Рисунок Г.1 – Влияние условий закрепления концов стержня на величину критической силы

Таблица Г.2 - Коэффициенты «φ» уменьшения основного допускаемого напряжения на сжатие

λ	Ст. 2, Ст. 3, Ст. 4	Ст. 5	Чугун		Алюминиевый сплав		Древесина
			СЧ12, СЧ15, СЧ18, СЧ21	СЧ24, СЧ28	Д16Т	АВТ1	Сосна, ель
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,95	0,999	0,996	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,87	0,998	0,992	0,97
30	0,94	0,92	0,81	0,75	0,835	0,900	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,60	0,700	0,780	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,43	0,568	0,660	0,80
60	0,86	0,82	0,44	0,32	0,455	0,557	0,71
70	0,81	0,76	0,4	0,23	0,353	0,463	0,60
80	0,75	0,70	0,26	0,18	0,269	0,387	0,48
90	0,69	0,62	0,20	0,14	0,212	0,312	0,38
100	0,60	0,51	0,16	0,12	0,172	0,252	0,31
110	0,52	0,43	-	-	0,142	0,210	0,25
120	0,45	0,36	-	-	0,119	0,175	0,22
130	0,40	0,33	-	-	0,101	0,150	0,18
140	0,36	0,29	-	-	0,087	0,129	0,16
150	0,32	0,26	-	-	0,076	0,113	0,14
160	0,29	0,24	-	-	-	-	0,12
170	0,26	0,21	-	-	-	-	0,11
180	0,23	0,19	-	-	-	-	0,10
190	0,21	0,17	-	-	-	-	0,09
200	0,19	0,16	-	-	-	-	0,08

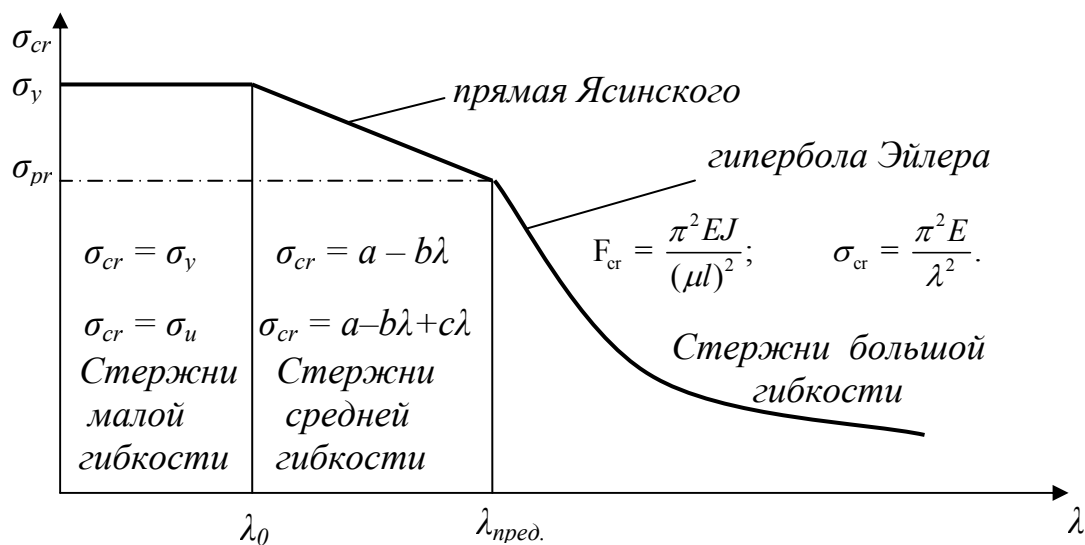


Рисунок Г.2 – График зависимости критических напряжений от гибкости стержня