Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Индустриально-педагогический колледж
Отделение автоматизации информационных и технологических процессов

Т. С. Белова

РЕШЕНИЕ МЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Методические указания к практическим работам по инженерной графике

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург

ИПК ГОУ ОГУ

2011

УДК 744 (07)
ББК 85.15я7
Б43

Рецензент кандидат технических наук, доцент А. Д. Припадчев

Белова, Т.С.

Б43 Решение метрических задач: методические указания к практическим работам по инженерной графике / Т. С. Белова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2011. – 47с.

Методические указания предназначены для выполнения практических работ по курсу «Инженерная графика». Данные методические указания содержат теоретическое изложение материала и задания для самостоятельной работы в объеме 22 задач.

Методические указания предназначены для студентов колледжей очной формы обучения, обучающихся по специальностям: 230103 Автоматизированные системы обработки информации и управления (по отраслям), 220301 Автоматизация технологических процессов и производств, 151001 Технология машиностроения, 160203 Производство летательных аппаратов, 050501 Профессиональное обучение.

УДК 744 (07)
ББК 85.15я7

Содержание

Введение………………………………………………………………..……..……. 4

1 Параллельность плоскостей, прямой и плоскости……………………………….. 5

2 Перпендикулярность плоскостей, прямой и плоскости……………………….. 9

3 Способ перемены плоскостей проекций………………………………………… 18

4 Способ вращения……………………………………………………………….. 22

5 Способ плоскопараллельного перемещения……………………………………. 28

6 Способ совмещения………………………………………………………………… 32

7 Примеры решения задач………………………………………………………….. 34

Список использованных источников……………………………………………….. 43

Обозначения и символы…………………………………………………………….. 44

Приложение А Задачи по курсу «Инженерная графика» для самостоятельной работы……………………………………………………. 46

Введение

Назначение курса инженерной графики.

Инженерная графика – одна из дисциплин составляющих общеинженерную подготовку инженерно - технических специалистов. Инженерная графика представляет собой учебную дисциплину, включающую в себя как элементы начертательной геометрии, так и технического черчения.

В результате изучения начертательной геометрии студент должен:

1) ознакомиться с теоретическими основами построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей;

2) ознакомиться с решениями задач на взаимную принадлежность и взаимное пересечение геометрических фигур, а также на определение натуральной величины отдельных геометрических фигур;

3) изучить способы построения изображений (включая прямоугольные изометрическую и диметрическую проекции) простых предметов и относящиеся к ним условности стандартов ЕСКД.

Выполнение контрольных работ, входящих в раздел «Проекционное черчение» предусматривает наличие некоторых навыков в работе с графической информацией. Именно такие навыки и дает решение формализованных геометрических задач на чертеже.

Задачи решаются студентом самостоятельно под руководством преподавателя в процессе практических занятий, а после защищаются.

Оформление решений должно соответствовать требованиям предъявляемым к оформлению контрольных работ (на листах формата А3, в карандаше, линии по ГОСТ 2.303-84).

Допускается решение задач на тетрадных листах в клетку.

Проекции точек обозначаются цифрами или прописными буквами латинского алфавита (ГОСТ 2.304-84) с подстрочными индексами (номер шрифта индексов на две единицы меньше основного шрифта). Для горизонтальной плоскости проекции ($П_1$) принимается индекс 1, а для фронтальной ($П_2$) индекс 2.

Вспомогательные построения (оси, линии связи и т.п.) выполняются тонкой сплошной линией, проекции отрезков прямых и дуг кривых сплошной основной.

1 Параллельность плоскостей, прямой и плоскости

1.1 Вопросы к теме

1.1.1 Как построить прямую линию и плоскость, параллельные между собой?

Прямая линия будет параллельна плоскости, если эта прямая параллельна любой прямой в плоскости. В пространстве можно провести бесконечное множество прямых линий, параллельных заданной плоскости.

Для получения единственного решения требуется какое-нибудь дополнительное условие.

Задача

Через точку М требуется провести прямую, параллельную плоскости, заданной треугольником АВС, и плоскости проекций $П_1$ (дополнительное условие).

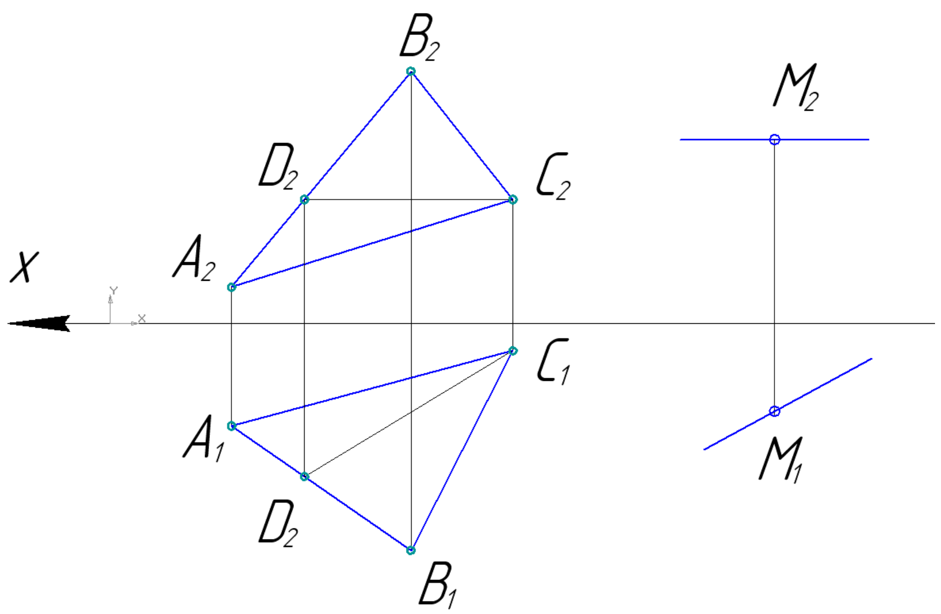


Рисунок 1

Решение

Искомая прямая должна быть параллельна, линии пересечения плоскостей АВС и горизонтальной плоскости проекций $П_1$, т.е. должна быть параллельна горизонтальному следу плоскости, заданной треугольником ABC Для определения направления этого следа в плоскости, заданной треугольником ABC проведена горизонталь DC, а затем через точку M проведена прямая, параллельная этой горизонтали (рисунок 1).

1.1.2 Как установить, параллельна ли данная прямая дайной плоскости ?

а) можно попытаться провести в этой плоскости некоторую прямую, параллельную данной прямой. Если такую прямую в плоскости не удается построить, то заданные прямая и плоскость не параллельны между собой;

б) можно попытаться найти точку пересечения данной прямой с данной плоскостью. Если такая точка не может быть найдена, то заданные прямая и плоскость взаимно параллельны.

1.1.3 Каково условие параллельности двух плоскостей?

Две плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

1.1.4 Как построить плоскость, параллельную заданной?

Задача

Через точку К провести плоскость, параллельную плоскости, заданной пересекающимися прямыми (рисунок 2).

Решение

Если через точку К провести прямые c и d , соответственно параллельные прямым a и b, то плоскость, определяемая прямыми c и d, окажется параллельной заданной плоскости.

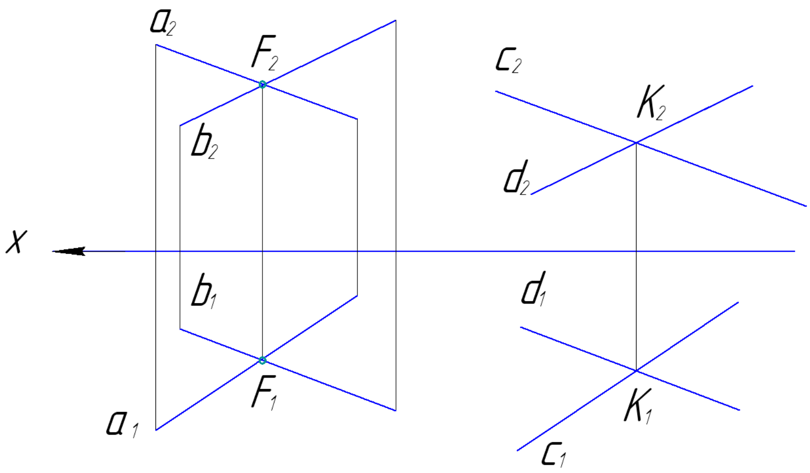


Рисунок 2

Задача

Через точку А провести плоскость, параллельную плоскости Р, заданной следами (рисунок 3).

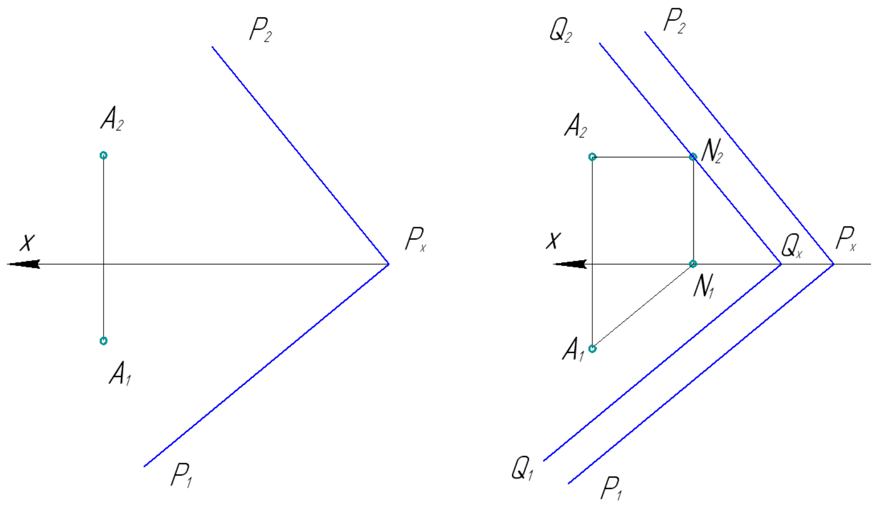


Рисунок 3

Решение

Через точку А провести прямую, параллельную плоскости Р - это горизонталь с проекциями A_1N_1 и A_2N_2 причем $A_1N_1 \parallel P_1$. Так как точка N является фронтальным следом горизонтали AN,: то через эту точку пройдет след $Q_2 \parallel P_2$, а через Q_x, - след $Q_1 \parallel P_1$. Плоскости взаимно параллельны, так как их одноименные пересекающиеся следы взаимно параллельны [1, с. 73].

2 Перпендикулярность плоскостей, прямой и плоскости

2.1 Вопросы к теме

2.1.1 Как располагаются проекции перпендикуляра к плоскости ?

а) у перпендикуляра к плоскости его горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали, профильная проекция перпендикулярна профильной проекции профильной прямой этой плоскости (рисунок 4);

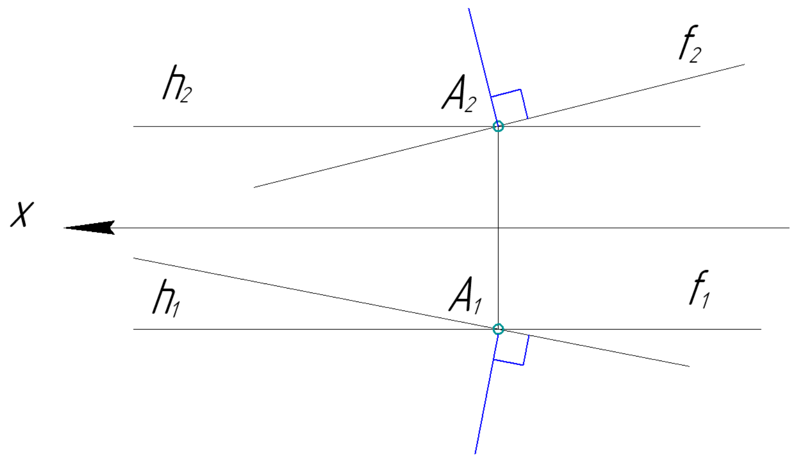


Рисунок 4

б) если прямая перпендикулярна плоскости, заданной следами, то горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна горизонтальному следу плоскости, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальному следу плоскости.

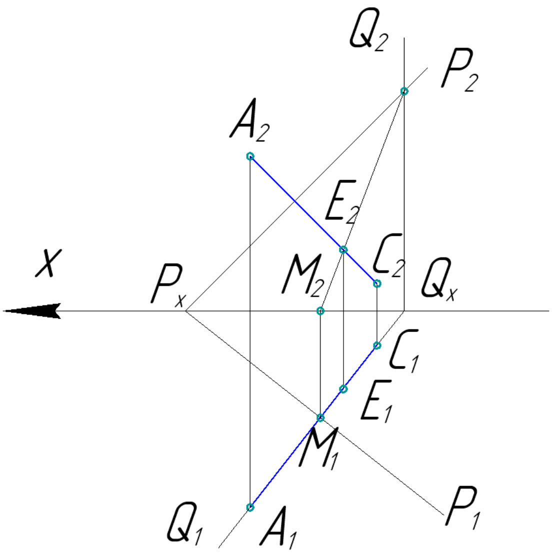


Рисунок 5

На рисунке 5 из точки А проведен перпендикуляр к плоскости Р ($A_1C_1 \perp P_1$; $A_2C_2 \perp P_2$) и показано построение точки Е, в которой перпендикуляр АС пересекает плоскость Р.

2.1.2 Как провести через точку перпендикуляр к плоскости, заданной треугольником ?

Для того чтобы провести через точку А перпендикуляр к плоскости, заданной треугольником АВС, рассмотрим рисунок 6.

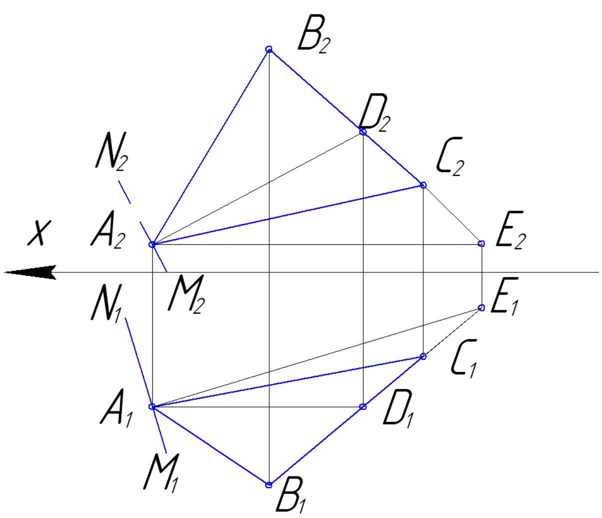


Рисунок 6

Через точку А проведем фронталь с проекциями A_1D_1и A_2D_2 и горизонталь с проекциями A_2E_2 и A_1E_1. Далее проведены проекции перпендикуляра $M_1N_1 \perp A_1E_1$ и $M_2N_2 \perp A_2D_2$.

2.1.3 Как построить плоскость, проходящую через точку и заданную следами, перпендикулярно прямой?

Для того чтобы построить плоскость Р, проходящую через точку А и заданную следами, перпендикулярную прямой ВС, рассмотрим рисунок 7.

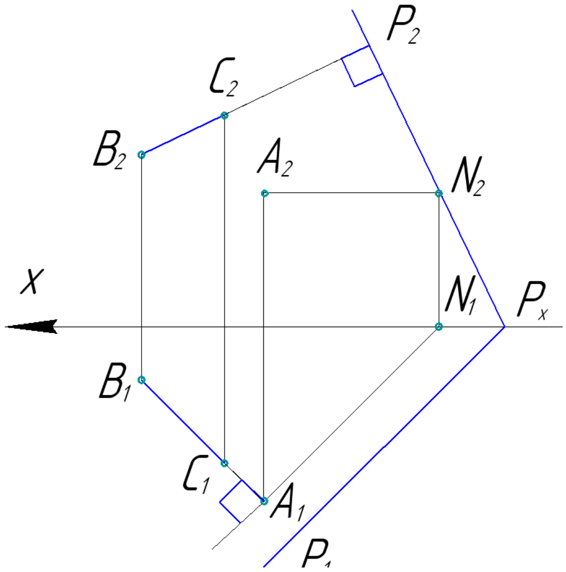


Рисунок 7

а) через точку А проводим горизонталь искомой плоскости A_1N_1 и A_2N_2. Так как горизонтальный след плоскости должен быть перпендикулярен B_1C_1, то и горизонтальная проекция горизонтали должна быть перпендикулярна B_1C_1, поэтому $A_1N_1 \perp B_1C_1$. Проекция $A_2N_2 \parallel$ оси х, как это должно быть у горизонтали;

б) затем через точку N_2 (N_2 фронтальная проекция фронтального следа горизонтали AN) проведен след $P_2 \perp B_2C_2$, получена точка P_x.;

в) через точку P_x проведен след $P_1 \parallel A_1N_1$ ($P \perp BC$).

2.1.4 Как провести перпендикуляр из некоторой точки к прямой общего положения?

Для проведения перпендикуляра из некоторой точки А к прямой общего положения ВС рассмотрим рисунок 8.

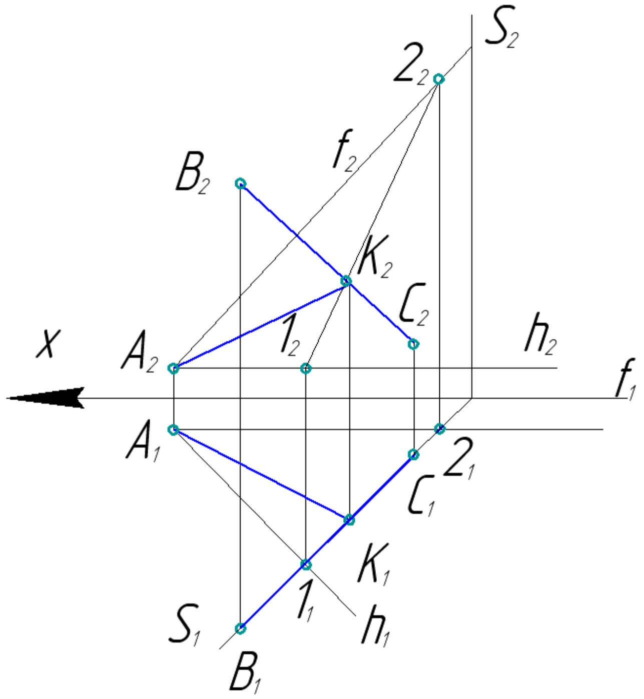


Рисунок 8

а) через точку А провести плоскость Q$\perp$BC. Для этого из точки А проводим фронталь f так, чтобы $f_2 \perp B_2C_2$ и горизонталь h так, чтобы $h_1 \perp B_1C_1$;

б) определяем точку К пересечения плоскости Q с прямой ВС. Для этого через прямую ВС проведена горизонтально проецирующая плоскость S. Плоскость S пересекает плоскость Q по прямой с проекциями 1_2-2_2 и 1_1-2_1. В пересечений этой прямой с прямой ВС получается точка К;

в) прямая АК является искомым перпендикуляром к прямой ВС.

2.1.5 Каковы условия перпендикулярности двух плоскостей?

а) если плоскость Q проводится через прямую, перпендикулярную плоскости Р.

б) если плоскость Q проводится перпендикулярно прямой, лежащей в плоскости Р или параллельной этой плоскости.

2.1.6 Как построить плоскость, перпендикулярную плоскости, заданной треугольником, и проходящую через прямую?

Для построения плоскости, перпендикулярной плоскости, заданной треугольником CDE, и проходящей через прямую AB, рассмотрим рисунок 9.

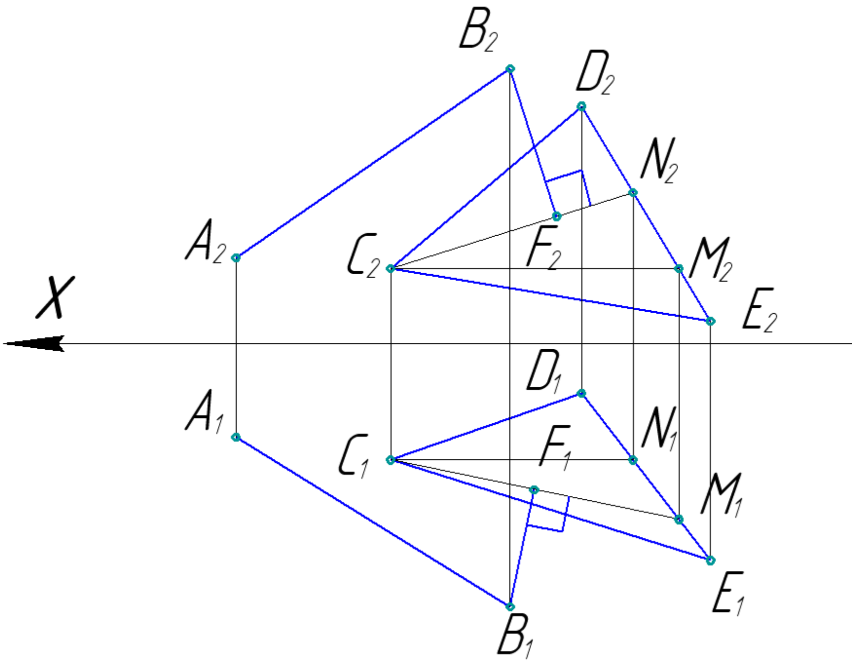


Рисунок 9

Искомая плоскость должна проходить через прямую AB. Следовательно, она определяется прямой AB и перпендикуляром к плоскости треугольника.

а) в плоскости треугольника CDE проведены фронталь CN (C_1N_1 и C_2N_2), горизонталь CM (C_2M_2 и C_1M_1);

б) из точки В проведен перпендикуляр к плоскости CDE ($B_2F_2 \perp C_2N_2$;

$B_1F_1 \perp C_1M_1$);

в) образованная пересекающимися прямыми AB и BF плоскость перпендикулярна плоскости CDE так как проходит через перпендикуляр к этой плоскости.

2.1.7 Как построить горизонтально проецирующую плоскость, заданную следами, перпендикулярно плоскости, заданной треугольником?

Для построения горизонтально проецирующей плоскости S, заданной следами, перпендикулярно плоскости, заданной треугольником ABC, рассмотрим рисунок 10.

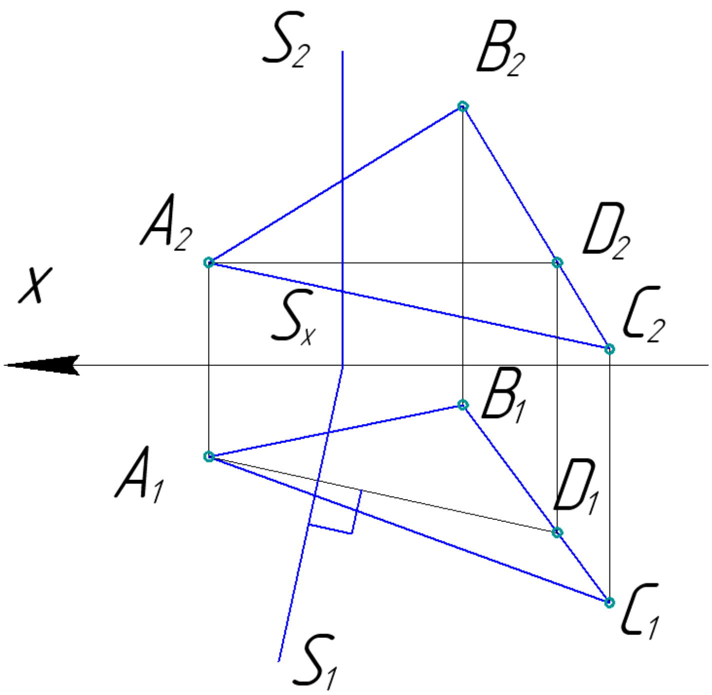


Рисунок 10

а) в плоскости треугольника ABC строится горизонталь;

б) горизонтальный след S_1 горизонтально проецирующей плоскости проводится перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали.

2.1.8 Каковы признаки перпендикулярности двух плоскостей, заданных следами?

а) если плоскости горизонтально проецирующие, то их горизонтальные следы должны быть взаимно перпендикулярны (рисунок 11).

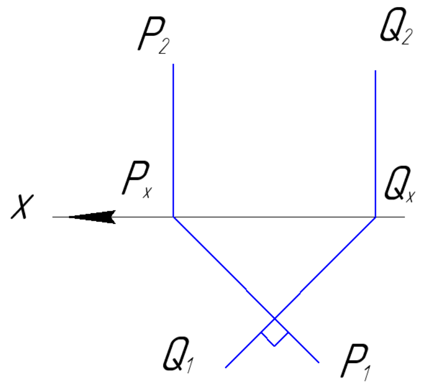


Рисунок 11

б) если плоскости фронтально проецирующие, то их фронтальные следы должны быть взаимно перпендикулярны (рисунок 12).

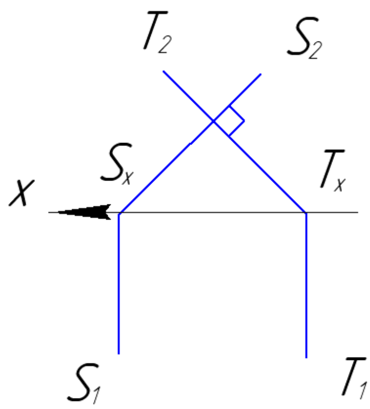


Рисунок 12

в) если одна из плоскостей - плоскость общего вида, а другая -проецирующая, то условием их перпендикулярности является перпендикулярность горизонтальных следов $P_1 \perp S_1$ (если плоскость S - горизонтально проецирующая) или перпендикулярность их фронтальных следов (если плоскость S - фронтально проецирующая, рисунок 13).

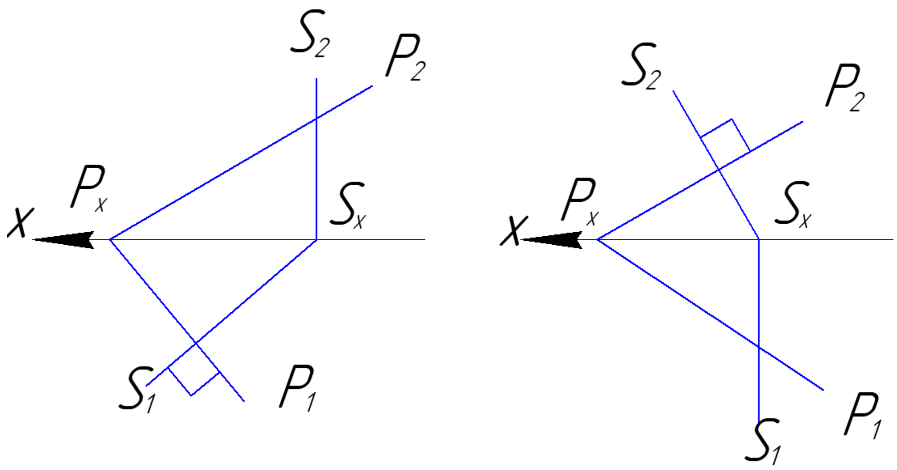


Рисунок 13

2.1.9 Как построить проекцию угла между прямой и плоскостью (Плоскость Р задана горизонталью и фронталью, рисунок14)?

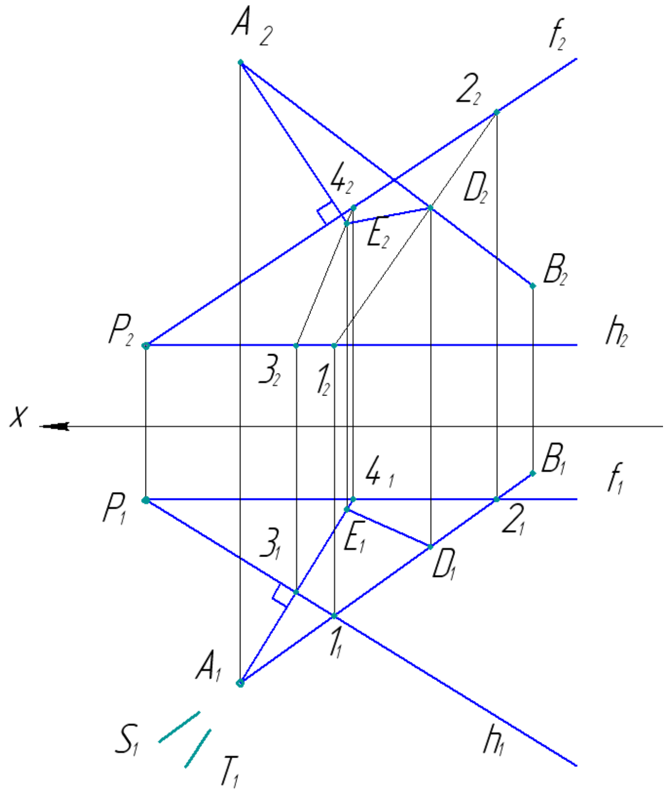


Рисунок 14

а) найти точку D пересечение прямой АВ с плоскостью Р, для этого через АВ провести горизонтально проецирующую плоскость S;

б) из точки A провести перпендикуляр к плоскости P;

в) найти точку E пересечение этого перпендикуляра с плоскостью P, для чего провести горизонтально проецирующую плоскость T;

г) через точки D_2 и E_2, D_1 и E_1 провести прямые, чем определяются проекции прямой AB на плоскость P;

д) угол $A_2D_2E_2$ представляет собой фронтальную проекцию угла между AB и плоскостью P, а угол $A_1D_1E_1$ горизонтальную проекцию этого угла.

3 Способ перемены плоскостей проекций

3.1 Вопросы к теме

3.1.1 В чем заключается способ перемены плоскостей проекций?

В том, что вводятся дополнительные плоскости проекции так, чтобы прямая линия или плоская фигура, не изменяя своего положения в пространстве, оказалась в каком-либо частном положении в новой системе плоскостей проекций.

3.1.2 Как найти длину отрезка прямой линии и углы наклона этой прямой с плоскостями $П_2$ и $П_1$, вводя дополнительные плоскости проекций?

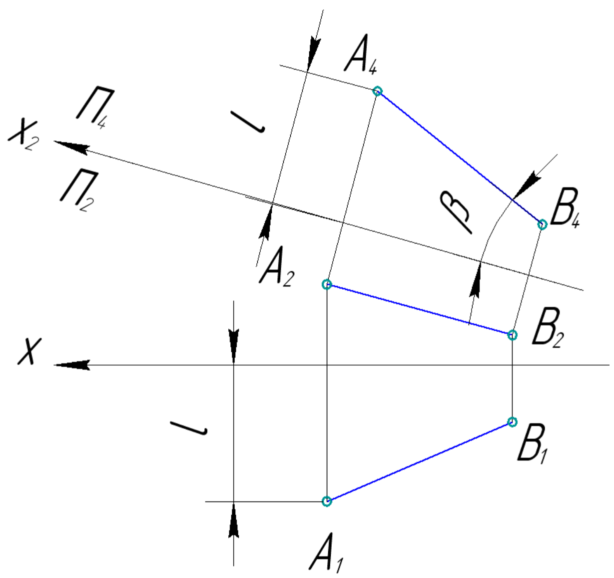


Рисунок 15

Известно, что на комплексном чертеже горизонтальная проекция горизонтали и фронтальная проекция фронтали являются натуральной величиной отрезка прямой линии. Поэтому новая плоскость $П_4$ вводится перпендикулярно плоскости $П_2$ и в то же время плоскость параллельна прямой АВ (ось $x_2 \parallel A_2B_2$), рисунок15. Относительно новой плоскости $П_4$ прямая АВ стала фронталью, т.е. проекция A_4B_4 - натуральная величина отрезка, а угол β -угол между прямой АВ и плоскостью $П_2$.

Чтобы определить угол между прямой АВ и плоскостью $П_1$ надо ввести дополнительную плоскость $П_4$ так чтобы отрезок прямой стал горизонталью, рисунок 16.

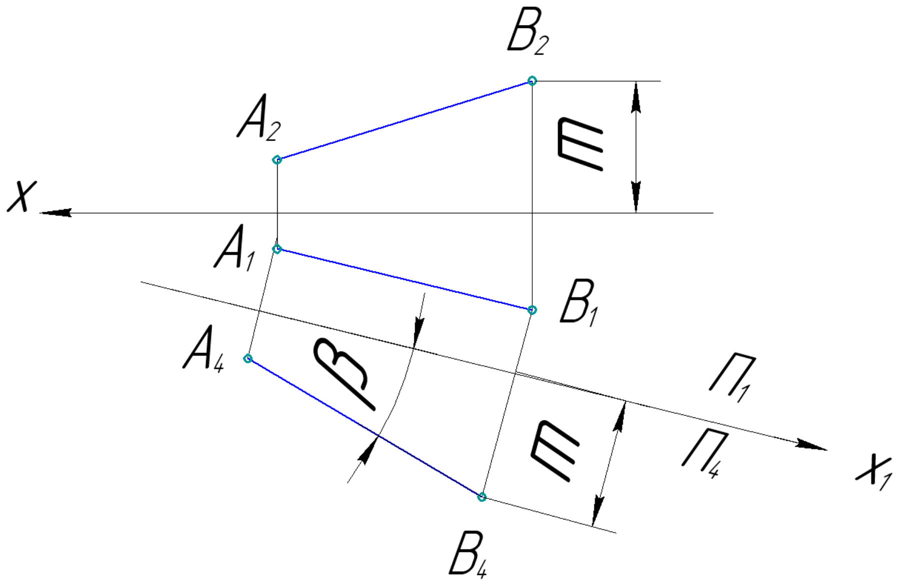


Рисунок 16

3.1.3 Как определить натуральный вид треугольника ABC, заданного горизонтально проецирующей плоскостью?

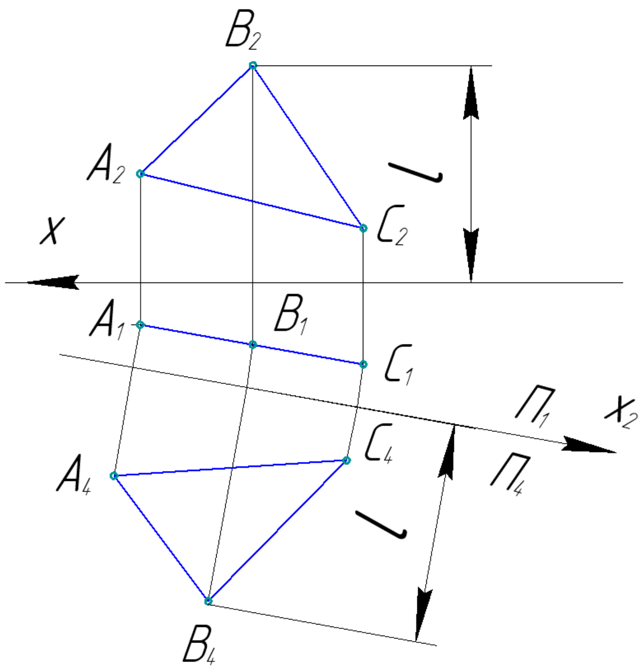


Рисунок 17

В данном случае плоскость (рисунок17), определяемая треугольником, перпендикулярна плоскости $П_1$ т.е. для его изображения без искажения надо ввести в систему $П_2$/ $П_1$ дополнительную плоскость, отвечающую двум условиям: $П_4 \perp П_1$(для образования системы $П_1$/ $П_4$) и $П_4 \parallel \Delta ABC$. Для этого новая ось x_1 проведена параллельно проекции $A_1B_1C_1$. Для построения проекции $A_4B_4C_4$ от новой оси x_1 отложены отрезки, равные расстояниям точек $A_2B_2C_2$ от оси x. Натуральный вид (величина) треугольника ABC выражается его новой проекцией $A_4B_4C_4$.

3.1.4 Как определить действительную величину треугольника общего положения?

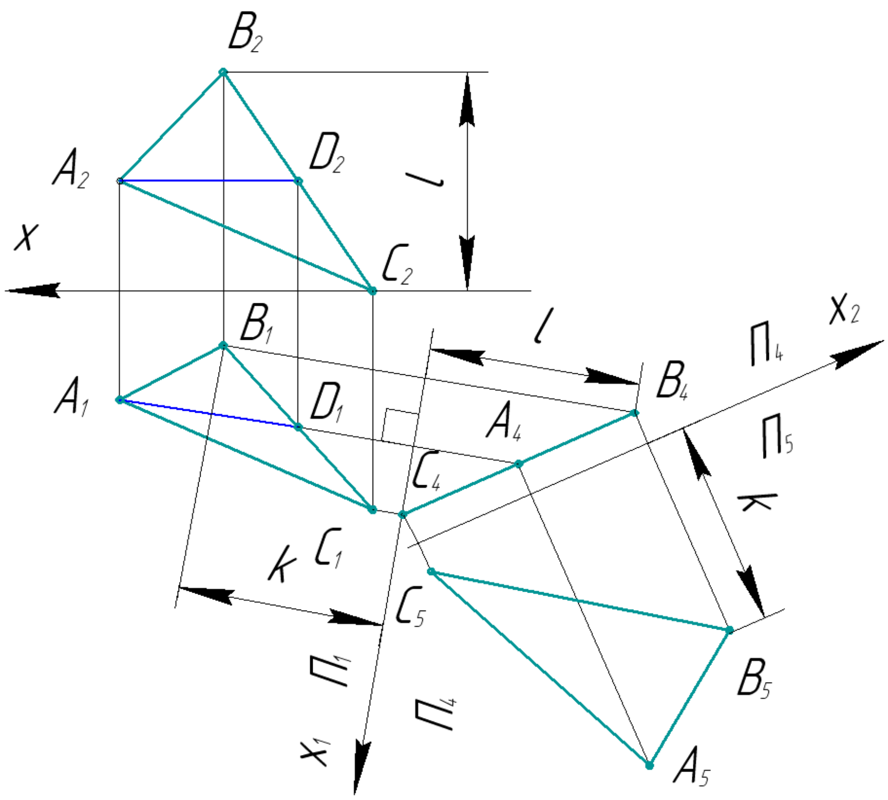


Рисунок 18

Преобразование чертежа ведется в два этапа:

а) введение дополнительной плоскости проекций дает возможность преобразовать чертеж так, что плоскость общего положения, заданная в системе $П_1$/ $П_2$ становится перпендикулярной дополнительной плоскости проекций $П_4$. В ΔABC

(рисунок18) проведена горизонталь АД. Плоскость, перпендикулярная АД, перпендикулярна АВС и в то же время плоскости $П_1$ (так как АД|| $П_1$). Поэтому ось x_1 выбираем перпендикулярно A_1D_1. Для построения проекции $A_4B_4C_4$ от новой оси x_1 отложены отрезки, равные расстояниям точек $A_2B_2C_2$ от оси x;

б) в заключительной стадии ось $x_2(П_4/П_5)$ параллельна проекции $A_4B_4C_4$, то есть плоскость $П_5$ проведена параллельно плоскости АВС, что и приводит к определению натурального вида, выражаемого проекцией $A_5B_5C_5$. Для ее построения от оси $x_2(П_4/П_5)$ были отложены отрезки, равные расстояниям от оси x_1 $(П_1/П_4)$ до точек $A_1B_1C_1$ (размер k).

4 Способ вращения

4.1 Вопросы к теме

4.1.1 В чем сущность метода вращения?

Этот метод предусматривает построение дополнительных чертежей предмета вращением этого предмета вокруг оси в неизменной основной системе плоскостей проекций.

4.1.2 Как осуществить поворот точки вокруг оси, перпендикулярной плоскости $П_2$?

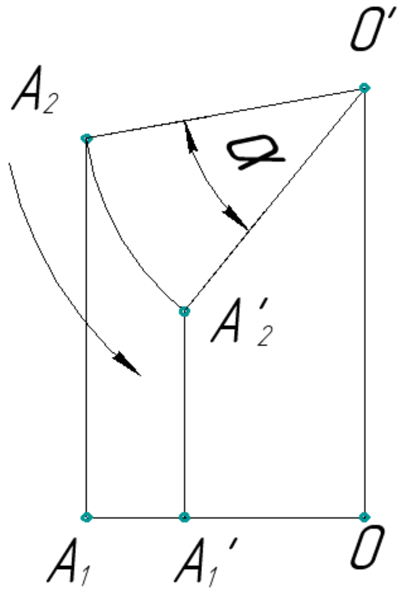


Рисунок 19

Для осуществления поворота точки на угол α вокруг оси, перпендикулярной плоскости $П_2$ необходимо: из точки O′ как из центра провести дугу радиусом $O'A_2$ соответствующую, углу α и направлению вращения. Новое положение фронтальной проекции точки А – точка A_2', рисунок 19.

4.1.3 Как осуществить поворот отрезка прямой линии вокруг заданной оси на заданный угол? (Ось $O \perp \Pi_1$)

Для осуществления поворота отрезка прямой линии вокруг заданной оси O на заданный угол необходимо: отрезок AB повернуть в положение A′B′ (рисунок 20).

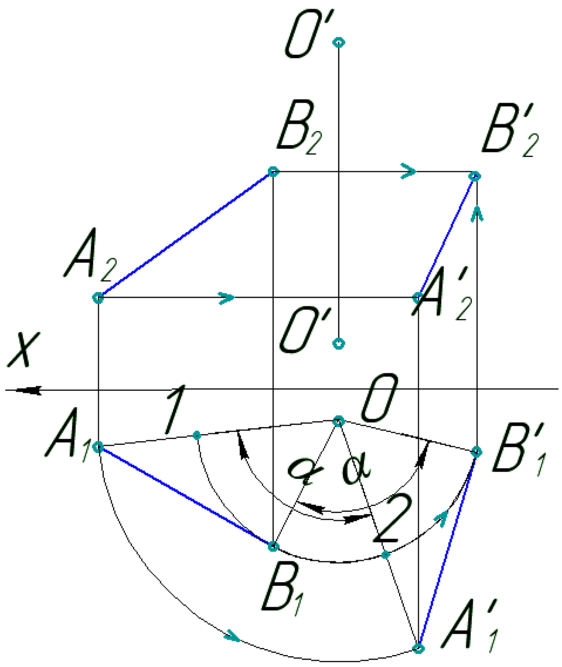
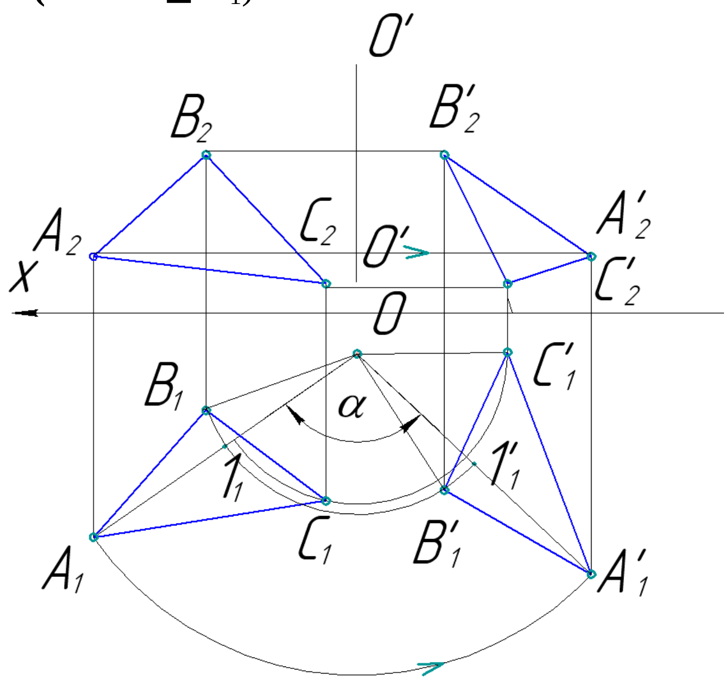


Рисунок 20

Горизонтальная проекция точки A'_1 получена при повороте радиуса OA_1 на заданный угол α..

Для нахождения точки B_1' проведена дуга радиусом OB_1 в этой дуге отложена хорда B_1B_1' равная хорде 1-2, это соответствует повороту точки B на тот же угол α. Для нахождения фронтальных проекций точек A_2' и B_2' из точек A_1' и B_1' проведены линии связи до пересечения с линиями связи из точек A_2 и B_2.

4.1.4 Как осуществить поворот плоскости вокруг заданной оси на заданный угол α ? (Ось O $\perp$ $П_1$)



⊥

Рисунок 21

Поворот плоскости вокруг заданной оси сводится к повороту принадлежащих ей точек и прямых линий. Здесь были повёрнуты 3 вершины, а следовательно, и вся фигура. Построение подробно показано на рисунке 20.

Треугольники $A_1B_1C_1$ и A_1' B_1' C_1'равны между собой по построению: при оси перпендикулярной плоскости $П_1$, горизонтальная проекция величины своей не меняет.

4.1.5 Как повернуть плоскость, заданную следами, на угол α вокруг оси?(Ось O$\perp$ $П_1$**)**

а) из точки O_1 опускаем перпендикуляр OA_1 на след P_1 (рисунок 22), поворачиваем точку A_1 заданный угол α до положения A_1';

б) проводим линию, перпендикулярную O_1A_1'. Это горизонтальный след плоскости в её новом положении. P_x'- точка схода следов;

в) для нахождения фронтального следа плоскости после её поворота в плоскости P взята горизонталь N_1F_1; N_2F_2 пересекающая ось вращения (N_1F_1

проходит через горизонтальную проекцию оси вращения O_1 параллельно горизонтальному следу плоскости P_1) ;

г) через точку O_1 проводим горизонталь $N_1' F_1'$ параллельно следу плоскости P_1'. Фронтальная проекция горизонтали не изменяет своего направления (параллельного оси x);

д) точка N_2' - новый фронтальный след горизонтали. Фронтальный след P_2' проходит через точку N_2'.

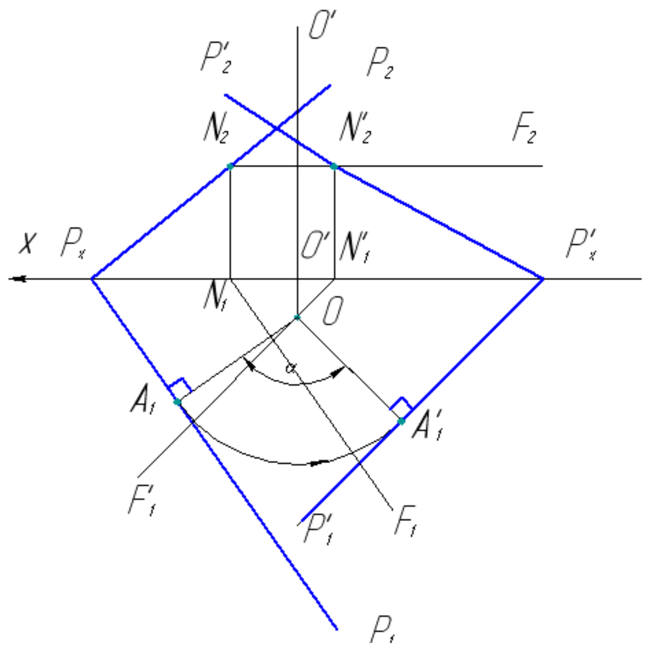


Рисунок 22

4.1.6 Как определить длину отрезка АВ и угол наклона его к плоскости проекций методом вращения?

а) выбирается ось вращения, перпендикулярная плоскости $П_1$ (рисунок 23), горизонтальная проекция отрезка A_1B_1 поворачивается вокруг оси О до положения параллельности оси x (A_1B_1'). Такое положение соответствует параллельности отрезка плоскости $П_2$;

б) проекция A_2 B_2' выражает длину отрезка. Угол A_2 $B_2'B_2$ равен углу между прямой АВ плоскостью $П_1$;

в) чтобы определить угол наклона прямой общего положения к плоскости $П_2$ надо провести ось вращения перпендикулярно к плоскости $П_2$ и повернуть прямую так, чтобы она стала параллельной плоскости $П_1$.

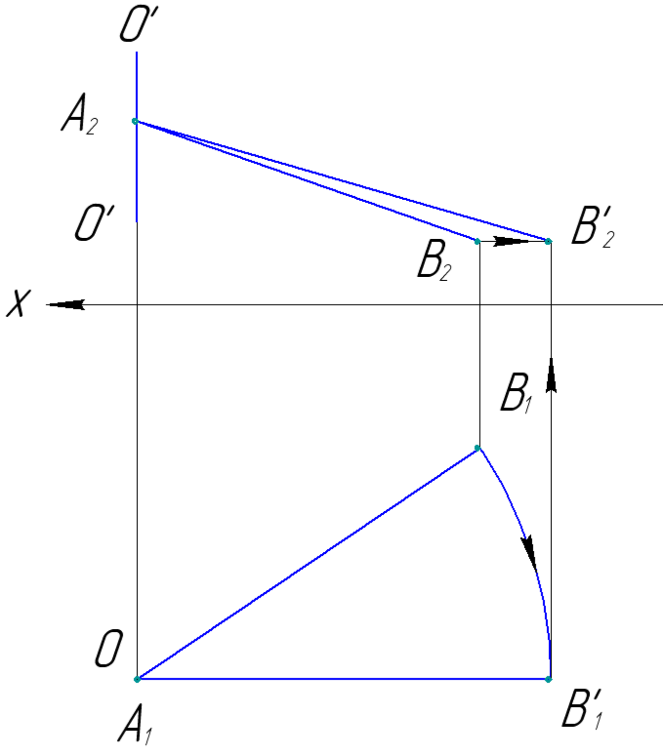


Рисунок 23

4.1.7 **Как определить угол наклона плоскости общего положения, заданной следами, к плоскости $П_2$**?

Чтобы найти угол наклона плоскости Р к плоскости проекций $П_2$ (рисунок 24), нужно повернуть её в положение горизонтально проецирующей. Для этого ось вращения должна быть перпендикулярна плоскости $П_2$, точка О - точка пересечения оси вращения со следом P_1, после поворота плоскости горизонтальный след P_1 должен пройти эту точку.

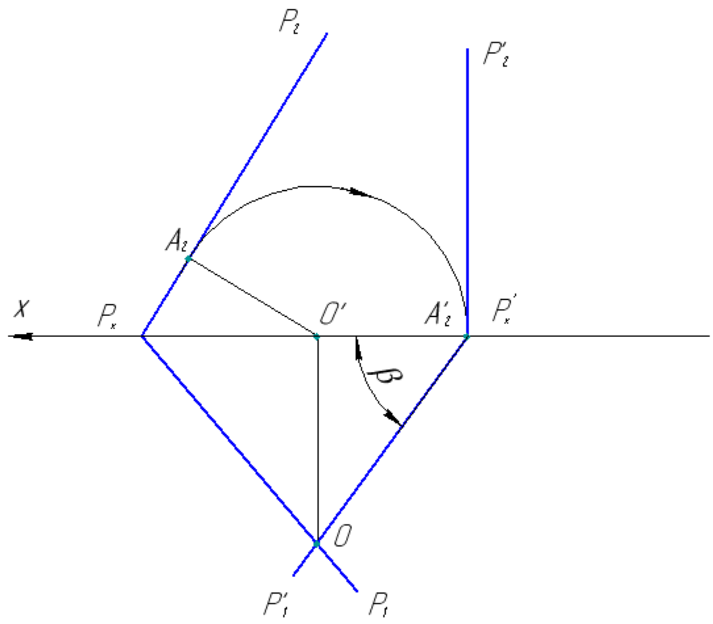


Рисунок 24

Фронтальный след плоскости P_2 поворачивается до нужного положения при помощи точки A_2 которая расположена на следе P_2 в основании перпендикуляра, опущенного из точки O′.

Угол β - угол наклона плоскости P к плоскости $П_2$. Если взять ось вращения, перпендикулярную плоскости $П_1$, то можно плоскость P поставить в положение фронтально проецирующей, определив при этом угол наклона плоскости P к плоскости $П_1$.

5 Способ плоскопараллельного перемещения

5.1 Вопросы к теме

5.1.1 Какой способ называется способом плоскопараллельного перемещения?

Это такой способ вращения, при котором можно, не задавая изображением оси вращения и не устанавливая величины радиуса вращения, а также не изменяя вида и величины одной проекции рассматриваемой фигуры, переместить эту проекцию в требуемое положение, а затем построить другую проекцию.

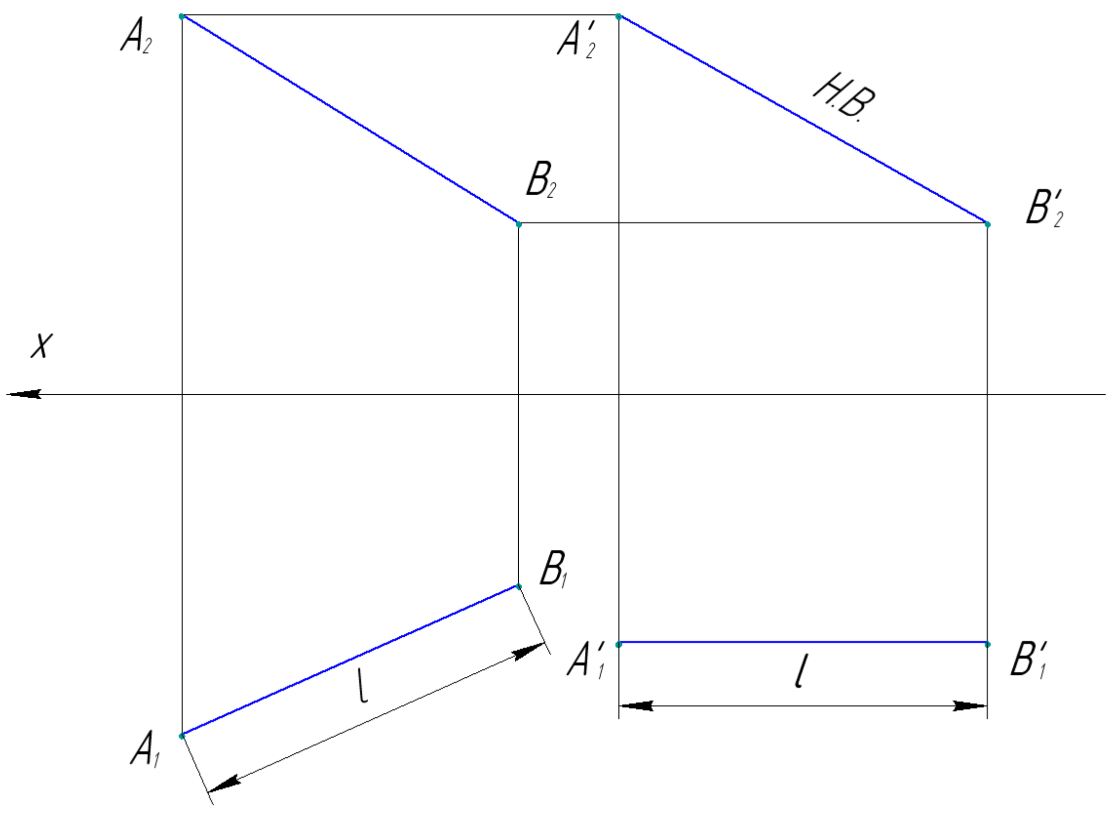


Рисунок 25

5.1.2 Как определить действительную величину отрезка способом плоскопараллельного перемещения?

Чтобы найти действительную величину отрезка, необходимо расположить его параллельно какой-либо плоскости проекций (например $П_2$, рисунок 25). Для этого проекцию $A_1' B_1'$ берем равной A_1B_1 и располагаем параллельно оси *x*.

Найдя соответствующую фронтальную проекцию отрезка $A_2' B_2'$ определим его действительную величину.

5.1.3 Как определить действительную величину треугольника способом плоскопараллельного перемещения?

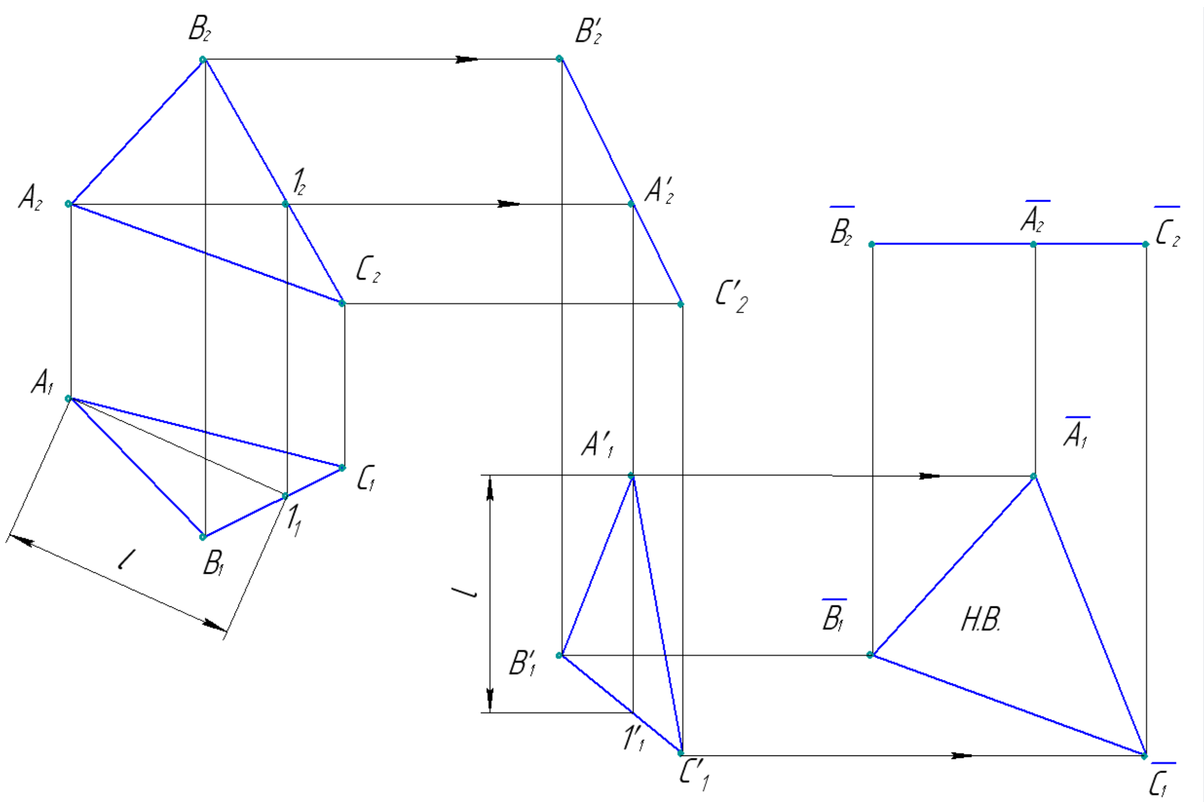


Рисунок 26

а) в плоскости треугольника проводим горизонталь A_11_1; A_21_2 (рисунок 26), проекцию треугольника $A_1'B_1'C_1'$ располагаем произвольно, но так, чтобы горизонталь оказалась перпендикулярной плоскости $П_2$;

б) при этом повороте подразумевается ось вращения, перпендикулярная плоскости $П_1$, поэтому горизонтальная проекция треугольника сохраняет свой вид и величину ($A_1'B_1'C_1'=A_1B_1C_1$), изменяется лишь её положение. Так, точки A; B; C при таком повороте перемещаются в плоскостях, параллельных плоскости $П_1$, проекции $A_2'B_2'C_2'$ находятся на горизонтальных линиях связи A_2 A_2'; B_2 B_2'; C_2 C_2';

в) при втором повороте, приводящем треугольник в параллельное плоскости $П_1$ положение, подразумевается ось вращения, перпендикулярная плоскости $П_2$. Теперь фронтальная проекция при повороте сохраняет вид и величину, полученные во второй стадии поворота, но точки A; B; C перемещаются в плоскостях, параллельных плоскости $П_2$. Проекции $\overline{A}_1, \overline{A}_1, \overline{\overline{N}}_1$ находятся на горизонтальных линиях связи с точками A_1', B_1', C_1'.

Проекция $\overline{A}_1\overline{A}_1\overline{\overline{N}}_1$ передает натуральный вид и натуральную величину треугольника ABC [3, с. 118].

5.1.4 Как определить действительную величину треугольника ABC методом поворота его вокруг горизонтали?

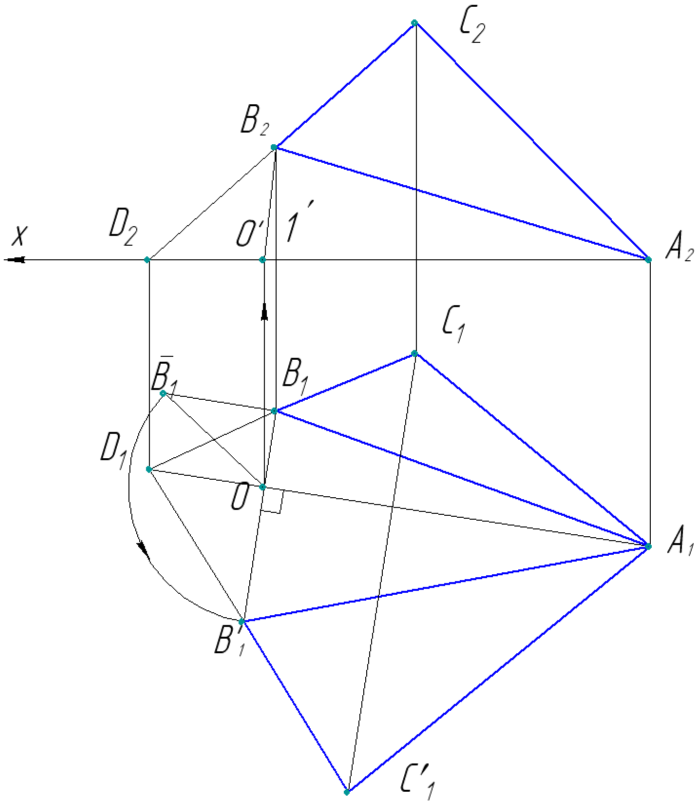


Рисунок 27

В качестве оси вращения принимаем горизонталь AD (рисунок 27). Точка A, расположенная на оси вращения, остается на месте. Следовательно, для изображения горизонтальной проекции треугольника после поворота надо найти положение проекций других двух его вершин. Опуская из точки B_1 перпендикуляр на A_1D_1, находим горизонтальную проекцию центра вращения - точку O и горизонтальную проекцию радиуса вращения точки B - отрезок OB_1 а затем фронтальную проекцию центра вращения - точку O' и фронтальную проекцию радиуса вращения точки B – отрезок $O'B_2$. Теперь надо определить натуральную величину радиуса вращения точки B. Для этого применен способ прямоугольного треугольника. По катетам OB_1 и $B_1\overline{\bar{A}}_1 = B_2 1'$ строим прямоугольный треугольник $OB_1\overline{\bar{A}}_1$, гипотенуза его равна радиусу вращения точки B. Теперь можно найти положение точки B_1'.

Положение точки C_1' находится на пересечении двух прямых, из которых одна является перпендикуляром, проведенным из точки C_1 к прямой A_1D_1, а другая проходит через найденную точку B_1' и D_1 (горизонтальную проекцию точки D, принадлежащую стороне BC и расположенную на оси вращения).

Проекция $A_1'B_1'C_1'$ отражает натуральную величину треугольника ABC, так как после поворота плоскость треугольника параллельна плоскости Π_1 [1, с. 92-93].

6 Способ совмещения

6.1 Вопросы к теме

6.1.2 Что понимается под названием способ совмещения?

Поворот плоскости вокруг её следа до совмещения с соответствующей плоскостью проекций.

Если плоскость вращать вокруг ее следа до совмещения с плоскостью проекций, в которой расположен этот след, то отрезки линий и фигуры, расположенные в плоскости, изобразятся без искажения.

6.1.3 Как найти новое положение точки *N*, совмещенное с плоскостью $П_1$? (рисунок 28)

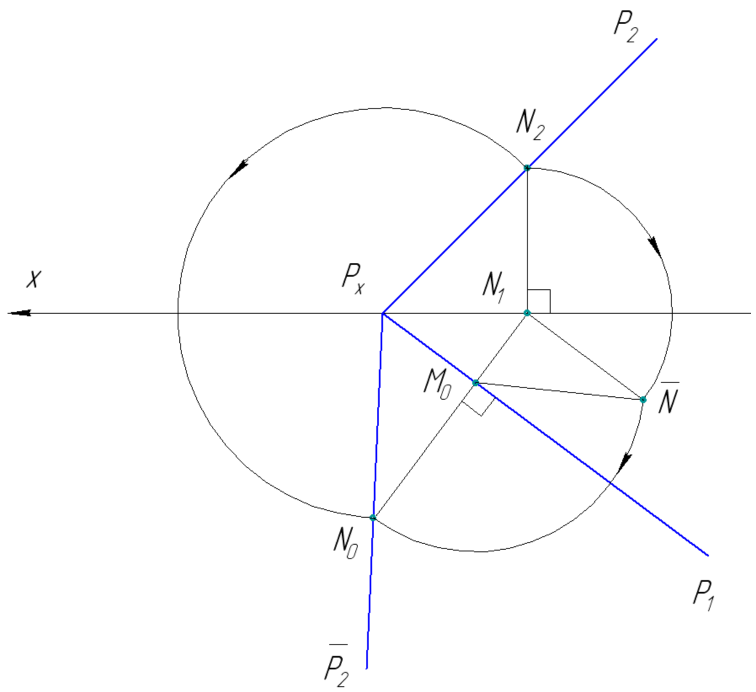


Рисунок 28

На чертеже выбрана произвольная точка N (она совпадает со своей проекцией N_2), через её проекцию N_1 проведена прямая N_1M_0, перпендикулярная оси вращения

- следу P_1. На этой прямой должна лежать точка N после совмещения с плоскостью $П_1$ на расстоянии от точки M_0, равном радиусу вращения точки N или на расстоянии P_xN_2 от точки P_x. Длину радиуса вращения можно определить как гипотезу прямоугольного треугольника с катетами M_0N_1 и $N_1\overline{N}$ ($N_1\overline{N}=N_1N_2$). Проводя из точки M_0 дугу радиуса $M_0\overline{N}$ или из точки P_x дугу радиуса P_xN_2, получаем на прямой N_1M_0 совмещенное с плоскостью $П_1$ положение точки N- точку N_0.

6.1.4 Как найти действительную величину отрезка способом совмещения?

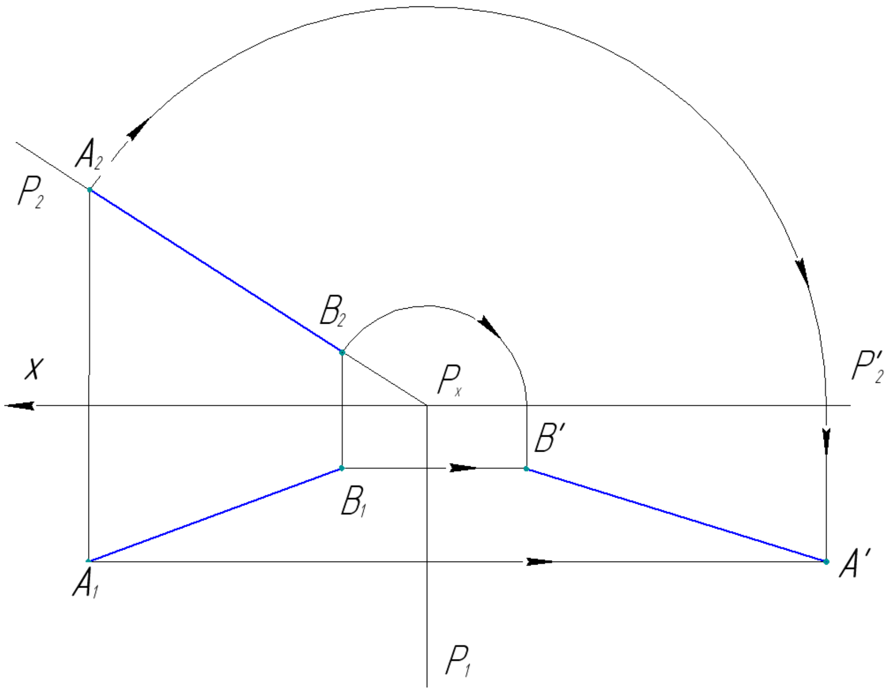


Рисунок 29

а) через отрезок прямой АВ (рисунок 29) проводим фронтально проецирующую плоскость. Фронтальная проекция отрезка A_2B_2 лежит на фронтальном следе плоскости;

б) вращаем плоскость Р вокруг её горизонтального следа P_1 до совмещения с плоскостью $П_1$; фронтальный след плоскости P_2' расположится на оси проекции x;

в) горизонтальная проекция отрезка $A'B'$ находится на пересечении линии связи из точек B' и B_1, A' и A_1. $A'B'$ - истинная величина отрезка АВ.

7 Примеры решения задач

З а д а ч а №1

Определить расстояние от точки D до плоскости треугольника ABC (рисунок 30).

Искомое расстояние от точки D до плоскости треугольника ABC определяет перпендикуляр из данной точки до данной плоскости.

Решение

1 Проводим в плоскости треугольника ABC горизонталь($A_2 2_2$; $A_1 2_1$) и фронталь ($B_1 1_1$; $B_2 1_2$).

2 Из горизонтальной проекции точки D_1 опускаем перпендикуляр на горизонтальную проекцию горизонтали $A_1 2_1$.

3 Из фронтальной проекции точки D_2 опускаем перпендикуляр на фронтальную проекцию фронтали ($B_2 1_2$).

4 Находим точку пересечения перпендикуляра с плоскостью треугольника. Для этого через перпендикуляр проводим вспомогательную фронтально проецирующую плоскость P и строим линию пересечения ($3_2 4_2$; $3_1 4_1$) данной плоскости треугольника ABC с плоскостью P.

5 Определяем положение точки E_1 пересечения прямой и перпендикуляра из точки D_1 а также положение фронтальной проекции точки E_2 в проекционной связи.

6 D_1E_1 и D_2E_2— горизонтальная и фронтальная проекции перпендикуляра из точки D на плоскость ABC.

Для нахождения истинной величины этого перпендикуляра, т.е. истинного расстояния от данной точки до данной плоскости, используем метод прямоугольного треугольника.

7 Строим прямоугольный треугольник, одним из катетов которого является горизонтальная проекция перпендикуляра D_1E_1 другим - разность координат по оси Z точек D_2 и E_2.

Гипотенуза этого треугольника является истинной величиной перпендикуляра DE, опущенного из точки D на плоскость ABC, или расстоянием от точки D до плоскости ABC.

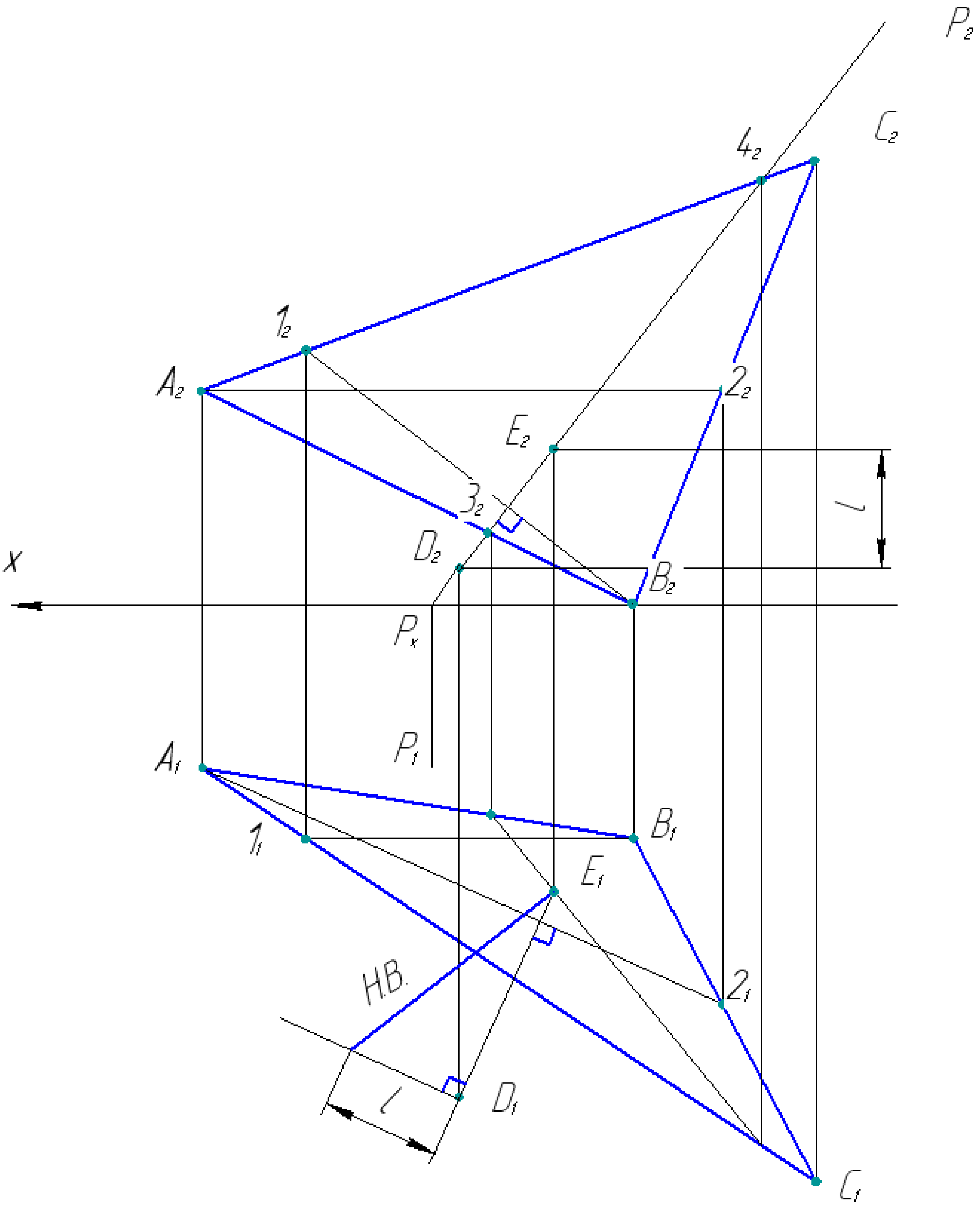


Рисунок 30

Задача №2

Определить кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми CB и SA (рисунок 31).

Кратчайшее расстояние между двумя скрещивающимися прямыми есть в то же время и расстояние между параллельными плоскостями, в которых лежат скрещивающиеся прямые. Так, чтобы найти кратчайшее расстояние между двумя скрещивающимися прямыми (например CB к SA), необходимо построить общий перпендикуляр к ним.

Задача решена методом перемены плоскостей проекций.

Решение

1 Преобразуем прямую SA в прямую, параллельную плоскости $П_2$ (фронталь). Для этого проведем ось x_1, параллельную $S_1A_{1.}$ Построим проекции S_3A_3 и C_3B_3 в новой плоскости $П_3$. Для этого проведем перпендикуляры к оси x_1 из точек C_1,B_1,S_1,A_1 и отложим на них от оси x_1 расстояния Z_s, Z_a, Z_c, Z_b(на рисунке показан размер Z_a).

2 Проведем ось x_2 перпендикулярно проекции прямой S_3A_3 с тем, чтобы преобразовать прямую SA в прямую, перпендикулярную плоскости $П_4$ (горизонтально проецирующую), а также построим проекцию прямой C_4B_4 в новой плоскости $П_4$.

Для этого проведем перпендикуляры из точек C_3; B_3; A_3; S_3 к оси x_2 и отложим на них от оси x_2 расстояния Y_a, Y_b, Y_c, Y_s. (на рисунке показан размер Y_a).

3 Получив на плоскости $П_4$ проекцию прямой AS в виде точки $S_{4=}O_4$ и проекцию второй прямой C_4B_4 и проведя из $S_4 = A_4$ перпендикуляр на C_4B_4 найдём искомое расстояние между данными скрещивающимися прямыми CB и SA.

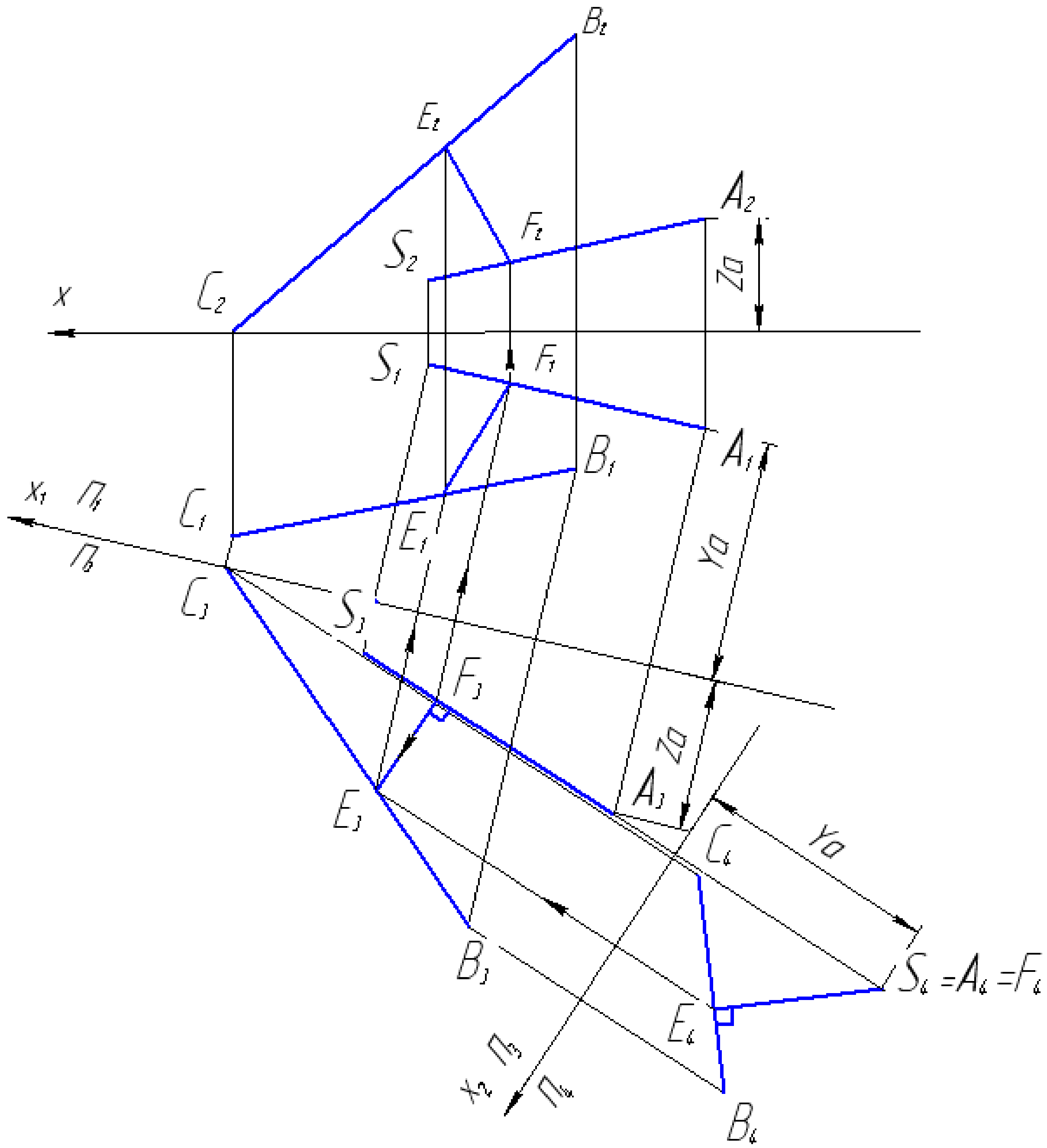

B2
E2
A2
F2
S2
Za
X
C2
S1
F1
A1
B1
X1
П1
C1
E1
Ya
П3
C3
S3
F3
Za
A3
E3
C4
Ya
B3
S4 =A4 =F4
E4
X2
П3
П4
B4

Рисунок 31

Задача №3

На расстоянии, равном m, построить плоскость, параллельную заданной плоскости ABC (рисунок 32).

Решение

1 В плоскости треугольника проводим главные линии плоскости фронталь f и горизонталь h. Обозначим проекции точек пересечения горизонтали и фронтали E_1 и E_2.

2 В точке E провести перпендикуляр к плоскости ABC.

Фронтальная проекция перпендикуляра к плоскости (E_2D_2) должна быть перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали плоскости, а его горизонтальная проекция (E_1D_1) перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали.

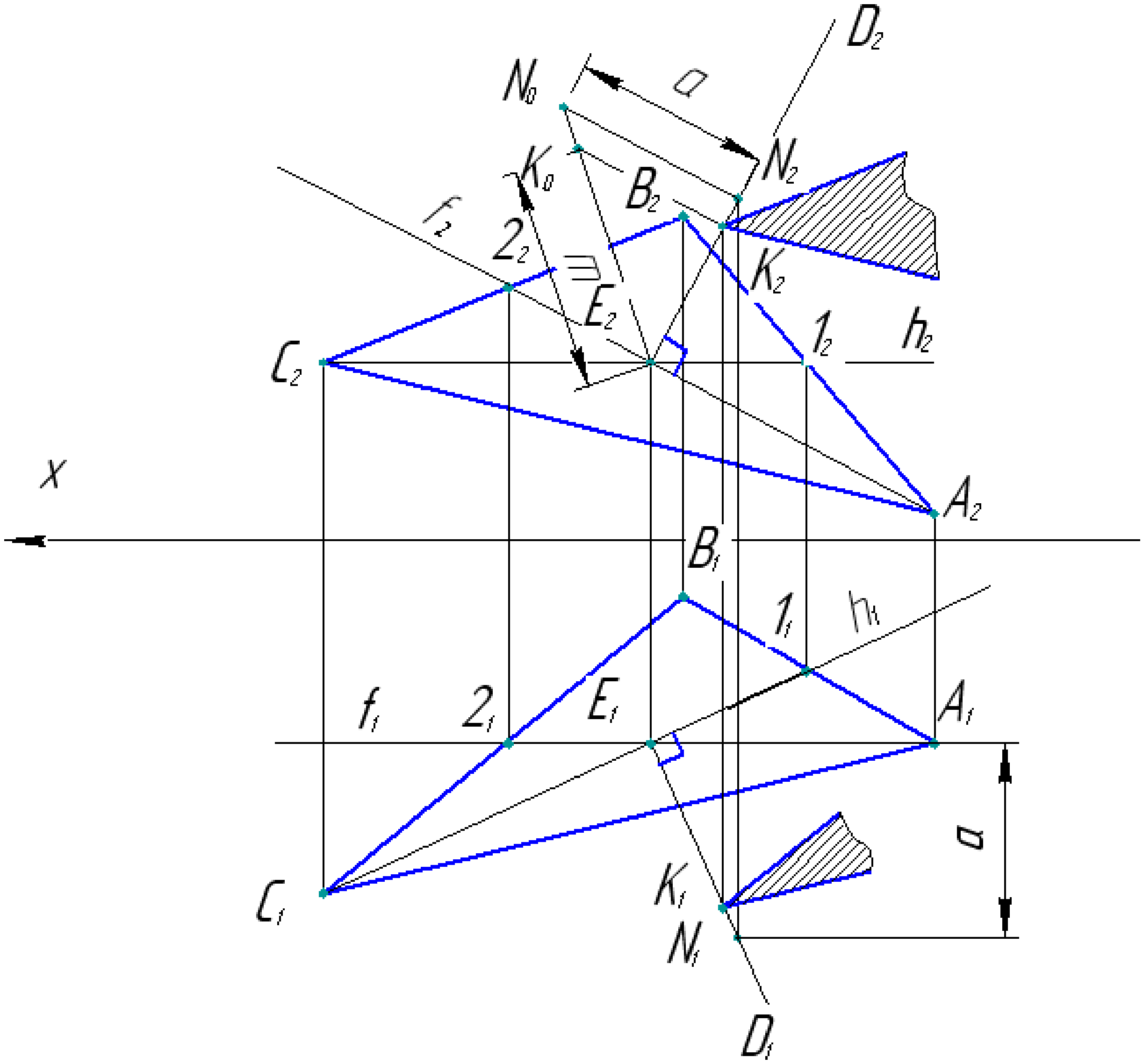
3 На перпендикуляре выбираем произвольную точку N (N_1 и N_2) и находим натуральную величину отрезка EN методом прямоугольного треугольника.

N_2N_0=a (разница координат концов по оси Y точек E_1 и N_1)

4 От E по линии E_2N_0 отложить расстояние, равное m, измеряемое отрезком E_2K_0.

5 Из точки K_0 опустить перпендикуляр на E_2D_2. Найти проекции точки K (K_2K_1).

6 Через точку K (K_1K_2) провести плоскость, параллельную заданной, исходя из условий параллельности двух плоскостей.



D_2
N_0
a
N_2
K_0
B_2
f_2
2_2
m
K_2
E_2
1_2
h_2
C_2
X
A_2
B_1
1_1
h_1
f_1
2_1
E_1
A_1
a
K_1
C_1
N_1
D_1

Рисунок 32

Задача № 4

Определить натуральную величину треугольника ABC способом вращения без указания на чертеже осей вращения, перпендикулярных плоскостям Π_1 и Π_2 (способом плоскопараллельного перемещения, рисунок 33 и 34).

Решение

На рисунках 33 и 34 показаны два этапа поворота треугольника ABC, расположенного в плоскости общего положения, с целью получения натурального вида этого треугольника,

Первый этап (рисунок 33)

1. Поворачиваем треугольник ABC в положение, когда он будет перпендикулярен плоскости Π_2.

Для этого в плоскости треугольника ABC проводим горизонталь C_2E_2; C_1E_1.

2. Поворачиваем горизонталь до положения перпендикулярности плоскости Π_2, тогда и треугольник, содержащий эту горизонталь, окажется перпендикулярным к плоскости Π_2.

3. Так как построение производится без указания осей вращения, то проекцию треугольника $A'B'C'$ располагаем произвольно, но проекцию горизонтали $E'B'$ направляем перпендикулярно оси x. При этом повороте подразумевается ось вращения перпендикулярная к плоскости Π_1, поэтому горизонтальная проекция треугольника сохраняет свой вид и величину ($A_1B_1C_1 = A'B'C'$) изменяется лишь её положение, а фронтальная проекция треугольника $A''B''C''$ превращается в линию. Проекции точек A'';B'';C'' находятся на горизонтальных линиях связи A_2A''; B_2B''; C_2C''.

Второй этап (рисунок 34)

1. Поворачиваем треугольник в положение, параллельное плоскости Π_1, подразумевается ось вращения, перпендикулярная к плоскости Π_2. Теперь фронтальная проекция треугольника при повороте сохраняет вид и величину и занимает положение, параллельное оси x.

2. Горизонтальные проекции точек A_0; B_0; C_0 находятся на горизонтальных линиях связи с точками A′; B′; C′. Проекция $A_0B_0C_0$ передает натуральный вид и натуральную величину треугольника ABC.

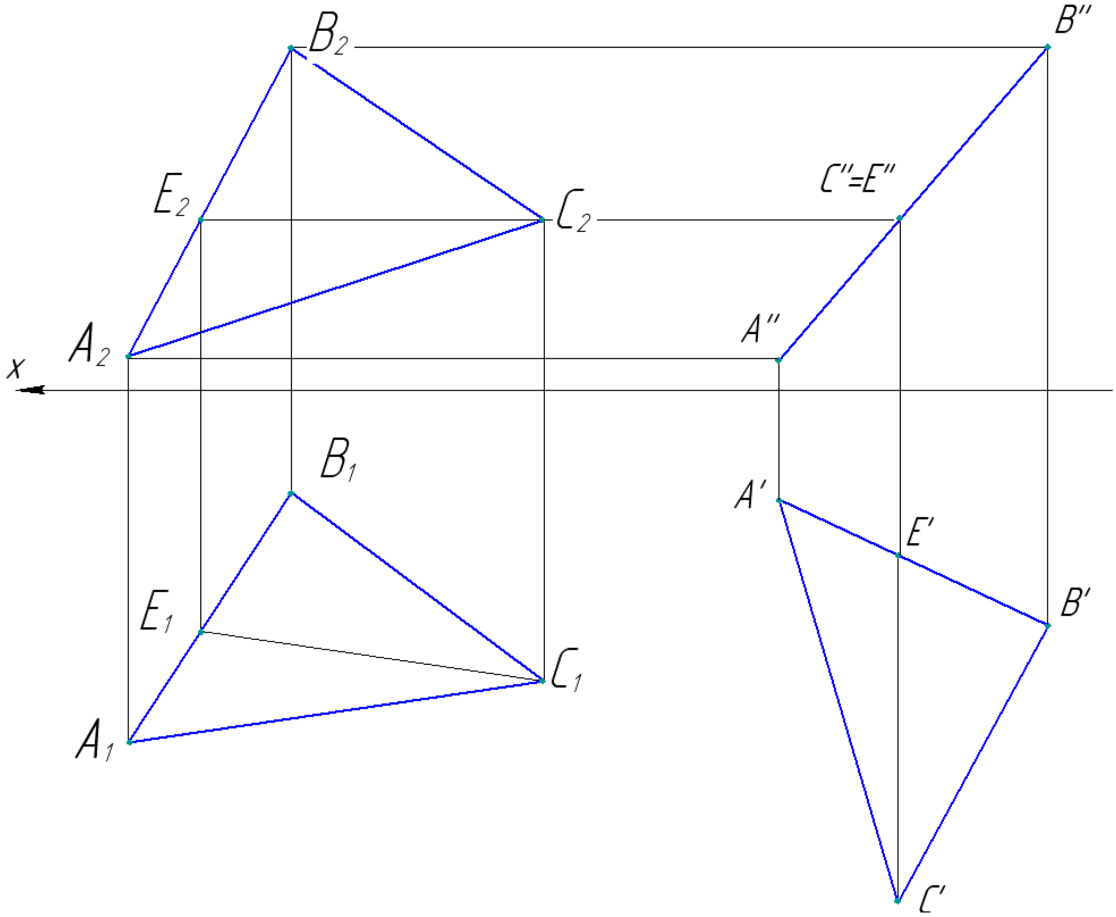


Рисунок 33

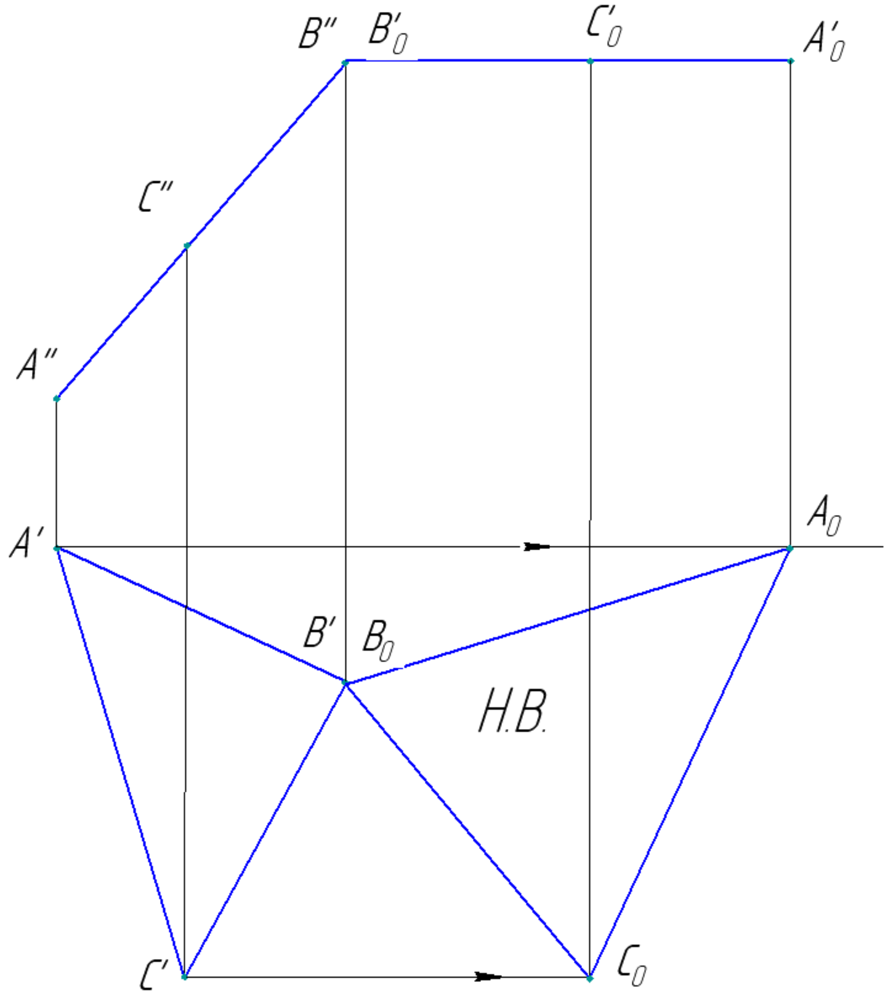


Рисунок 34

Список использованных источников

1 Гордон, В. О. Курс начертательной геометрии /В. О. Гордон, М. А. Семенцов – Огиевский. – М.: Наука, 2005. – 346 с.

2 Власов, М. П. Инженерная графика /М. П. Власов. – М.: Машиностроение, 2006. – 261 с.

3 Бубенников, А. В. Начертательная геометрия /А. В. Бубенников. – М.: Высшая школа, 2005. – 186 с.

4 Артустамов, Х. А. Сборник задач по начертательной геометрии /Х. А. Артустамов. – М.: Машиностроение, 2007. – 218 с.

5 Гордон, В. О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии /В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева. – М.: Наука, 2006. – 351 с.

Обозначения и символы

Обозначение геометрических фигур и их проекций

1 Плоскости проекций обозначаются $\Pi_1(H)$, $\Pi_2(V)$, $\Pi_3(W)$, где

Π_1 (H) - горизонтальная;

Π_2 (V) - фронтальная;

Π_3 (W) - профильная плоскость проекции.

2 Оси проекций обозначаются буквами x, y, z.

3 Точки обозначаются прописными буквами латинского алфавита или арабскими цифрами:

A, B, C, Д, …..L, M, N……

1, 2, 3, 4, …..12, 13, 14 ……

4 Проекции точек, линий, поверхностей любой геометрической фигуры обозначаются соответственно строчными буквами:

- на горизонтальной плоскости – A_1, B_1, C_1, D_1, (a, b, c, d) и т.д.;

- на фронтальной – A_2, B_2, C_2, D_2 (a',b',c',d') и т.д.;

- на профильной – A_3, B_3, C_3, D_3 (a'', b '', c'', d'') и т.д.

5 Линии уровня обозначаются:

h - горизонтальная;

υ - фронтальная;

ω - профильная прямая.

6 Углы обозначаются:

$\angle ABC$- угол с вершиной в точке B или $\angle\alpha°$, $\angle\beta°$, $\angle\gamma°$, …., $\angle\varphi°$.

Угловая величина (градусная мера) обозначается знаком $\wedge$, который ставится над утлом:

$\widehat{ABC}$ - величина $\angle ABC$.

Прямой угол отмечается дугой с точкой внутри сектора.

7 Вспомогательные проекции точек, линий, поверхности любой фигуры, полученные в результате преобразования для определения действительной величины геометрической фигуры, обозначаются той же буквой (цифрой) с подстрочным индексом "о":

$$A_o,\quad 1_o,\quad \beta_o,\quad \phi_o,\quad \text{и т.д.}$$

Символы, обозначающие отношение между геометрическими фигурами

$=$ совпадают, равны, результат действия

$\cong$ конгруэнтны

$\sim$ подобны

$\parallel$ параллельны

$\perp$ перпендикулярны

$\doteq$ скрещиваются

$\xrightarrow{P}$ параллельное проецирование

$\setminus$ отрицание

$\in$ принадлежит (A$\in$ L - точка принадлежит линии L)

$\subset$ включает

$\cup$ объединение множеств

$\cap$ пересечение множеств

Приложение А
(*обязательное*)

Задачи по курсу «Инженерная графика» для самостоятельной работы

Задачи метрические

1 На прямой /AB/ найти точку, равноудаленную от концов отрезка /CD/.

2 Найти геометрическое место точек, равноудаленных от точек /A/, /B/, /C/. Решить в масштабе 1:1.

3 Из точки /D/ к прямой /AB/ провести перпендикуляр.

4 Через точку /S/, которая делит отрезок /AD/ в отношении 1:3, провести перпендикуляр этой прямой.

5 Определить угол наклона прямой /AB/ к фронтальной плоскости проекций.

6 Определить расстояние от точки /A/ до горизонтали, содержащей точку /B/.

7 Определить расстояние от точки /К/ до плоскости треугольника /ABE/.

8 Определить угол наклона плоскости треугольника /ABC/ к горизонтальной плоскости проекций.

9 Определить длины отрезков /AB/, /EК/, /BК/.

10 Найти расстояние от точки /A/ до плоскости треугольника /BКE/.

11 Определить расстояние от точки /К/ до плоскости общего положения, проходящей через прямую /AB/ . Плоскость задать следами.

12 Через точку /C/ провести плоскость, перпендикулярную плоскости треугольника /AEК/.

13 Через прямую /AB/ провести плоскость, перпендикулярную плоскости треугольника /DEК/

14 Определить расстояние между прямыми /AE/ и /DК/.

15 Из точки /К/ к прямой /AB/ провести перпендикуляр.

16 Найти геометрическое место точек, равноудаленных от плоскостей /ABC/ и /DEK/.

17 Определить угол наклона плоскости треугольника /ABE/ к фронтальной плоскости проекции.

18 Через точку /A/ провести плоскость, параллельную плоскости общего положения, проходящей через прямую /BK/ и содержащую точку /E/ . Плоскость задать следами.

19 Определить угол между прямой /AB/ и плоскостью треугольника /DEK/.

20 Определить угол между плоскостями треугольников /AEC/ и /BDK/.

21 Определить площадь треугольного отсека плоскости /ABC/.

22 Определить положение точки /M/, лежащей внутри тетраэдра /ABEK/ , если известно, что она лежит на прямой, которая проходит через вершину /K/ и центр тяжести материальных точек /A/, /B/, /E/; она лежит в плоскости которая делит двугранный угол между плоскостями /ABE/ /AEK/ на две равные части. Определить натуральную величину отрезка /MK/.