

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра математических методов и моделей в экономике

Е. Н. Седова, Л. М. Туктамышева, О. И. Бантикова

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ: РЕАЛИЗАЦИЯ ПОДХОДА БОКСА- ДЖЕНКИНСА В ПАКЕТЕ GRETl

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по направлениям подготовки 231300.62 Прикладная математика, 080500.62 Бизнес-информатика, 080100.62 Экономика, специальности 080016.65 Математические методы в экономике

Оренбург
2012

УДК 330.4 (076)
ББК 65 в 631 я 7
С28

Рецензент – кандидат экономических наук, доцент Т.В. Леушина

- Седова, Е. Н.**
С 28 Моделирование и прогнозирование временных рядов: реализация подхода Бокса-Дженкинса в пакете GRETЛ: методические указания / Е. Н. Седова, Л. М. Туктамышева, О. И. Бантикова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2012. – 43 с.

Методические указания содержат рекомендации к лабораторному практикуму и самостоятельной работе по дисциплинам «Эконометрика», «Эконометрическое моделирование», «Методы социально-экономического прогнозирования», «Методы моделирования и прогнозирования», «Методы моделирования и прогнозирования экономики», «Макроэкономическое планирование и прогнозирование» и другим дисциплинам, требующим навыков моделирования и прогнозирования на основе данных временного характера.

Методические указания предназначены студентам специальности 080116.65 - Математические методы в экономике, по направлениям подготовки 231300.62 Прикладная математика, 080500.62 Бизнес-информатика, 080100.62 Экономика, а так же студентам других направлений, изучающим родственные дисциплины.

УДК 330.4 (076)
ББК 65 в 631 я 7

© Седова Е. Н.,
© Туктамышева Л. М.,
© Бантикова О. И., 2012
© ОГУ, 2012

Содержание

Введение	4
1 Описание лабораторной работы.....	5
2 Постановка задачи.....	5
3 Порядок выполнения работы.....	5
4 Содержание письменного отчета	37
5 Вопросы к защите	38
Список использованных источников.....	40
Приложение А Исходные данные.....	41
Приложение Б Список источников статистических данных	43

Введение

Решение многих экономических задач требует привлечения аппарата моделирования и прогнозирования одномерных временных рядов. Это, например, планирование производственных мощностей (численности персонала, количества терминалов) для удовлетворения спроса на продукцию или услуги фирмы; прогнозирование будущих цен сырья или акций для управления стоимостью бизнеса; прогнозирование демографической ситуации в регионах и мире в целом и другие задачи.

В настоящее время одним из широко распространенных и дающих хорошие результаты подходов к прогнозированию является подход Бокса и Дженкинса. Идентификация и исследование адекватности таких моделей требует использования специализированных эконометрических пакетов типа Statistica, Eviews, Stata, распространяемых, однако, по платной лицензии. Предлагаемые методические указания демонстрируют построение прогноза временного ряда по методологии Бокса-Дженкинса на базе свободно распространяемого профессионального кросс-платформенного пакета GRETl. Цель методических указаний заключается в формировании навыков моделирования и прогнозирования экономических показателей, представленных в виде нестационарных временных рядов.

1 Описание лабораторной работы

Цель работы заключается в выработке навыков моделирования и краткосрочного прогнозирования временных рядов на основе моделей Бокса-Дженкинса.

Лабораторная работа включает в себя следующие этапы:

- постановку задачи;
- ознакомление с порядком выполнения работы;
- выполнение расчетов индивидуальных задач на компьютере и анализ результатов;
- подготовку письменного отчета с выводами по работе;
- защиту лабораторной работы.

Лабораторная работа рассчитана на 2 часа.

Большую часть данных методических указаний составляют технические подробности работы в пакете GRETЛ, которые при подготовке отчета **должны быть опущены**.

2 Постановка задачи

По данным Приложения А для исследуемого временного ряда:

- 1) на основе визуального анализа, а также анализа автокорреляционной и частной автокорреляционной функций определить компонентный состав;
- 2) построить АРСС-модель;
- 3) исследовать адекватность модели;
- 4) построить прогноз на 3 периода вперед.

3 Порядок выполнения работы

Одним из широко распространенных подходов к прогнозированию является использование моделей авторегрессии (АР), скользящего среднего (СС) и смешанных моделей - авторегрессии скользящего среднего (АРСС). Их

обобщением, пригодным для описания нестационарных временных рядов, выступают модели авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС). Бокс и Дженкинс показали, что при наличии d единичных корней характеристического уравнения d -ая разность нестационарного процесса y_t может быть описана с помощью модели АРСС(p, q):

$$\Delta^d y_t - \alpha_1 \Delta^d y_{t-1} - \dots - \alpha_p \Delta^d y_{t-p} = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}, \quad t = d + \max\{p, q\} + 1, \dots, T$$

где d, p и q – порядок интегрирования, авторегрессии и скользящего среднего;

$\alpha_i, i = 1, \dots, p$ – параметры авторегрессии,

$\beta_i, i = 1, \dots, q$ – параметры скользящего среднего,

ε_t – белый шум.

Иными словами, если $\Delta^d y_t$ стационарна, то для ее моделирования может быть использован аппарат моделей стационарных процессов. Предполагается, что в исследуемом ряду отсутствуют периодические компоненты.

Этапы предложенной Боксом и Дженкинсом процедуры построения модели типа АРПСС по наблюдаемой реализации случайного процесса представлены на рисунке 1.

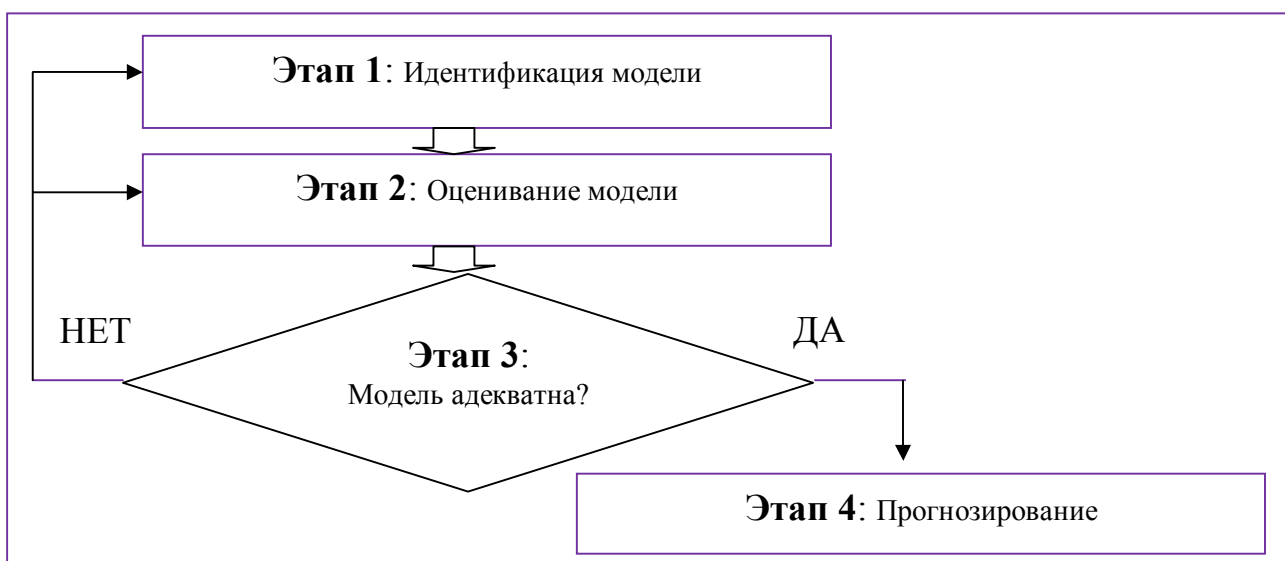


Рисунок 1 – Общая схема построения модели типа АРПСС

Первый этап. Этап идентификации модели состоит из двух подэтапов. Сначала нужно установить порядок интеграции d , то есть добиться стационарности ряда y_t , взяв достаточное количество последовательных разностей. Для этого можно использовать несколько способов:

1) так же, как при выборе порядка полинома, воспользоваться методом последовательных разностей [1];

2) ориентироваться по графику временного ряда: если графическое изображение ряда близко к прямой, то будет достаточно первых разностей ($d=1$); если к параболе или экспоненте, то понадобится перейти к ряду как минимум вторых разностей ($d=2$), и т.д.;

3) определить количество единичных корней, используя соответствующие тесты (например, расширенный критерий Дики-Фуллера, KPSS-тест и др.) и процедуру Дики-Пантула;

4) анализировать автокорреляционные функции ряда первых, вторых и более высоких порядков и взять в качестве d минимальный порядок, при котором автокорреляционная функция быстро затухает.

Затем на основе анализе автокорреляционной и частной автокорреляционной функций нужно установить порядок авторегрессии p и порядок скользящего среднего q (таблица 1).

Таблица 1 – Теоретические свойства АКФ и ЧАКФ процессов AP, CC и APCC

Характеристика	Процесс		
	AP(p)	CC(q)	APCC(p,q)
АКФ	бесконечно убывающая	обрыв после лага q	бесконечно убывающая
ЧАКФ	обрыв после лага p	бесконечно убывающая	бесконечно убывающая

Поскольку вместо истинных значений АКФ и ЧАКФ у нас имеются только их оценки, то на практике обрывом считается значение выборочного коэффициента автокорреляции, не превышающее $\pm 1,96/\sqrt{T}$ - для наглядности на графики выборочных АКФ и ЧАКФ наносятся полосы данной ширины.

Второй этап. На этапе оценивания производится оценка модели указанной спецификации. В настоящее время в большинстве статистических пакетов для оценки параметров АРСС-моделей используется точный или условный методы максимального правдоподобия [7].

Третий этап. После оценивания модели и до принятия решения о возможности использования модели для прогнозирования необходимо проверить, что остатки модели (разница между наблюдаемыми значениями ряда и оцененными с помощью модели) являются гауссовым белым шумом – то есть они нормально распределены, некоррелированы и имеют постоянную дисперсию.

Проверка нормальности остатков может осуществляться на основе критериев хи-квадрат, Жака-Бера, графиков на нормальной вероятностной бумаге или графиков типа квантиль-квантиль и др. критериев нормальности [3,5].

Для проверки некоррелированности остатков во многих статистических пакетах приводятся значения портманто-статистик Q^* Бокса-Пирса и/или Q Бокса-Льюнга. Они проверяют нулевую гипотезу $H_0 : \rho(1) = \dots = \rho(m) = 0$ против

альтернативы $H_1 : \sum_{i=1}^m \rho(i)^2 > 0$ на основе статистики

$$Q^* = T \cdot \sum_{i=1}^m r(i)^2 \stackrel{\text{asympt}}{\in} \chi^2(m-p-q) \quad \text{или} \quad Q = (T+2)T \cdot \sum_{i=1}^m \frac{r(k)^2}{(T-i)} \stackrel{\text{asympt}}{\in} \chi^2(m-p-q)$$

соответственно. Была доказана их неприменимость для проверки автокорреляции остатков в моделях временных рядов, поэтому исследователи часто ограничиваются проверкой отсутствия выбросов у АКФ и ЧАКФ ряда остатков.

Для проверки постоянства дисперсии остатков (отсутствия эффектов кластеризации волатильности, или ARCH-эффекта) используется тест множителей Лагранжа, предложенный Энглом [5]. Задается количество лагов g и оценивается регрессия

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \gamma_g \hat{\varepsilon}_{t-g}^2 + u_t, \quad t = g+1, \dots, T$$

где $\hat{\varepsilon}_t$ - остатки модели АРСС,

u_t - белый шум.

Проверяется нулевая гипотеза $H_0 : \gamma_1 = \dots = \gamma_g = 0$ против альтернативы

$H_1 : \sum_{i=1}^g \gamma_i^2 > 0$ на основе $T \cdot R^2 \stackrel{\text{asympt}}{\sim} \chi^2(g)$. При наличии ARCH-эффекта это нужно учесть при построении прогноза [5].

Четвертый этап. В качестве наилучшего в смысле минимума среднеквадратической ошибки прогноза используется условное по всей предыстории процесса его математическое ожидание.

Если построенная модель оказалась неадекватной, то следует или изменить метод оценивания, или вернуться на этап идентификации и попробовать другую спецификацию модели, или даже вернуться к самому началу исследования и, возможно, отказаться от какой-то части данных [3].

Может возникнуть ситуация, когда адекватной окажется не одна модель, а несколько. В этом случае аналогично моделям регрессии, при выборе наилучшей модели можно ориентироваться на остаточную дисперсию – если в сравниваемых моделях одинаковое количество параметров (например, модели AP(2) и APCС(1,1)). Если же модели различаются количеством параметров, то для сравнения и выбора лучшей модели используются так называемые информационные критерии – Акаике (AIC), байесовский критерий Шварца (BIC) и Хеннана-Куинна (HQ):

$$AIC = \ln(\tilde{\sigma}^2) + 2 \cdot \frac{p+q}{T},$$

$$BIC = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{p+q}{T} \ln T,$$

$$HQ = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{p+q}{T} \ln(\ln T)$$

где $\tilde{\sigma}^2$ – оценка остаточной дисперсии,

p, q – количество оцениваемых параметров AP и СС ,

T – длина временного ряда.

Данные критерии выступают как инструмент практической реализации принципа экономности модели – выбирается модель, которой соответствует минимальное значение критериев. Следует, однако, помнить, что критерии могут выбирать разные модели. Например, исследования показывают, что критерий Акаике переоценивает порядок модели, а критерий Хеннана-Куинна – недооценивает.

С другой стороны, иногда имеет смысл сразу не выбирать одну единственную лучшую модель, а сформировать так называемый портфель моделей, на основе которой затем построить обобщенный прогноз.

Далее продемонстрируем процедуру прогнозирования на основе АРПСС(p,d,q)-модели, используя информацию о среднемесечном индексе Доу-Джонса (y_t) за период с января 2000 г по май 2005 г в пакете GRETЛ.

Запуск GRETЛ и подготовка данных

Эконометрический пакет GRETЛ позволяет как создавать рабочие файлы сразу в своем формате и вводить данные непосредственно с клавиатуры, так и осуществлять импорт данных из большинства распространенных офисных и специализированных статических пакетов – Eviews, Stata, SPSS, SAS. Покажем, как импортировать данные из Excel.

Создадим новую книгу Excel и на ее первом листе введем (или скопируем) данные, причем в первой строке сразу укажем название анализируемого временного ряда. Переименуем лист с данными из Лист1 в list1 (для этого нужно щелкнуть левой клавишей мыши на ярлычке листа и ввести новое имя), сохраним файл под именем kniga1.xls, используя пункт меню Файл – Сохранить как (рисунок 2).

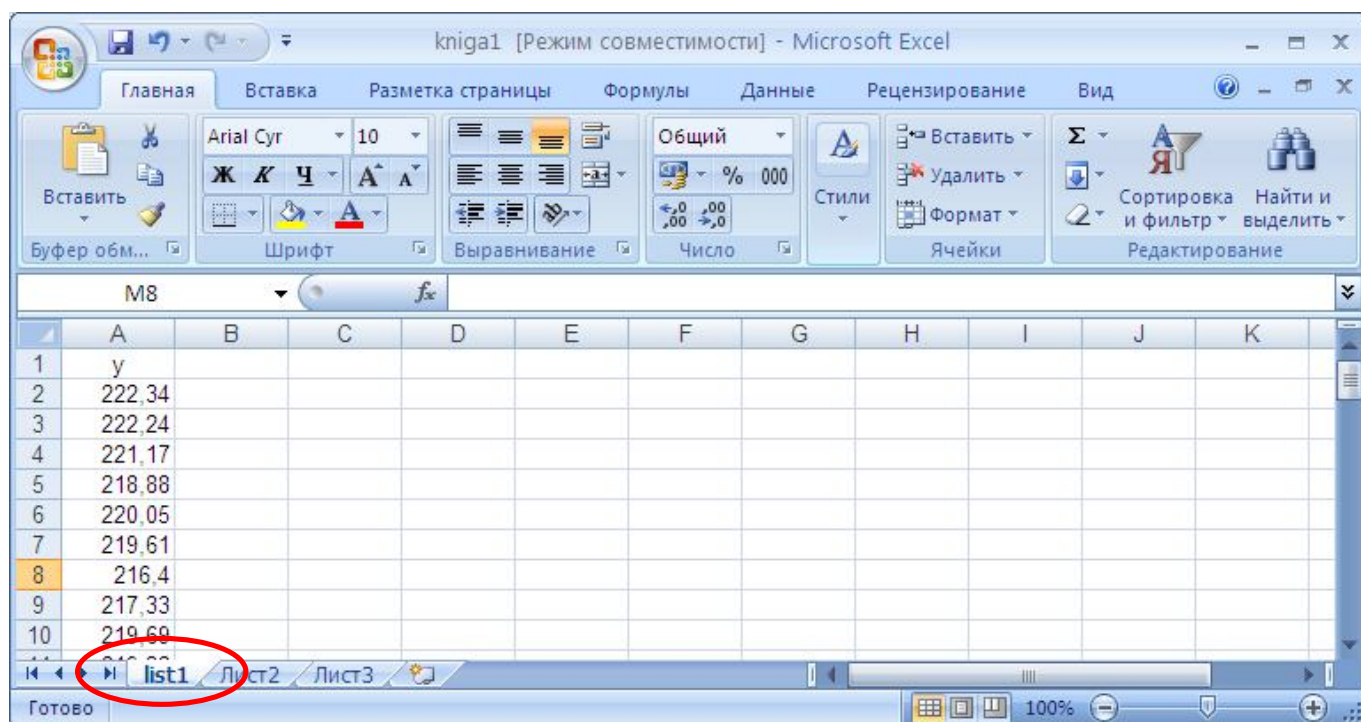


Рисунок 2 – Исходные данные в Excel

Памятка по импорту данных в GRETЛ из Excel

1. Имена переменных, листы рабочих книг и сами книги называйте ЛАТИНСКИМИ буквами. Старайтесь не использовать символы национальных алфавитов.
2. Импортируемые данные должны находиться на первом из листов рабочей книги (если их несколько).
3. На листе с импортируемыми данными не должно находиться **никаких** других посторонних объектов (графиков, рисунков и т.д.).

Запустим GRETЛ. После запуска на экране откроется основное окно программы. Выберем пункт главного меню **Файл – Открыть – Импорт – Excel** (рисунок 3).

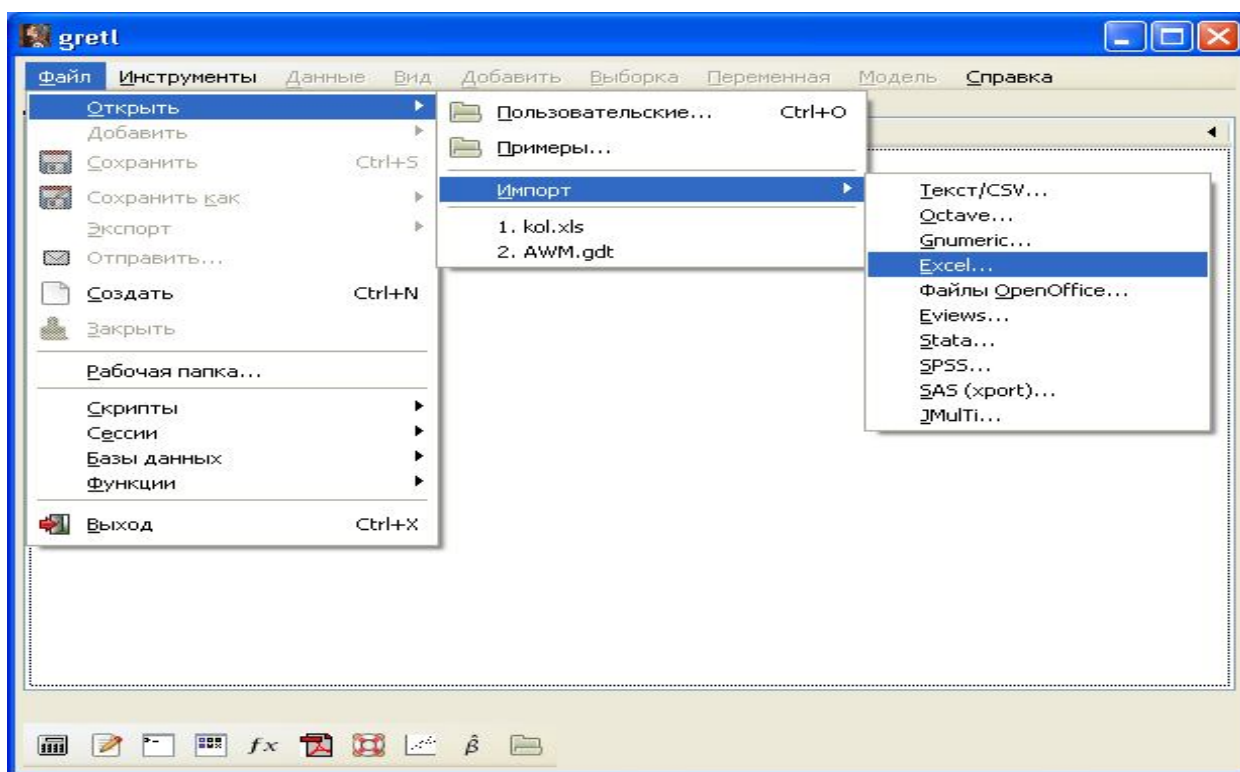


Рисунок 3 – Стартовое окно пакета GRETL

В появившемся окне укажем путь к файлу с данными, осуществляя навигацию с помощью списка слева (рисунок 4).

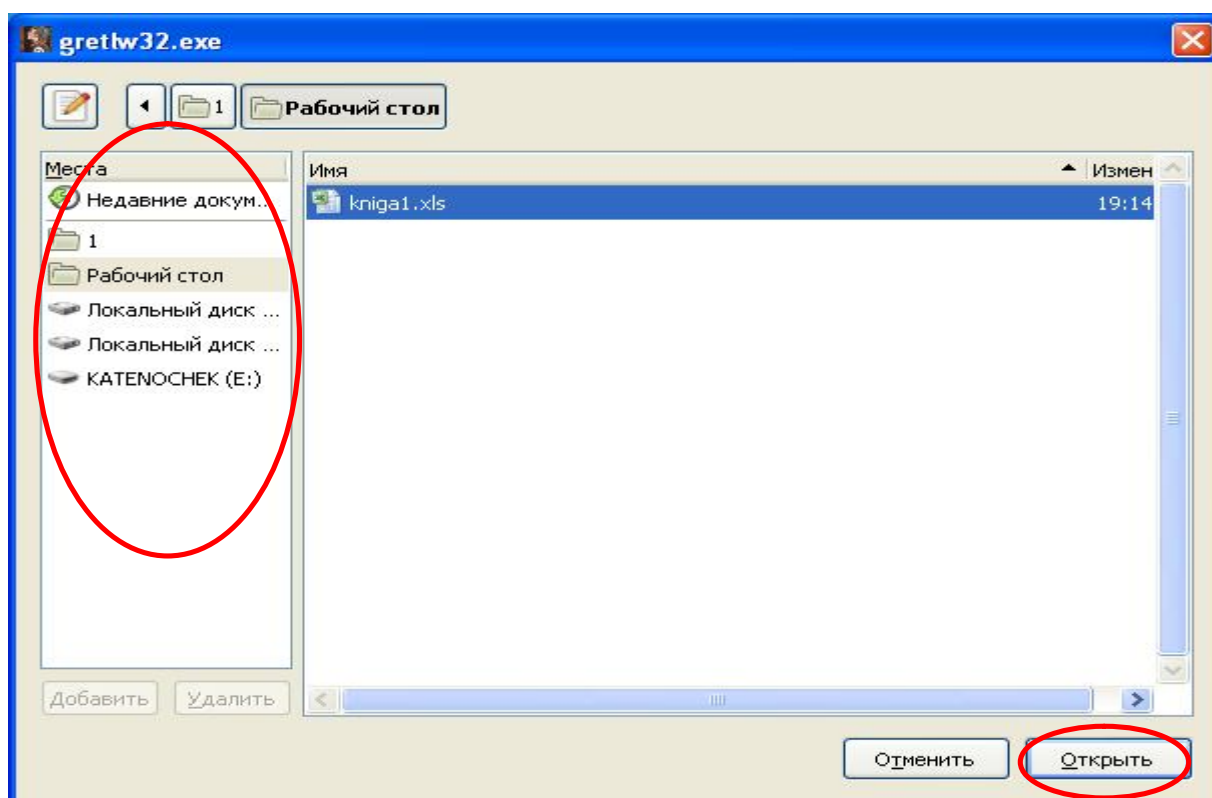
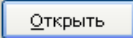


Рисунок 4 – Указание пути к файлу с данными

После нажатия на кнопку  появится окно, в котором нужно указать номер первого столбца и первой строки массива с данными. В блоке **Лист для импорта** указывается, какого листа открываемой книги будут считываться данные – как и требовалось, с листа list1 (рисунок 5).

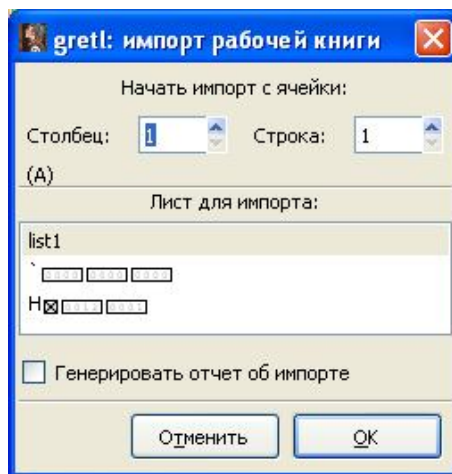
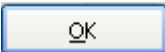
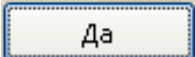


Рисунок 5 – Задание номера первого столбца и строки диапазона с данными

Поскольку все параметры диапазона данных заданы верно, нажмем кнопку . На экране появится окно с запросом о возможности задания структуры данных в виде временного ряда или панельных данных (рисунок 6). В нашем случае мы имеем временной ряд, поэтому нажмем кнопку .

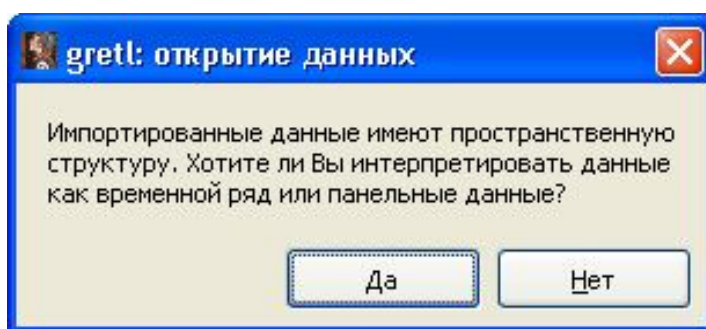


Рисунок 6 – Вид окна запроса изменения структуры данных

На экране появится форма с запросом о структуре данных, в которой поставим переключатель на «Временные ряды» (рисунок 7).

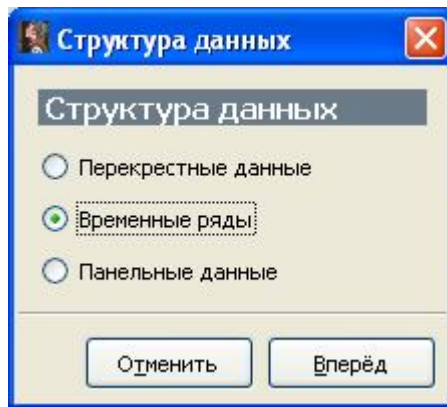
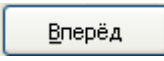
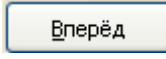
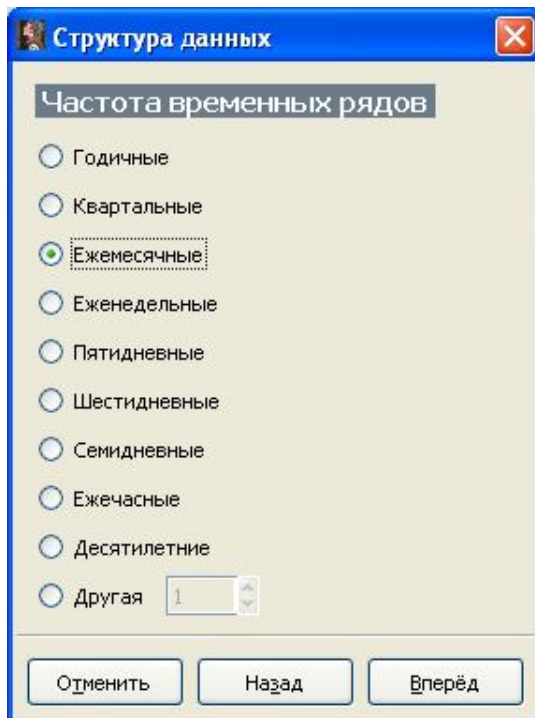
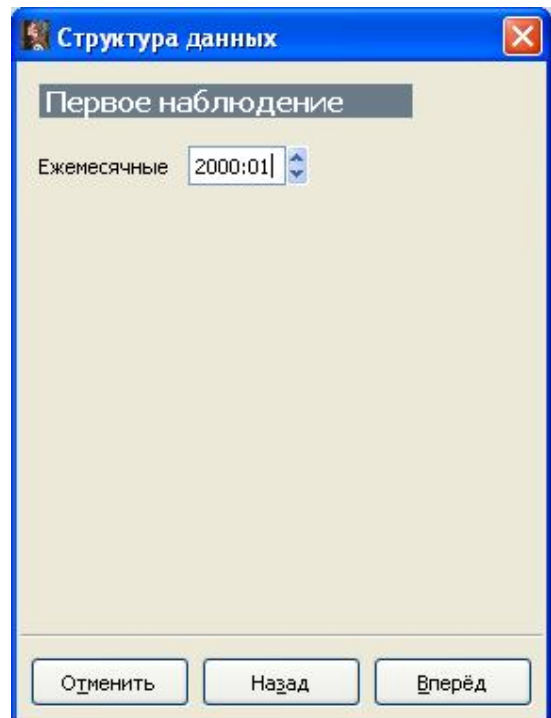


Рисунок 7 – Вид окна запроса структуры данных

После нажатия кнопки  на экране появится форма с запросом частоты временного ряда (рисунок 8, а), где установим переключатель на «Ежемесячные». После нажатия кнопки  на экране появится форма с запросом даты, к которой относится первый уровень исследуемого временного ряда, год и месяц разделяются двоеточием (рисунок 8, б).




(а)



(б)

Рисунок 8 – Вид окна запроса частоты временного ряда (а) и установки даты для первого уровня временного ряда (б)

После последнего вопроса о правильности всех сделанных установок (рисунок 9), нажмем кнопку  - появится главное окно GRETL с импортированными данными (рисунок 10).

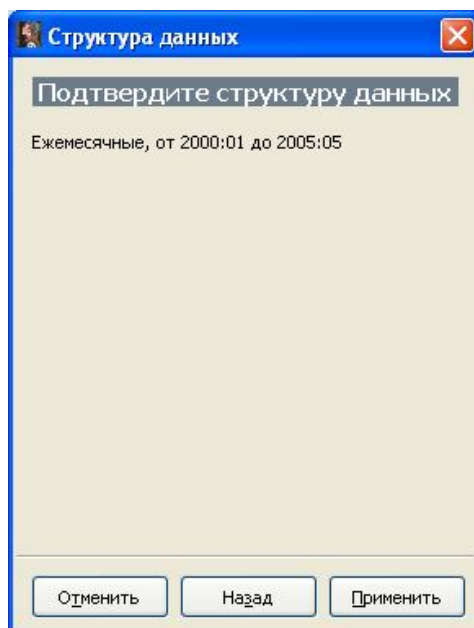


Рисунок 9 – Вид окна запроса подтверждения дат и структуры данных

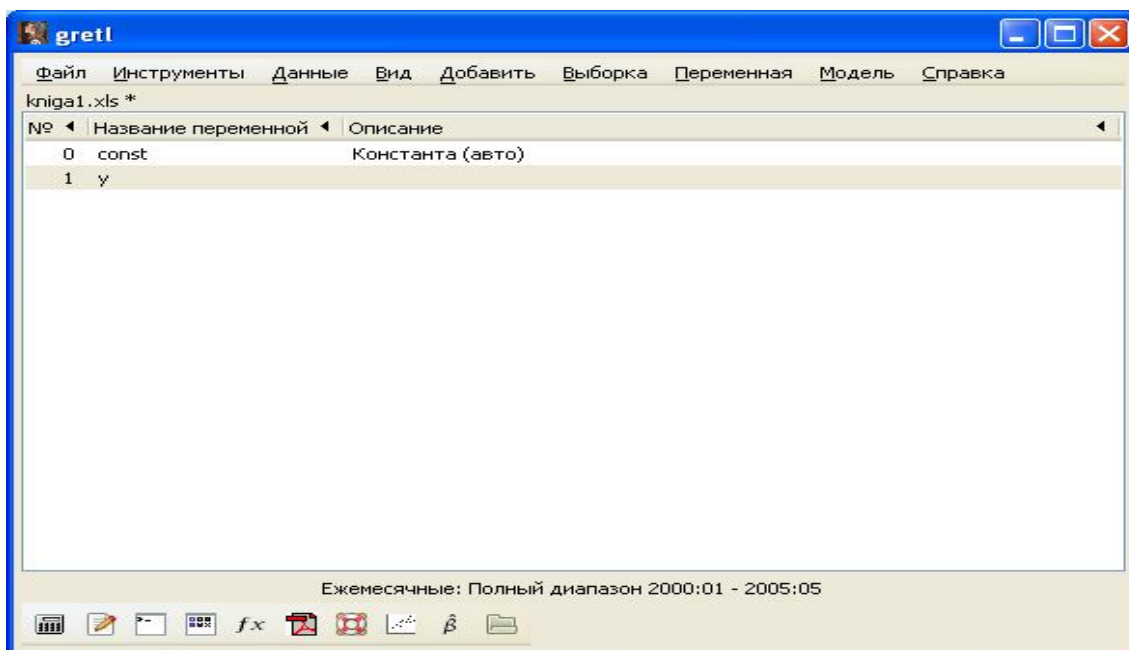


Рисунок 10 – Вид окна GRETL после импорта данных

Для просмотра значений временного ряда нужно выделить соответствующую переменную и сделать или двойной щелчок левой клавишей мыши, или щелчок правой клавишей мыши с выбором пункта контекстного меню **Показать значения**.

Сохраним импортированные данные в формате GRETЛ. Для этого выберем **Файл – Сохранить как – Файл gretl** (рисунок 11).

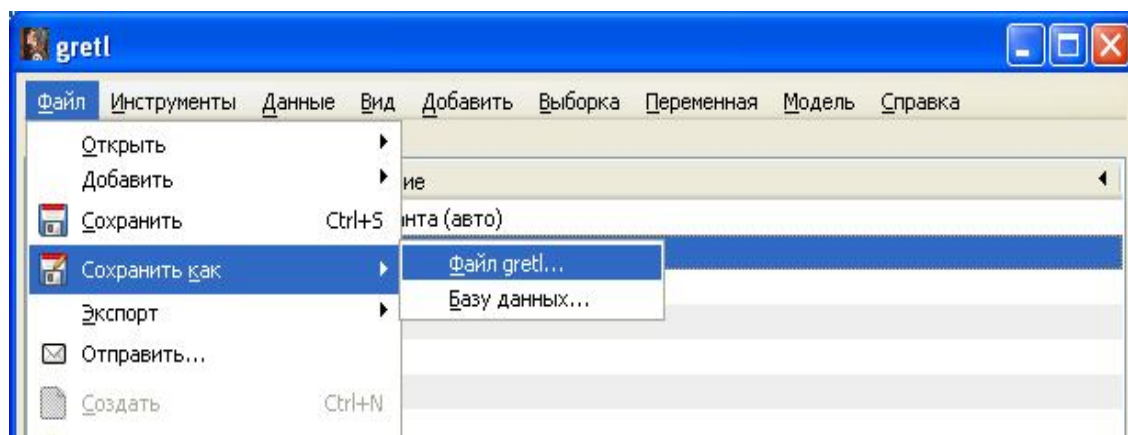

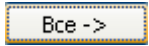



Рисунок 11 – Выбор пункта меню для сохранения данных в формате gretl

В появившемся окне следует указать переменные, которые нужно сохранить. Для этого они выделяются в списке **Доступные переменные** и переносятся в список **Выбранные переменные** с помощью кнопки с зеленой стрелкой . Для одновременного переноса всех переменных нажимается кнопка . Если решение о необходимости сохранения переменной изменилось, то соответствующая переменная удаляется из списка **Выбранные переменные** с помощью кнопки с красной стрелкой . Вид окна представлен на рисунке 12.

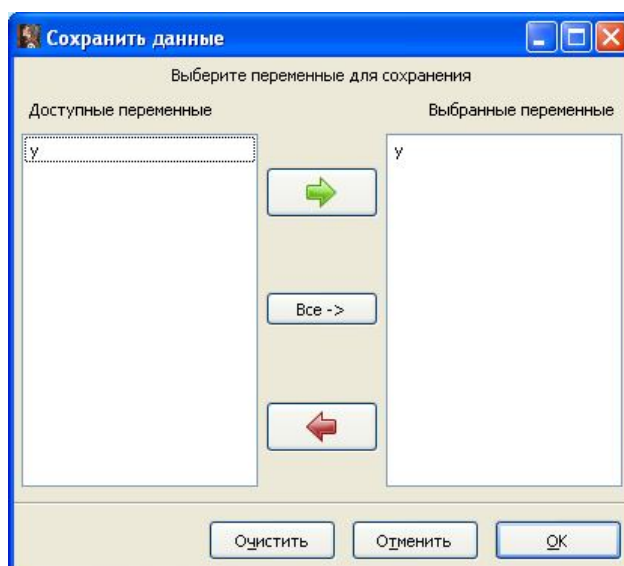
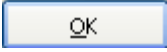


Рисунок 12 – Выбор переменных для сохранения

После нажатия  на экране появится окно, в котором задается имя и расположение будущего файла (рисунок 13).

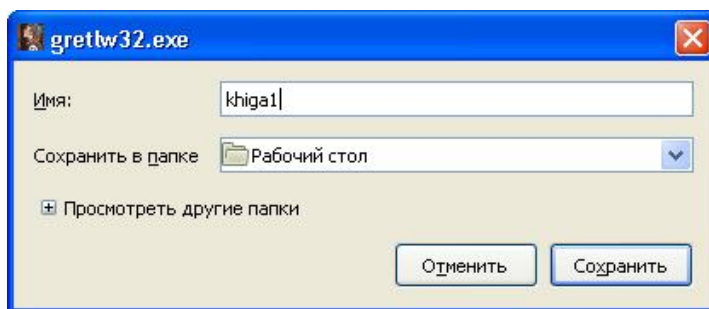


Рисунок 13– Задание имени и расположения сохраняемого файла

Нажмем на кнопку .

Определение компонентного состава временного ряда

Первым этапом при определении компонентного состава временного ряда является построение его графика. Для этого сначала в основном окне GRETЛ выделяется нужная переменная, затем можно воспользоваться пунктом главного меню **Вид – График – График временного ряда** или щелкнуть правой клавишей мыши по выделенной переменной и использовать пункт **График временного ряда** контекстного меню (рисунок 14).

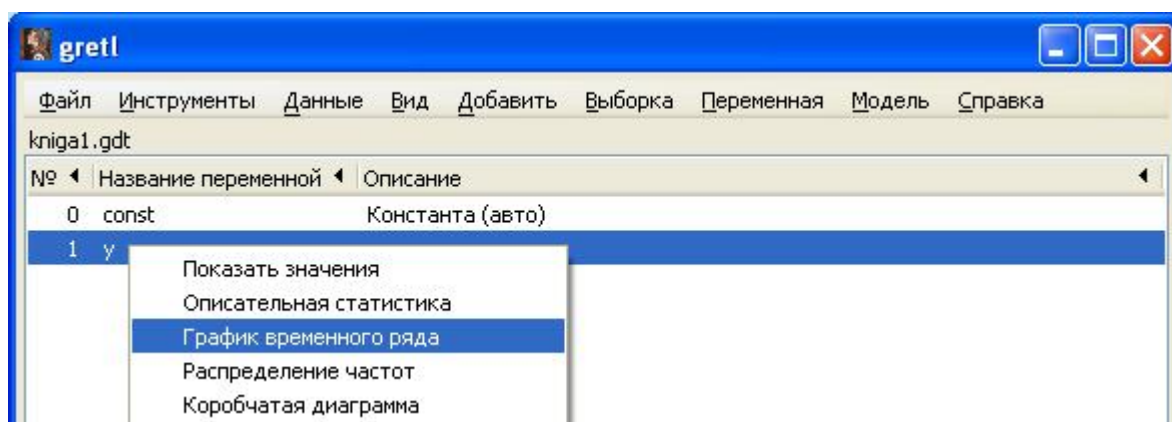


Рисунок 14 – Выбор пункта контекстного меню для построения графика временного ряда

Для правки появившегося графика нужно щелкнуть на нем клавишей мыши и выбрать пункт **Правка** контекстного меню (рисунок 15). На вкладке **Общие** можно изменить шрифт, на вкладках **Ось X** и **Ось Y** – настроить шкалу и подписи соответствующих осей (однако при выборе названий стоит помнить о возможных проблемах с отображением символов национальных алфавитов).

Для удобства дальнейшего обращения к графику сохраним его – щелчок мышью в любом месте графика и выбор пункта контекстного пункта **Сохранить в текущей сессии**. Для вставки графика в документ (отчет) удобно использовать пункт контекстного меню **Копировать в буфер обмена – Черно-белый** (или Цвет).

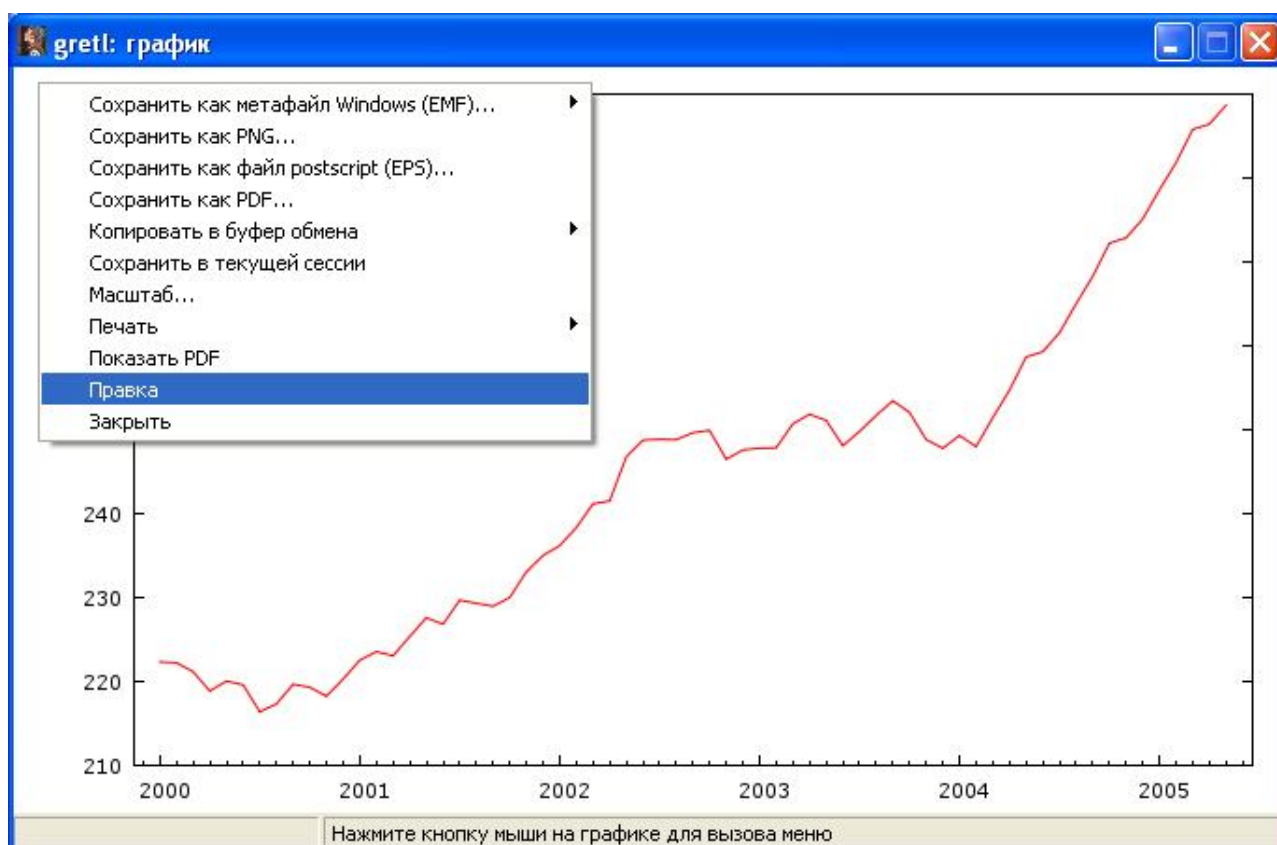


Рисунок 15 - Выбор пункта контекстного меню для правки графика
временного ряда

Визуальный анализ графика позволяет предположить отсутствие сезонности и наличие возрастающего тренда. Данное предположение можно проверить как с

помощью специальных критериев, так и на основе анализа выборочной автокорреляционной функции ряда – она позволяет в частности, определить, насколько рассматриваемый ряд близок к стационарному. Автокорреляции стационарного ряда затухают с ростом лага. Анализ автокорреляционной (АКФ, или ACF) и частной автокорреляционной функций (ЧАКФ, или PACF) также позволяет сделать выводы о компонентном составе временного ряда. Для построения АКФ и ЧАКФ выделим в главном окне программы анализируемую переменную, вызовем правым щелчком мыши контекстное меню и выберем пункт **Коррелограмма** (рисунок 16) или воспользуемся пунктами главного меню **Переменная - Коррелограмма**.

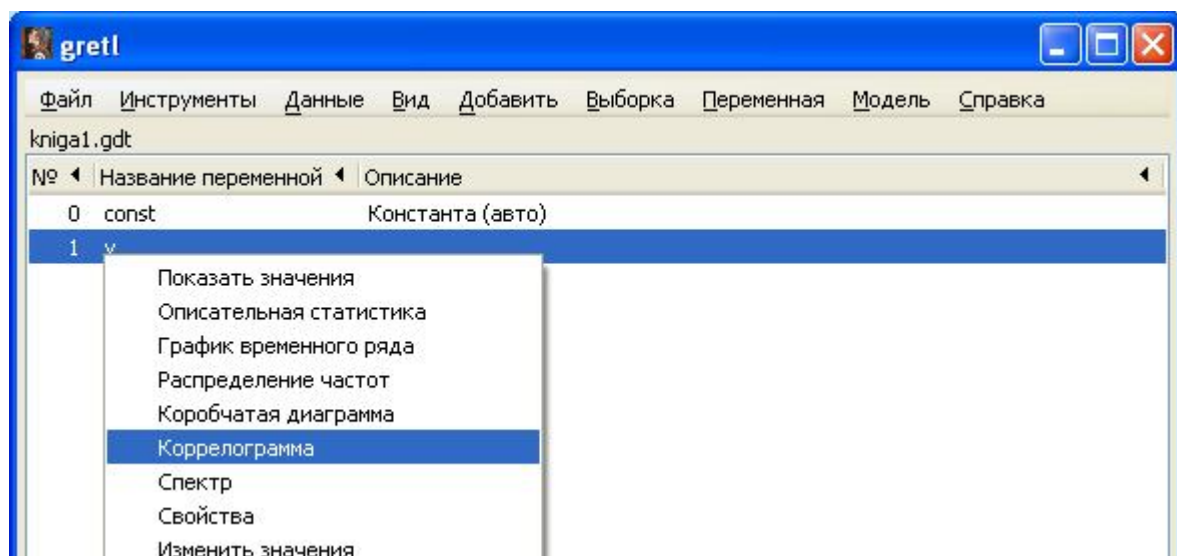


Рисунок 16 - Выбор пункта контекстного меню для построения выборочных АКФ и ЧАКФ временного ряда

В появившемся окне зададим количество лагов (рисунок 17) и нажмем

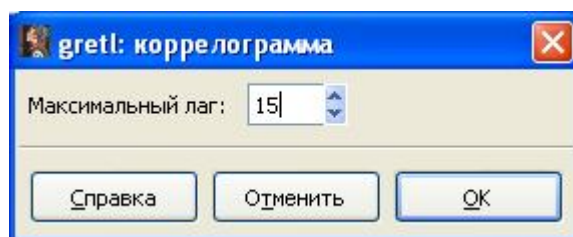
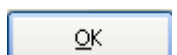


Рисунок 17 – Вид окна выбора количества лагов для построения АКФ и ЧАКФ

На экране появится таблица с численными значениями коэффициентов автокорреляции (рисунок 18). В столбцах ACF и PACF приведены численные значения выборочных автокорреляционной и частной автокорреляционной функций соответствующего порядка (лага). В столбцах Q-стат. и [p-значение] приведены значения Q-статистики Льюнга-Бокса и достигаемый уровень значимости p для гипотезы об отсутствии автокорреляции соответствующего порядка.

Лег	ACF		PACF		Q-стат.	[p-значение]
1	0,9423	***	0,9423	***	60,4269	[0,000]
2	0,8831	***	-0,0436		114,3413	[0,000]
3	0,8204	***	-0,0625		161,6229	[0,000]
4	0,7582	***	-0,0292		202,6698	[0,000]
5	0,6981	***	-0,0166		238,0382	[0,000]
6	0,6401	***	-0,0156		268,2863	[0,000]
7	0,5806	***	-0,0515		293,5990	[0,000]
8	0,5187	***	-0,0603		314,1516	[0,000]
9	0,4642	***	0,0287		330,9068	[0,000]
10	0,4144	***	0,0052		344,5013	[0,000]
11	0,3672	***	-0,0170		355,3768	[0,000]
12	0,3246	***	0,0017		364,0370	[0,000]
13	0,2834	**	-0,0222		370,7623	[0,000]
14	0,2487	**	0,0282		376,0456	[0,000]
15	0,2178	*	0,0019		380,1787	[0,000]

Рисунок 18 – Вид окна с численными значениями выборочных АКФ и ЧАКФ

На рисунке 20 представлены графики выборочных автокорреляционной и частной автокорреляционной функций с соответствующими доверительными интервалами (пунктирные линии), которые равны двум стандартным отклонениям и вычисляются как $\pm 1,96/\sqrt{T}$. Если k-ое значение выборочной автокорреляционной (либо частной автокорреляционной) функции находится внутри данного интервала, то можно говорить о том, что коэффициент автокорреляции k-ого порядка приблизительно на уровне значимости $\alpha = 0,05$ незначимо отличается от нуля.

Как видно из рисунков 18 и 19, исследуемый ряд нестационарен, т.к. автокорреляционная функция не имеет тенденции к затуханию. О наличии

трендовой компоненты говорит тот факт, что значимым оказался частный коэффициент автокорреляции только первого порядка. Таким образом, мы имеем дело с нестационарным временным рядом.

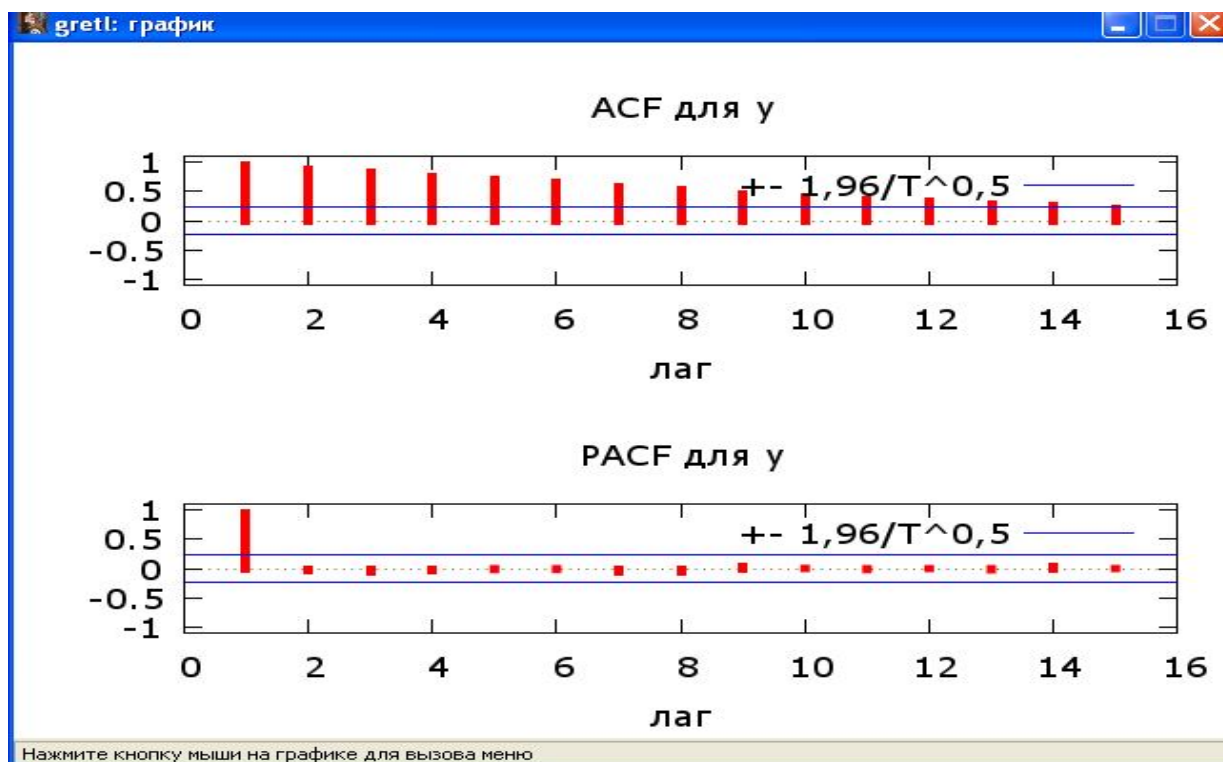


Рисунок 19 – Вид окна с графиками выборочных АКФ и ЧАКФ

Идентификация модели АРПСС

Для определения порядка разности d сначала проверим, не является ли стационарным ряд первых разностей. Для этого выделим анализируемую переменную и выберем пункт главного меню **Добавить – Первые разности для выделенных переменных** (рисунок 20).

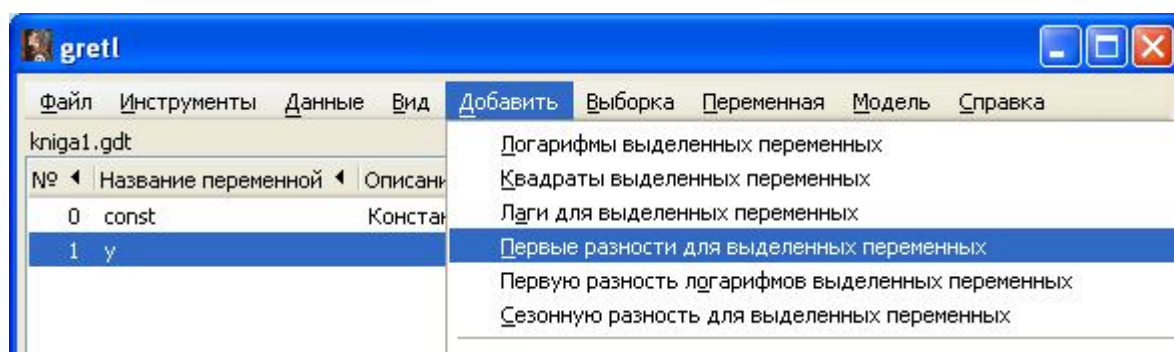


Рисунок 20 – Выбор пункта меню для создания первых разностей

В главном окне появится новая переменная с именем d_y (рисунок 21).

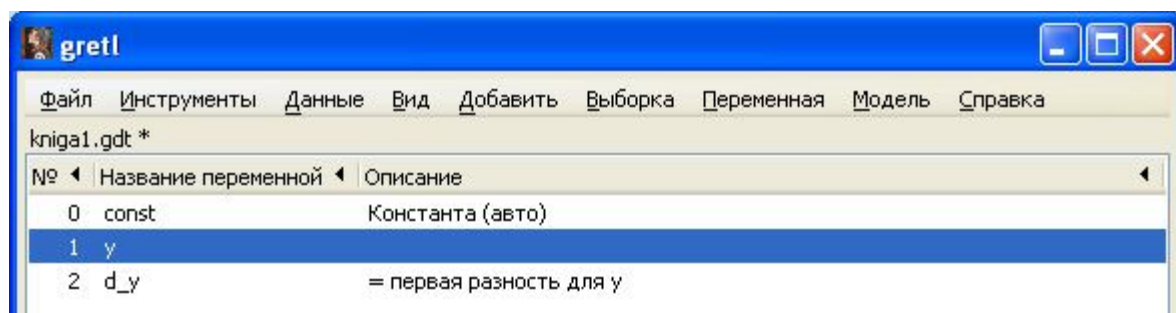


Рисунок 21 – Вид главного окна GRETЛ после создания ряда первых разностей

Найдем выборочные АКФ и ЧАКФ для переменной d_y (рисунок 22).

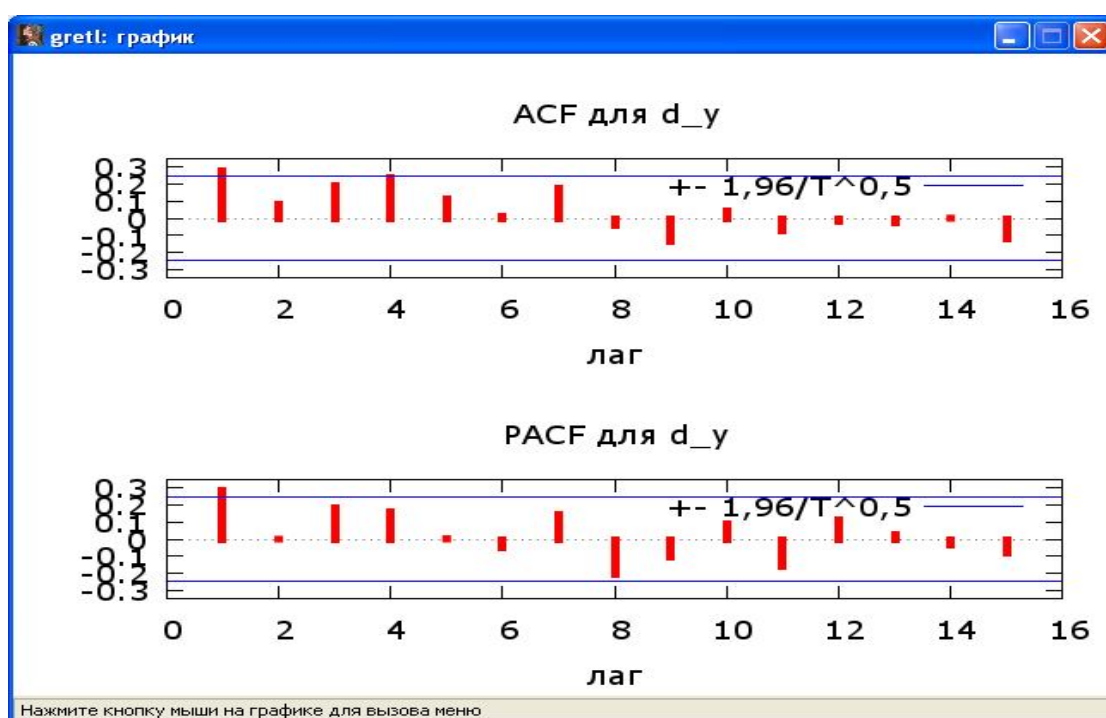


Рисунок 22 – Вид окна с графиками выборочных АКФ и ЧАКФ для ряда первых разностей

Для ряда первых разностей автокорреляционная функция плавно убывает, значимо отличны от нуля только коэффициенты автокорреляции 1-го порядка. Поэтому мы можем принять $d=1$. Если бы АКФ ряда первых разностей не убывала бы с ростом лага, то нужно было бы проанализировать поведение ряда вторых разностей и т.д.

По виду автокорреляционной и частной автокорреляционной функций можно сделать предположения о количестве параметров модели АРПСС. Поскольку и

АКФ, и ЧАКФ имеют выброс только на лаге 1, то, скорее всего, искомая модель АРПСС будет содержать не более 1 авторегрессионного (или скользящего среднего) составляющего. Следовательно, в первую очередь следует оценить и проверить адекватность модели с одним параметром авторегрессии АРПСС(1,1,0), с одним параметром скользящего среднего АРПСС(0,1,1) и смешанной модели АРПСС(1,1,1). Далее при наличии нескольких адекватных моделей можно либо выбрать только одну из них, ориентируясь на информационные критерии и показатели точности модели, либо использовать все адекватные модели и строить обобщенный прогноз.

Оценивание параметров модели АРПСС и проверка адекватности

Рассмотрим процедуру оценки параметров на примере модели АРПСС(1,1,0). Для этого выберем пункт главного меню **Модель – Временные ряды – Авторегрессия интегрированного скользящего среднего (ARIMA)** (рисунок 23).

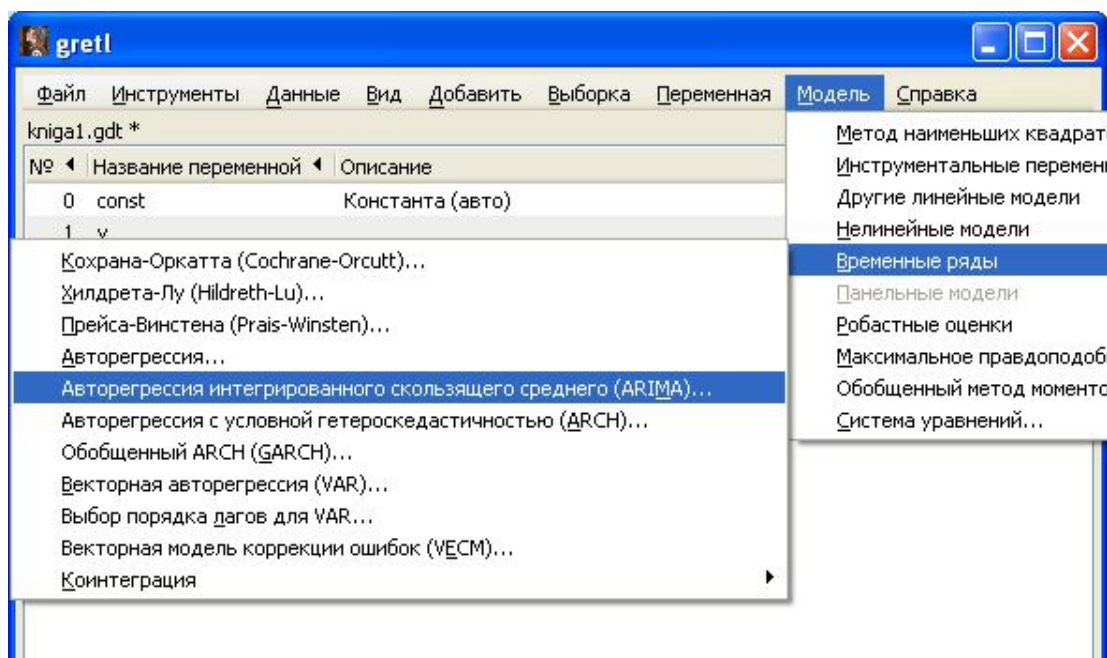


Рисунок 23 – Выбор пункта меню для оценивания параметров АРПСС-модели

В появившемся окне перенесем анализируемую переменную y в окно **Зависимая переменная** с помощью синей стрелки. В установках **Несезонные компоненты** значение поле **Порядок AR** оставим равным 1 (так как мы хотим оценить модель с одним параметром авторегрессии), в поле **Разность** установим значение 1 (так как выше порядок разности d был принят 1), в поле **Порядок MA** установим значение 0 (так как мы оцениваем модель без скользящих средних) (см. также приложение Б). Так как в исследуемом ряду сезонности нет, то значения в полях **Сезонные компоненты** оставляем нулевыми. Если исходный ряд не был центрирован, то стоит попробовать оценить модель с константой и отметить галочкой одноименное поле. В качестве метода оценивания можно выбрать точный или условный метод правдоподобия. Окно с описанными настройками показано на рисунке 24.

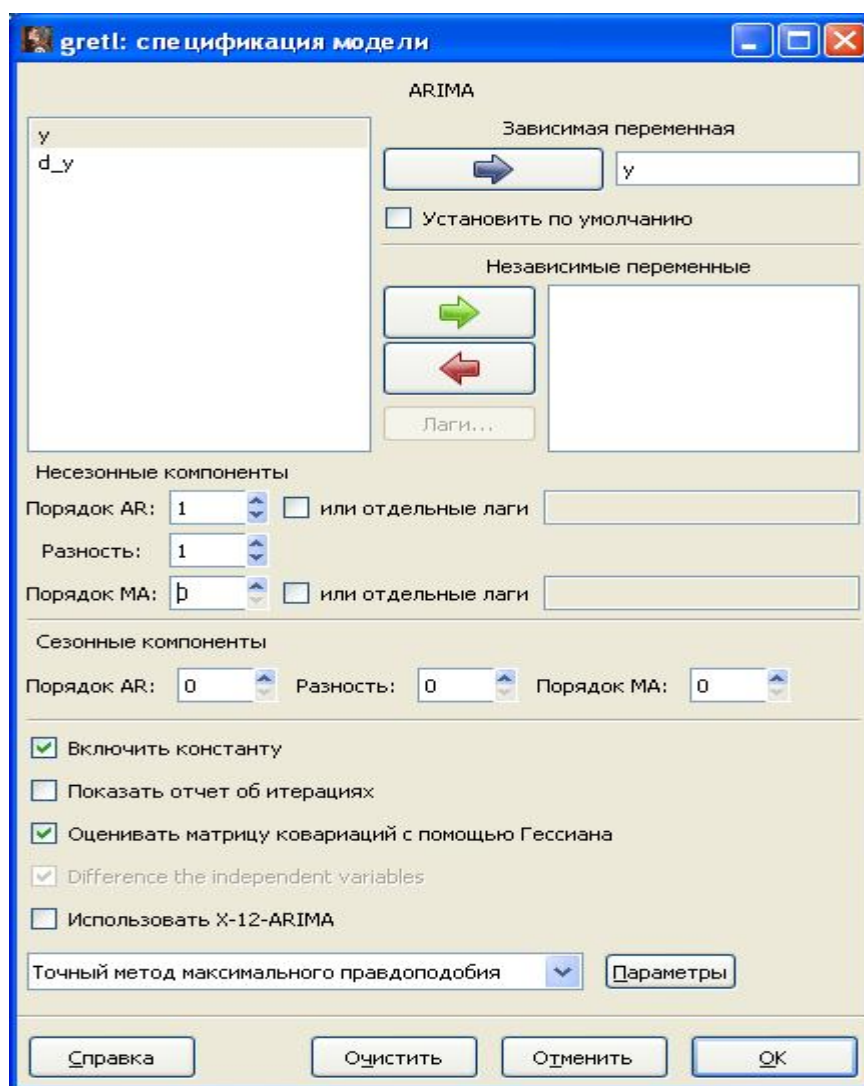


Рисунок 24 – Вид окна задания структуры модели АРПСС

После нажатия ОК на экране появится окно под названием Модель 1 с результатами оценивания заданных параметров (рисунок 25)

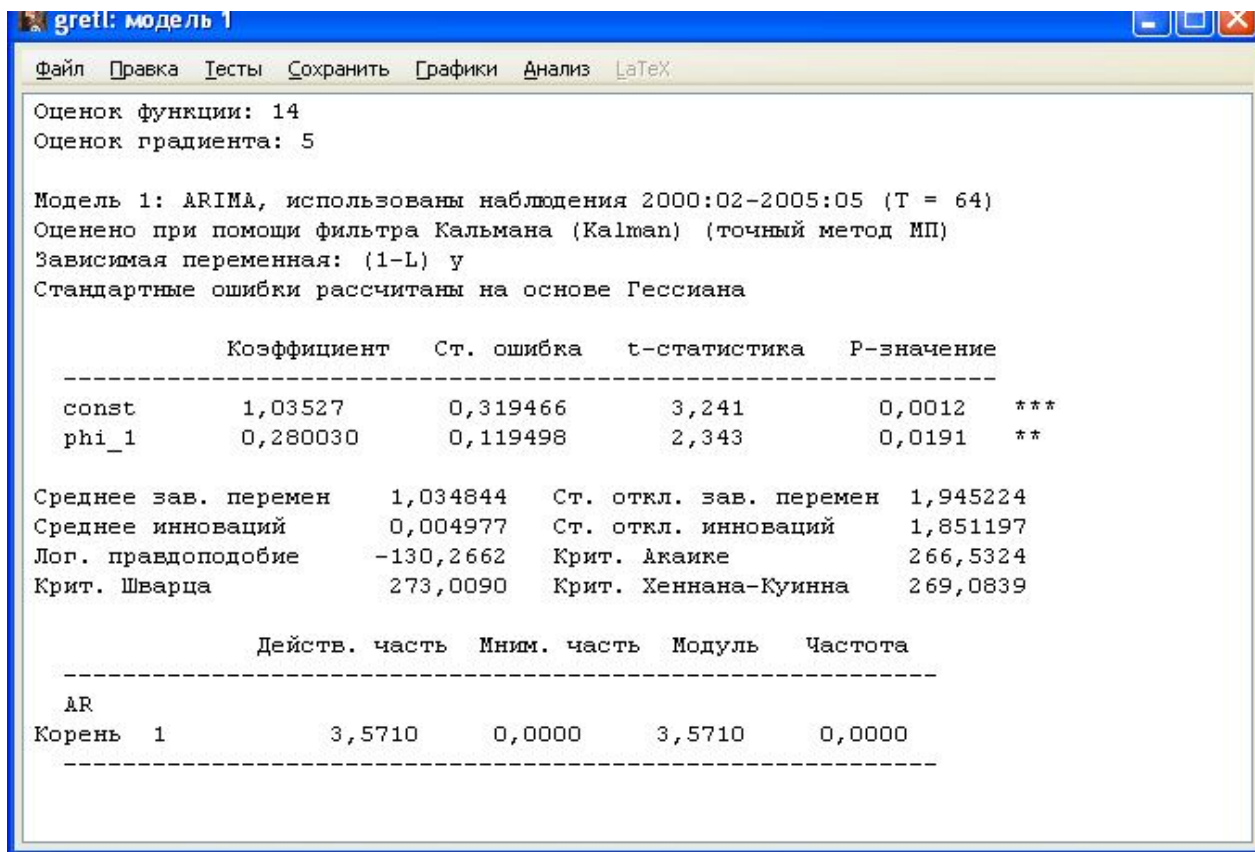


Рисунок 25 – Вид окна с результатами оценивания модели АРСС(1,1,0)

В столбце Коэффициент приведены оценки этих параметров, в столбце Ст. ошибка – асимптотическая стандартная ошибка оценок, в столбце t-статистика – значения t-критерия, используемого для проверки нулевой гипотезы об равенстве соответствующего параметра нулю, в столбце [p-значение] – достигаемый уровень значимости для этой гипотезы. Значок *** указывает на то, что параметр значим на уровне 0,01, ** - на уровне 0,05, * - на уровне 0,1. Ниже приводятся значения статистик и критериев, позволяющих судить о качестве оцененной модели и сравнивать модель с другими, в частности:

- **ст. откл. инноваций** – стандартная ошибка модели;
- **лог. правдоподобия** – значение логарифмической функции правдоподобия, вычисленное в точке, соответствующей полученным оценкам параметров модели;
- значения информационных критериев Акаике, Шварца и Хеннана-Куинна.

Как видно из рисунка 25, оба коэффициента (константа и параметр авторегрессии) значимы ($p=0,0012 < 0,05$ и $p=0,0191 < 0,05$).

Выбор пункта меню **Анализ – Наблюдаемые и расчетные значения** выводит окно с исходными и расчетными (модельными) значениями анализируемого временного ряда (2 и 3 столбцы), остатками (4 столбец) и статистиками, также позволяющими оценить качество модели и сравнивать модели друг с другом (рисунок 26).

The screenshot shows a window titled 'gretl: показать данные'. It contains a table with 4 columns and 8 rows of data. Below the table is a section titled 'Статистика для оценки прогноза' with several statistical metrics and their values.

2004:10	272,16	269,87	2,29
2004:11	272,79	274,01	-1,22
2004:12	275,03	273,71	1,32
2005:01	278,49	276,40	2,09
2005:02	281,75	280,20	1,55
2005:03	285,70	283,41	2,29
2005:04	286,33	287,55	-1,22
2005:05	288,57	287,25	1,32

Статистика для оценки прогноза	
Средняя ошибка (ME)	0,0049767
Средняя квадратичная ошибка (MSE)	3,4285
Корень из средней квадратичной ошибки (RMSE)	1,8516
Средняя абсолютная ошибка (MAE)	1,5862
Средняя процентная ошибка (MPE)	-0,013911
Средняя абсолютная процентная ошибка (MAPE)	0,65175
U-статистика Тейла (Theil's U)	0,86013

Рисунок 26 – Вид окна с исходными и модельными значениями временного ряда

Для построения графика остатков используется пункт меню **Модели 1 Графики – График остатков – В зависимости от времени** (рисунок 27).

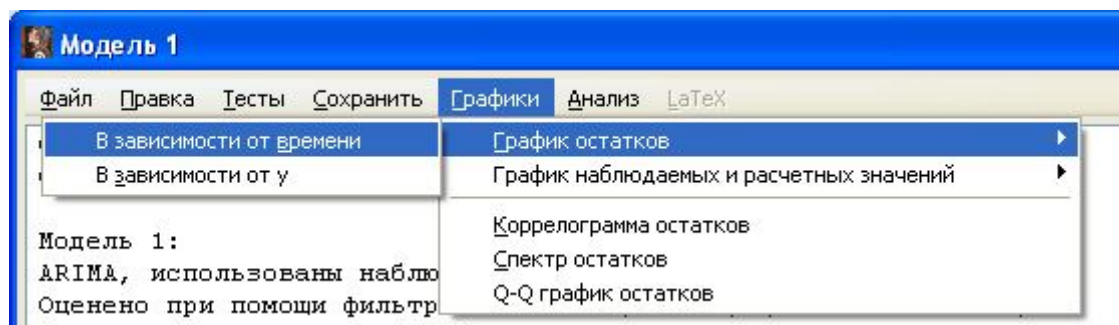


Рисунок 27 – Выбор пункта меню для построения графика остатков

Для проверки адекватности модели необходимо убедиться в том, что остатки модели близки к нормальному белому шуму.

H_0 : распределение регрессионных остатков не отличается от нормального.

H_1 : распределение регрессионных остатков отличается от нормального.

Выберем пункт меню **Тесты – Нормальность остатков** окна Модель 1 (рисунок 28) – в этом случае проверка нормальности остатков модели выполняется на основе критерия хи-квадрат, выводится гистограмма остатков при автоматическом разбиении на интервалы (рисунок 29), а также распределение частот.

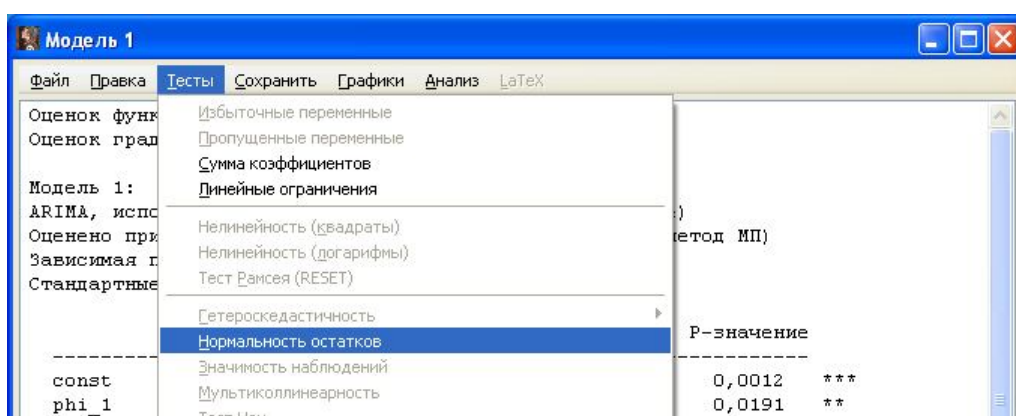


Рисунок 28 – Выбор пункта меню для проверки нормального характера распределения остатков модели АРПСС(1,1,0)

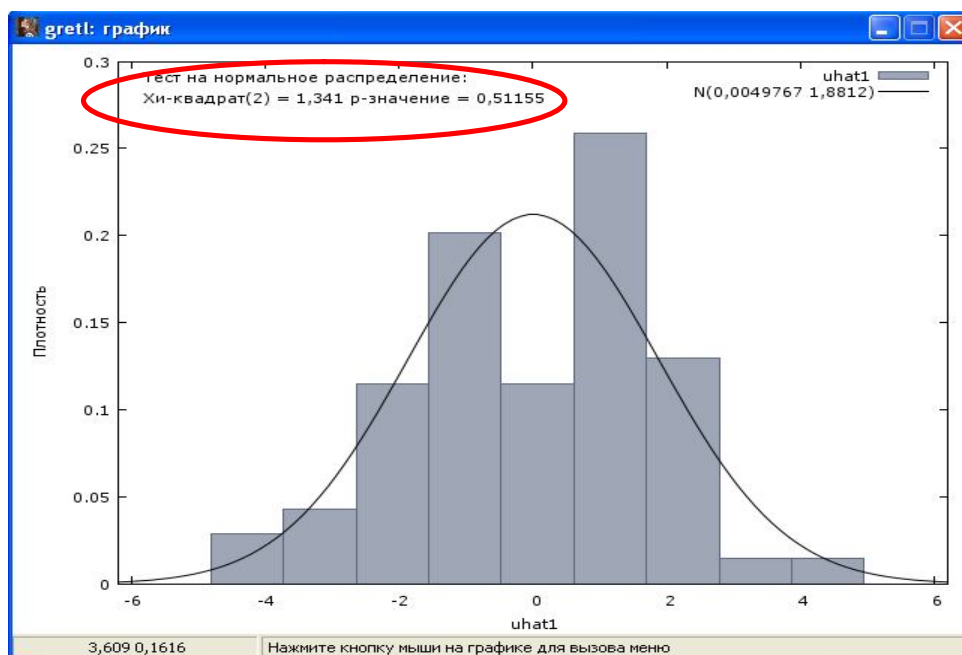


Рисунок 29– Вид окна с гистограммой для остатков модели АРПСС(1,1,0)

Таким образом, наблюдаемое значение статистики хи-квадрат составило 1,341, достигаемый уровень значимости 0,51, что намного больше установленного уровня значимости $\alpha = 0,05$, поэтому нулевая гипотеза о нормальном распределении остатков не отвергается.

В пакете GRETЛ также есть возможность построения для остатков модели графика Квантиль-Квантиль (пункты меню **Графики – Q-Q график остатков** окна Модель 1), позволяющего сравнивать распределения двух случайных величин (например, распределение исследуемой случайной величины и нормально распределенной случайной величины). Если исследуемая случайная величина распределена нормально, то все значения на графике должны попасть на одну линию (линию подгонки). Таким образом, чем меньше точки на графике отклоняются от одной прямой, тем меньше распределение случайной величины отличается от нормального (рисунок 30).

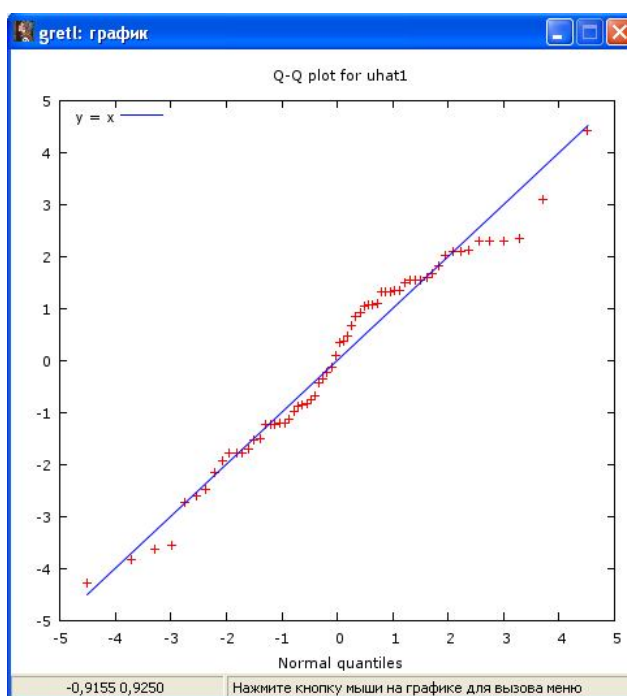


Рисунок 30 – График квантиль-квантиль для остатков модели АРСС(1,1,0)

Как видно из рисунка, все точки графика располагаются достаточно близко к прямой, что говорит о близости закона распределения остатков модели к нормальному.

Приступим к исследованию некоррелированности остатков модели, выбрав пункт меню Модели 1 **Графики – Коррелограмма** (рисунок 31).

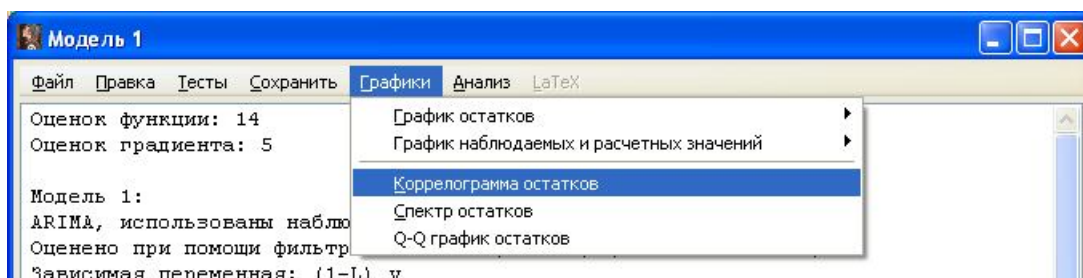


Рисунок 31– Выбор пункта меню для построения АКФ и ЧАКФ ряда остатков модели АРПСС(1,1,0)

Отсутствие выбросов (значений выборочных коэффициентов автокорреляции и частных коэффициентов автокорреляции, выходящих за границы $\pm 1,96/\sqrt{T}$) позволяет считать остатки некоррелированными (рисунок 32).

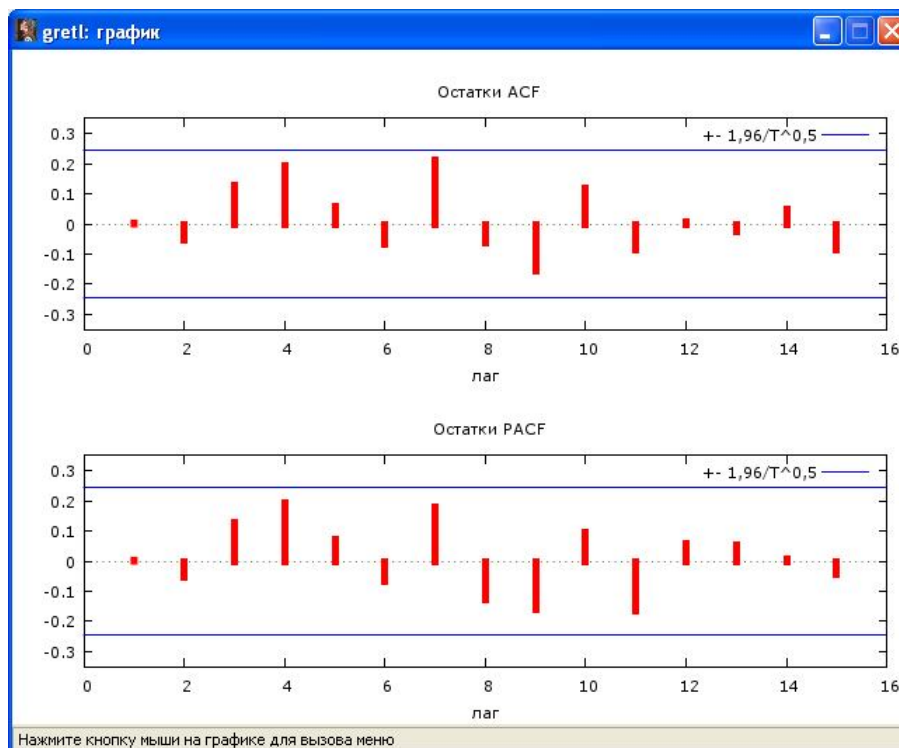


Рисунок 32 – Графики выборочных АКФ и ЧАКФ остатков модели АРПСС(1,1,0)

Для проверки отсутствия эффекта кластеризации волатильности используем пункт меню Тесты – Тест на наличие ARCH-процессов (рисунок 33).

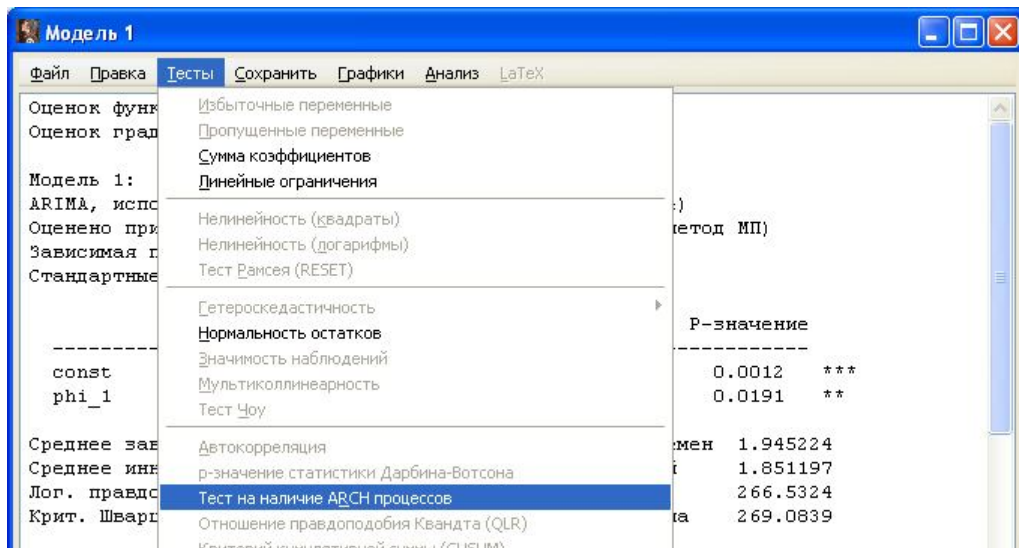


Рисунок 33 – Выбор пункта меню для проверки отсутствия ARCH-эффекта

В появившемся окне зададим количество лагов (рисунок 34) и нажмем ОК.

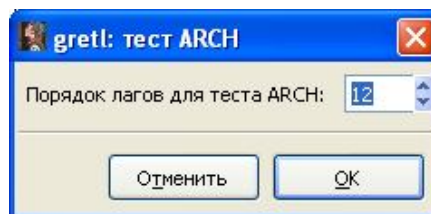


Рисунок 34 – Вид окна задания числа лагов для проверки отсутствия ARCH-эффекта

На экране появится окно с результатами (рисунок 35).

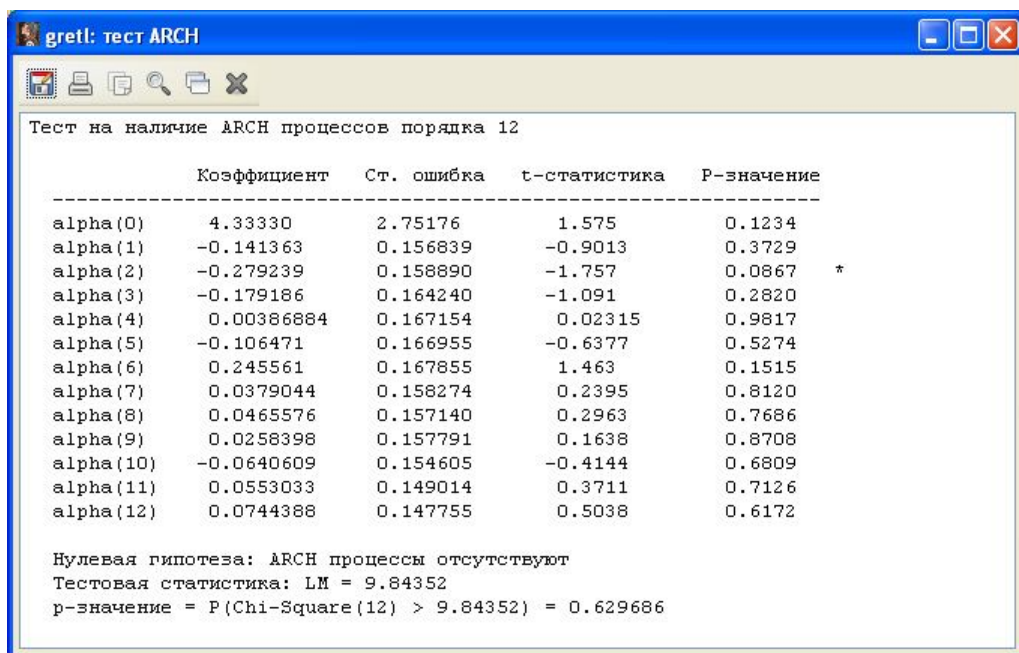


Рисунок 35 – Вид окна с результатами проверки отсутствия ARCH-эффекта

Как видно из рисунка 35, наблюдаемое значение статистики составило 9,84, достигаемый уровень значимости 0,63, что намного больше установленного уровня значимости $\alpha = 0,05$, поэтому нулевая гипотеза об отсутствии ARCH-эффектов не отвергается.

Таким образом, модель можно считать адекватной и использовать для прогнозирования.

Прогнозирование

Оценка модели АРПСС(1,1,0) выглядит следующим образом :

$$\Delta \hat{Y}_t = 1,035 + 0,280 \Delta \hat{Y}_{t-1} \text{ или } \hat{Y}_t = 1,035 + 1,280 \hat{Y}_{t-1} - 0,280 \hat{Y}_{t-2}, t = 3, \dots, T.$$

Для коэффициентов модели можно построить доверительные интервалы с любым уровнем надежности с помощью пунктов меню окна Модель 1 **Анализ - Доверительные интервалы для коэффициентов** (рисунки 36 и 37).

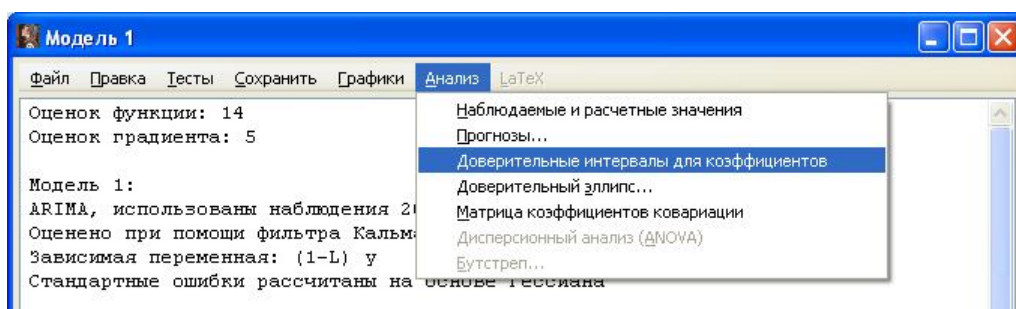


Рисунок 36 – Выбор пункта меню для построения доверительных интервалов для коэффициентов модели

Как видно из рисунка 37, с вероятностью 0,95 параметр α_0 находится в интервале (0,409; 1,661), а параметр α_1 в интервале (0,046; 0,514).

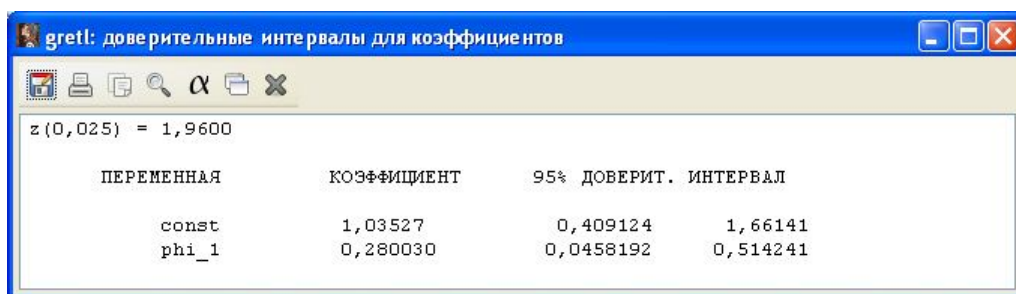


Рисунок 37 – Вид окна с доверительными интервалами для коэффициентов

Для построения прогноза используем пункт меню **Анализ – Прогнозы** окна Модель 1 (рисунок 38)

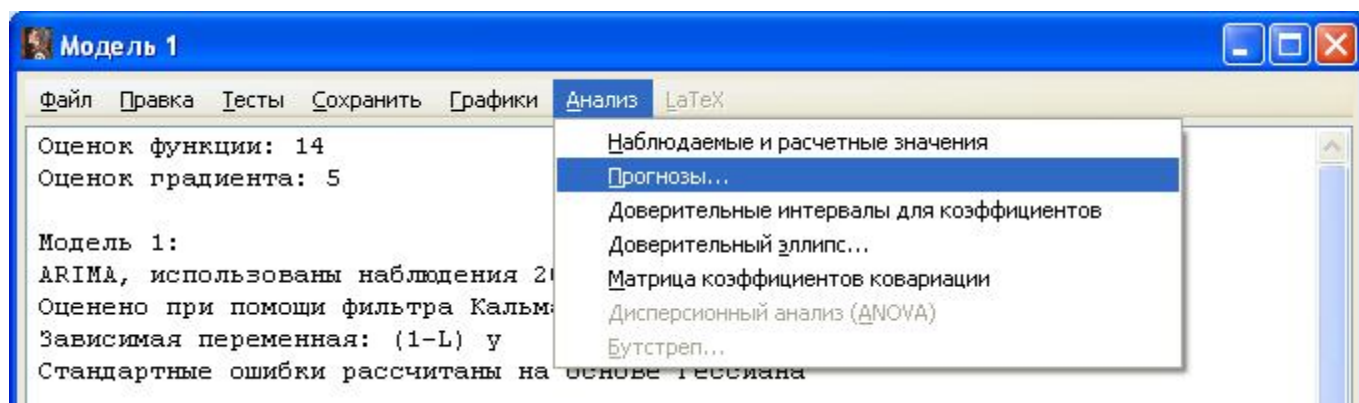


Рисунок 38 – Выбор пункта меню для построения прогноза

На экране появится окно, в котором нужно задать длину периода упреждения, то есть количество периодов, для которых мы строим прогноз (рисунок 39). В данном случае нас интересует прогноз на 3 периода вперед.

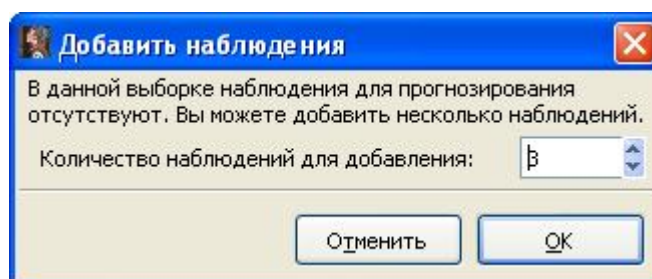


Рисунок 39 – Задание длины периода упреждения

В появившемся окне необходимо поставить переключатель на **Автоматический прогноз (динамический вне выборки)**, задать **Количество предварительных прогнозов на графике** равным длине временного ряда (в нашем случае это 65 месяцев). Для отображения на графике ретроспективного прогноза нужно оставить галочку у поля **Показывать подобранные значения для предпрогнозного диапазона**. Доверительные интервалы прогноза могут быть отображены тремя способами: в виде столбцов ошибок, в виде линий для верхней и нижней границ и в виде затемненной области. Нужный способ отображения выбирается в выпадающем списке (рисунок 40). Доверительные интервалы будем

строить с надежностью 0,95 (по умолчанию), при необходимости надежность можно изменить.

После нажатия на экране появится окно с графиком прогнозных значений временного ряда (рисунок 41), а также с их численными значениями (рисунок 42).

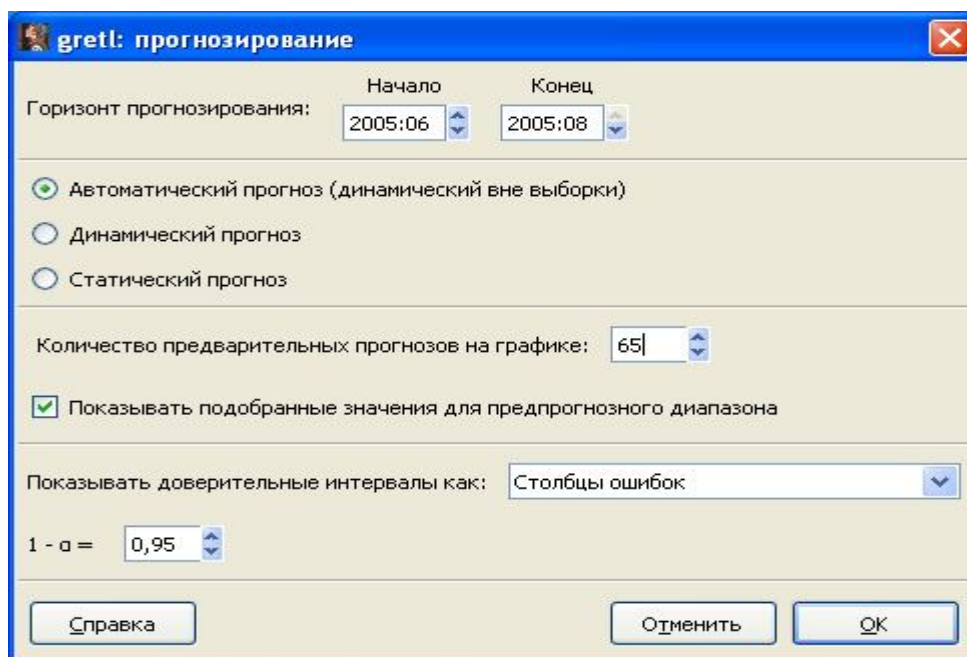


Рисунок 40 – Вид окна настроек для построения прогноза по модели АРСС

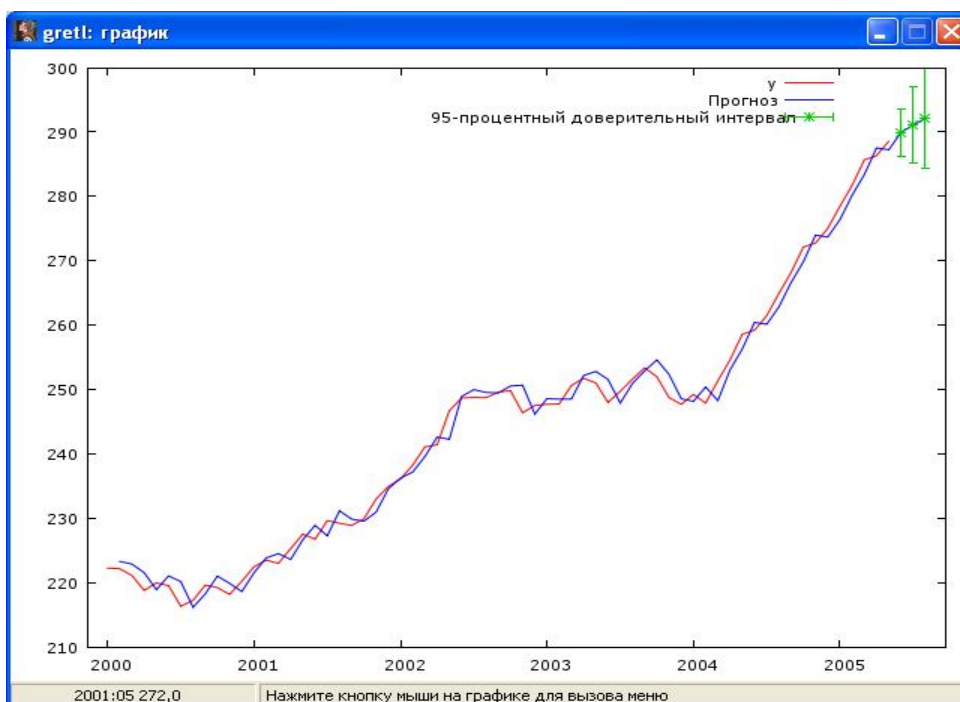


Рисунок 41 – Вид окна с графиком прогнозных значений по модели АРСС(1,1,0)

Year	Observed	Forecast	95% CI Lower	95% CI Upper
2005:04	200,33	201,33		
2005:05	288,57	287,25		
2005:06		289,94	1,851	286,31 - 293,57
2005:07		291,07	3,007	285,18 - 296,97
2005:08		292,13	3,920	284,45 - 299,82

Рисунок 42 – Вид окна с численными значениями прогноза по модели АРСС(1,1,0)

Таким образом, согласно прогнозу, до конца прогнозируемого периода сохранится возрастающая тенденция индекса Доу-Джонса и к концу прогнозируемого периода он составит 292,13 пункта, или с надежностью 95% будет находиться в интервале от 284,45 до 299,82 пункта.

Аналогичным образом получены оценки моделей АРСС(0,1,1) и АРСС(1,1,1) (рисунки 43 и 44).

Модель 2: ARIMA, использованы наблюдения 2000:02-2005:05 (T = 64)
 Оценено при помощи фильтра Кальмана (Kalman) (точный метод МП)
 Зависимая переменная: (1-L) y
 Стандартные ошибки рассчитаны на основе Гессмана

	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение	
const	1,03801	0,296775	3,498	0,0005	***
theta_1	0,286696	0,120289	2,383	0,0172	**

Рисунок 43– Часть окна с оценками параметров модели АРСС(0,1,1)

Модель 3: ARIMA, использованы наблюдения 2000:02-2005:05 (T = 64)
 Оценено при помощи фильтра Кальмана (Kalman) (точный метод МП)
 Зависимая переменная: (1-L) y
 Стандартные ошибки рассчитаны на основе Гессмана

	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение	
const	1,01861	0,465936	2,186	0,0288	**
phi_1	0,835534	0,163657	5,105	3,30e-07	***
theta_1	-0,649218	0,210871	-3,079	0,0021	***

Рисунок 44 – Часть окна с оценками параметров модели АРСС(1,1,1)

Обе модели также оказались адекватны, характеристики качества всех трех рассмотренных моделей представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Характеристики качества построенных АРПСС-моделей^а

Показатель качества модели	Обозн.	Модель		
		АРПСС (1,1,0)	АРПСС (0,1,1)	АРПСС (1,1,1)
Критерий Акаике	AIC	266,532	266,561	267,378
Критерий Шварца	BIC	273,009	273,038	276,013
Критерий Хеннана-Куинна	HQC	269,084	269,113	270,780
Средняя ошибка	ME	0,005	0,002	0,045
Среднеквадратичная ошибка	MSE	3,429	3,430	3,367
Средняя абсолютная ошибка	MAE	1,586	1,567	1,835
Средняя процентная ошибка	MPE	-0,014	-0,016	1,562
Средняя абсолютная процентная ошибка	MAPE	0,652	0,643	0,007
U-статистика Тейла	Theil's U	0,860	0,859	0,643

^а жирным выделены минимальные значения в каждой строке

Как видно из таблицы 2, ни одна из моделей не имеет явного преимущества по всем критериям. В такой ситуации будет особенно полезно не отказываться от каких-то двух моделей в пользу третьей, а сформировать из них так называемый «портфель моделей» и использовать его для построения обобщенного прогноза:

$$\hat{y}_{T+L}^{(ob)} = \sum_{i=1}^K w_i \hat{y}_{T+L}^{(i)},$$

где $\hat{y}_{T+L}^{(ob)}$ - значение обобщенного прогноза на момент времени T+L;

$\hat{y}_{T+L}^{(i)}$ - значение прогноза по i-ой модели на момент времени T+L, $i = 1, \dots, K$;

w_i - вес прогноза по i-ой модели в обобщенном прогнозе, $\sum_{i=1}^K w_i = 1$;

K – количество моделей, используемых для построения обобщенного прогноза.

В нашем случае количество моделей в портфеле $K=3$, период упреждения $L=3$. Существует несколько подходов к определению весов w_i . Например, если ориентироваться на среднеквадратичную ошибку, то прогнозу $\hat{y}_{T+L}^{(j)}$ с наименьшей ошибкой следует придать больший вес, равный

$$w_j = \frac{MSE_j}{\sum_{i=1}^K MSE_i},$$

где MSE_i - среднеквадратическая ошибка i -ой модели.

Так, ориентируясь на MSE, в нашем случае получаем, что

$$\sum_{i=1}^K MSE_i = 3,429 + 3,430 + 3,367 = 10,226$$

и тогда

$$w_1 = \frac{3,429}{10,226} = 0,3353,$$

$$w_2 = \frac{3,430}{10,226} = 0,3354,$$

$$w_3 = \frac{3,367}{10,226} = 0,3293.$$

Вместо MSE можно брать любую характеристику качества модели, меньшее значение которой соответствует лучшей модели. Другой быстрый и простой способ заключается в выборе одинаковых весов $w_i = 1/K, i = 1, 2, \dots, K$.

ПАМЯТКА

Отбор наилучшей модели или включение в портфель модели производится только среди тех моделей, которые оказались адекватными (с нормальными и некоррелированными остатками)

Прогнозы по вышеописанным моделям и итоговый обобщенный прогноз представлены в таблице 3.

Таблица 3– Прогнозные значения индекса Доу-Джонса

Прогнозный период	Прогноз по модели			Обобщенный прогноз
	АРПСС(1,1,0)	АРПСС(0,1,1)	АРПСС(1,1,1)	
июнь 2005	289,94	290,04	290,27	290,08
июль 2005	291,07	291,08	291,86	291,33
август 2005	292,13	292,12	293,35	292,53

Таким образом, согласно прогнозу, до конца прогнозируемого периода сохранится возрастающая тенденция индекса Доу-Джонса и к концу прогнозируемого периода он составит 292,53 пункта.

4 Содержание письменного отчета

Отчет должен быть выполнен на листах формата А4 с титульным листом, оформленным соответствующим образом и содержать следующее:

- 1) постановку задачи с вариантом выборок;
- 2) краткое изложение теории по моделированию и прогнозированию временных рядов на основе моделей Бокса-Дженкинса;
- 3) результаты компьютерной обработки данных;
- 4) анализ полученных результатов;
- 5) выводы по полученным результатам.

Отчет должен содержать описание и результаты основных этапов исследования, при этом обязательно четко обосновывать необходимость проведения каждого этапа. Технические аспекты и подробности реализации этапов в конкретном статистическом пакете **должны быть опущены**. Рекомендуемая схема описания каждого этапа: 1) постановка задачи этапа, 2) указание на используемый статистический метод, 3) полученные результаты решения задачи, 4) окончательные выводы по этапу.

5 Вопросы к защите

Группа А – базовые вопросы по лекционному материалу

1. Дайте определение стационарного временного ряда (в узком и широком смысле).
2. Как выявить стационарность/нестационарность временного ряда по его АКФ?
3. Запишите модель авторегрессии порядка p , модель скользящего среднего порядка q , модель авторегрессии скользящего среднего.
4. Запишите модель авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего.
5. Как определить порядок интеграции d в модели АРПСС(p,d,q)?
6. Как определить порядки авторегрессии p и скользящего среднего q в модели АРПСС(p,d,q)?
7. В чем заключается двойственность процессов авторегрессии и скользящего среднего?
8. Запишите характеристическое уравнение для процессов АР(p) и СС(q).
9. Запишите систему уравнений Юла-Уокера для модели АР(p).
10. Как оцениваются параметры моделей АР(p) и СС(q)?
11. Опишите метод оценивания параметров модели АРСС(1,1).
12. Какие информационные критерии Вам известны? Для чего они используются?
13. Опишите общую схему построения АРПСС-модели.
14. Как проверить адекватность АРПСС-модели?
15. Что такое обобщенный прогноз и как его построить?
16. Что такое портфель моделей и каково правило включения модели в портфель?
17. При проверке адекватности АРПСС-модели оказалось, что ее остатки нельзя считать белым шумом. Ваши действия?

18. Как построить прогноз по модели $AR(p)$? $CC(q)$?
19. Почему модель скользящего среднего называют моделью с конечной памятью, а модель авторегрессии - с бесконечной?

Группа В – вопросы, связанные с выводом формул, доказательством теорем и свойств

1. Покажите на примере модели $CC(q)$ невысокого порядка, что ее АКФ имеет обрыв после лага q .
2. Покажите на примере модели $AR(1)$, что ее АКФ не имеет обрыва для лагов 1,2 и т.д.
3. Выведите условие стационарности для процессов $AR(1)$, $AR(2)$.
4. Выведите дисперсию ошибки прогноза по модели $AR(p)$.
5. Выведите дисперсию ошибки прогноза по модели $CC(q)$.
6. Постройте доверительный интервал для точечного прогноза по модели $ARCC$.
7. Выведите систему уравнений Юла-Уокера для модели $AR(p)$.

Группа С – дополнительные вопросы

1. Утверждается, что наиболее вероятной моделью при описании реальных процессов являются смешанные модели $ARCC$ и $ARПСС$. Что лежит в основе этого утверждения?
2. Запишите систему уравнений Юла-Уокера для модели $CC(1)$.
3. Опишите безусловный метод максимального правдоподобия оценки параметров моделей авторегрессии.
4. Опишите условный метод максимального правдоподобия оценки параметров моделей авторегрессии.

Список использованных источников

- 1 Айвазян, С. А. Прикладная статистика и основы эконометрики: учебник для вузов / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
- 2 Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: учеб. пособие для вузов / А. А. Большаков, Р. Н. Каримов . - М. : Горячая линия - Телеком, 2007. - 522 с.
- 3 Канторович, Г.Г. Анализ временных рядов // Экономический журнал Высшей школы экономики, 2003. - Т.7,N1. - С.79-103. - Оконч. Начало: 2002.-N1
- 4 Лукашин, Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: учеб. пособие для вузов / Ю. П. Лукашин. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
- 5 Носко, В. П. Эконометрика: элементарные методы и введение в регрессионный анализ временных рядов / В. П. Носко; Ин-т экономики переходного периода. - М. : [Б. и.], 2004. - 501 с.
- 6 Тихомиров, Н.П. Эконометрика: учебник / Н. П. Тихомиров, Е. Ю. Дорохина. – М.: Издательство «Экзамен», 2003. – 512 с.
- 7 Hamilton J. D. Time Series Analysis / J. D. Hamilton. – Princeton University Press, 1994. – 799 p.

Приложение А
(обязательное)
Исходные данные

Таблица А.1 – Выборочные данные по курсам ценных бумаг

Период времени	Показатель									
	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	y10
I 1997	37,26	17,92	48,73	17,69	73,2	239,11	22,06	238,81	21,46	73,50
II 1997	73,11	32,58	84,55	30,95	93,77	232,83	34,16	231,55	31,60	95,05
III 1997	38,93	51,36	45,76	33,72	99,17	210,83	32,29	211,07	32,78	98,93
IV 1997	70,39	113,09	60,38	32,16	64,4	262,04	29,99	263,32	32,54	63,12
I 1998	10,99	137,24	35,7	93,02	123,83	227,14	2,23	228,34	4,63	122,63
II 1998	66,99	151,01	87,01	86,57	64,98	245,74	0,14	247,47	3,61	63,25
III 1998	64,81	157,07	85,94	101,94	150,11	233,99	1,09	231,81	3,28	152,29
IV 1998	107,93	236,49	143,51	118,75	110,68	237,94	20,97	237,71	20,50	110,91
I 1999	45,85	223,48	33,28	106,07	113,11	233,33	6,43	234,43	8,62	112,01
II 1999	99,16	282,3	133,64	124,24	110,92	234,13	13,29	233,04	11,12	112,01
III 1999	87,87	284,93	112,82	125,72	72,66	215,21	10,61	214,52	9,23	73,35
IV 1999	88,45	328,65	72,74	126,31	95,85	212,45	1,2	210,76	2,18	97,54
I 2000	63,85	406,55	103,65	134,17	119,01	211,86	14,68	210,01	10,99	120,86
II 2000	105,66	367,87	124,23	157,67	114,24	266,59	4,43	265,61	2,47	115,22
III 2000	105,62	370,08	124,49	173,4	120,64	249,84	4,29	249,07	2,74	121,41
IV 2000	129,29	430,08	170,27	158,34	86,98	295,14	28,64	293,02	24,40	89,10
I 2001	132,7	395,57	161,13	230,67	135,56	249,39	15,39	248,82	14,25	136,13
II 2001	137,93	428,27	181,21	235,01	132,91	292,3	23,44	291,90	22,63	133,31
III 2001	137,84	490,12	150,95	213,47	121,16	262,41	5,84	262,54	6,11	121,03
IV 2001	158,59	502,39	197,75	285,03	112,34	311,71	30,6	311,34	29,87	112,71
I 2002	154,43	528,37	176,88	199,19	119,13	272,09	46,37	271,76	45,72	119,46
II 2002	174,3	592,22	199,82	268,18	126,83	256,52	24,95	256,15	24,21	127,20
III 2002	183,7	594,53	244,2	287,37	102,94	286,45	0,86	287,79	3,55	101,60
IV 2002	162,16	599,75	189,02	292,67	112,14	292,77	28,89	292,68	28,72	112,23
I 2003	191,31	625,82	208,4	307,94	138,96	290,8	28,4	290,61	28,03	139,15
II 2003	226,16	681,13	211,19	310,86	103,24	306,45	31,72	305,94	30,69	103,75
III 2003	262,08	731,02	258,91	347,52	160,03	303,12	31,21	301,15	27,27	162,00
IV 2003	291,44	694,18	321,57	355,1	138,28	355,63	23,02	354,76	21,29	139,15
I 2004	272,92	745,36	293,26	357,05	98,78	354,3	12,64	356,68	17,39	96,40
II 2004	302,23	790,22	333,6	348,87	149	380,25	13,69	380,90	15,00	148,35
III 2004	323,66	772,85	283,81	389,7	124,27	362,29	4,33	363,95	7,65	122,61
IV 2004	382,3	869,02	375,38	383,26	148,74	382,19	13,62	383,80	16,84	147,13
I 2005	377,94	871,44	363,82	402,61	142,25	368,14	46,5	368,68	47,58	141,71
II 2005	409,12	878,85	404,27	432,87	170,11	375,11	10,23	376,01	12,03	169,21
III 2005	418,23	898,02	434,47	432,19	157,76	403,62	5,08	401,70	1,24	159,68
IV 2005	475,85	932,06	482,71	426,01	133,88	446,38	4,35	446,30	4,18	133,96
I 2006	452,06	938,44	479,89	468,04	154,38	407,3	13,92	406,78	12,87	154,90
II 2006	528,85	944,7	542,7	470,03	141,17	431,81	13,03	431,13	11,68	141,85
III 2006	561,82	1013,3	589,11	483,11	158	502,04	78,1	501,66	77,34	158,38
IV 2006	582,46	1052,46	607,87	495,3	178,5	487,48	11,39	486,72	9,87	179,26

Таблица А.2 – Выборочные данные по курсам ценных бумаг

Период времени	Показатель									
	y11	y12	y13	y14	y15	y16	y17	y18	y19	y20
сен.03	37,26	17,92	48,73	17,69	73,2	239,11	22,06	238,81	21,46	73,50
окт.03	73,11	32,58	84,55	30,95	93,77	232,83	34,16	231,55	31,60	95,05
ноя.03	73,11	32,58	84,55	30,95	93,77	232,83	34,16	231,55	31,60	95,05
дек.03	38,93	51,36	45,76	33,72	99,17	210,83	32,29	211,07	32,78	98,93
январ.04	70,39	113,09	60,38	32,16	64,4	262,04	29,99	263,32	32,54	63,12
фев.04	10,99	137,24	35,7	93,02	123,83	227,14	2,23	228,34	4,63	122,63
мар.04	66,99	151,01	87,01	86,57	64,98	245,74	0,14	247,47	3,61	63,25
апр.04	64,81	157,07	85,94	101,94	150,11	233,99	1,09	231,81	3,28	152,29
май.04	107,93	236,49	143,51	118,75	110,68	237,94	20,97	237,71	20,50	110,91
июн.04	45,85	223,48	33,28	106,07	113,11	233,33	6,43	234,43	8,62	112,01
июл.04	99,16	282,3	133,64	124,24	110,92	234,13	13,29	233,04	11,12	112,01
авг.04	87,87	284,93	112,82	125,72	72,66	215,21	10,61	214,52	9,23	73,35
сен.04	88,45	328,65	72,74	126,31	95,85	212,45	1,2	210,76	2,18	97,54
окт.04	63,85	406,55	103,65	134,17	119,01	211,86	14,68	210,01	10,99	120,86
ноя.04	105,66	367,87	124,23	157,67	114,24	266,59	4,43	265,61	2,47	115,22
дек.04	105,62	370,08	124,49	173,4	120,64	249,84	4,29	249,07	2,74	121,41
январ.05	129,29	430,08	170,27	158,34	86,98	295,14	28,64	295,14	28,64	86,98
фев.05	129,29	430,08	170,27	158,34	86,98	295,14	28,64	293,02	24,40	89,10
мар.05	132,7	395,57	161,13	230,67	135,56	249,39	15,39	248,82	14,25	136,13
апр.05	137,93	428,27	181,21	235,01	132,91	292,3	23,44	291,90	22,63	133,31
май.05	137,84	490,12	150,95	213,47	121,16	262,41	5,84	262,54	6,11	121,03
июн.05	158,59	502,39	197,75	285,03	112,34	311,71	30,6	311,34	29,87	112,71
июл.05	154,43	528,37	176,88	199,19	119,13	272,09	46,37	271,76	45,72	119,46
авг.05	174,3	592,22	199,82	268,18	126,83	256,52	24,95	256,15	24,21	127,20
сен.05	174,3	592,22	199,82	268,18	126,83	256,52	24,95	256,52	24,95	126,83
окт.05	183,7	594,53	244,2	287,37	102,94	286,45	0,86	287,79	3,55	101,60
ноя.05	162,16	599,75	189,02	292,67	112,14	292,77	28,89	292,68	28,72	112,23
дек.05	191,31	625,82	208,4	307,94	138,96	290,8	28,4	290,61	28,03	139,15
январ.06	226,16	681,13	211,19	310,86	103,24	306,45	31,72	305,94	30,69	103,75
фев.06	262,08	731,02	258,91	347,52	160,03	303,12	31,21	301,15	27,27	162,00
мар.06	291,44	694,18	321,57	355,1	138,28	355,63	23,02	354,76	21,29	139,15
апр.06	291,44	694,18	321,57	355,1	138,28	355,63	23,02	355,63	23,02	138,28
май.06	272,92	745,36	293,26	357,05	98,78	354,3	12,64	356,68	17,39	96,40
июн.06	302,23	790,22	333,6	348,87	149	380,25	13,69	380,90	15,00	148,35
июл.06	323,66	772,85	283,81	389,7	124,27	362,29	4,33	363,95	7,65	122,61
авг.06	382,3	869,02	375,38	383,26	148,74	382,19	13,62	383,80	16,84	147,13
сен.06	377,94	871,44	363,82	402,61	142,25	368,14	46,5	368,68	47,58	141,71
окт.06	377,94	871,44	363,82	402,61	142,25	368,14	46,5	368,14	46,50	142,25
ноя.06	409,12	878,85	404,27	432,87	170,11	375,11	10,23	376,01	12,03	169,21
дек.06	418,23	898,02	434,47	432,19	157,76	403,62	5,08	401,70	1,24	159,68

Приложение Б (справочное)

Список источников статистических данных

При выполнении лабораторной работы студентам рекомендуется использовать статистические данные, соответствующие их учебным и научным интересам. Ниже представлен краткий список ресурсов, предоставляющих открытый доступ к данным.

1. **Федеральная служба государственной статистики РФ** предоставляет статистическую информацию на уровне РФ, федеральных округов и субъектов РФ. Режим доступа: <http://www.gks.ru>

2. **Инвестиционная компания «ФИНАМ»** предоставляет информацию о котировках акций, ценах на финансовые инструменты, сырьевые ресурсы и т. д. Режим доступа: www.finam.ru

3. **Единый архив экономических и социальных данных Высшей Школы Экономики** предоставляет статистическую информацию о более 1000 показателей, результатах более 750 социологических исследований и т.д. Режим доступа: <http://sophist.hse.ru>

4. **Евростат** предоставляет информацию по широкому спектру показателей, характеризующих население, экономику и финансы, социальные условия большинства европейских стран. Режим доступа: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/themes>

5. Перечень открытых источников статистических данных на сайте, поддерживаемым университетом Бристоля. Режим доступа: http://www.economicsnetwork.ac.uk/links/data_free

6. Анатольев С., Цыплаков А. (2009) «Где найти данные в сети?», Квантиль, №6, с.59-71. // С. Анатольев, А. Цыплаков. – Квантиль. – 2009. – №6 – с. 59-71. Эссе, содержащее кратко аннотированные списки веб-сайтов, на которых прикладной экономист может найти данные для исследований. Режим доступа: <http://quantile.ru/06/06-AT.pdf>