

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра теоретической и общей электротехники

*Л.В. Быковская, В.В. Быковский, В.Н. Трубникова*

# **ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

Рекомендовано Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования, по направлению подготовки 140100.62 Теплоэнергетика и теплотехника

Оренбург  
2012

УДК 621.3.011.7(075.8)

ББК 31.211я73

Б 95

Рецензент - кандидат технических наук, доцент В.М. Нелюбов

**Быковская Л.В.**

Б 95 Исследование электрических цепей: методические указания/  
Л.В.Быковская, В.В.Быковский, В.Н. Трубникова;  
Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2012. – 91 с.

Лабораторный практикум включает в себя семь лабораторных работы по анализу электрических цепей.

Каждая лабораторная работа рассчитана на два аудиторных часа и два часа предварительной подготовки.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ студентами электроэнергетического факультета направления подготовки 140100.62 Теплоэнергетика и теплотехника всех форм обучения.

Методические указания могут использоваться при изучении электротехники студентами других направлений подготовки.

УДК 621.3.011.7(075.8)  
ББК 31.211я73

© Быковская Л.В.,  
Быковский В.В.,  
Трубникова В.Н. 2012  
© ОГУ, 2012

## Содержание

1 Лабораторная работа № 1. Исследование законов Кирхгофа . . . . .	4
2 Лабораторная работа № 2. Исследование неразветвленной электрической цепи синусоидального тока . . . . .	24
3 Лабораторная работа № 3. Исследование разветвленной электрической цепи синусоидального тока . . . . .	41
4 Лабораторная работа №4. Электрические цепи с взаимной индуктивностью. Исследование воздушного трансформатора. . . . .	49
5 Лабораторная работа № 5. Исследование трехфазной цепи при соединении приемников звездой . . . . .	63
6 Лабораторная работа № 6. Исследование трехфазной цепи при соединении приемников треугольником . . . . .	73
7 Лабораторная работа №7. Нелинейные электрические цепи постоянного тока. . . . .	81
Список использованных источников . . . . .	91

# 1 Лабораторная работа №1. Исследование законов Кирхгофа

*Цель работы:* экспериментально проверить справедливость законов Кирхгофа, освоить методику построения потенциальной диаграммы и определения по ней напряжения между двумя заданными точками исследуемой цепи.

## 1.1 Основные теоретические положения

*Электрическим током* называется явление движения заряженных частиц под действием электрического поля в веществе, обладающем электропроводностью. Если величина и направление тока неизменны во времени, то такой ток называется постоянным.

Для создания электрического тока необходим минимальный набор основных элементов, с помощью которых можно собрать простейшую электрическую цепь в соответствии с рисунке 1.1. В этот набор элементов входят источник электрической энергии, приемник (потребитель) электрической энергии и соединительные провода. Кроме этого минимума элементов электрическая цепь может содержать выключатели, предохранители, электрические измерительные приборы (амперметры, вольтметры, ваттметры и пр.) и другие элементы.

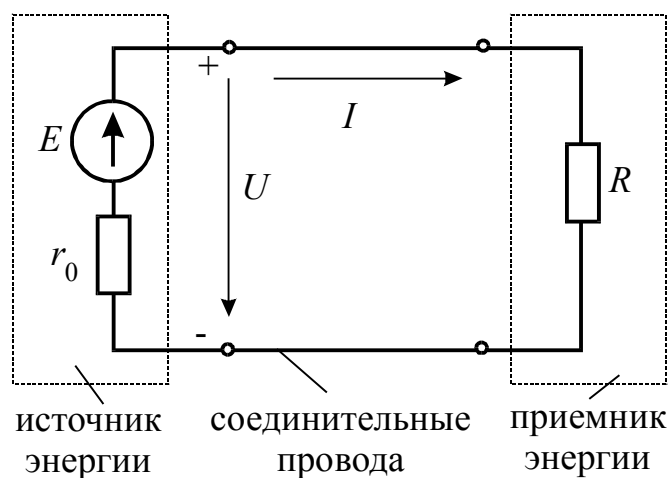


Рисунок 1.1 – Схема простейшей электрической цепи

*Электрическая цепь* – это совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об электродвижущей силе, электрическом токе и электрическом напряжении.

*Электрический заряд* – это количество электричества в единице объема (обозначается  $q$  измеряется в Кулонах – [Кл]).

*Электрический ток* – это явление направленного движения носителей электрических зарядов (обозначается  $I, i$ ; измеряется в Амперах – [А]).

*Электродвижущая сила* – скалярная величина, характеризующая способность стороннего поля и индуцированного электрического поля вызывать электрический ток. Электродвижущая сила, характеризуется разностью потенциалов на электродах источника (обозначается  $E, e$ , измеряется в Вольтах – [В]).

*Электрическое напряжение* – разность потенциалов, работа по перемещению единичного заряда из одной точки в другую ( $U, u$ , измеряется в Вольтах – [В]).

*Источники электромагнитной энергии* – устройства, преобразующие любой вид энергии в электромагнитный. Например: генератор, аккумулятор.

Примерами *устройств для передачи и преобразования* служат соединительные провода и трансформаторы.

*Приёмники* (нагрузка) – устройства, преобразующие электромагнитную энергию в любой другой вид. Например: осветительные лампы, бытовые приборы.

Для упрощения расчётов реальную электрическую цепь заменяют идеализированной схемой замещения, составленной из элементов, отображающих отдельные свойства физически существующих устройств. Схема замещения состоит из активных и пассивных элементов и соединительных проводов, сопротивлением которых при расчётах обычно пренебрегают.

**1.1.1 Активные элементы электрической цепи** – это источники энергии. К ним относятся источники напряжения (ЭДС) и источники тока.

а) *Идеальный источник напряжения (ЭДС)* – это активный элемент, напряжение на полюсах, которого не зависит от проходящего через него тока (рисунок 1.2).

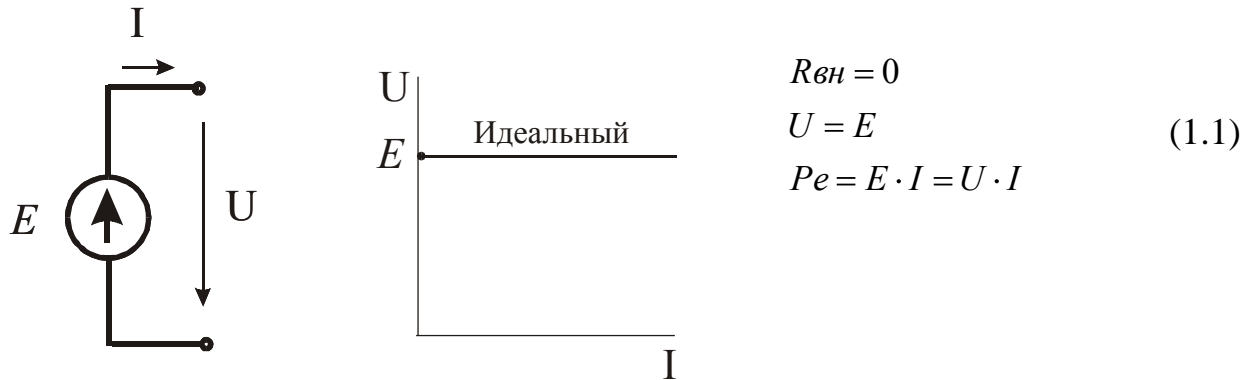


Рисунок 1.2 - Идеальный источник напряжения

б) *Реальный источник напряжения*

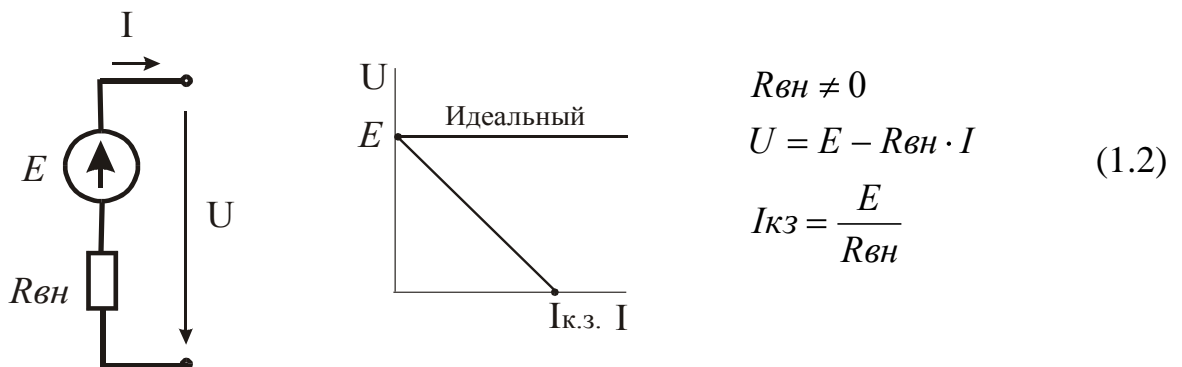


Рисунок 1.3 - Реальный источник напряжения

в) *Идеальный источник тока* – это активный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его полюсах (рисунок 1.4).

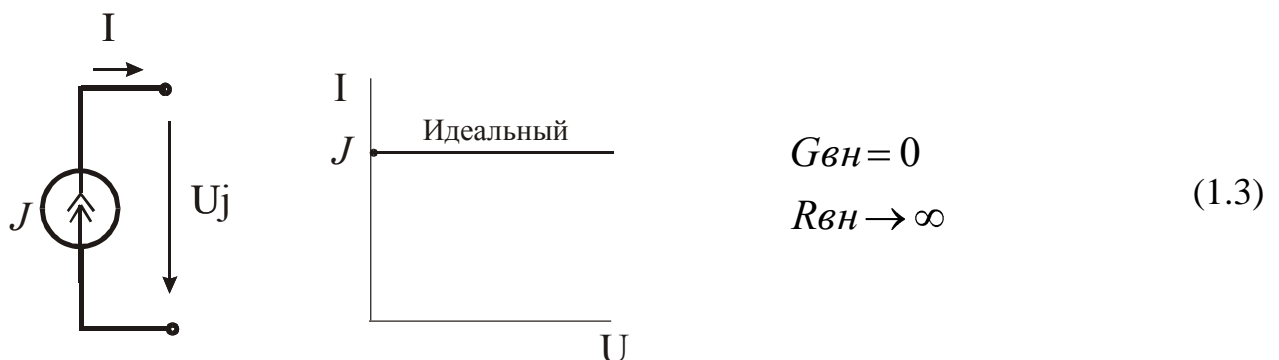


Рисунок 1.4 - Идеальный источник тока

г) Реальный источник тока

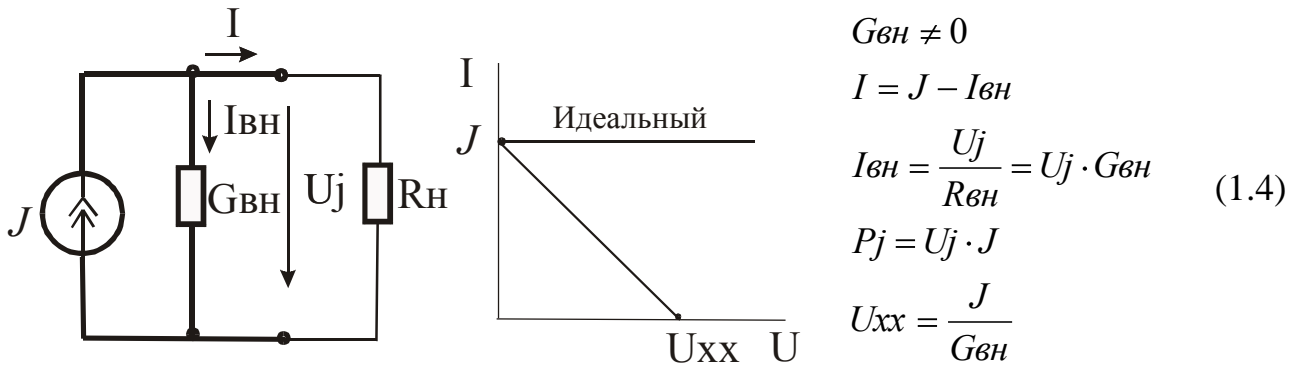


Рисунок 1.5 - Реальный источник тока

1.1.2 Эквивалентные преобразования источников напряжения и тока

Источники ЭДС и источники тока являются эквивалентными, если они имеют одну и ту же внутреннюю характеристику, т.е. при эквивалентном преобразовании режим работы в нагрузке не должен измениться.

а) Преобразование источника ЭДС в источник тока

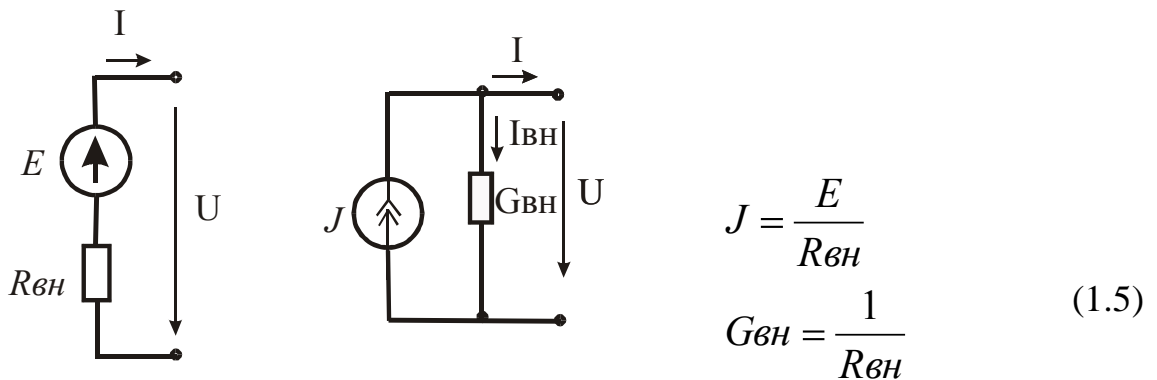


Рисунок 1.6 – Преобразование реальных источников

б) Преобразование источника тока в источник ЭДС

$$E = \frac{J}{G_{вн}} = J \cdot R_{вн}$$

$$R_{вн} = \frac{1}{G_{вн}}$$

(1.6)

### 1.1.3 Резистивный элемент

Пассивный элемент электрической цепи, в котором происходит необратимое преобразование электромагнитной энергии, например, в тепловую, называют *резистивным*.

Примеры резистивных элементов – лампы накаливания (электрическая энергия необратимо преобразуется в световую и тепловую энергии), нагревательные элементы (электрическая энергия необратимо преобразуется в тепловую).

Основной характеристикой резистивного элемента является его вольт-амперная характеристика (ВАХ).

$$U = f(I), \quad (1.7)$$

где  $U$  – напряжение, В;

$I$  – сила тока, А.

Если эта зависимость линейная, то резистивный элемент называется линейным и выражение (1.7) имеет вид, известный как закон Ома:

$$U = RI, \quad (1.8)$$

где  $R$  – сопротивление резистора, Ом.

Однако во многих случаях ВАХ резисторов является нелинейной. Для многих резисторов (нагревательные спирали, реостаты и др.) нелинейность ВАХ объясняется тем, что эти элементы – металлические проводники и электрический ток в них – есть ток проводимости (направленное движение – “дрейф” свободных электронов). Дрейфу электронов препятствуют (оказывают сопротивление) колеблющиеся атомы, амплитуда колебаний которых определяется температурой проводника (температура – *мера кинетической энергии атомов*).

При протекании тока, свободные электроны сталкиваются с атомами и еще больше раскачивают их. Следовательно, температура проводника возрастает, отчего увеличивается и его сопротивление  $R$ . Таким образом, сопротивление  $R$  зависит от тока  $R = f(I)$  и ВАХ нелинейна (рисунок 1.7).



При изменении температуры в небольших пределах сопротивление проводника выражается формулой

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha(T - T_0)), \quad (1.9)$$

где  $R_0, R$  – сопротивления проводников при температуре  $T_0, T$ , Ом;

$T_0$  – начальная температура проводника, К;

$T$  – конечная температура проводника, К;

$\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

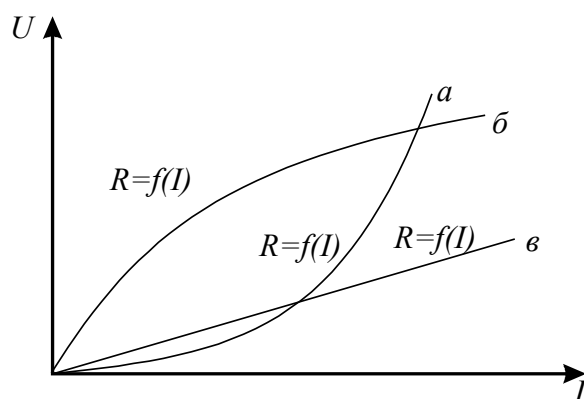


Рисунок 1.7 - Общий вид ВАХ металлического (а), полупроводникового (б), и константанового (в) резистивных элементов.

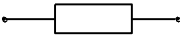
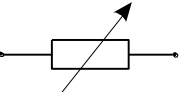
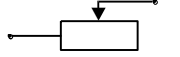
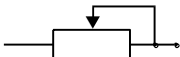
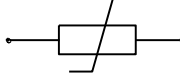
Таблица 1.1 – Удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления некоторых материалов

Наименование материала	Удельное сопротивление при 20 <sup>0</sup> С, мкОм·м	Температурный коэффициент сопротивления, 1/К
Медь	0,0172-0,0182	0,0041
Алюминий	0,0295	0,0040
Сталь	0,125-0,146	0,0057
Вольфрам	0,0508	0,0048
Уголь	10-60	-0,005
Константан	0,44	5·10 <sup>-5</sup>
Нихром (Cr-20%, Ni-80%)	1,02-1,12	0,0001
Полупроводники (Si, Ge)	1,0-14	-(0,2-0,8)

У большинства чистых металлов  $\alpha > 0$ , что означает, что с повышением температуры сопротивление металлов увеличивается. У электролитов, изделий из графита и полупроводников  $\alpha < 0$  (таблица 1.1).

В таблице 1.2 приведены условные графические обозначения резистивных элементов.

Таблица 1.2 – Условные обозначения резисторов

Наименование	Обозначение
Резистор постоянный (линейная ВАХ)	
Резистор переменный:	
общее обозначение	
с разрывом цепи	
без разрыва цепи	
Резистор нелинейный (нелинейная ВАХ)	

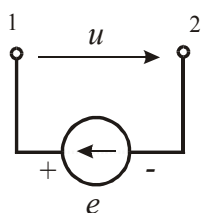
#### 1.1.4 Положительные направления токов и напряжения

В общем случае, положительные направления токов и напряжений могут быть выбраны произвольно, но в процессе расчёта направления должны быть строго фиксированы. Напряжение и ток представляют собой функции времени:  $u = u(t)$  и  $i = i(t)$  и на схеме указываются их условные положительные направления. Произвольно может быть задано положительное направление только одной физической величины, либо тока, либо напряжения. Положительные направления напряжения и тока всегда должны быть согласованы между собой.

Если же напряжение  $u$  и ток  $i$  не зависят от времени, то есть:  $u(t) = const$ , то имеем постоянное напряжение  $U$  или  $i(t) = const$ , то имеем постоянный ток  $I$ . При выбранном условном положительном направлении

тока получим, что если в некоторый момент времени ток  $i > 0$ , то это значит, что действительное направление тока совпадает с условно выбранным положительным направлением. Аналогично, для напряжения, если для какого-то момента времени  $u > 0$ , то это означает что  $\varphi_1 > \varphi_2$ , если под напряжением понимают  $u_{12}$ .

Источник ЭДС, направленный от точки 2 к точки 1 повышает потенциал точки 1 на величину ЭДС, то есть



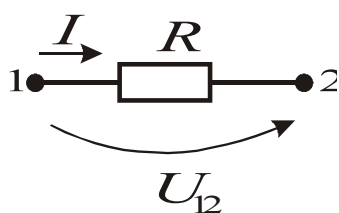
$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2 + e \\ u &= e = \varphi_1 - \varphi_2 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Рисунок 1.8 – Источник ЭДС

У источника ЭДС на схеме стрелка направлена от вывода с меньшим потенциалом к выводу с большим, то есть от (-) к (+).

### 1.1.5 Закон Ома

Разность потенциалов на концах проводника пропорциональна току в проводнике (при неизменности прочих физических условий).



$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} = R \cdot I \quad (1.11)$$

Рисунок 1.9 – Закон Ома

Напряжение  $u$  отождествляется с разностью потенциалов на зажимах 1 и 2. То есть:

$$u = u_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad u_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 = -u_{12}.$$

Таким образом, ток в сопротивлении течет от большего потенциала к меньшему.

Перепишем закон Ома (1.11) в следующем виде:

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} \quad (1.12)$$

Зная потенциал одного из концов проводника, направление и величину тока по закону Ома можно определить потенциал второго конца проводника, т.е.

$$\varphi_2 = \varphi_1 - R \cdot I$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 + R \cdot I$$

### 1.1.6 Закон Ома для участка цепи с ЭДС (обобщенный закон Ома)

Рассмотрим изменение потенциала вдоль участка цепи с ЭДС и найдём напряжение на этом участке (рисунок 10).

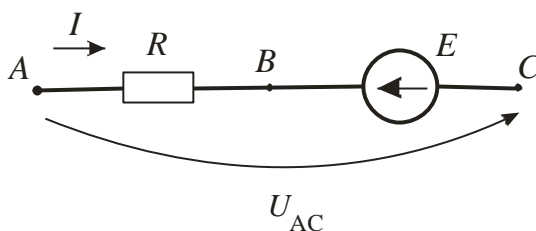


Рисунок 1.10 - Закон Ома для участка цепи с ЭДС

При переходе от точки С к точке В потенциал увеличивается на величину ЭДС, т.е.  $\varphi_B = \varphi_C + E$ , потенциал точки А больше потенциала точки В на величину падения напряжения на сопротивлении R, таким образом

$$\varphi_A = \varphi_B + R \cdot I$$

Напряжение на участке AC

$$U_{AC} = \varphi_A - \varphi_C$$

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R} = \frac{\varphi_A - \varphi_C - E}{R}$$

При другом направлении ЭДС

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_C + E}{R} \quad (1.15)$$

### Обобщенный закон Ома:

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_c \pm E}{R}.$$

при совпадении направлений ЭДС и силы тока в формуле закона Ома записывают перед ЭДС знак (+).

### 1.1.7 Законы Кирхгофа

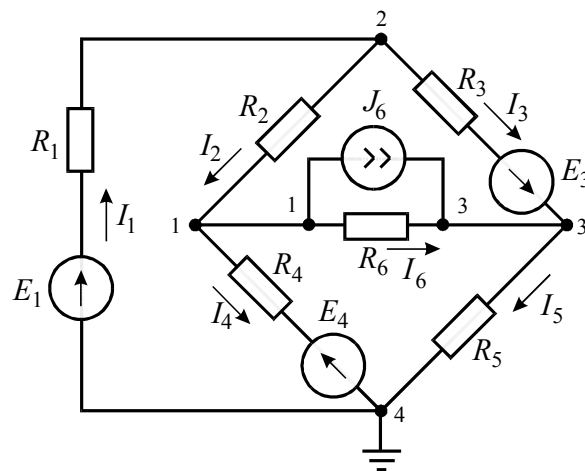


Рисунок 1.11 – Схема электрической цепи

Геометрическая конфигурация схемы характеризуется понятиями ветвь, узел, контур.

*Ветвью* называют участок цепи между двумя узлами в любом сечении, которого ток имеет одно и тоже значение. Ветвь образуется одним или несколькими последовательно соединенными элементами цепи.

*Узел* – место соединения трех и большего числа ветвей.

Для схемы, приведённой на рисунке 1.11, число узлов  $u=4$ , число ветвей  $v=7$ , седьмая ветвь содержит источник тока. Узлы вида 1 и 3 называют разнесёнными.

*Контур* – это замкнутый путь, проходящий по ветвям схемы, в котором один из узлов является началом и концом пути.

Законы Кирхгофа применяются для определения токов в ветвях линейных и нелинейных схем при любом законе изменения во времени токов и напряжений.

Первый закон Кирхгофа выражает закон сохранения количества электричества (движение зарядов в цепи происходит так, что ни в одном из узлов они не скапливаются). Применяется первый закон к узлам электрической схемы и формулируется так:

Первая формулировка: *Алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в любом узле электрической схемы, равна нулю.*

$$\sum_{k=1} I_k = 0$$

При этом токи, направленные от узла принято записывать с одним знаком, а направленные к узлу с противоположным знаком.

Например, для узла электрической цепи, представленного на рисунке 1.12, уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа, имеет вид:

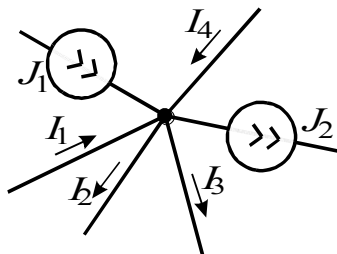


Рисунок 1.12 – Узел электрической цепи

$$-I_1 + I_2 + I_3 + J_2 - J_1 - I_4 = 0.$$

Если токи источников перенести в правую часть, то получим:

$$-I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = -J_2 + J_1.$$

Вторая формулировка: *Сумма подтекающих к любому узлу токов равна сумме утекающих от узла токов.*

Для рисунка 1.12

$$J_1 + I_1 + I_4 = J_2 + I_2 + I_3.$$

Второй закон Кирхгофа применяется к контурам электрической цепи и формулируется следующим образом:

Первая формулировка: *Алгебраическая сумма напряжений ветвей в любом замкнутом контуре схемы равна нулю.*

$$\sum_k U_k = 0$$

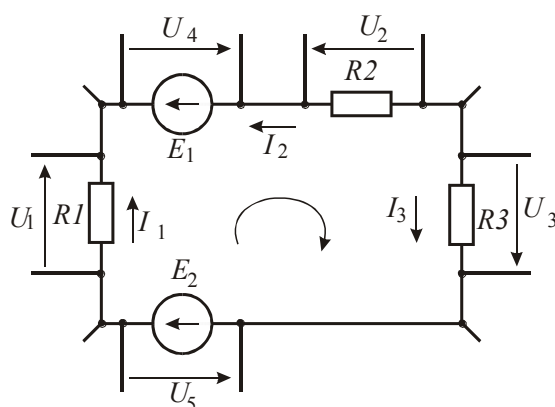


Рисунок 1.13 – Контур электрической цепи

Для контура электрической цепи, представленного на рисунке 1.13, запишем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$U_1 - U_2 + U_3 + U_4 - U_5 = 0.$$

Вторая формулировка: *Алгебраическая сумма падений напряжения в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС вдоль того же контура.*

$$\sum_k R_k \cdot I_k = \sum_n E_n$$

В уравнениях согласуем направления напряжений с направлениями ТОКОВ.

Выбираем направление обхода контура. Напряжения, ЭДС и токи, совпадающие с направлением обхода контура, записываем со знаком плюс. Согласно, второй формулировке второго закона Кирхгофа, уравнение для контура, представленного на рисунке 1.13, имеет вид:

$$R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 = E_2 - E_1$$

В задачах анализа электрических цепей обычно бывают заданы топология и параметры цепи ( $E, J, R$ ), а определить требуется токи ветвей. Для решения такой задачи составляется и решается система уравнений по законам Кирхгофа. Обозначим число всех ветвей схемы –  $\nu$ , число ветвей, содержащих источники тока –  $\nu_{um}$ , а число узлов –  $y$ . В каждой ветви схемы протекает свой ток. Токи в ветвях с источниками тока известны, следовательно, число неизвестных токов в схеме –  $(\nu - \nu_{um})$ . Уравнений составляется столько – сколько неизвестных токов.

### 1.1.8 Алгоритм расчета токов по законам Кирхгофа

1. Пронумеровать и обозначить узлы схемы;
2. Выбрать и обозначить на схеме направления неизвестных токов в ветвях;
3. Выбрать независимые контуры и обозначить на схеме направления их обхода;
4. Составить систему уравнений по законам Кирхгофа, в которой
  - а)  $(y - 1)$  уравнений по первому закону Кирхгофа;
  - б) число уравнений по второму закону Кирхгофа  $(\nu - \nu_{um}) - (y - 1)$ ;
5. Решить полученную систему уравнений любым методом и найти неизвестные токи.

*Примечания:*

1) Уравнения по второму закону Кирхгофа должны быть составлены для независимых контуров. Контуров взаимно-независимы, если каждый новый контур, для которого составляется уравнение, имеет не меньше одной новой ветви. Независимыми контурами являются контуры-ячейки.



2) Для контуров содержащих ветвь с источником тока уравнения по второму закону Кирхгофа составлять нельзя, поэтому перед составлением уравнений по второму закону Кирхгофа ветвь с источником тока из схемы нужно мысленно удалить.

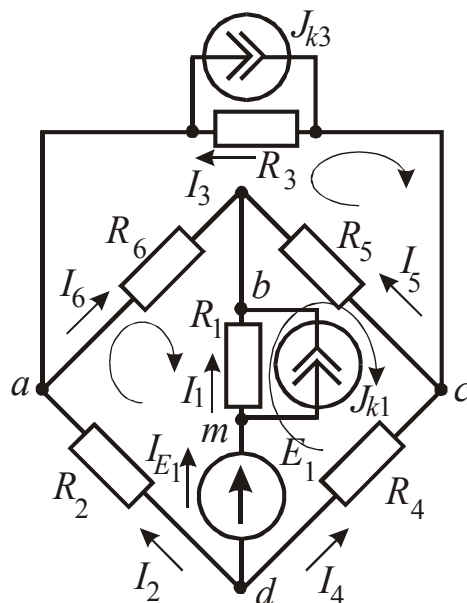


Рисунок 1.14 – Схема электрической цепи

Запишем систему уравнений по законам Кирхгофа для схемы электрической цепи, изображенной на рисунке 1.14. Схема содержит пять узлов ( $a, b, c, d, m$ ), следовательно, на основании первого закона Кирхгофа записываем четыре уравнения. В схеме девять ветвей, но две из них содержат источники тока  $J_{k1}$  и  $J_{k3}$ , поэтому неизвестных токов в цепи семь и на основании второго закона Кирхгофа составляем три уравнения:

$$\begin{cases} -I_2 - I_3 + I_6 + J_{k3} = 0 \\ -I_1 - I_5 - I_6 - J_{k1} = 0 \\ I_3 - I_4 + I_5 - J_{k3} = 0 \\ I_1 - I_{E1} + J_{k1} = 0 \\ -R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 + R_6 \cdot I_6 = -E_1 \\ R_1 \cdot I_1 - R_5 \cdot I_5 - R_4 \cdot I_4 = E_1 \\ -R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 - R_6 \cdot I_6 = 0 \end{cases}$$

### 1.1.9 Баланс мощности в электрических цепях

Баланс мощности вытекает из закона сохранения энергии. При протекании токов по сопротивлениям в них выделяется тепло. Количество тепла, выделяющиеся в единицу времени в сопротивлении, должно быть равно энергии, доставляемой за это же время от источника питания. Баланс мощности составляется для проверки правильности найденных токов.

$$\sum_{k=1}^B P_{ист} = \sum_{k=1}^B P_{потр} .$$

$$P_{ист} = \sum_{k=1}^B I_k \cdot E_k + \sum_{k=1}^B U_k \cdot J_k - \text{мощность источников.}$$

$$P_{потр} = \sum_{k=1}^B I_{R_k}^2 \cdot R_k - \text{мощность потребителей.}$$

Мощность, генерируемая источниками электрической энергии равна суммарной мощности, потребляемой в цепи. Причем, мощность отдельного источника может быть положительной и отрицательной. Отрицательный знак мощности означает, что соответствующий источник работает в режиме потребления (накопления энергии).

Знак произведения напряжения источника ЭДС и тока определяется направлением тока через этот источник. Плюс записывается, если направление тока в ветви совпадает с направлением ЭДС. Знак произведения тока источника тока и напряжения на его зажимах зависит от знака напряжения. Напряжение источника тока равно разности потенциалов точки, в которую ток источника входит, и точки из которой он выходит. Рассмотрим пример (рисунке 1.15):

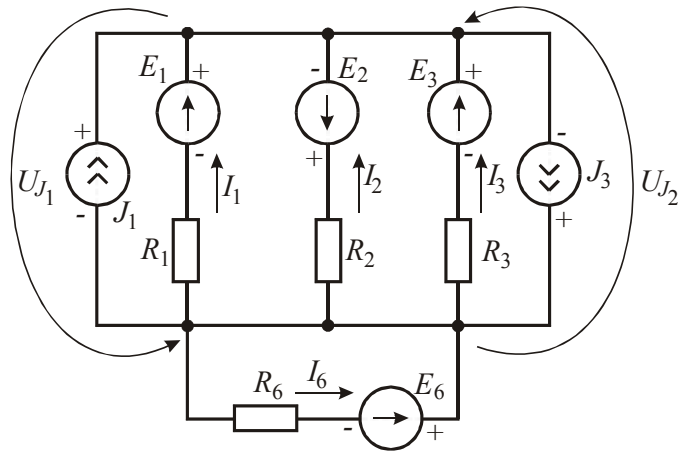


Рисунок 1.15 – Схема электрической цепи

$$P_{\text{ум}} = E_1 \cdot I_1 - E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 + U_{J_1} \cdot J_1 + U_{J_2} \cdot J_2;$$

$$U_{J_1} = E_1 - R_1 \cdot I_1$$

$$U_{J_2} = -E_3 + R_3 \cdot I_3$$

$$P_{\text{ном}} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_6^2 \cdot R_6.$$

### 1.1.10 Потенциальная диаграмма

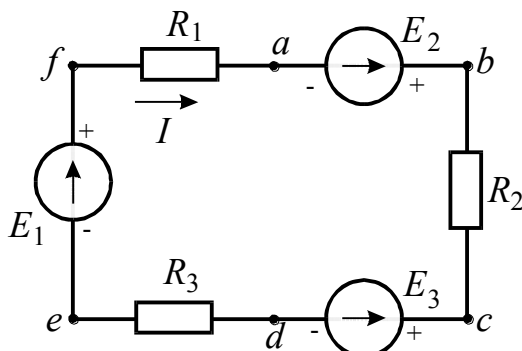
Под *потенциальной диаграммой* понимают график распределения потенциала вдоль какого либо участка цепи или замкнутого контура.

По оси абсцисс откладывают последовательно сопротивления вдоль контура, начиная с какой-либо произвольной точки, потенциал, которой принимают равным нулю, а по оси ординат откладывают потенциалы. Тангенс угла наклона потенциальной диаграммы относительно оси сопротивлений равен току в соответствующей точке рассматриваемого контура.

Каждой точке участка цепи соответствует своя точка на потенциальной диаграмме. По потенциальной диаграмме можно определить разность потенциалов между любыми двумя точками контура.

Рассмотрим последовательность построения потенциальной диаграммы

на примере неразветвленной цепи.



Дано:

$$E_1 = 20 \text{ В},$$

$$E_2 = 100 \text{ В},$$

$$E_3 = 60 \text{ В,}$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом.}$$

$$R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом.}$$

Рисунок 1.16

Определяем ток в цепи по обобщенному закону Ома:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R} = \frac{E_1 + E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 + 100 - 60}{5 + 5 + 10} = 3 \text{ А}$$

Потенциал точки  $a$  примем за ноль.

$$\varphi_a = 0$$

Рассчитываем изменение потенциала для каждой точки на схеме:

$$\varphi_b = \varphi_a + E_2 = 100 \text{ В}$$

$$\varphi_c = \varphi_b - I \cdot R_2 = 100 - 3 \cdot 5 = 85 \text{ В}$$

$$\varphi_d = \varphi_c - E_3 = 85 - 60 = 25 \text{ В}$$

$$\varphi_e = \varphi_d - I \cdot R_3 = 25 - 3 \cdot 5 = 10 \text{ В}$$

$$\varphi_f = \varphi_e + E_1 = 10 + 20 = 30 \text{ В}$$

$$\varphi_{a'} = \varphi_f - I \cdot R_1 = 30 - 3 \cdot 10 = 0 \text{ В}$$

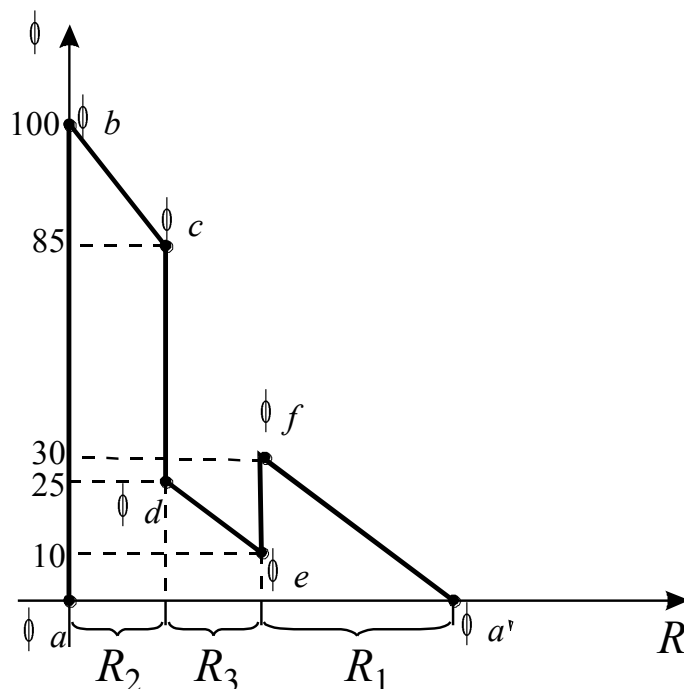


Рисунок 1.17 – Потенциальная диаграмма

## 1.2 Рабочее задание

1.2.1 Соберите цепь рисунке 1.18 по монтажной схеме (рисунок 1.19).

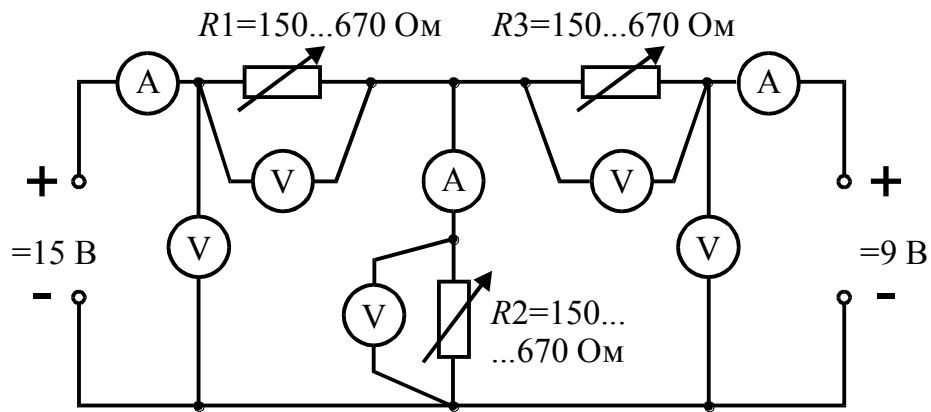


Рисунок 1.18 - Принципиальная схема

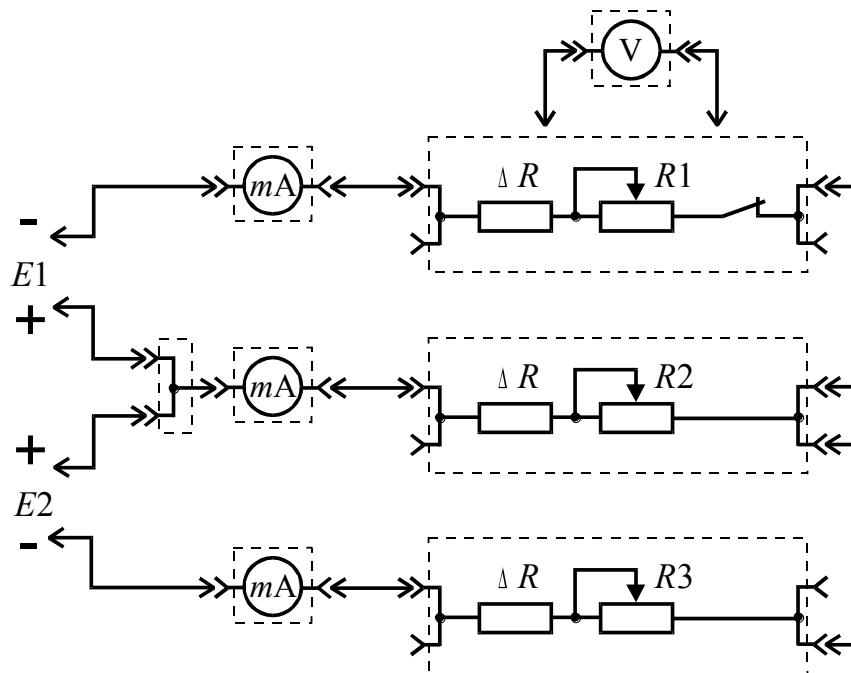


Рисунок 1.19– Монтажная схема

1.2.2 Установите на источнике постоянного тока Б5-4А значение ЭДС в пределах от 15 до 20 В. Измерьте

- токи ветвей;
- падения напряжения на резисторах.

Результаты эксперимента запишите в таблицу 1.3.

1.2.3 По результатам измерений рассчитайте значения сопротивлений и занести их в таблицу 1.3.

Таблица 1.3 – Исследование законов Кирхгофа

	Наименование величины	Результаты первого опыта
<b>ЭКСПЕРИМЕНТ</b>	Напряжение источника $E_1$ , В	
	Напряжение источника $E_2$ , В	
	Ток первой ветви $I_1$ , А	
	Напряжение на резисторе $R_1$ - $U_1$ , В	
	Ток второй ветви $I_2$ , А	
	Напряжение на резисторе $R_2$ - $U_2$ , В	
	Ток третьей ветви $I_3$ , А	
	Напряжение на резисторе $R_3$ - $U_3$ , В	
	<b>РАСЧЕТ</b>	Ток первой ветви $I_1$ , А
Ток второй ветви $I_2$ , А		
Ток третьей ветви $I_3$ , А		
Сопротивление резистора $R_1 + \Delta R_1$ , Ом		
Сопротивление резистора $R_2 + \Delta R_2$ , Ом		
Сопротивление резистора $R_3 + \Delta R_3$ , Ом		

1.2.4 Для схемы, представленной на рисунке 1.18, составьте систему уравнений по законам Кирхгофа. Используя данные таблицы 1.3 (значения источников ЭДС и сопротивлений), рассчитайте полученную систему линейных алгебраических уравнений относительно токов ветвей. Пример расчёта в системе MathCad приведен на рисунке 1.20. Результаты расчётов занесите в таблицу 1.3.

1.2.5 Сравните значения токов ветвей, полученных по результатам эксперимента и расчёта.

1.2.6 По данным таблицы 1.3 составьте баланс мощности и постройте потенциальную диаграмму для внешнего контура схемы.

Лабораторная работа №2  
Исследование законов Кирхгофа

ORIGIN:= 1      TOL:= 0.000001

R1 := 270      R2 := 130      R3 := 110

E1 := 15      E2 := 8

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ R1 & 0 & -R3 \\ 0 & R2 & R3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ E1 \\ E2 \end{pmatrix} \quad I := \text{lsolve}(A, B) \quad I = \begin{pmatrix} 0.057 \\ 0.059 \\ 2.655 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

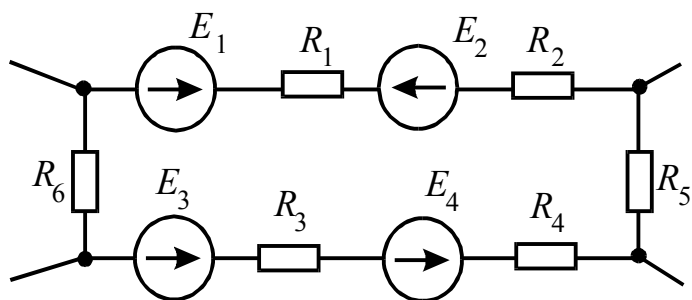
Pist:= E1 · I<sub>1</sub> + E2 · I<sub>2</sub>      Pist= 1.324

Ppotr:= | I<sub>1</sub> |<sup>2</sup> · R1 + | I<sub>2</sub> |<sup>2</sup> · R2 + | I<sub>3</sub> |<sup>2</sup> · R3      Ppotr= 1.324

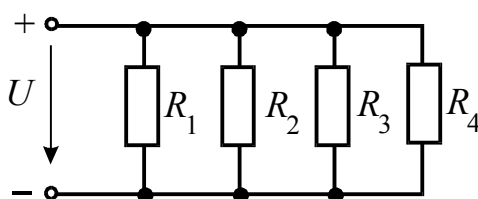
Рисунок 1.20 – Расчёт системы уравнений в системе MathCad

### 1.3 Контрольные вопросы и задания

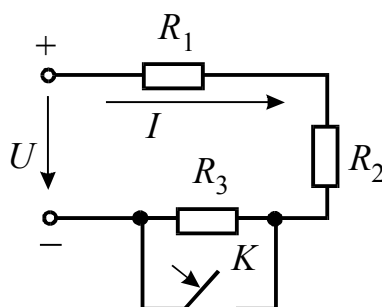
- 1 Чему равно внутреннее сопротивление идеального источника ЭДС?
- 2 Чему равно внутреннее сопротивление идеального источника тока?
- 3 Какой вид имеют вольт-амперные характеристики неидеальных и идеальных источников энергии?
- 4 Как осуществить эквивалентное преобразование неидеального источника напряжения в неидеальный источник тока и обратное преобразование?
- 5 Какие электрические цепи называются линейным?
- 6 Как определить предельно допустимый ток через резистор, зная мощность и сопротивление?
- 7 Чему равно внутреннее сопротивление амперметра?
- 8 Чему равно внутреннее сопротивление вольтметра?
- 9 Дайте определение силы тока, напряжения, заряда.
- 10 Резистивный элемент (определение, ВАХ).
- 11 Запишите закон Кирхгофа для данного контура электрической цепи.



12 Определите эквивалентное сопротивление данной электрической цепи, если  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$  Ом. Рассчитайте мощность источника энергии при напряжении на зажимах цепи  $U = 100$  В. Определите токи в ветвях.



13 Как изменятся напряжения на участках  $R_1$  и  $R_2$  при замыкании ключа  $K$  ( $U = const$ )?



14 Сформулируйте закон Ома для участка цепи с ЭДС.

15 Приведите по две формулировки каждого закона Кирхгофа. Изложите алгоритм составления системы уравнений по законам Кирхгофа.

16 Какие контуры называются независимыми? Сколько независимых контуров в исследуемой цепи?

17 Как определить мощность источника тока?

18 Как определить мощность, потребляемую резистором?

19 С какой целью составляют баланс мощностей?

20 Что называют потенциальной диаграммой?



## 2 Лабораторная работа № 2

### Исследование неразветвленной электрической цепи синусоидального тока

**2.1 Цель работы:** ознакомиться с экспериментальными методами определения параметров пассивных приемников в цепях переменного тока. Изучить влияние переменного параметра в ветви цепи на величины и фазы напряжений и токов.

#### 2.2 Краткие теоретические и практические сведения

##### 2.2.1 Цепь с активным сопротивлением

Если цепь переменного тока содержит только резистор  $R$  (лампа накаливания, электронагревательный прибор и т.д.), к которому приложено синусоидальное напряжение  $u$  (рисунок 2.1,а):

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (2.1)$$

то ток в цепи будет определяться значением этого сопротивления:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t, \quad (2.2)$$

где  $I_m = U_m / R$  – амплитуда тока.

Из выражений (2.1) и (2.2) следует, что в цепи с активным сопротивлением ток и напряжение совпадают по фазе. Обе эти величины можно изобразить на временной (рисунок 2.1,б) и векторной (рисунок 2.1,в) диаграммах.

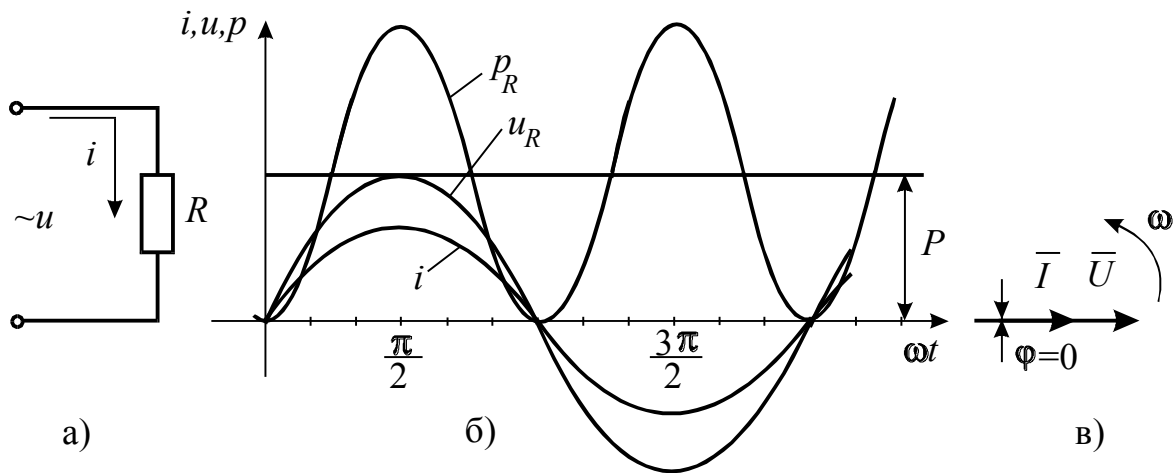


Рисунок 2.1 – Схема, временная и векторная диаграммы цепи с активным сопротивлением

Учитывая, что  $I_m = I \cdot \sqrt{2}$ ,  $U_m = U \cdot \sqrt{2}$ , можно записать выражение

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2.3)$$

которое называют законом Ома для цепи с активным сопротивлением.

Рассмотрим энергетические процессы в цепи с активным элементом.

Скорость преобразования электрической энергии в другие виды энергии характеризует мгновенную мощность  $p$ :

$$p_R = ui = U_m \cdot I_m \cdot \sin^2 \omega t = UI - UI \cos 2\omega t, \quad (2.4)$$

где  $UI$  – постоянная составляющая.

График изменения мгновенной мощности для цепи с активным сопротивлением показан на рисунке 2.1,б. В любой момент времени направления тока и напряжения совпадают, следовательно, мгновенная мощность положительна и колеблется с угловой частотой  $2\omega$  в пределах от 0 до  $2UI$ , т.е. активное сопротивление потребляет электрическую энергию от источника и необратимо преобразует ее в другие виды энергии.

Кроме мгновенного значения мощности  $p$ , различают еще среднюю мощность  $P_{cp}$  за период, которую называют активной мощностью и обозначают буквой  $P$ :

$$P_{cp} = P = \frac{1}{T} \int_0^T ui dt = U_R I = I^2 R. \quad (2.5)$$

Активная мощность характеризует работу, совершаемую в электрической цепи за период, т.е. определяет электрическую энергию, необратимо преобразовавшуюся в другие виды энергии. Единицей измерения активной мощности является Ватт (Вт).

### 2.2.2 Цепь с индуктивностью

Пусть по катушке индуктивности  $L$ , для которой  $R=0$  (рисунок 2.2,а), протекает ток

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (2.6)$$

При изменяющемся токе в катушке наводится ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (2.7)$$

Приложенное к зажимам цепи напряжение уравновешивает ЭДС самоиндукции

$$u = -e_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = U_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.8)$$

где

$$U_m = \omega L I_m, \quad (2.9)$$

называется амплитудой напряжения.

Таким образом, в цепи с индуктивностью напряжение опережает ток на угол  $\pi/2$ . Временная и векторная диаграммы изображены на рисунке 2.2,б и 2.2,в.

Деля соотношение (2.9) на  $\sqrt{2}$ , получим:

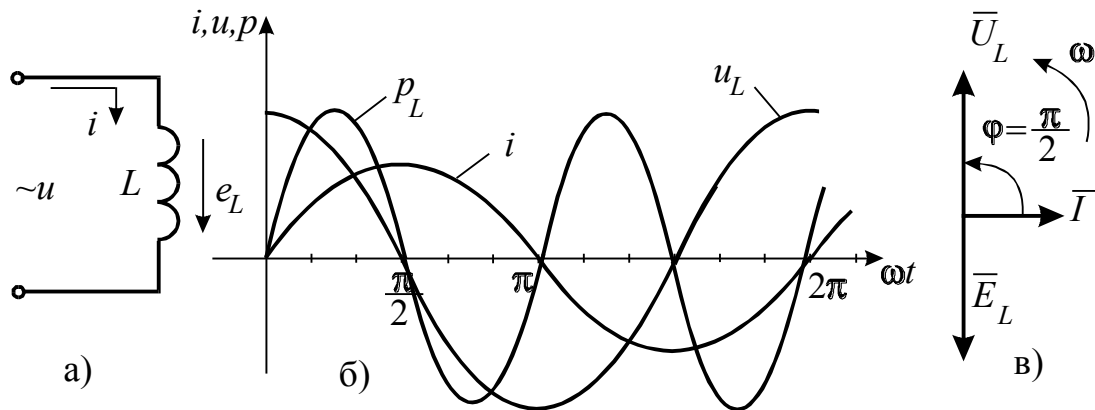


Рисунок 2.2 – Схема, временная и векторная диаграммы цепи с идеальным индуктивным элементом.

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{X_L}. \quad (2.10)$$

Здесь  $X_L = \omega L$  имеет размерность сопротивления и называется индуктивным сопротивлением. Выражение (2.10) называется законом Ома для цепи с индуктивностью.

Перейдем к анализу энергетических процессов в цепи с индуктивным элементом. Мгновенная мощность индуктивного элемента

$$p_L = ui = U_m \cdot I_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \pi/2) = UI \sin 2\omega t, \quad (2.11)$$

изменяется по закону синуса с удвоенной частотой. График мгновенной мощности на индуктивном элементе показан на рисунке 2.2,б.

В первую четверть периода направления напряжения и тока совпадают и  $p_L > 0$ , т.е. индуктивный элемент потребляет электрическую энергию от источника. Во вторую четверть периода направления напряжения и тока противоположны и  $p_L < 0$ , т.е. индуктивный элемент является источником и высвобождает энергию, запасенную в магнитном поле.

Активная мощность  $P$ , характеризующая необратимые преобразования энергии и определяемая средним значением мгновенной мощности за период, для индуктивного элемента равна нулю:

$$P_{cp} = P = \frac{1}{T} \int_0^T ui dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t dt = 0. \quad (2.12)$$

Таким образом, в цепи с идеальным индуктивным элементом не совершается работа, а происходит только периодический обмен энергией между источником энергии и магнитным полем. Интенсивность этого обмена принято характеризовать наибольшим значением скорости поступления энергии в магнитное поле, которое называется *реактивной мощностью*, и обозначают  $Q_L$

$$Q_L = U_L I = X_L I^2, \text{ вар.} \quad (2.13)$$

Реактивная мощность имеет размерность Вольт-Ампер реактивный, сокращенно – ВАр.

### 2.2.3 Цепь с емкостью

Если цепь переменного тока содержит емкость  $C$ , к которой приложено синусоидальное напряжение  $u$  (рисунок 2.3,а)

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (2.14)$$

то мгновенное значение тока в этой цепи

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.15)$$

Амплитудные значения тока и напряжения связаны соотношением

$$I_m = \omega C U_m. \quad (2.16)$$

Из (15) следует, что ток в цепи с емкостью опережает приложенное напряжение на угол  $\pi/2$ . Временная и векторная диаграммы представлены на рисунке 2.3,б и 2.3,в.

Деля соотношение (2.16) на  $\sqrt{2}$ , получим закон Ома для цепи с емкостью

$$I = \omega C U \quad \text{или} \quad U = I \frac{1}{\omega C} = I X_C, \quad (2.17)$$

здесь  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  имеет размерность сопротивления и называется емкостным сопротивлением.

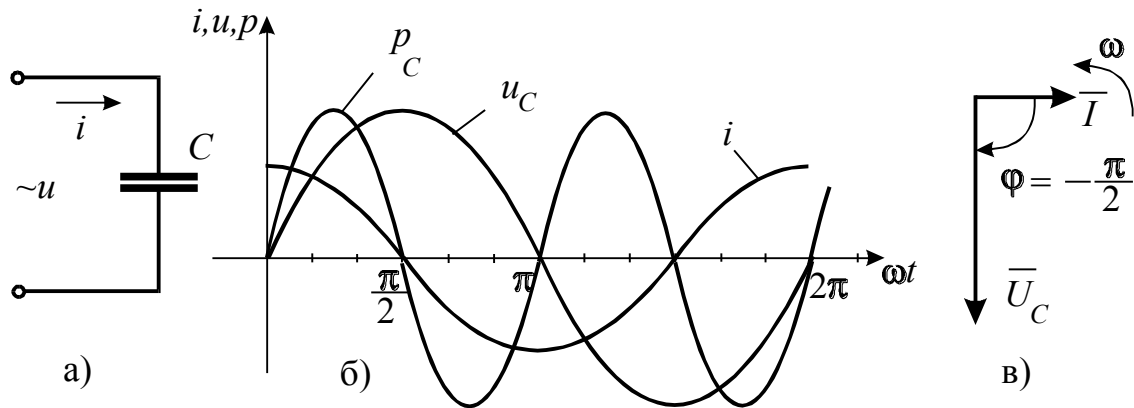


Рисунок 2.3 – Схема, временная и векторная диаграммы цепи с идеальным емкостным элементом.

Перейдем к анализу энергетических процессов в цепи с емкостным элементом. Мгновенная мощность емкостного элемента

$$p_C = ui = U_m \cdot I_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = UI \sin 2\omega t, \quad (2.18)$$

изменяется по закону синуса с удвоенной частотой.

График мгновенной мощности приведен на рисунке 2.3,б. В первую четверть периода направления напряжения и тока совпадают и  $p_C > 0$ , т.е. емкостной элемент потребляет энергию от источника, которая запасается в электрическом поле. Во вторую четверть периода направления напряжения и тока противоположны,  $p_C < 0$ , т.е. емкостной элемент является источником и отдает запасенную в электрическом поле энергию.

Активная мощность, характеризующая необратимые процессы преобразования энергии и определяемая средним значением мгновенной мощности за период, для емкостного элемента равна нулю.

$$P_{cp} = P = \frac{1}{T} \int_0^T ui dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t dt = 0. \quad (2.19)$$

Таким образом, в цепи с идеальным емкостным элементом не совершается работа, а происходит только периодический обмен энергией между источником и электрическим полем. Интенсивность этого обмена принято характеризовать наибольшим значением скорости поступления энергии в электрическом поле, которое называют реактивной мощностью и обозначают  $Q_C$

$$Q_C = U_C I = X_C I^2, \text{ вар.} \quad (2.20)$$

Реактивная мощность емкостного элемента, так же как и реактивная мощность индуктивного элемента, измеряется в Вольт-Амперах реактивных.

#### 2.2.4 Цепь с активно-индуктивной нагрузкой

Практически любая катушка обладает не только индуктивностью  $L$ , но и активным сопротивлением  $R$  (рисунок 2.4,а).

По второму закону Кирхгофа для мгновенных значений приложенное напряжение к зажимам цепи уравнивается падением напряжения на активном сопротивлении и падением напряжения на индуктивности:

$$u = u_R + u_L. \quad (2.21)$$

Выразив напряжения  $u_R$  и  $u_L$  через ток

$$i = I_m \sin \omega t \quad (2.22)$$

и сопротивления участков цепи  $R$  и  $X_L$ , получим:

$$I_m R \sin \omega t + I_m X_L \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (2.23)$$

Здесь

$$U_m = \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L)^2} = I_m \sqrt{R^2 + X_L^2}, \quad (2.24)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_m X_L}{I_m R} = \frac{X_L}{R}. \quad (2.25)$$

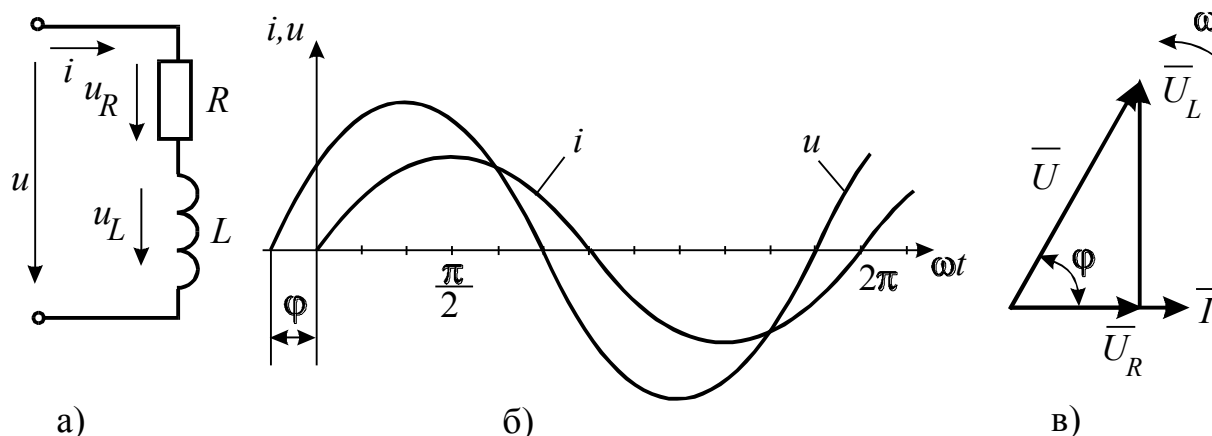


Рисунок 2.4 – Схема, временная и векторная диаграммы цепи с активным сопротивлением и индуктивностью

Таким образом, напряжение на входе цепи с активным сопротивлением и индуктивностью опережает ток на угол  $\varphi$ . Временная и векторная диаграммы изображены на рисунке 2.4,б и 2.4,в.

Закон Ома для рассматриваемой цепи на основании (24)

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{U}{Z}, \quad (2.26)$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$  – полное сопротивление цепи.

Треугольник сопротивлений, подобный треугольнику напряжений, построен на рисунке 2.5,а. Как видно из этого треугольника

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \sin \varphi = \frac{X_L}{Z}. \quad (2.27)$$

Для анализа энергетических процессов в цепи  $R$ ,  $L$  мгновенную мощность удобно представить в виде суммы мгновенных значений активной



$p_R = iu_R$  и реактивной (индуктивной)  $p_L = iu_L$  мощностей  $p = p_R + p_L$ .  
Графики  $p_R$  и  $p_L$  изображены на рисунке 2.5,б.

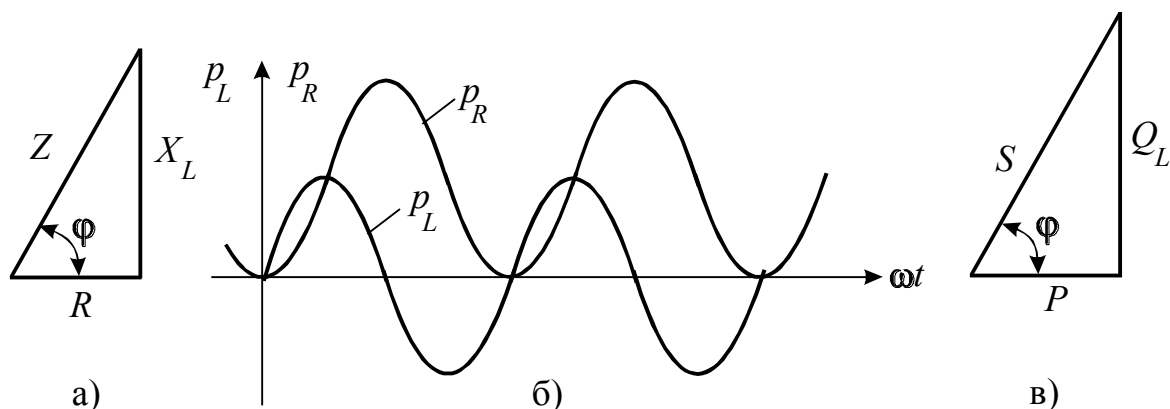


Рисунок 2.5 – Временная диаграмма мгновенных значений активной  $p_R$  и индуктивной  $p_L$  мощностей. Треугольники сопротивлений и мощностей

Из графика  $p_R$  видно, что активная мощность непрерывно поступает от источника и выделяется в активном сопротивлении в виде тепла. Мгновенная мощность  $p_L$  непрерывно циркулирует между источником и катушкой.

Умножив стороны треугольника сопротивлений на ток, получим треугольник мощностей (рисунок 2.5,в).

Стороны треугольника мощностей представляют:

$$P = U_R I = I^2 R \text{ – активная мощность цепи, Вт;}$$

$$Q = U_L I = I^2 X_L \text{ – реактивная мощность цепи, ВАр;}$$

$$S = UI = I^2 Z \text{ – полная мощность цепи, ВА;}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \text{ – коэффициент мощности цепи.}$$

Параметры реальной катушки ( $R_K$ ,  $L$ ) можно определить экспериментально, если последовательно с ней включить дополнительно активное сопротивление  $R$  (рисунок 2.6,а).

Измерив ток в цепи, а также напряжения  $U$ ,  $U_R$ ,  $U_K$ , можно построить в масштабе векторную диаграмму в соответствии с рисунком 2.6,б (т.е. построить косоугольный треугольник по трем известным сторонам).

Тогда

$$R_K = \frac{U_{K.a}}{I}, \quad X_K = \frac{U_L}{I}, \quad L = \frac{X_K}{\omega} = \frac{X_K}{2\pi f}. \quad (2.28)$$

Данный метод определения параметров реальной катушки носит название опыта трех вольтметров.

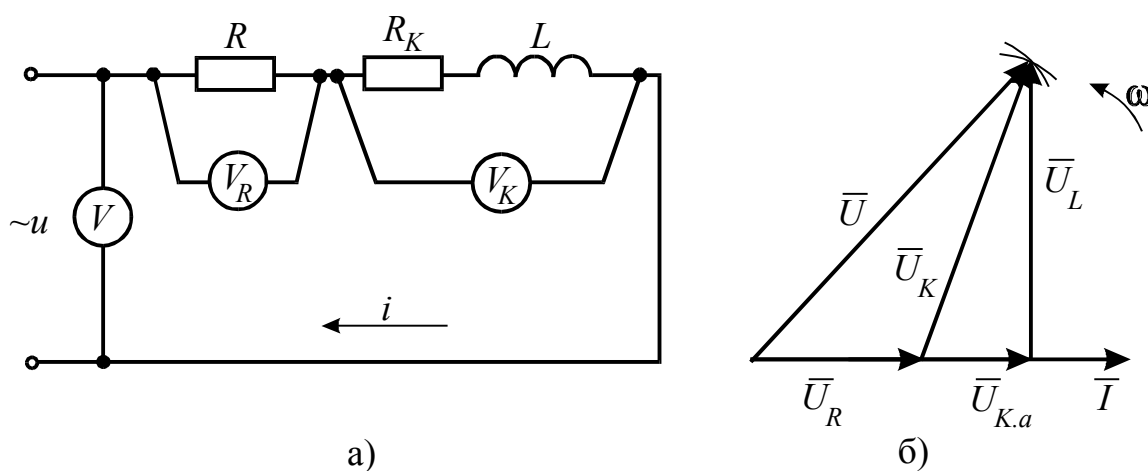


Рисунок 2.6 – Электрическая схема и векторная диаграмма цепи с резистором и реальной катушкой индуктивности

Эти параметры также находятся из очевидных уравнений для цепи рисунка 2.6,а

$$Z = \sqrt{(R + R_K)^2 + X_L^2} = \frac{U}{I}, \quad (2.29)$$

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_L^2} = \frac{U_K}{I}, \quad (2.30)$$

$$R = \frac{U_R}{I}. \quad (2.31)$$

## 2.2.5 Цепь с активно-емкостной нагрузкой

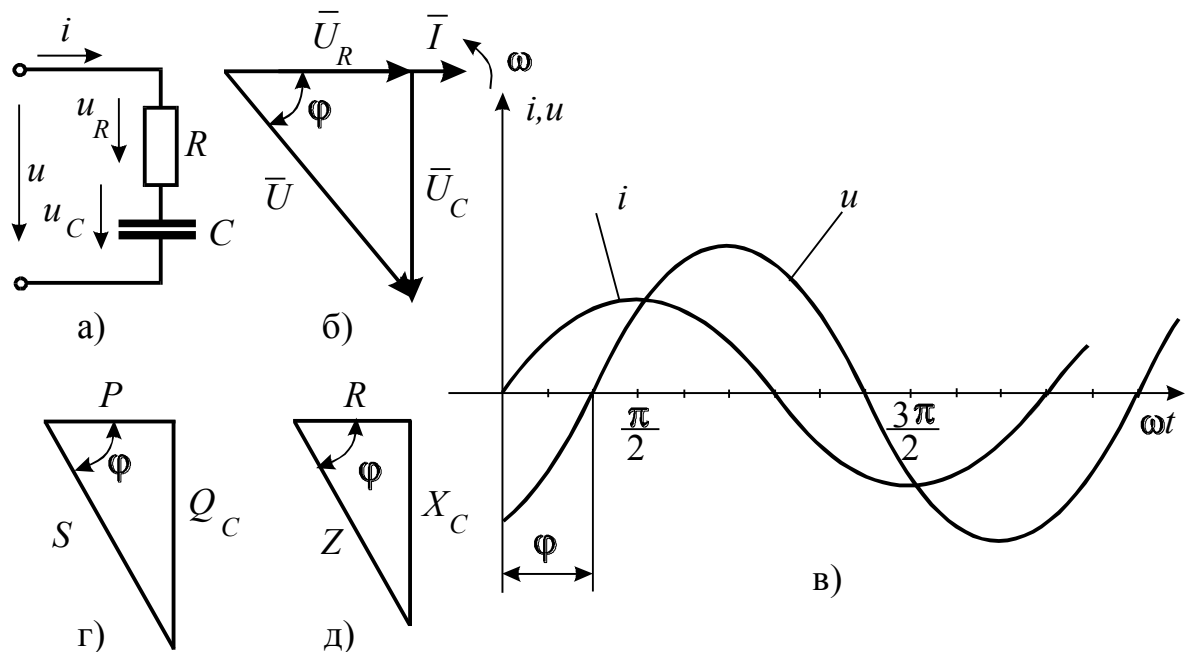


Рисунок 2.7 – Схема, временные диаграммы и треугольники напряжений, сопротивлений и мощностей цепи с активным и емкостным элементами

В этом случае уравнение напряжения цепи (рисунок 2.7,а) имеет вид:

$$u = u_R + u_C. \quad (2.34)$$

Напряжение на активном сопротивлении

$$u_R = RI_m \sin \omega t, \quad (2.35)$$

совпадает по фазе с током.

Напряжение на емкости

$$u_C = \frac{1}{\omega C} I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.36)$$

отстает по фазе от тока на угол  $\frac{\pi}{2}$ . Таким образом, напряжение  $u$ , приложенное к цепи, будет равно:

$$u = RI_m \sin \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.37)$$

На рисунке 2.7,б изображена векторная диаграмма цепи  $R, C$ . Вектор напряжения  $\overline{U}_R$  совпадает с вектором тока, вектор  $\overline{U}_C$  отстает от вектора тока на угол  $90^\circ$ . Из диаграммы следует, что вектор напряжения, приложенного к цепи, равен геометрической сумме векторов  $\overline{U}_R$  и  $\overline{U}_C$ :

$$\overline{U} = \overline{U}_R + \overline{U}_C, \quad (2.38)$$

а его величина

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}. \quad (2.39)$$

Выразив  $U_R$  и  $U_C$  через ток и сопротивления, получим

$$U = \sqrt{(IR)^2 + (IX_C)^2}, \quad (2.40)$$

откуда

$$U = I\sqrt{R^2 + X_C^2} = IZ. \quad (2.41)$$

Последнее выражение представляет собой закон Ома цепи  $R$  и  $C$ :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{U}{Z}, \quad (2.42)$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$  – полное сопротивление, Ом.

Из векторной диаграммы следует, что напряжение цепи  $R$  и  $C$  отстает по фазе от тока на угол  $\varphi$  и его мгновенное значение:

$$u = U_m \sin(\omega t - \varphi). \quad (2.43)$$

Временные диаграммы  $u$  и  $i$  изображены на рисунке 2.7,в. Разделив стороны треугольника напряжений (рисунок 2.7,б) на ток, получим треугольник сопротивлений (2.7,д), из которого определим косинус угла сдвига фаз между током и напряжением:

Таблица 2.1 – Пассивные элементы цепей синусоидального тока

Основные понятия	R	L	C
Мгновенные значения напряжения и тока $i = I_m \sin(\omega t + \alpha)$	$u_R = R \cdot i =$ $= R \cdot I_m \sin(\omega t + \alpha)$	$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} =$ $= \omega \cdot L \cdot I_m \sin(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2})$	$u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i dt =$ $= \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_m \sin(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2})$
Комплексные амплитуды $\dot{I}_m = I_m \cdot e^{j\alpha}$	$\dot{U}_{Rm} = R \cdot \dot{I}_m$	$\dot{U}_{Lm} = j\omega L \cdot \dot{I}_m =$ $= j \cdot x_L \cdot \dot{I}_m$	$\dot{U}_{Cm} = -j \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot \dot{I}_m =$ $= -j \cdot x_C \cdot \dot{I}_m$
Комплексные действующие значения $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\alpha}$	$\dot{U}_R = R \cdot \dot{I}$	$\dot{U}_L = j \cdot x_L \cdot \dot{I}$	$\dot{U}_C = -j \cdot x_C \cdot \dot{I}$
Сопротивление	R активное	$x_L = \omega \cdot L$ реактивное индуктивное	$x_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ реактивное емкостное
Комплексное сопротивление	R	$jx_L = j \cdot \omega \cdot L =$ $= x_L \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$	$-jx_C = \frac{1}{j\omega C} =$ $= -j \cdot \frac{1}{\omega C} = x_C \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$
Комплексная проводимость	$g = \frac{1}{R}$	$-jb_L = \frac{1}{j \cdot x_L}$	$jb_C = \frac{1}{-j \cdot x_C}$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}. \quad (44)$$

Энергетические процессы в цепи с активным и емкостным элементами можно рассматривать как совокупность процессов, происходящих отдельно в цепи с  $R$  и с  $C$ . Из сети непрерывно поступает активная мощность, которая выделяется в активном сопротивлении  $R$  в виде тепла. Реактивная мощность, обусловленная электрическим полем емкости  $C$ , непрерывно циркулирует между источником энергии и цепью. Ее среднее значение за период равно нулю. Умножив стороны треугольника напряжений (рисунок 2.7,б) на ток, получим треугольник мощностей (рисунок 2.7,г). Стороны треугольника мощностей представляют:

$$P = U_R I = I^2 R \text{ – активную мощность цепи, Вт;}$$

$$Q_C = U_C I = I^2 X_C \text{ – реактивную (емкостную) мощность цепи, вар;}$$

$$S = UI = I^2 Z \text{ – полная мощность цепи, ВА;}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \text{ – коэффициент мощности цепи.}$$

### 2.3 Описание лабораторной установки

В качестве источника питания в работе используется генератор низкочастотный ГЗ-123. На панели стенда имеется катушка индуктивности с параметрами  $R_K$ ,  $L$ , магазин емкостей  $C$  и резистор  $R$ . Для измерения токов служит амперметр переменного тока М 42300, в качестве вольтметра используется мультиметр ВР-11А.

### 2.4 Рабочее задание

2.4.1 Собрать электрическую цепь, рисунок 2.8.

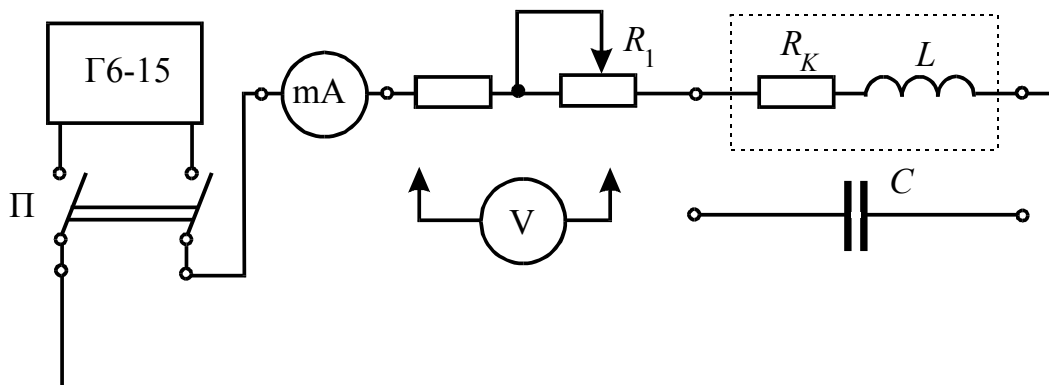


Рисунок 2.8 – Электрическая схема опыта трех вольтметров и двух частот

2.4.2 После проверки схемы преподавателем включить питание цепи переключателем П и измерить ток  $I$ , напряжения на входе цепи  $U$ , на катушке индуктивности  $U_K$  и на резисторе  $U_{R_1}$ .

Данные измерений занести в таблицу 2.2.

Таблица 2.2 – Результаты измерений и вычислений параметров катушки и конденсатора методом трех вольтметров

Цепь	Измерено					Вычислено						
	$U$	$U_C$	$U_K$	$U_{R_1}$	$I$	$R_1$	$Z_K$	$X_K$	$R_K$	$L$	$X_C$	$C$
	В	В	В	В	А	Ом	Ом	Ом	Ом	Гн	Ом	мкФ
$R_K,$ $L$		-									-	-
$R,$ $C$			-					-	-	-		

2.4.3 Заменить в электрической цепи схемы рисунка 2.8 катушку индуктивности на конденсатор и провести измерения тока  $I$ , напряжения на входе  $U$ , конденсаторе  $U_C$  и на резисторе  $U_R$ . Данные измерений занести в таблицу 2.2.

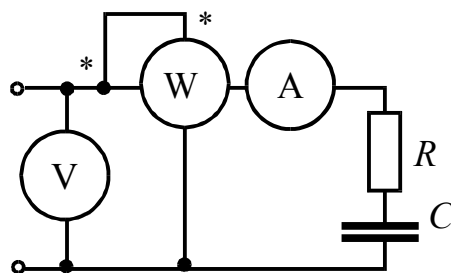
## 2.5 Обработка результатов опытов

2.5.1 Используя опытные данные построить векторные диаграммы напряжений, треугольники сопротивлений и мощностей для исследуемой цепи.

2.5.2 Рассчитать параметры катушки индуктивности и конденсатора по методу трех вольтметров, используя векторные диаграммы и вышеприведенные формулы.

## 2.6 Контрольные вопросы и задания

1. Объяснить графически построение векторных диаграмм по результатам измерений.
2. Как определить параметры катушки методом трех вольтметров?
3. Как определить параметры последовательной цепи  $R, C$  методом двух частот?
4. Запишите закон Ома для цепи  $R, L$  и для цепи  $R, C$  для действующих значений и в комплексной форме..
5. Что понимают под действующим значением тока?
6. Укажите свойства активного сопротивления в цепи синусоидального тока.
7. Укажите свойства индуктивного сопротивления в цепи синусоидального тока.
8. Приборы, включенные в цепь, показывают:  $W=256$  Вт;  $A=2$  А,  $V=160$  В. Определить активное сопротивление  $R$  и емкость  $C$ , если частота сети  $f=50$  Гц.





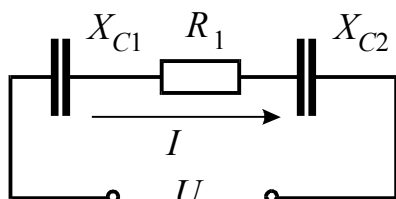
9. Укажите свойства ёмкостного сопротивления в цепи синусоидального тока.

10. Дайте определение векторной и топографической диаграмм.

11. Что понимают под треугольником сопротивлений.

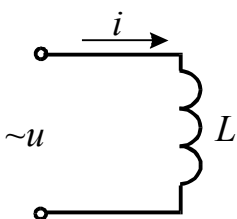
12. Какую мощность измеряет ваттметр в цепи синусоидального тока?

13. Определить:  $Z$ ,  $I$ ,  $\varphi$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ . Построить векторную диаграмму.



Данные к задаче

$R_1$ , Ом	$X_{C1}$ , Ом	$X_{C2}$ , Ом	$U$ , В
24	14	10	100



14. Запишите выражение мгновенного тока  $i$ , соответствующего приведенной схеме цепи, если  $X_L = 10$  Ом,  $u = 10 \sin \omega t$ .

### 3 Лабораторная работа № 3. Исследование разветвленной электрической цепи синусоидального тока

**3.1 Цель работы:** исследовать цепь с параллельным соединением приемников при различном характере их сопротивлений.

#### 3.2 Краткие теоретические и практические сведения

##### 3.2.1 Параллельное соединение резистора и катушки индуктивности

Разветвленная цепь, состоящая из параллельно соединенных резистора и катушки индуктивности, в соответствии с рисунком 3.1, характеризуется тем, что каждый элемент ее находится под одним и тем же напряжением  $U$ , которое создает в резисторе чисто активный ток, совпадающий по фазе с напряжением,

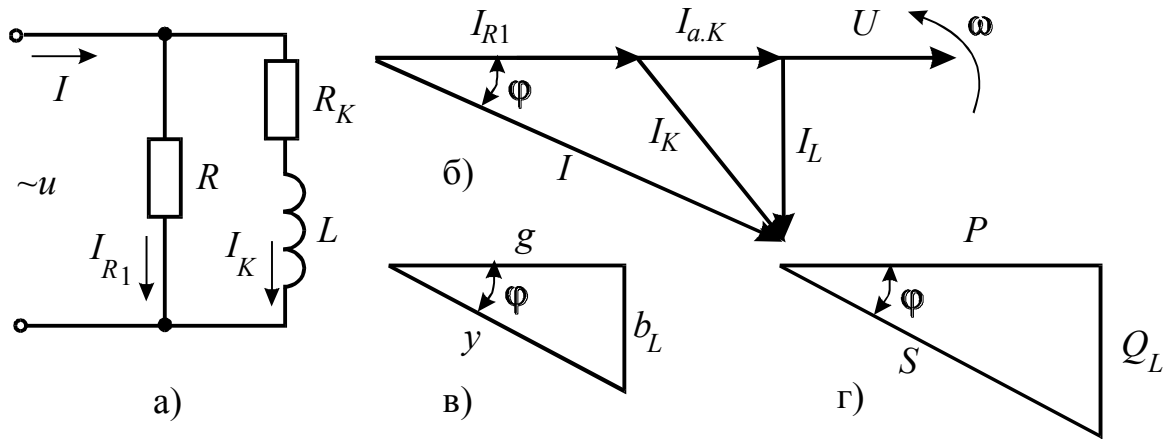


Рисунок 3.1 – Схема, векторная диаграмма, треугольники проводимостей и мощностей цепи с резистивным и индуктивным элементами

$$I_{R1} = \frac{U}{R_1} = U \cdot g_1, \quad (3.1)$$

где  $g_1 = 1/R_1$  – проводимость резистора, См.

В катушке индуктивности ток

$$I_K = \frac{U}{Z_K} = U \cdot y_K, \quad (3.2)$$

где  $y_K = 1/Z_K$  – полная проводимость катушки.

Ток катушки  $I_K$  отстает от напряжения на угол

$$\varphi_K = \arctg \frac{\omega \cdot L}{R_K}, \quad (3.3)$$

и содержит активную составляющую, совпадающую по фазе с напряжением, равную

$$I_{a.K} = I_K \cdot \cos \varphi_K = U \cdot g_K, \quad (3.4)$$

где  $g_K = \frac{R_K}{Z_K^2}$  – активная проводимость катушки,

и индуктивную составляющую, отстающую от напряжения на угол  $\pi/2$ ,

$$I_L = I_K \cdot \sin \varphi_K = U \cdot b_L, \quad (3.5)$$

где  $b_L = \frac{X_L}{Z_K^2}$  – индуктивная проводимость катушки.

Общий ток цепи  $I$  имеет активную составляющую

$$I_a = I_{R1} + I_{a.K} = U \cdot (g_{R1} + g_K) = U \cdot g, \quad (3.6)$$

где  $g$  – эквивалентная активная проводимость цепи;

и индуктивную составляющую, определяемую формулой (3.5).

Аналитически общий ток цепи выражается как геометрическая сумма активной и индуктивной составляющих

$$I = \sqrt{(I_{R1} + I_{a.K})^2 + I_L^2} = U \cdot \sqrt{g^2 + b^2} = U \cdot y, \quad (3.7)$$

где  $y = 1/Z$  – эквивалентная полная проводимость цепи.

Все эти соотношения, очевидно, следуют из рисунка 3.1. В данном случае векторная диаграмма имеет вид треугольника токов. Делением всех сторон треугольника токов на напряжение  $U$  получается подобный ему треугольник проводимостей, а умножением сторон на напряжение  $U$  – также подобный треугольник мощностей.

Из этих треугольников определяются:

$$\cos \varphi = \frac{g}{y} = \frac{I_a}{I} = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I}, \quad (3.8)$$

$$\sin \varphi = \frac{b_L}{y} = \frac{I_L}{I} = \frac{Q_L}{S} = \frac{Q_L}{U \cdot I}, \quad (3.9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b_L}{g} = \frac{I_L}{I_a} = \frac{Q_L}{P}, \quad (3.10)$$

причем угол  $\varphi$  считается в данном случае положительным, так как общий ток отстает от напряжения.

### 3.2.2 Параллельное соединение резистора и конденсатора

Разветвленная цепь, состоящая из параллельно соединенных резистора и конденсатора в соответствии с рисунком 2.2, характеризуется следующими соотношениями:

$$I_{R1} = \frac{U}{R_1} = U \cdot g_1, \quad I_C = U\omega C = U \cdot b_C \quad (2.11)$$

$$I = \sqrt{I_{R1}^2 + I_C^2} = U \cdot \sqrt{g_1^2 + b_C^2} = U \cdot y, \quad (2.12)$$

где  $b_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$  – емкостная проводимость конденсатора, См.

В этом случае ток в конденсаторе является чисто реактивным (не имеет активной составляющей) и опережает напряжение на угол  $\frac{\pi}{2}$ . Треугольник токов (рисунок 3.2,б), а из него треугольники проводимостей (рисунок 3.2,в) и мощностей (рисунок 3.2,г), получаются аналогично рассмотренному ранее.

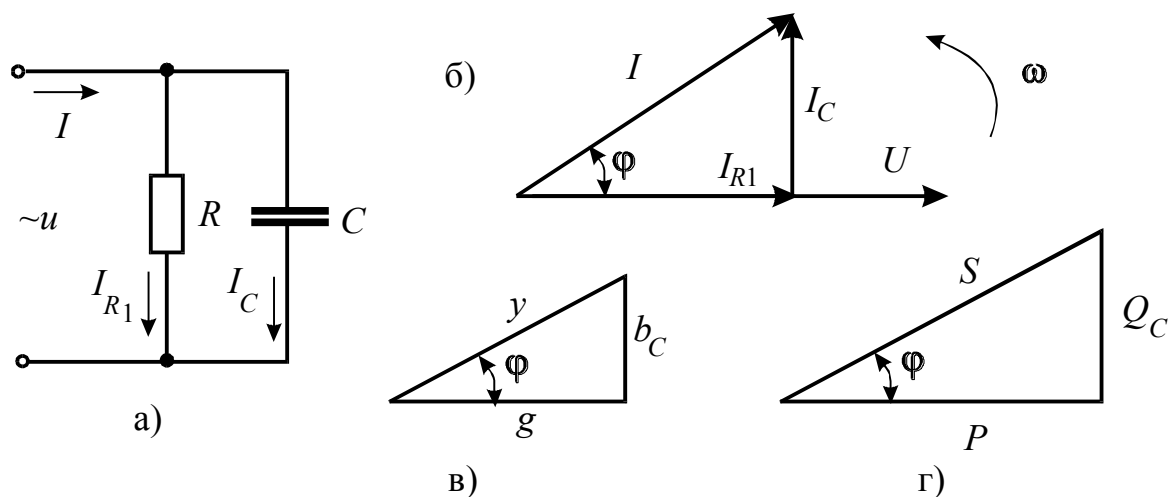


Рисунок 3.2 – Схема, векторная диаграмма, треугольники проводимостей и мощностей цепи с резистивным и емкостным элементом

Угол сдвига  $\varphi$  в этих треугольниках в данном случае считается отрицательным, так как общий ток  $I$  опережает напряжение  $U$ .

Для экспериментального определения параметров катушки ( $R_K, L$ ) в данной работе предлагается воспользоваться так называемым *методом трех амперметров*. При этом методе параллельно катушке с полным сопротивлением  $Z_K = \sqrt{R_K^2 + (\omega L)^2}$  включают активное сопротивление  $R_1$  и измеряют три тока:  $I_1$  в активном сопротивлении  $R_1$ , ток  $I_2$  в катушке индуктивности и общий ток  $I$ .

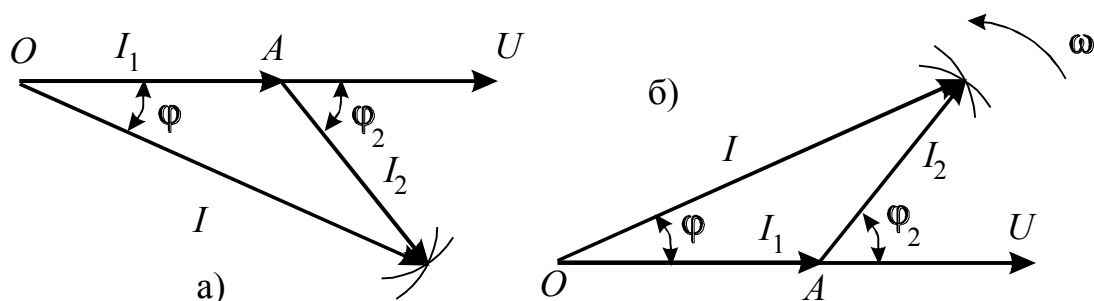


Рисунок 3.3 – Векторные диаграммы для определения параметров реальной катушки и конденсатора методом трех амперметров

Зная эти три тока, можно построить векторную диаграмму, в соответствии с рисунком 3.3,а, откладывая по горизонтали по направлению вектора напряжения  $U$  ток  $I_1$  в активном сопротивлении  $R_1$  и делая засечки из концов этого вектора (точек  $O$  и  $A$ ) радиусами, равными токам  $I$  и  $I_2$  соответственно. Точку пересечения соединяют с точками  $O$  и  $A$ . Из векторной диаграммы, используя сведения из тригонометрии по решению косоугольных треугольников, найдем

$$\cos \varphi_2 = \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2I_1 I_2}; \quad (3.13)$$

– напряжение на зажимах цепи

$$U = I_1 \cdot R_1; \quad (3.14)$$

– полное сопротивление катушки

$$Z_K = \frac{U}{I_2}; \quad (3.15)$$

– активное сопротивление катушки

$$R_K = Z_K \cdot \cos \varphi_2; \quad (3.16)$$

– индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \omega L = Z_K \cdot \sin \varphi_2; \quad (3.17)$$

– индуктивность

$$L = \frac{X_L}{\omega}, \quad \omega = 2\pi f. \quad (3.18)$$

Для определения методом трех амперметров неизвестных значений  $R_2$  и  $C$  в цепи с резистором и конденсатором поступают аналогично, но векторы токов на диаграмме расположатся выше вектора напряжения в соответствии с рисунком 3.3,б. При этом следует учесть, что

$$X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad C = \frac{1}{\omega X_C}. \quad (19)$$

### 3.3 Описание лабораторной установки

Источником синусоидального напряжения служит генератор сигналов ГЗ-123. В качестве приемников энергии в работе используются резисторы  $R_1$  и  $R_2$ , батарея конденсаторов  $C$  и катушка индуктивности с параметрами  $R_K$ ,  $L$ .

Напряжение измеряется мультиметром ВР-11А, токи – стрелочными приборами М42300.

### 3.4 Рабочее задание

3.4.1 Собрать электрическую цепь в соответствии с рисунком 3.4 и после проверки ее преподавателем включить генератор сигналов. Измерить напряжение  $U$  на входе цепи, частоту  $f$  и токи  $I$ ,  $I_1$  и  $I_2$ . Результаты измерений свести в таблицу 3.1.

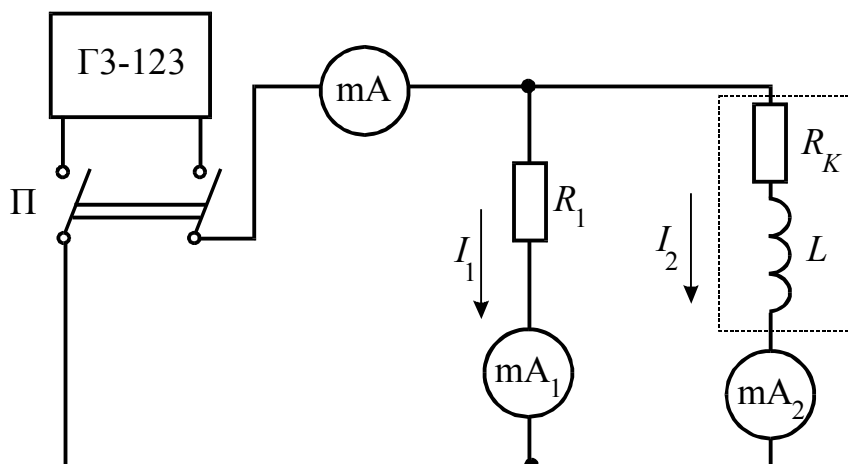


Рисунок 3.4 – Схема опыта для определения параметров реальной катушки

Таблица 3.1 – Результаты измерений и вычислений опытов трех амперметров

№№ измерений	Измерено					Вычислено							
	$U$	$f$	$I$	$I_1$	$I_2$	$g_1$	$g_k$	$b_L$	$L$	$g_2$	$b_C$	$C$	$\cos \varphi$
	В	Гц	мА	мА	мА	См	См	См	Гн	См	См	мкФ	-
Цепь $R, L$										-	-	-	
Цепь $R, C$							-	-	-				

3.4.2 Собрать электрическую цепь в соответствии с рисунком 3.5 и после проверки ее преподавателем включить генератор сигналов. Измерить напряжение  $U$  на входе цепи, частоту  $f$  и токи  $I$ ,  $I_1$  и  $I_2$ . Результаты измерений свести в таблицу 3.1.

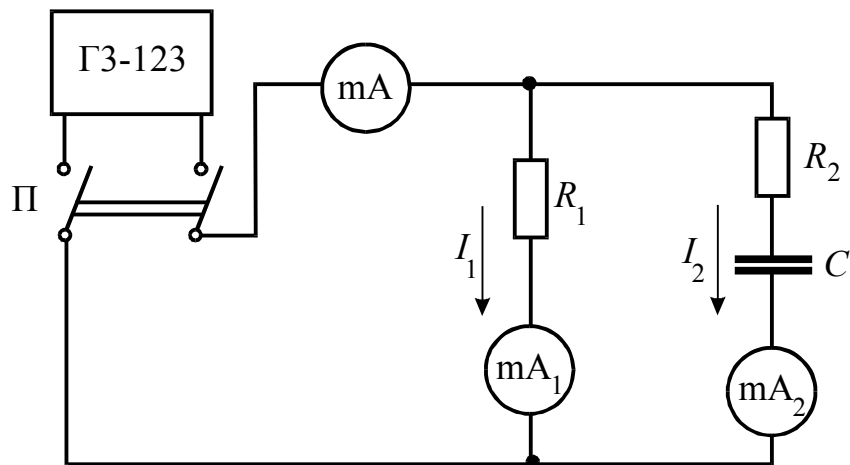


Рисунок 3.5 – Схема опыта для определения параметров конденсатора

### 3.5 Обработка результатов опытов

3.5.1 По результатам измерений пункта 3.4.1 построить в масштабе векторную диаграмму токов и определить параметры  $R_1$ ,  $R_K$ ,  $X_L$ ,  $L$  и  $\cos\varphi$ , используя построенную векторную диаграмму и вышеприведенные формулы.

3.5.2 По результатам измерений пункта 3.4.2 построить в масштабе векторную диаграмму токов и определить параметры  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $X_C$ ,  $C$  и  $\cos\varphi$ , используя построенную векторную диаграмму и формулы.

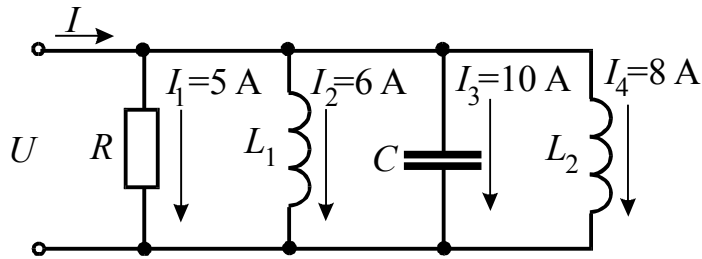
3.5.3 Для схем рисунков 3.4 и 3.5 построить треугольники проводимостей и мощностей.

### 3.6 Контрольные вопросы и задания

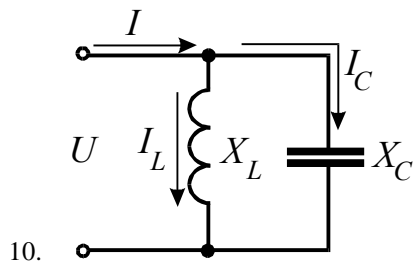
1. Как определить экспериментально параметры катушки ( $R_K$ ,  $L$ ) методом трех амперметров?
2. Как определить активные и реактивные проводимости для схем рисунков 3.4, 3.5?
3. Как определяются токи в цепи синусоидального тока с параллельным соединением резистора, индуктивности и ёмкости?
4. Запишите закон Ома в комплексной форме.



5. Что такое треугольник проводимостей? Как его построить?
6. Напишите формулу определения общего тока в схеме рисунка 3.4.
7. Как определить  $\cos \varphi$  в схеме рисунка 3.5?
8. Определите ток в неразветвленной части цепи.



9. В цепи известны сопротивления реактивных элементов  $X_L = X_C = 10$  Ом. Напряжение на входе цепи  $U = 50$  В. Определить полную проводимость цепи и ток  $I$ .



#### 4 Лабораторная работа № 4. Электрические цепи с взаимной индуктивностью. Исследование воздушного трансформатора

**4.1 Цель работы.** Исследование влияния взаимной индукции на соотношения между токами и напряжениями индуктивно-связанных катушек и экспериментальное определение коэффициента взаимной индуктивности.

## 4.2 Краткие теоретические и практические сведения

Элементы, между которыми существует электромагнитная связь из-за наличия взаимной индукции между ними, называются *индуктивно-связанными*.

Если ток  $i_1$  в первой катушке (рисунок 4.1) создает магнитный поток  $\Phi_{11}$ , часть которого  $\Phi_{12}$  сцеплена с витками второй катушки, то взаимной индуктивностью или коэффициентом взаимной индуктивности этих катушек называют

$$M_{12} = \frac{w_2 \Phi_{12}}{i_1}. \quad (4.1)$$

Аналогично можно определить взаимную индуктивность  $M_{21}$  по потоку  $\Phi_{21}$ , который создается в первой катушке с числом витков  $w_1$  от тока  $i_2$  во второй катушке

$$M_{21} = \frac{w_1 \Phi_{21}}{i_2}. \quad (4.2)$$

Можно показать, что для линейной среды  $M_{12} = M_{21}$ . Отношение взаимной индуктивности двух катушек к среднему геометрическому из их индуктивностей называют коэффициентом связи, который характеризует степень индуктивной связи двух элементов цепи

$$k_c = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}. \quad (4.3)$$

Коэффициент связи  $k_c$  всегда меньше единицы и может равняться единице лишь в теоретическом случае полного совпадения магнитных потоков катушек, когда весь поток одной катушки сцеплен с витками другой.

Две индуктивно связанные катушки, к каким бы ветвям или цепям они не принадлежали, могут быть включены двумя способами: *согласно* или *встречно*. При согласном включении потокоцепление и ЭДС самоиндукции и взаимной индукции совпадают по направлению. При встречном включении

потокосцепление и ЭДС взаимной индукции направлены навстречу потокосцеплению и ЭДС самоиндукции. Таким образом,

$$e_{\text{согл}} = e_L + e_M = -L \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}; \quad (4.4)$$

$$e_{\text{встр}} = e_L - e_M = -L \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt}. \quad (4.5)$$

Учитывая, что ЭДС взаимной индукции на участке цепи может складываться с ЭДС самоиндукции или вычитаться из нее, можно взаимную индуктивность  $M$  рассматривать как величину положительную или отрицательную. При согласном включении  $M > 0$ , при встречном включении  $M < 0$ .

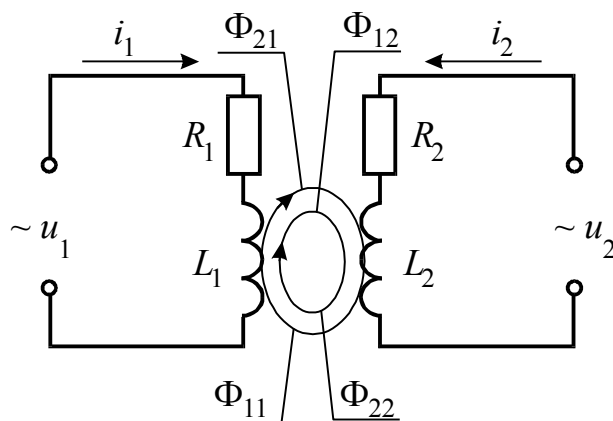


Рисунок 4.1 – Схематическая картина распределения магнитных потоков двух индуктивно-связанных катушек

Направление магнитного потока катушки зависит от направления тока в обмотке и направления намотки катушки.

Для того чтобы на схеме не изображать катушки с четким указанием направлений их намотки, условились обозначать одинаковыми метками (точками, звездочками и т.п.) *одноименные зажимы*. Следовательно, зажимы двух индуктивно связанных катушек называют одноименными, если при одинаковом направлении токов относительно этих зажимов потокосцепления самоиндукции  $w_1\Phi_{11}$ ,  $w_2\Phi_{22}$  и взаимной индукции  $w_1\Phi_{12}$ ,  $w_2\Phi_{21}$  в каждой катушке суммируются.

#### 4.2.1 Последовательное соединение индуктивно связанных катушек

Предположим, что цепь в соответствии с рисунком 4.2, подключена к источнику синусоидального напряжения.

Запишем второй закон Кирхгофа для рассматриваемого контура

$$R_1 i + L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + R_2 i + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} = u. \quad (4.6)$$

Первое слагаемое  $R_1 i$  – падение напряжения, обусловленное активным сопротивлением первой катушки. Второе слагаемое  $L_1 \frac{di}{dt}$  – падение напряжения в первой катушке, вызванное ЭДС самоиндукции этой катушки. Третье слагаемое  $\pm M \frac{di}{dt}$  – падение напряжения в первой катушке, вызванное ЭДС взаимной индукции, созданной током второй катушки, и т.д. Верхние знаки относятся к схеме согласного включения катушек, нижние – к схеме встречного включения.

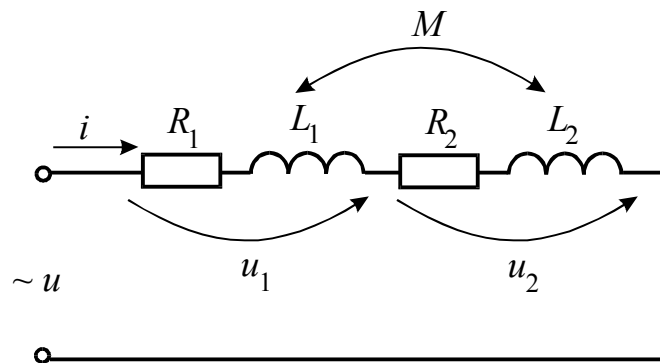


Рисунок 4.2 – Схема с последовательным соединением двух индуктивно-связанных катушек

Запишем это уравнение в комплексной форме

$$R_1 \dot{I} + j\omega L_1 \dot{I} \pm j\omega M \dot{I} + R_2 \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} \pm j\omega M \dot{I} = \dot{U}. \quad (4.7)$$

Величина  $\omega M$ , измеряемая в Омах, называется сопротивлением взаимной индукции, а  $j\omega M$  – комплексным сопротивлением взаимной индукции.

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = (R_1 + R_2) + j \cdot (\omega L_1 + \omega L_2 \pm 2\omega M), \quad (4.8)$$

при согласном включении больше, чем при встречном. Этим можно воспользоваться для определения опытным путем одноименных зажимов индуктивно связанных элементов цепи.

Если индуктивность одного из элементов меньше взаимной индуктивности, то при встречном включении наблюдается своеобразный «емкостный» эффект.

Из выражения (4.7) вытекает следующий способ нахождения взаимной индуктивности  $M$ : если через  $X_{\text{согл}}$  обозначить индуктивное сопротивление цепи при согласном включении катушек, а через  $X_{\text{встр}}$  – то же, при встречном включении, т.е. положить

$$X_{\text{согл}} = \omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M; \quad X_{\text{встр}} = \omega L_1 + \omega L_2 - 2\omega M, \quad (4.9)$$

то в результате вычитания второго равенства из первого получим

$$M = \frac{X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}}}{4\omega}. \quad (4.10)$$

На рисунке 4.3 изображены векторные диаграммы для случаев согласного (а) и встречного (б) включения катушек.

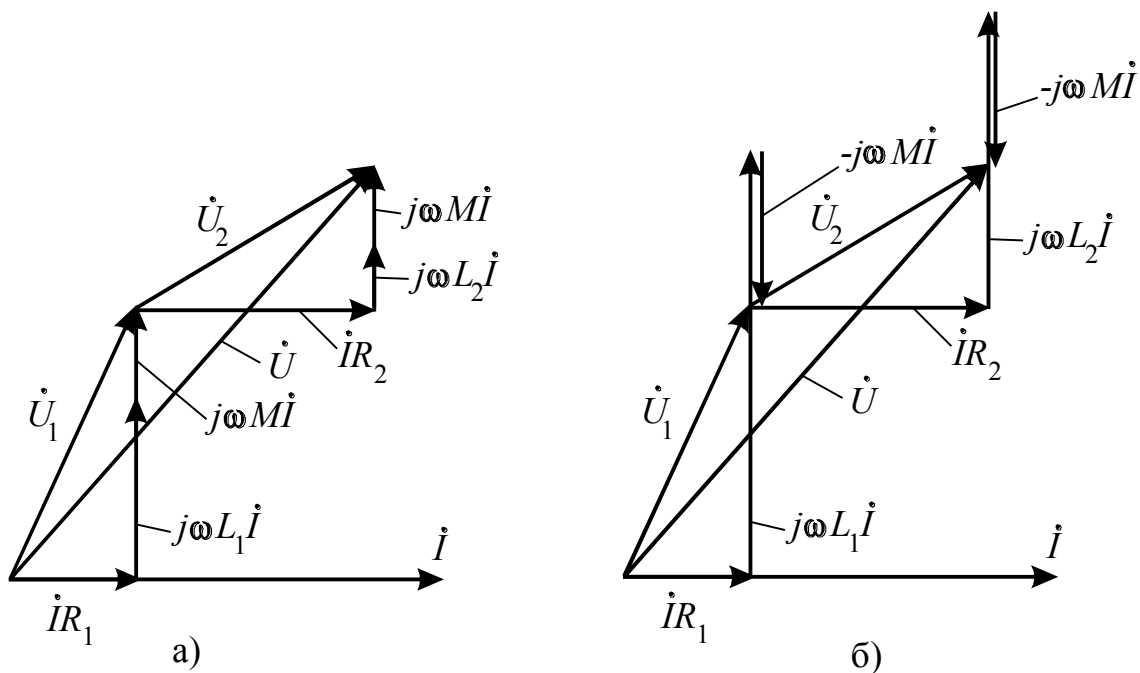


Рисунок 4.3 – Векторные диаграммы тока и напряжений согласного (а) и встречного (б) включения индуктивно связанных катушек

#### 4.2.2 Трансформатор без стального сердечника (воздушный трансформатор)

Трансформатор состоит из двух или нескольких индуктивно связанных обмоток и применяется для различных целей, но чаще всего для преобразования переменных напряжений и токов. Схема его представлена на рисунке 4. При выбранных положительных направлениях токов катушки включены согласно.

По второму закону Кирхгофа для первичной и вторичной цепей имеем:

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2; \quad (4.11)$$

$$0 = R_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 + \dot{U}_2. \quad (4.12)$$

При холостом ходе трансформатора ( $\dot{I}_2=0$ ,  $\underline{Z}_H = \infty$ ) легко определить взаимную индуктивность катушек, измерив ток холостого хода в первичной обмотке  $I_{10}$  и напряжение холостого хода на вторичной обмотке  $U_{20}$ . Из уравнения (4.12) получим

$$M = \frac{U_{20}}{\omega I_{10}}. \quad (4.13)$$

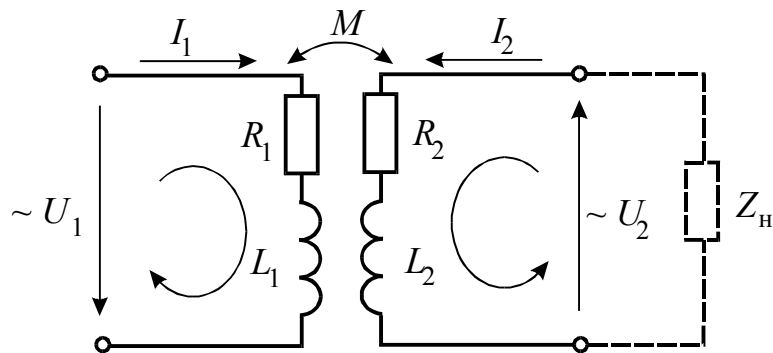


Рисунок 4.4 – Схема воздушного трансформатора

По уравнениям (4.11) и (4.12) можно построить векторную диаграмму токов и напряжений воздушного трансформатора, которая для произвольной нагрузки с углом  $\varphi_H$  между током  $I_2$  и напряжением  $U_2$ , приведена на рисунке 5.

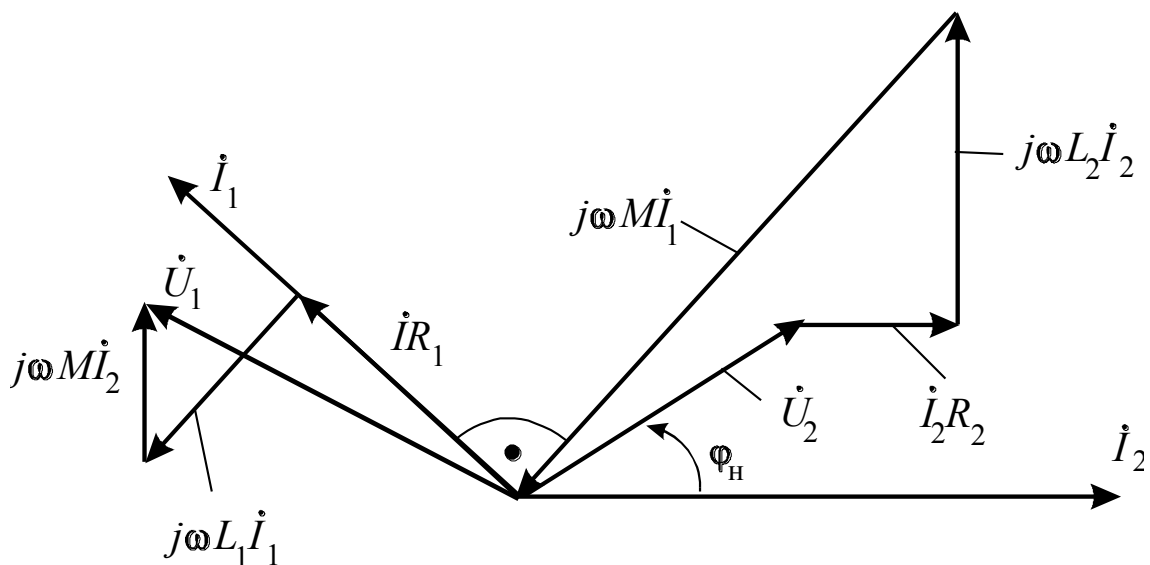


Рисунок 4.5 – Векторная диаграмма токов и напряжений воздушного трансформатора

За исходный вектор принят ток  $I_2$ . Под углом  $\varphi_H$  отложено напряжение  $U_2$ , затем векторы  $I_2 R_2$ ,  $j\omega L_2 I_2$ . Соединяя конец вектора  $j\omega L_2 I_2$  с началом векторной диаграммы, получим вектор  $j\omega M I_1$ . Вектор

тока  $\dot{I}_1$  отложим под углом  $\pi/2$  к вектору  $j\omega M\dot{I}_1$ . Затем откладываем векторы  $\dot{I}_1 R_1$ ,  $j\omega L_1 \dot{I}_1$  и  $j\omega M\dot{I}_2$ . Их сумма равна вектору напряжения  $\dot{U}_1$ .

Если к трансформатору подключена нагрузка  $\underline{Z}_H = R_H + jX_H$ , то  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_H = \dot{I}_2 (R_H + jX_H)$ .

Следовательно,

$$\dot{I}_2 = \frac{\pm j\omega M \dot{I}_1}{R_2 + R_H + j\omega L_2 + j\omega X_H}. \quad (4.14)$$

Пусть  $R_2 + R_H = R_{22}$ ,  $\omega L_2 + X_H = X_{22}$ ,  $\omega L_1 = X_1$ .

Тогда входное сопротивление трансформатора

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = (R_1 + R_{\text{вн}}) + j(X_1 + X_{\text{вн}}). \quad (4.15)$$

где

$$R_{\text{вн}} = \frac{\omega^2 M^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} \cdot R_{22}; \quad X_{\text{вн}} = \frac{-\omega^2 M^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} \cdot X_{22}. \quad (4.16)$$

Сопротивления  $R_{\text{вн}}$  и  $X_{\text{вн}}$  называют вносимыми (из второго контура в первый).

Одноконтурная схема замещения трансформатора для этого случая представлена на рисунке 4.6.

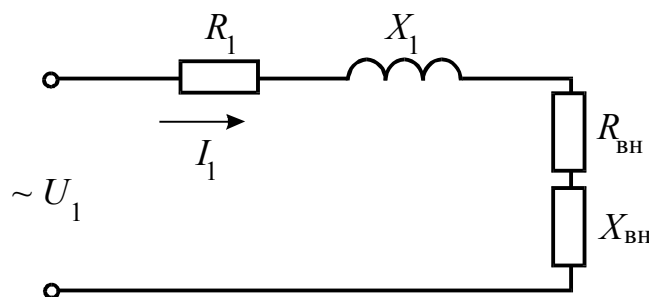


Рисунок 4.6 – Одноконтурная схема замещения воздушного трансформатора

Уравнения (4.11) и (4.12) равносильны следующим



$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + j\omega(L_1 - M)\dot{I}_1 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2); \quad (4.17)$$

$$0 = R_2 \dot{I}_2 + j\omega(L_2 - M)\dot{I}_2 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + \dot{U}_2. \quad (4.18)$$

Последние уравнения являются контурными уравнениями, которые соответствуют схеме рисунка 4.7.

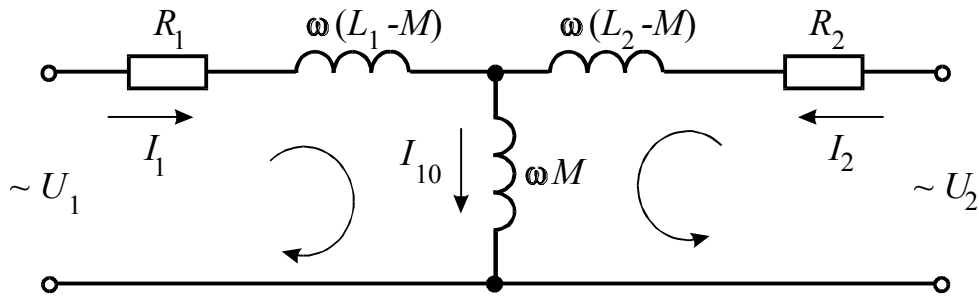


Рисунок 4.7 – Двухконтурная схема замещения воздушного трансформатора

Таким образом, данная схема может рассматриваться в качестве двухконтурной схемы замещения трансформатора без магнитопровода. В отличие от одноконтурной схемы замещения здесь первичная и вторичная цепи трансформатора связаны не индуктивно, а гальванически.

### 4.3 Описание лабораторной установки

Элементы исследуемых электрических цепей и измерительные приборы расположены на лицевой панели универсального стенда в соответствии с рисунком 4.8.

Источником электрической энергии является генератор сигналов низкочастотный ГЗ-123. Исследуемые элементы – две индуктивно-связанные катушки  $L_1$  и  $L_2$ . В качестве нагрузки используется переменный резистор  $R_5$ . Для измерения напряжений применяется цифровой мультиметр ВР-11А, токи определяют по миллиамперметрам М42300.

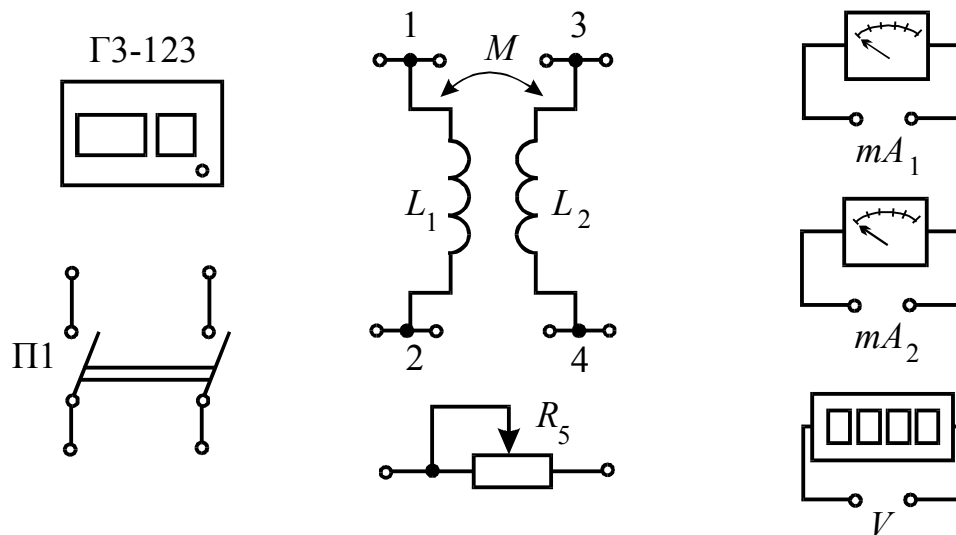


Рисунок 4. 8 – Элементы универсального лабораторного стенда, используемые в работе

#### 4.4 Подготовка к работе

4.4.1 Повторить раздел курса «Электротехника», в котором рассматриваются цепи с взаимной индуктивностью (список литературы приведен в конце описания).

4.4.2 Подготовить бланк отчета по лабораторной работе, в котором привести схемы испытаний с указанием используемых приборов, таблицы для записей результатов опытов и расчетов, расчетные формулы.

4.4.3 Ответить на контрольные вопросы.

#### 4.5 Рабочее задание

4.5.1 **Опыт 1** – Определение параметров катушек индуктивности методом двух частот. Собрать электрическую цепь по схеме рисунка 4.9, включив в цепь первую катушку индуктивности. На генераторе ГЗ-123 установить выходное напряжение 15 В и частоту  $f=200$  Гц. Миллиамперметры  $mA_1$  и  $mA_2$  переключить на диапазон  $\times 3$ .

4.5.2 Включить питание цепи переключателем П1 и измерить токи и напряжения при двух частотах  $f_1=200$  Гц и  $f_2=500$  Гц. Данные измерений внести в таблицу 4.1.

4.5.3 Включить в электрическую цепь вторую катушку индуктивности взамен первой и повторить опыт по п.4.5.2. Данные измерений внести в таблицу 4.1.

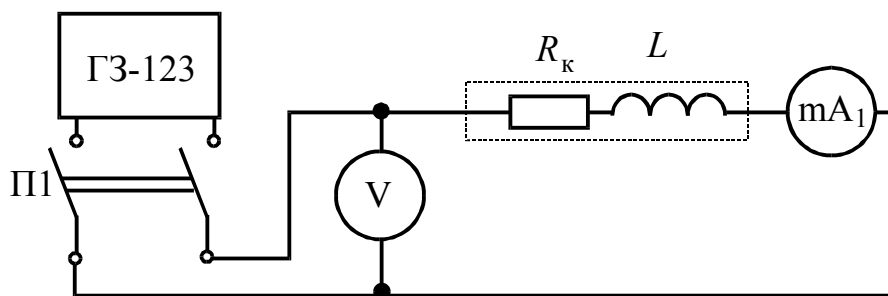


Рисунок 4.9 – Схема опыта по определению параметров катушек индуктивности методом двух частот

4.5.4 **Опыт 2** – Определение коэффициентов связи и взаимной индуктивности двух катушек. Собрать электрическую цепь по схеме рисунка 4.10. На генераторе ГЗ-123 установить выходное напряжение 15 В и частоту  $f=200$  Гц.

4.5.5 Включить питание цепи переключателем П1 и измерить токи и напряжения для случаев согласного и встречного включения катушек. Данные измерений внести в таблицу 4.2.

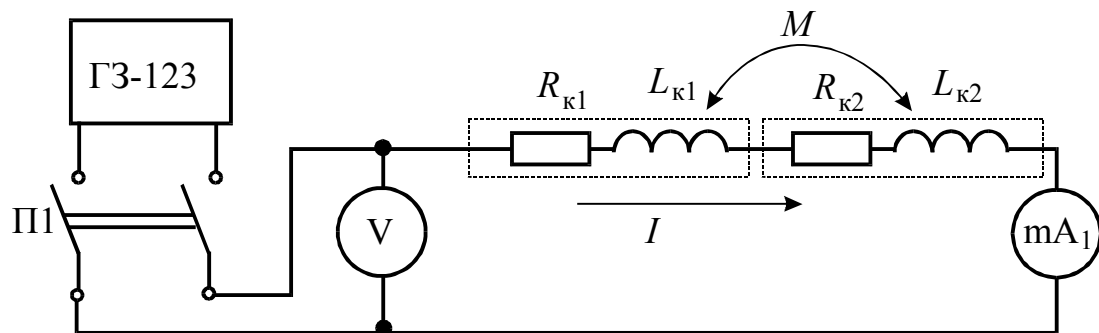


Рисунок 4.10 – Схема опыта по определению коэффициентов катушек индуктивности

Таблица 4.1 – Результаты измерений и вычислений первого опыта

Режим работы	Измерено			Вычислено			
	$f_1$	$U$	$I$	$Z_k$	$R_k$	$X_L$	$L$
	Гц	В	mA	Ом	Ом	Ом	Гн
Катушка 1	200						
	500						
Катушка 2	200						
	500						

Таблица 4.2 – Результаты измерений и вычислений второго опыта

Режим работы	Измерено			Вычислено				
	$f$	$U$	$I$	$Z_\Sigma$	$X_\Sigma$	$R_\Sigma$	$M$	$k_c$
	Гц	В	mA	Ом	Ом	Ом	Гн	-
Согласное включение катушек								
Встречное включение катушек								

4.5.6 **Опыт 3** – воздушный трансформатор. Собрать электрическую цепь по схеме рисунка 4.11. На генераторе ГЗ-123 установить выходное напряжение 15 В и частоту  $f=200$  Гц. Изменяя нагрузку, произвести измерения и записать результаты в таблицу 4.3.

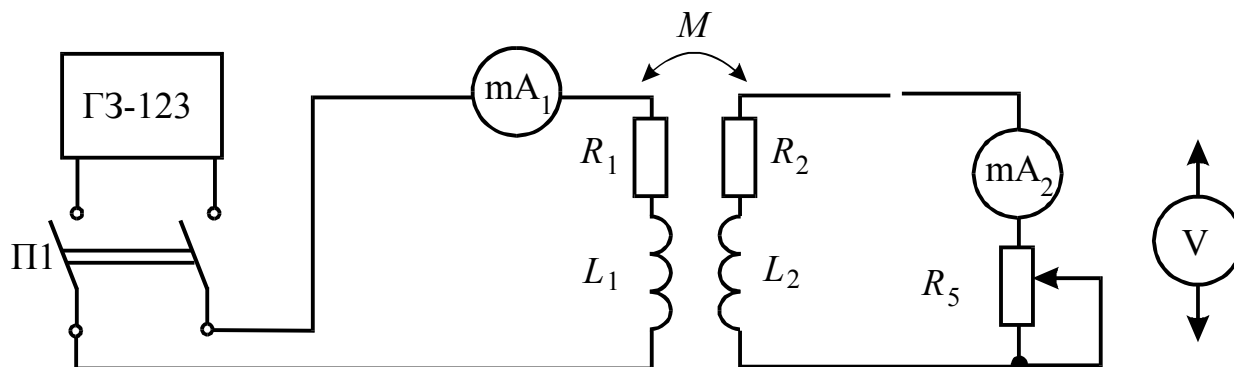


Рисунок 4.11 – Воздушный трансформатор

Таблица 4.3 – Результаты измерений и вычислений третьего опыта

№ п/п	Режим работы	Измерено				Вычислено	
		$U_1$	$U_2$	$I_1$	$I_2$	$M$	$k_c$
		В	В	мА	мА	Гн	-
1	Х.Х ( $R_5 = \infty$ )						
2	$\infty > R_5 > 0$						
3							
4							
5	К.З. ( $R_5 = 0$ )						

## 4.6 Обработка результатов опытов

4.6.1 Определить параметры первой и второй катушек индуктивности по результатам первого опыта. Параметры катушек  $R_k$  и  $L$  по методу двух частот определяются из решения системы двух уравнений:

$$Z_{kf1} = \frac{U_{f1}}{I_{f1}} = \sqrt{R_k^2 + (2\pi f_1 L)^2}, \quad (4.19)$$

$$Z_{kf2} = \frac{U_{f2}}{I_{f2}} = \sqrt{R_k^2 + (2\pi f_2 L)^2}, \quad (4.20)$$

4.6.2 Определить одноименные зажимы двух катушек, коэффициент  $M$  взаимной индуктивности и коэффициент  $k_c$  связи по результатам второго опыта.

Одноименные зажимы при последовательном соединении двух катушек можно определить по величине тока в цепи, если поменять местами зажимы одной из катушек. При согласном включении показания амперметра будут меньше.

Коэффициент  $k_c$  связи катушек и коэффициент  $M$  взаимной индуктивности определяются по формулам (3) и (10) соответственно.

4.6.3 По данным таблицы 4.3 определить коэффициент  $M$  взаимной индуктивности и коэффициент  $k_c$ , построить внешнюю характеристику  $U_2 = f(I_2)$  воздушного трансформатора.

#### 4.7 Контрольные вопросы и задания

1. Как опытным путем определить  $M$  и  $k_c$  индуктивно связанных катушек?
2. Что такое коэффициент связи? Может ли он быть больше единицы?
3. Что такое согласное и встречное включение индуктивно связанных катушек? Какие зажимы этих катушек называются одноименными?
4. Как по величине тока при последовательном включении индуктивно связанных катушек определить характер включения (согласное или встречное)?
5. Нарисуйте векторную диаграмму при согласном и встречном включении катушек.

6. Как опытным путем определить  $M$  воздушного трансформатора?
7. Напишите основные уравнения воздушного трансформатора.
8. Нарисуйте векторную диаграмму воздушного трансформатора при произвольной активной нагрузке.

## **5 Лабораторная работа № 5. Исследование трехфазной цепи при соединении приемников звездой**

**5.1 Цель работы.** Исследование трехфазной цепи переменного тока при соединении приемников звездой, опытная проверка соотношений между линейными и фазными напряжениями и токами при различных нагрузках в отдельных фазах, представление полученных результатов в виде векторных диаграмм.

### **5.2 Краткие теоретические и практические сведения**

Трехфазная цепь представляет собой совокупность трех электрических цепей, в которых действуют ЭДС одинаковой частоты и амплитуды, отличающиеся одна от другой по фазе на угол  $120^\circ$  и индуцированные в одном источнике энергии. Каждую из однофазных цепей принято называть фазой.

В качестве источника электрической энергии в трехфазных цепях используют трехфазные синхронные генераторы. В трех обмотках генератора, называемых фазами и жестко закрепленных так, что их магнитные оси сдвинуты в пространстве друг относительно друга на угол  $\frac{2\pi}{3}$ , индуцируются три ЭДС –  $e_A$ ,  $e_B$ ,  $e_C$ , образующие симметричную систему.

Симметричной системой ЭДС, напряжений или токов условимся называть три ЭДС, напряжения или тока, имеющие одинаковые действующие значения и частоту, но сдвинутые по фазе друг относительно

друга на угол  $120^\circ$ . В противном случае система ЭДС, напряжений или токов считается несимметричной.

Графики мгновенных значений симметричной системы ЭДС представлены на рисунке 5.1,а, векторная диаграмма – на рисунке 5.1,б.

Последовательность прохождения трех ЭДС через одинаковые значения, например, максимальное значение, называется последовательностью фаз. Указанная на рисунке 5.1,а последовательность, в которой ЭДС достигают максимального значения сначала в фазе  $A$ , затем в фазе  $B$ , и в фазе  $C$ , называют прямой последовательностью фаз или прямым порядком чередования фаз.

В трехфазных цепях различают симметричную и несимметричную нагрузки.

Под симметричной понимают такую нагрузку, комплексы сопротивлений которой во всех фазах одинаковы, т.е.

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c. \quad (5.1)$$

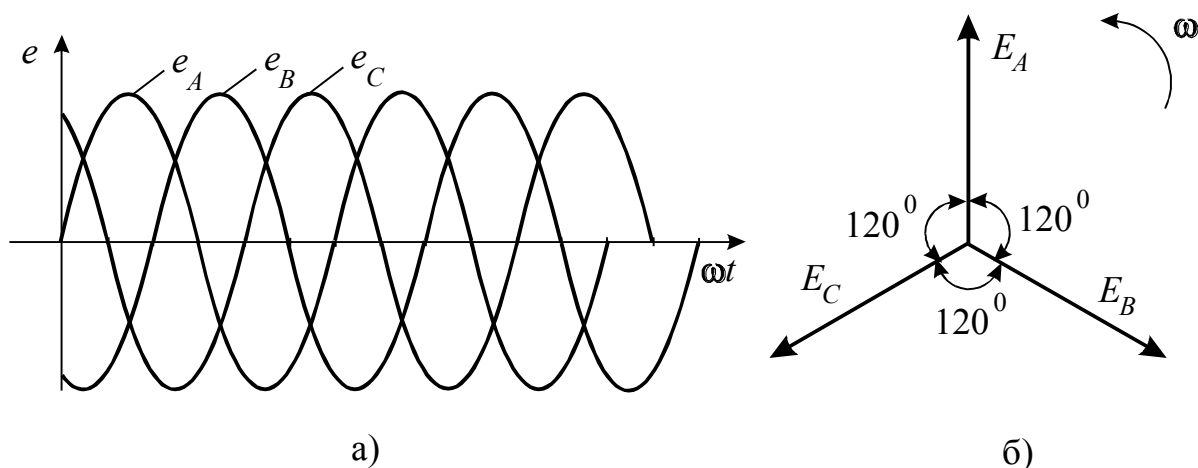


Рисунок 5.1 – Волновая (а) и векторная (б) диаграммы симметричной трехфазной системы ЭДС

На рисунке 5.2,а представлена схема соединения приемников звездой в трехфазной цепи переменного тока. К началам фаз приемников подводят линейные провода, концы фаз приемников соединяют в общую нулевую точку, которая может быть подсоединена к нулевой точке генератора.



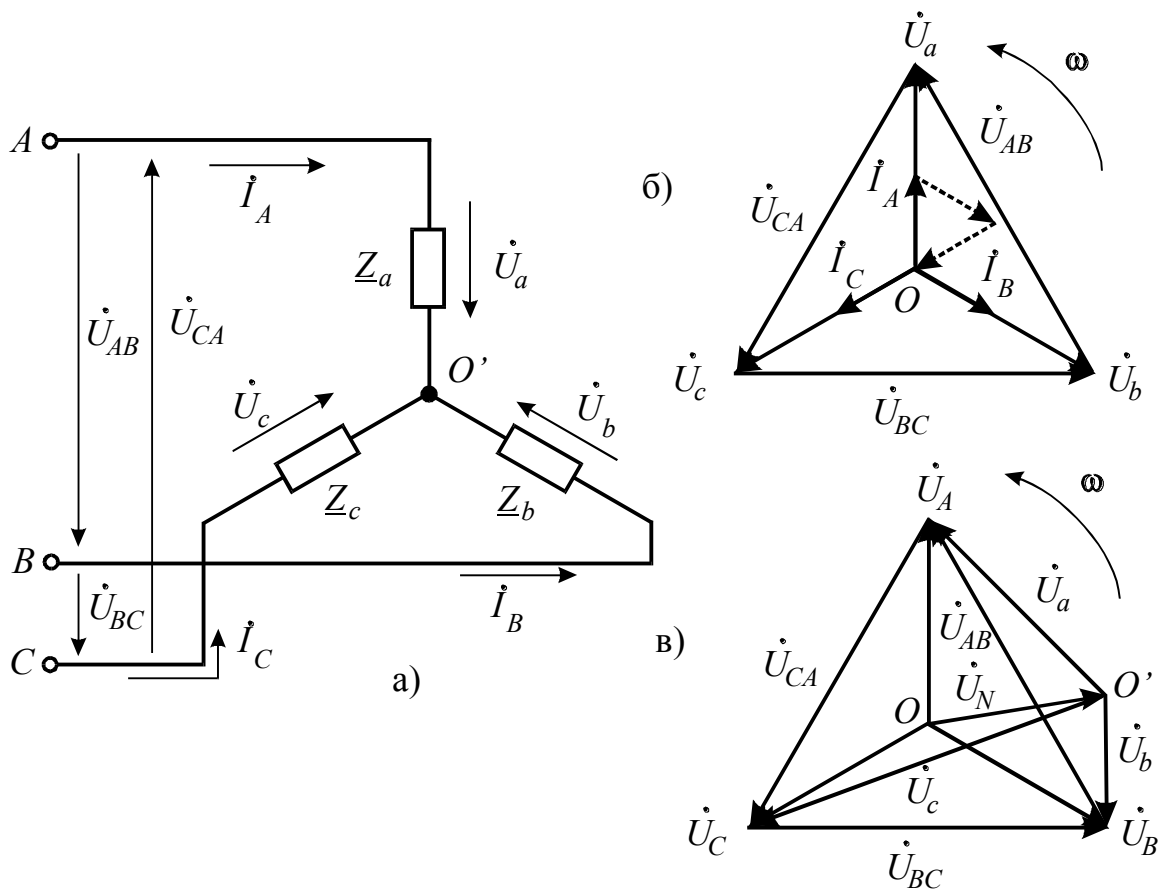


Рисунок 5.2 – Схема соединений (а) и векторные диаграммы трехпроводной трехфазной цепи при соединении приемников звездой при симметричной (б) и несимметричной (в) нагрузках

Фазным напряжением называют напряжение между началом и концом отдельных фаз приемника (или источника), а линейным напряжением – напряжения между началами фаз приемника (или источника). Фазные токи – это токи в фазах приемника, линейные токи – токи в линейных проводах, соединяющих источник с приемником.

При данной схеме соединения приемников, очевидно, что

$$I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}. \quad (5.2)$$

Чтобы найти соотношения между фазными и линейными напряжениями нужно применить второй закон Кирхгофа к контурам  $AO'BA$ ,  $BO'SB$ ,  $CO'AC$  (рисунок 5.2,а) в соответствии с которым

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_a - \dot{U}_b; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_b - \dot{U}_c; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_c - \dot{U}_a. \quad (5.3)$$

Считаем, что фазные напряжения приемника равны фазным напряжениям источника. Имея векторы фазных напряжений  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$ ,  $\dot{U}_c$  и пользуясь соотношениями (5.3), нетрудно построить векторы линейных напряжений  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$ ,  $\dot{U}_{CA}$  в соответствии с рисунком 5.2,б.

Очевидно, что в этом случае фазные и линейные напряжения нагрузки образуют симметричную систему векторов, где справедливо соотношение

$$U_{л} = \sqrt{3} \cdot U_{ф}. \quad (5.4)$$

Согласно первому закону Кирхгофа для узла  $O'$  справедливо уравнение:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \quad (5.5)$$

Пусть сопротивление нейтрального провода  $\underline{Z}_N \neq 0$ , тогда между нейтральными точками источника и приемника возникнет напряжение, которое можно определить по методу двух узлов.

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_A \cdot \underline{Y}_a + \dot{U}_B \cdot \underline{Y}_b + \dot{U}_C \cdot \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}, \quad (5.6)$$

где  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$ ,  $\dot{U}_C$  – комплексы фазных напряжений источника;

$\underline{Y}_a$ ,  $\underline{Y}_b$ ,  $\underline{Y}_c$ ,  $\underline{Y}_N$  – комплексы проводимостей фаз нагрузки и нейтрального провода.

В этом случае фазные напряжения нагрузки будут определяться выражениями:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_N. \quad (5.7)$$

При симметричной нагрузке  $\underline{Y}_a = \underline{Y}_b = \underline{Y}_c = \underline{Y}_ф$ , поэтому из (5.6) получим:

$$\dot{U}_N = \frac{\underline{Y}_\phi \cdot (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)}{3 \cdot \underline{Y}_\phi + \underline{Y}_N} = 0, \quad (5.8)$$

т.к. фазные напряжения источника образуют симметричную систему векторов и их векторная сумма равна 0. Тогда из (5.7) следует, что фазные напряжения источника будут равны фазным напряжениям нагрузки. Используя уравнения (5.3), строим векторы линейных напряжений (рисунок 5.2,б), которые образуют симметричную систему векторов. Токи нагрузки так же образуют симметричную систему, ток в нейтральном проводе равен нулю и надобности в нейтральном проводе нет. Его убирают и получают трехпроводную трехфазную цепь.

Включение несимметричной нагрузки в трехпроводную трехфазную цепь (т.е. при отсутствии нейтрального провода) приведет к появлению напряжения  $\dot{U}_N$  между нейтралью и, как следует из (5.7) фазные напряжения приемника окажутся различными в соответствии с рисунком 5.2,в. Соотношение (5.4) между фазными и линейными напряжениями нарушится. При изменении величины и характера фазных сопротивлений напряжение  $\dot{U}_N$  может изменяться в широких пределах. В соответствии с этим точка  $O'$  на диаграмме (рисунок 5.2,в) будет смещаться от центра  $O$  и фазные напряжения приемника могут сильно отличаться друг от друга. Это явление называется смещением нейтрали.

Чтобы восстановить равенство фазных напряжений при несимметричной нагрузке фаз, достаточно добавить в систему четвертый нейтральный провод, при этом получают четырехпроводную трехфазную цепь с соответствии с рисунком 5.3,а. В четырехпроводной трехфазной цепи при любой нагрузке фаз справедливо соотношение (5.4), а в трехпроводной трехфазной – только при симметричной нагрузке. Ток в нейтральном проводе в четырехпроводной трехфазной цепи при несимметричной нагрузке определяется формулой (5.5), или геометрической суммой векторов фазных токов, в соответствии с рисунком 5.3,б.

При обрыве одной из фаз в трехпроводной системе, например фазы  $C$ , две другие фазы оказываются включенными последовательно на линейное напряжение  $U_{AB}$ . При одинаковом сопротивлении этих фаз на каждую из них вместо фазного напряжения придется половина линейного напряжения  $U_{AB}$ , что составляет 87 % от напряжения при нормальном режиме (рисунок 5.4,а).

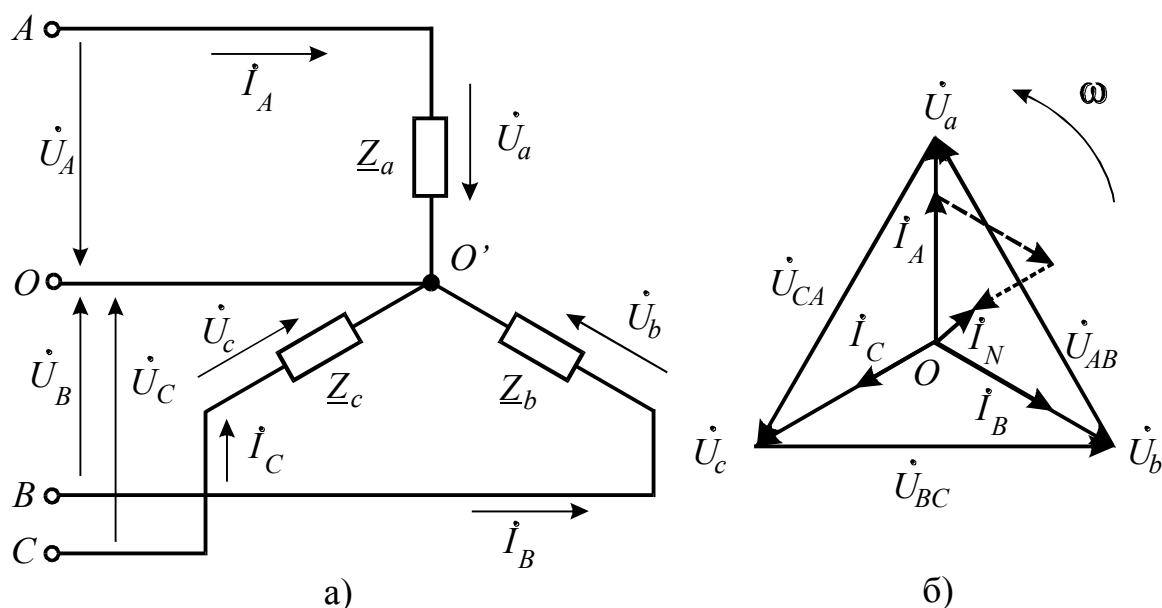


Рисунок 5.3 – Схема соединений (а) и векторная диаграмма токов и напряжений (б) четырехпроводной трехфазной цепи при соединении приемников звездой

В четырехпроводной цепи обрыв одной из фаз не нарушит нормальную работу двух других фаз (рисунок 5.4,б).

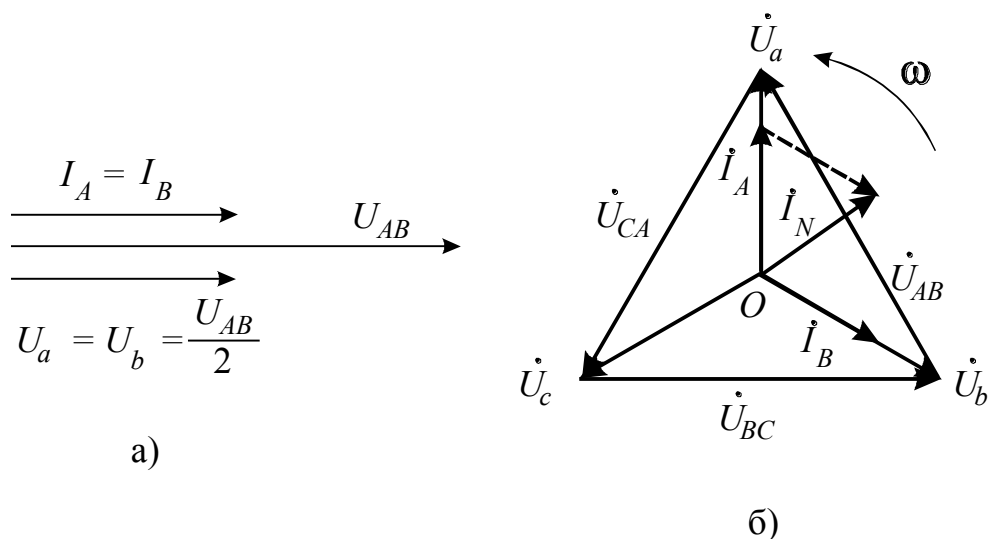


Рисунок 5.4 – Векторные диаграммы токов и напряжений  
трехпроводной (а) и четырехпроводной (б) трехфазной  
цепи при обрыве фазы С

Зная фазные токи, напряжения и углы сдвига фаз между ними можно рассчитать фазные мощности и мощности трехфазной цепи.

Активные мощности фаз:

$$P_a = U_a \cdot I_a \cdot \cos \varphi_a; \quad P_b = U_b \cdot I_b \cdot \cos \varphi_b; \quad P_c = U_c \cdot I_c \cdot \cos \varphi_c. \quad (5.9)$$

Реактивные мощности фаз:

$$Q_a = U_a \cdot I_a \cdot \sin \varphi_a; \quad Q_b = U_b \cdot I_b \cdot \sin \varphi_b; \quad Q_c = U_c \cdot I_c \cdot \sin \varphi_c. \quad (5.10)$$

Для трехфазного приемника активная и реактивная мощности определяются в соответствии с формулами:

$$P_\Sigma = P_a + P_b + P_c; \quad Q_\Sigma = \pm Q_a \pm Q_b \pm Q_c, \quad (5.11)$$

где в выражениях для реактивной мощности знак «+» берется в случае индуктивной нагрузки и знак «-» при емкостной нагрузке.

В случае симметричной нагрузки

$$P_\Sigma = 3 \cdot P_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cos \varphi; \quad Q_\Sigma = 3 \cdot Q_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \sin \varphi. \quad (5.12)$$

### 5.3 Описание лабораторной установки

Элементы трехфазной электрической цепи и измерительные приборы, используемые в лабораторной работе, размещены на лицевой панели универсального стенда.

В качестве источника энергии используется трехфазная сеть переменного тока, к которой подключены первичные обмотки трехфазного понижающего трансформатора. На лицевую панель стенда выведены клеммы фаз «А», «В», «С» и нейтральная точка «N» вторичных обмоток этого трансформатора. В качестве приемников используются проволочные резисторы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . Для измерения токов предназначены миллиамперметры типа М 42300, а для измерения напряжений – цифровой мультиметр ВР-11А.

### 5.4 Рабочее задание

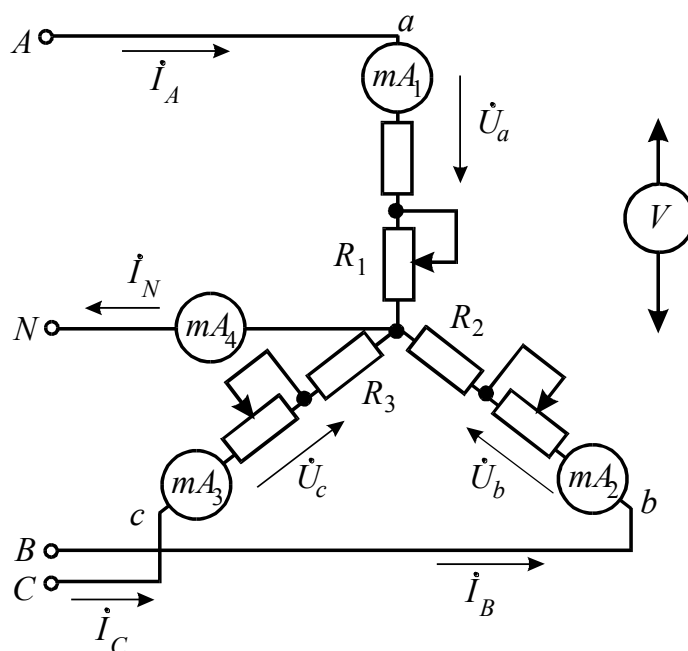


Рисунок 5.5 – Электрическая схема опыта

5.4.1 Собрать четырехпроводную трехфазную цепь в соответствии со схемой рисунка 5.5. Установить движки резисторов  $R_1 - R_3$  в средние положения, миллиамперметры  $mA_1 - mA_4$  переключить на диапазон  $\times 3$ .

5.4.2 Включить источник трехфазного напряжения и установить поочередно следующие режимы работы трехфазной цепи: симметричную, несимметричную нагрузки и обрыв одной из фаз приемника (для каждой бригады фазу задаёт преподаватель). Для каждого из режимов работы измерить фазные токи, ток в нейтральном проводе, фазные и линейные напряжения. Результаты измерений занести в таблицу 5.1.

### 5.5 Обработка результатов опытов

5.5.1 Вычислить активные мощности отдельных фаз и активную мощность трехфазного приемника, используя приведённые выше формулы. Результаты вычислений занести в таблицу 5.1.

Таблица 5.1 – Результаты измерений и вычислений

	Опыт	Равномерная нагрузка	Неравномерная нагрузка	Обрыв фазы —
	Эксперимент	Линейное напряжение – $U_L$ , В		
Фазное напряжение – $U_a$ , В				
Фазное напряжение – $U_b$ , В				
Фазное напряжение – $U_c$ , В				
Фазный ток – $I_a$ , А				
Фазный ток – $I_b$ , А				
Фазный ток – $I_c$ , А				
Ток нулевого провода - $I_n$ , А				
Расчёт	Сопротивление нагрузки $R_a$ , Ом			
	Сопротивление нагрузки $R_b$ , Ом			
	Сопротивление нагрузки $R_c$ , Ом			

5.5.2 По данным опытов построить в масштабе векторные диаграммы токов и напряжений для всех исследуемых режимов работы трехфазной цепи.

## 5.6 Контрольные вопросы и задания

1. Каковы соотношения между фазными и линейными напряжениями и токами при соединении нагрузки звездой?

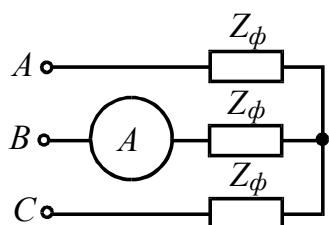
2. Как аналитически рассчитать напряжение смещения нейтрали?

3. Как влияет нейтральный провод на работу приемников в трехфазной цепи при соединении нагрузки звездой?

4. Что такое трёхфазная цепь и трёхфазные системы э.д.с., токов и напряжений? Какие режимы работы трёхфазных цепей называются симметричными?

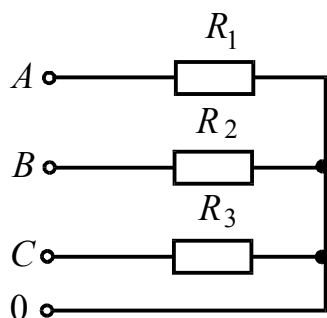
5. Что такое смещения нейтрали трёхфазного приёмника и в каких случаях возникает?

6. В каких случаях и с какой целью в трёхфазных цепях делают нулевой провод?



7. Симметричный трёхфазный приемник подключен к трехфазному источнику. Определить показание амперметра, если известно, что,  $U_{\text{л}}=380$  В,  $Z_{\phi}=11$  Ом.

8. Определить коэффициент мощности трехфазного симметричного потребителя, соединенного звездой, если линейное напряжение  $U_{\text{л}}=380$  В, фазный ток  $I_{\phi}=5$  А и потребляемая активная мощность  $P_{\Sigma}=2,64$  кВт.



9. К зажимам четырехпроводной трехфазной цепи приложено напряжение  $U_{\text{л}}=380$  В, сопротивления фаз равны  $R_1 = R_2=10$  Ом,  $R_3=20$  Ом. Определите действующее значение тока  $I_0$  в нулевом проводе.



## **6 Лабораторная работа №6 Исследование трехфазной цепи при соединении приемников треугольником**

**6.1 Цель работы.** Исследование трехфазной цепи при соединении приемников треугольником с различной нагрузкой отдельных фаз. Опытная проверка соотношений между линейными и фазными напряжениями и токами, представление результатов экспериментов в виде векторных диаграмм напряжений и токов.

### **6.2 Краткие теоретические и практические сведения**

Трехфазная симметричная система ЭДС состоит из трех ЭДС одинаковых по амплитуде и частоте, но сдвинутых друг относительно друга по фазе (по времени) на угол  $120^0$  (одну треть периода).

При соединении приемников трехфазной системы треугольником конец каждой предыдущей фазы приемника соединяется с началом последующей, а к вершинам образовавшегося таким образом треугольника подводятся линейные провода, в соответствии с рисунком 6.1,а. В результате получается трехпроводная трехфазная система.

В трехфазных системах различают линейные напряжения между любой парой линейных проводов и фазные напряжения на выводах приемника. При соединении треугольником фазные напряжения всегда равны линейным, так как к началу и концу каждой фазы непосредственно подводятся линейные провода. Следовательно, в такой системе

$$U_{л} = U_{ф}. \quad (6.1)$$

Различают также линейные токи в линейных проводах и фазные токи в фазах приемника. Чтобы вывести соотношения между этими токами, надо задаться условными (для переменного тока) направлениями их и применить к каждой вершине треугольника, представляющей собой узел из трех ветвей, первый закон Кирхгофа. При общепринятых условных направлениях и обозначениях линейных и фазных токов (рисунок 6.1, а) получим

$$\bar{I}_A = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca}; \quad \bar{I}_B = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab}; \quad \bar{I}_C = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc} \quad (6.2)$$

Если активные и реактивные сопротивления всех фаз приемника одинаковы ( $R_{ab} = R_{bc} = R_{ca}$  и  $X_{ab} = X_{bc} = X_{ca}$ ), то и токи во всех фазах будут одинаковы и сдвинуты относительно напряжений своих фаз на одинаковый угол. Тогда при симметричной системе ЭДС получится также симметричная система токов в соответствии с рисунком 6.1,б.

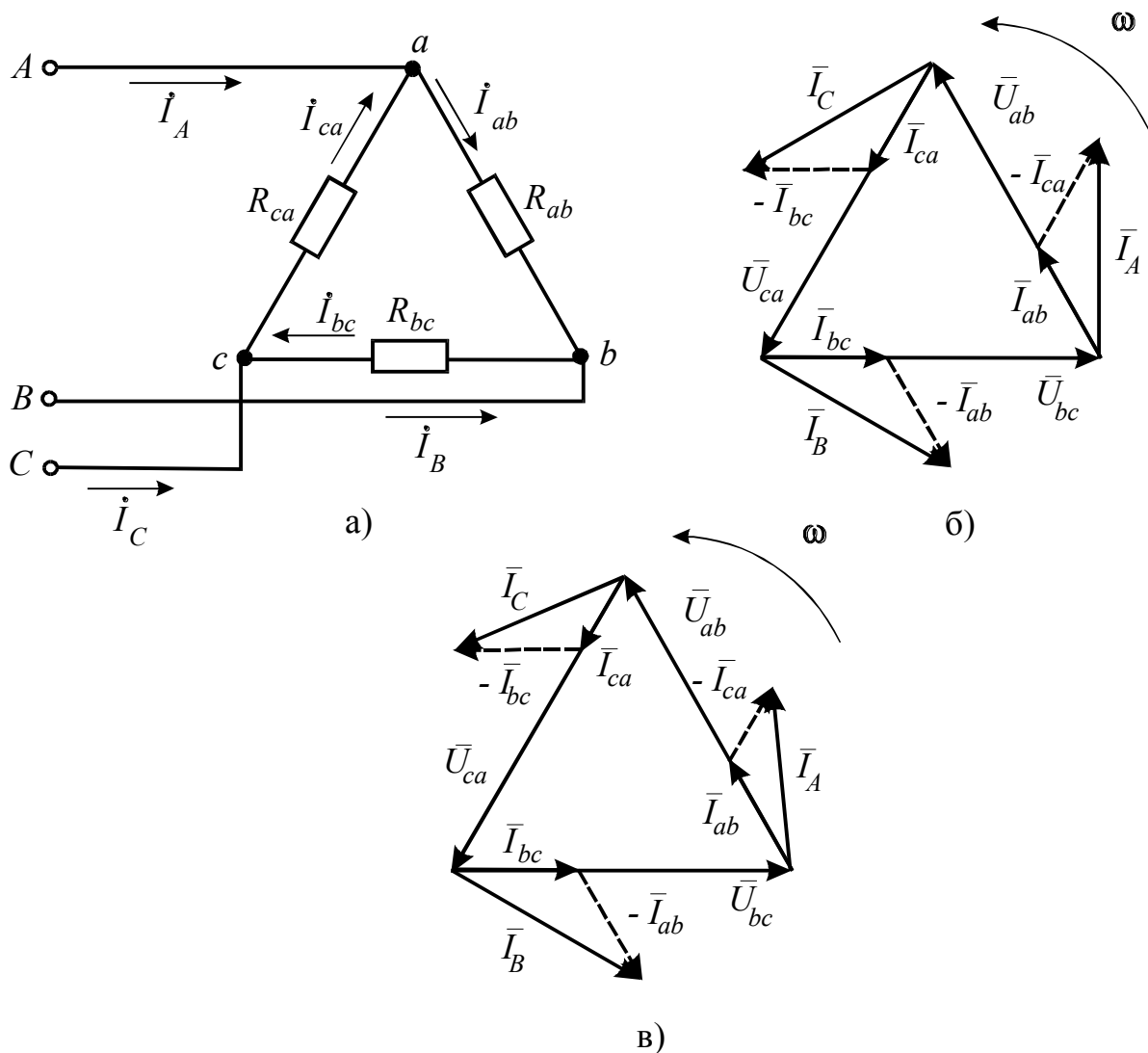


Рисунок 6.1 – Схема трехфазной цепи при соединении приемника треугольником (а) и векторные диаграммы при симметричной (б) и несимметричной (в) нагрузках

Легко показать, что в частном случае симметричной системы токов между линейными и фазными токами получается соотношение

$$I_{л} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi}. \quad (6.3)$$

При несимметричной нагрузке фаз симметрия токов в трехфазной системе с соединением приемника треугольником будет нарушена, но это не отразится на фазных напряжениях, так как здесь на фазы приемника подается непосредственно линейное напряжение, определяемое источником энергии. Линейные токи в этом случае определяются графически (рисунок 6.1,в) по векторным соотношениям (6.2).

Кроме режимов симметричной и несимметричной нагрузки всех трех фаз в настоящей работе исследуются также случаи обрыва одной из фаз приемника и обрыва линейного провода.

При обрыве одной из фаз, например фазы *ca* (рисунок 6.2,а), режим работы двух других фаз не нарушается, так как на них по-прежнему подаются соответствующие линейные напряжения. Для построения векторной диаграммы (рисунок 6.2,б) в этом случае можно воспользоваться соотношениями (6.2), приняв в них ток фазы, в которой произошел обрыв, равным нулю.

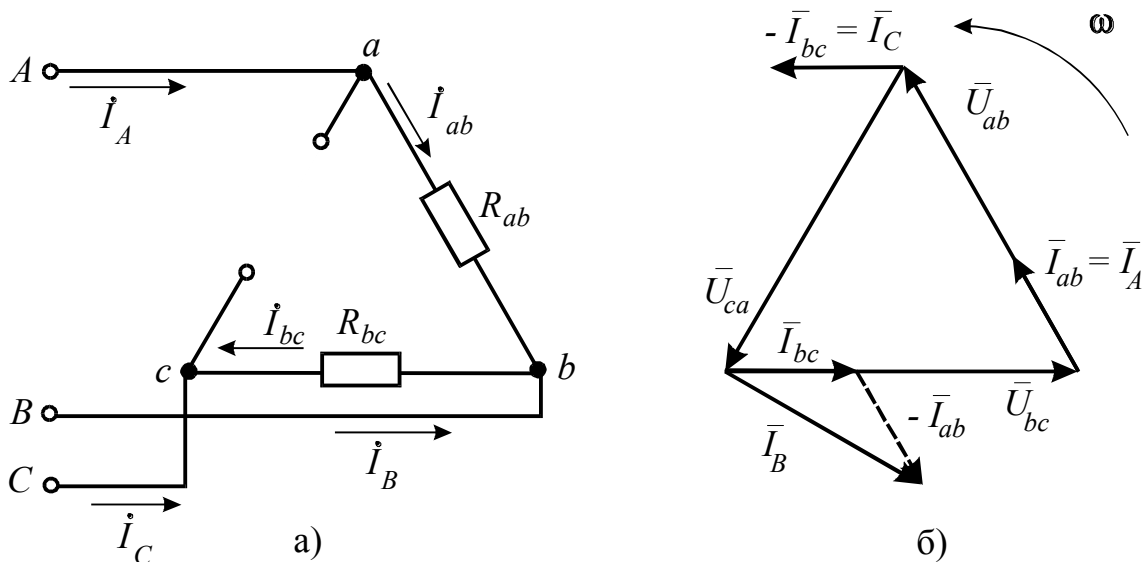


Рисунок 6.2 – Схема цепи (а) и векторная диаграмма (б) при обрыве фазы *ca*

При обрыве одного из линейных проводов, например провода *C* (рисунок 6.3,а), режим работы одной фазы (в данном случае фазы *ab*) не

изменится, а две другие окажутся включенными последовательно на линейное напряжение. Трехфазная система превращается в однофазную с двумя параллельными ветвями, соответственно чему и строится векторная диаграмма, представленная на рисунке 6.3,б.

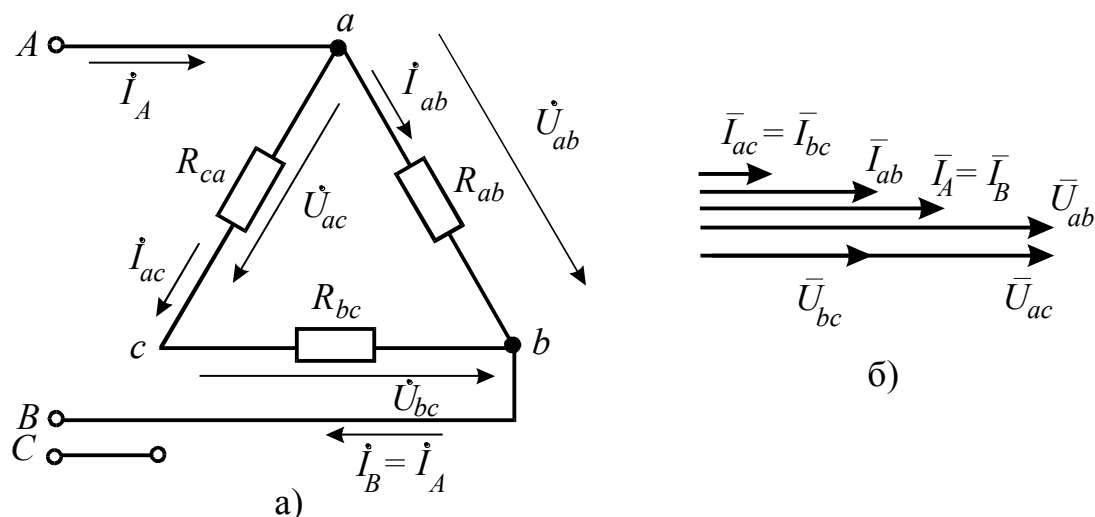


Рисунок 6.3 – Схема цепи (а) и векторная диаграмма (б) при обрыве линейного провода C

Зная фазные напряжения и токи, а также углы сдвига фаз между ними, можно определить активные, реактивные и полные мощности фаз приемника:

$$P_{ab} = U_{ab} \cdot I_{ab} \cdot \cos \varphi_{ab}; \quad P_{bc} = U_{bc} \cdot I_{bc} \cdot \cos \varphi_{bc}; \quad (6.4)$$

$$P_{ca} = U_{ca} \cdot I_{ca} \cdot \cos \varphi_{ca},$$

$$Q_{ab} = U_{ab} \cdot I_{ab} \cdot \sin \varphi_{ab}; \quad Q_{bc} = U_{bc} \cdot I_{bc} \cdot \sin \varphi_{bc}; \quad (6.5)$$

$$Q_{ca} = U_{ca} \cdot I_{ca} \cdot \sin \varphi_{ca},$$

$$S_{ab} = U_{ab} \cdot I_{ab}; \quad S_{bc} = U_{bc} \cdot I_{bc}; \quad S_{ca} = U_{ca} \cdot I_{ca}. \quad (6.6)$$

Активные и реактивные мощности трехфазного приемника определяются по формулам:

$$P_{\Sigma} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}; \quad Q_{\Sigma} = \pm Q_{ab} \pm Q_{bc} \pm Q_{ca}. \quad (6.7)$$

где в выражении для реактивной мощности знак «+» берется в случае индуктивной нагрузки, а знак «-» в случае емкостной нагрузки.

### **6.3 Описание лабораторной установки**

В качестве источника электрической энергии используется трехфазная сеть переменного тока, к которой подключены первичные обмотки трехфазного понижающего трансформатора. На лицевую панель стенда выведены клеммы фаз «А», «В», «С» вторичных обмоток этого трансформатора.

В качестве приемников используются проволочные резисторы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . Для измерения токов предназначены миллиамперметры типа М 42300, а для измерения напряжений – цифровой мультиметр ВР-11А.

### **6.4 Рабочее задание**

6.4.1 Собрать трехфазную цепь в соответствии со схемой рисунка 6.4. Установить движки резисторов  $R_1 - R_3$  в средние положения, миллиамперметры  $mA_1 - mA_4$  переключить на диапазон  $\times 3$ .

6.4.2 После проверки электрической цепи преподавателем подключить ее к источнику трехфазного напряжения.

6.4.3 Установить симметричную нагрузку трехфазного приемника и измерить фазные и линейные токи, и фазные напряжения. Результаты измерений свести в таблицу 6.1.

6.4.4 Установить несимметричную нагрузку трехфазного приемника и измерить фазные и линейные токи, и фазные напряжения. Результаты измерений свести в таблицу 6.1.

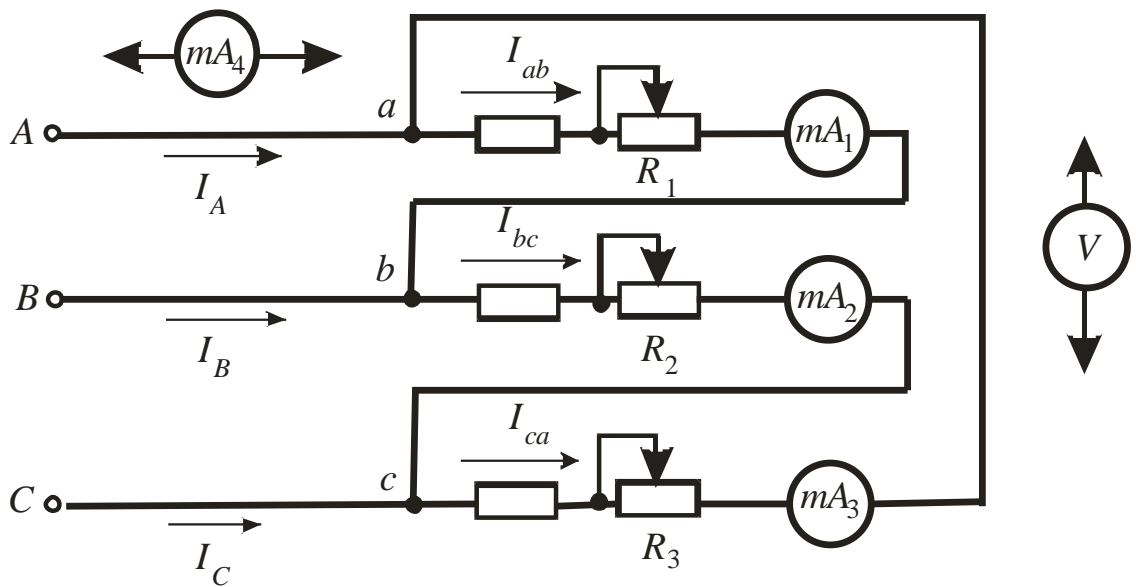


Рисунок 6.4 – Электрическая схема опыта

Таблица 6.1

	Опыт	Равномерная нагрузка	Обрыв линейного провода	Неравномерная нагрузка	Обрыв фазы
Эксперимент	Линейное напряжение – $U_L$ , В				
	Фазное напряжение – $U_{ab}$ , В				
	Фазное напряжение – $U_{bc}$ , В				
	Фазное напряжение – $U_{ca}$ , В				
	Фазный ток – $I_{ab}$ , А				
	Фазный ток – $I_{bc}$ , А				
	Фазный ток – $I_{ca}$ , А				
	Линейный ток – $I_A$ , А				
	Линейный ток – $I_B$ , А				
	Линейный ток – $I_C$ , А				
Расчёт	Сопротивление нагрузки $R_{ab}$ , Ом				
	Сопротивление нагрузки $R_{bc}$ , Ом				
	Сопротивление нагрузки $R_{ca}$ , Ом				

6.4.5 При отключенном питании произвести обрыв одной из фаз приемника и, после проверки схемы преподавателем, включить питание и

измерить фазные и линейные токи, и фазные напряжения. Результаты измерений свести в таблицу 6.1.

6.4.6 При отключенном питании произвести обрыв одного из линейных проводов и, после проверки схемы преподавателем, включить питание и измерить фазные и линейные токи, и фазные напряжения. Результаты измерений свести в таблицу 6.1.

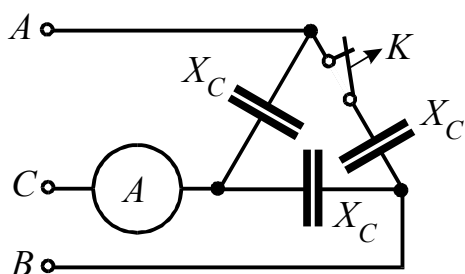
## 6.5 Обработка результатов опытов

6.5.1 Вычислить сопротивления отдельных фаз и активную мощность трехфазного приемника. Данные расчетов свести в таблицу 6.1.

6.5.2 Построить векторные диаграммы токов и напряжений в масштабе для всех исследуемых режимов работы трехфазной цепи.

## 6.6 Контрольные вопросы и задания

1 Каким прибором измеряют активную мощность приемника?



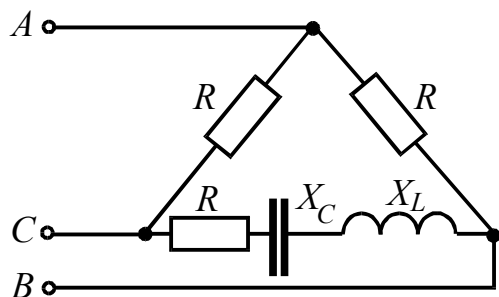
2 Определить показание амперметра после размыкания выключателя  $K$ , если  $U_{\text{Л}}=127$  В;  $X_C=10$  Ом.

3 Как изменятся линейные токи в симметричном приемнике, соединенном треугольником, при обрыве фазы  $AB$ ?

4 Трехфазный приемник симметричен, если его сопротивления равны:

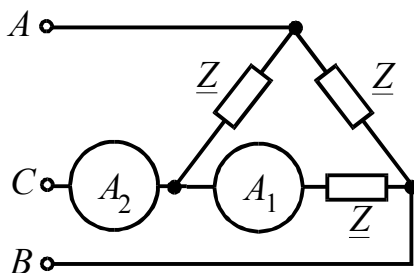
- |  |  |   |
|--|--|---|
| 5 а) $\underline{Z}_{ab}=5$ ;                  | 6 $\underline{Z}_{bc} = 3 + j4$ ;                | 7 $\underline{Z}_{ca} = 3 - j4$ ;                 |
| 8 б) $\underline{Z}_{ab}$                      | 9 $\underline{Z}_{bc} = 5 \cdot e^{-j60^\circ}$  | 10 $\underline{Z}_{ca} = 5 \cdot e^{j60^\circ}$ ; |
| $=5$ ;   | ;  |   |
| 11 в)  | 12 $\underline{Z}_{bc} = 5 - j2$ ;               | 13 $\underline{Z}_{ca} = 5 - j2$ ;                |
| $\underline{Z}_{ab} = 5 - j2$ ;                |  |   |
| 14 г)  | 15 $\underline{Z}_{bc} = 10 \cdot e^{j30^\circ}$ | 16 $\underline{Z}_{ca} = 15 \cdot e^{j30^\circ}$  |
| $\underline{Z}_{ab} = 5 \cdot e^{j30^\circ}$ ; | ;  | .   |

5 Что означает термин «фаза» в трехфазной электрической цепи?

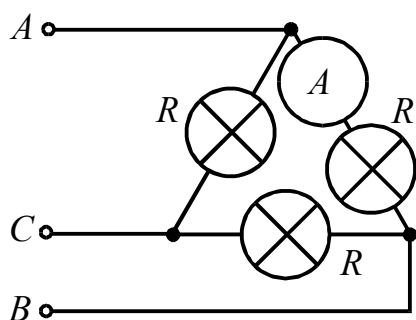


6 Чему равна реактивная мощность трехфазной цепи, если  $R=6 \text{ Ом}$ ;  $X_L=10 \text{ Ом}$ ;  $X_C=2 \text{ Ом}$ ;  $U_{\text{Л}}=100 \text{ В}$ .

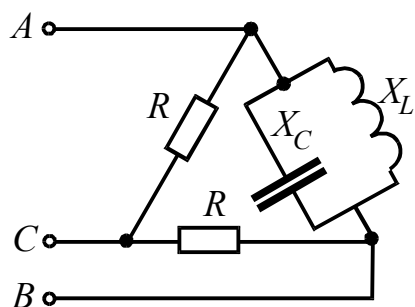
7 Определить показания амперметров  $A_1$  и  $A_2$ , если  $U_{\text{Л}}=220 \text{ В}$ ;  $Z=22 \text{ Ом}$ .



8 Определить показания амперметра после перегорания лампы в фазе CA, если  $U_{\text{Л}}=380 \text{ В}$ ;  $R=200 \text{ Ом}$ .



9 Обмотки трехфазного генератора соединены в треугольник. С чем соединен конец третьей обмотки?



10 Определить ток в линейном проводе A, если  $U_{\text{Л}}=220 \text{ В}$ ;  $R=X_L=X_C=10 \text{ Ом}$ .

11 Каковы соотношения между фазными и линейными токами и напряжениями в трёхфазных цепях при симметричном режиме в случае соединения приёмника треугольником?



## 7 Лабораторная работа № 7. Нелинейные электрические цепи постоянного тока

**7.1 Цель работы.** Экспериментальное определение вольтамперных характеристик нелинейных элементов и опытная проверка графического метода расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока.

### 7.2 Краткие теоретические и практические сведения

Электрическая цепь считается нелинейной, если она содержит хотя бы один нелинейный элемент, т.е. такой элемент который обладает нелинейной вольтамперной характеристикой.

Вольтамперной характеристикой называется графическая зависимость между напряжением  $U$ , подводимым к элементу электрической цепи, и током  $I$ , протекающим по нему  $U = f(I)$ .

В зависимости от вида вольтамперных характеристик пассивные элементы электрической цепи делятся на линейные и нелинейные. Для линейных элементов, у которых сопротивление  $R = const$ , вольтамперная характеристика имеет вид прямой линии, в соответствии с рисунком 7.1, а, проходящей через начало координат и описываемой уравнением закона Ома

$$U = I \cdot R. \quad (7.1)$$

У нелинейного элемента с изменением тока  $I$  сопротивление изменяется ( $R \neq const$ ) и зависимость тока от напряжения не подчиняется линейному закону (рисунок 7.1,б).

Нелинейные элементы широко используются в устройствах автоматики, измерительной и вычислительной техники, в радиотехнических устройствах и пр. К ним относятся электронные и ионные приборы, катушки с ферромагнитными магнитопроводами, лампы накаливания, электрическая дуга и др.

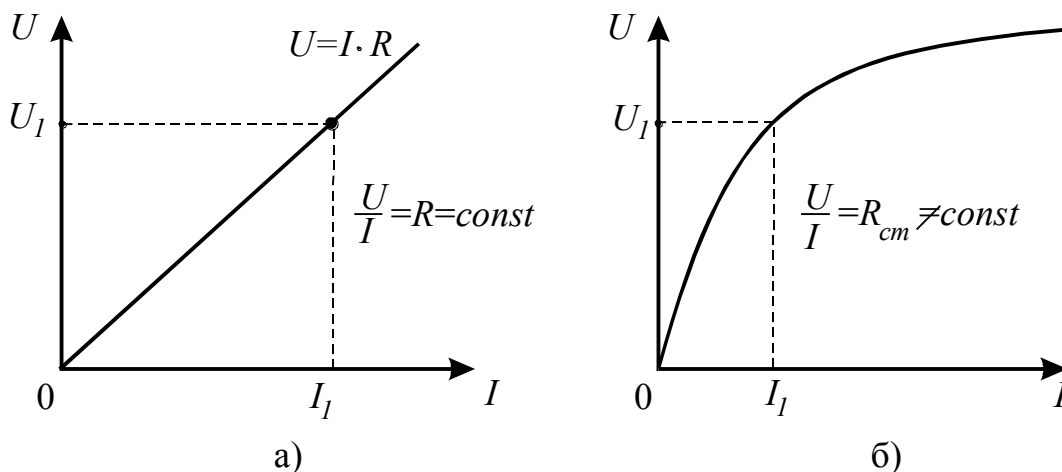


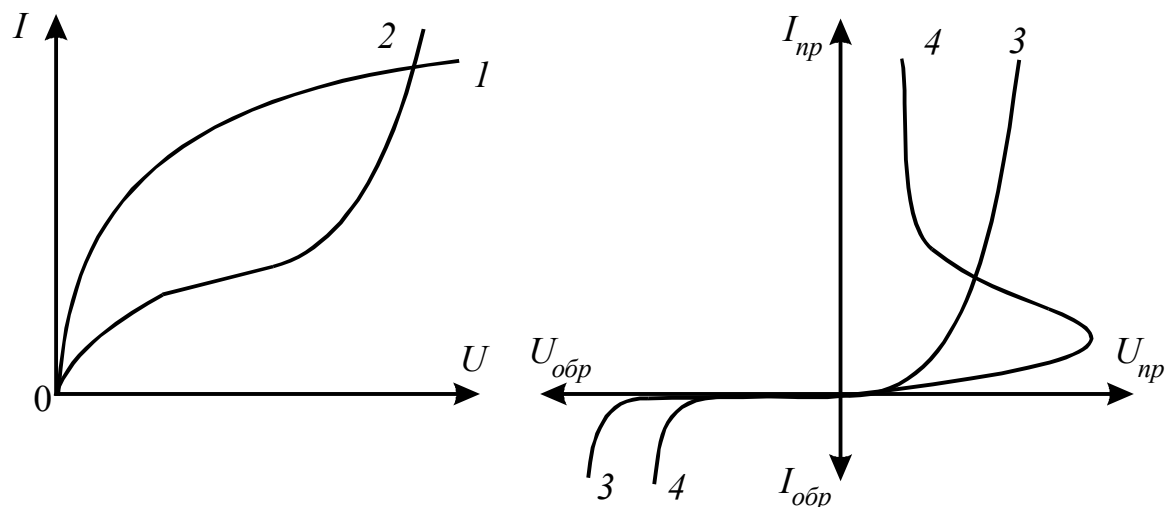
Рисунок 7.1 – Примеры вольтамперных характеристик линейного (а) и нелинейного (б) элементов

В отличие от линейного элемента, свойства которого могут быть полностью охарактеризованы величиной электрического сопротивления  $R$ , для характеристики нелинейного элемента требуется вся вольтамперная характеристика.

По виду вольтамперных характеристик нелинейные элементы разделяются на симметричные и несимметричные. Симметричными называются такие нелинейные элементы, у которых вольтамперные характеристики не зависят от направлений тока в них. Несимметричными нелинейными элементами называются такие, у которых вольтамперные характеристики неодинаковы при различных направлениях тока (рисунок 6.2). К числу симметричных нелинейных элементов относятся, например, лампы накаливания, термосопротивления, бареттеры и др. К несимметричным нелинейным элементам можно отнести, например, электронные лампы, полупроводниковые диоды, тиристоры, транзисторы и др.

Кроме симметричных и несимметричных нелинейные элементы могут быть подразделены также на управляемые и неуправляемые. В управляемых нелинейных элементах, кроме основной цепи есть еще, по крайней мере, одна управляющая цепь, воздействуя на которую можно изменять вольтамперную характеристику элемента. В отличие от неуправляемых

нелинейных элементов, вольтамперные характеристики которых изображаются одной кривой, для управляемых получают семейство кривых.



а)

- 1 – лампа накаливания;
- 2 – термосопротивление;

б)

- 3 – полупроводниковый диод;
- 4 – тиристор.

Рисунок 7.2 – Примеры вольтамперных характеристик симметричных (а) и несимметричных (б) нелинейных элементов

К неуправляемым нелинейным элементам относятся двухполюсные элементы: термосопротивление, стабилитрон, диод и др. К управляемым нелинейным элементам можно отнести многоэлектродные электронные лампы, тиристоры, транзисторы и др.

Для проведения расчета нелинейных цепей должны быть известны вольтамперные характеристики всех ее элементов. Они могут быть взяты из соответствующих справочников или сняты экспериментально.

Имея вольтамперную характеристику нелинейного элемента можно определить его сопротивление при различных токах. Различают два вида сопротивлений нелинейного элемента: статическое и дифференциальное.

Статическое сопротивление нелинейного элемента равно отношению напряжения на нелинейном элементе к протекающему по нему току

$$R_{ст} = \frac{U}{I}. \quad (7.2)$$

Статическое сопротивление можно также определить как тангенс угла  $\beta$  наклона прямой, проходящей через начало координат к рабочей точке  $A$  на вольтамперной характеристике (рисунок 7.3). Статическое сопротивление изменяется при переходе от одной рабочей точки к другой.

Под дифференциальным сопротивлением принято понимать отношение малого приращения напряжения  $\Delta U$  нелинейного элемента к соответствующему приращению тока  $\Delta I$ , вблизи рабочей точки  $A$ .

$$R_{д} = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \quad (7.3)$$

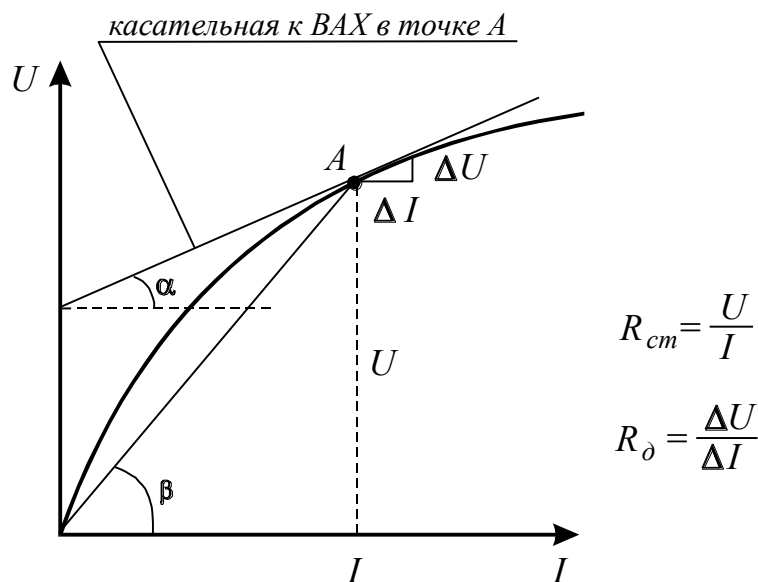


Рисунок 7.3 – Определение статического и дифференциального сопротивлений нелинейного элемента по его вольтамперной характеристике

Дифференциальное сопротивление также численно равно тангенсу угла  $\alpha$  наклона касательной к вольтамперной характеристике в рабочей точке  $A$  (рисунок 7.3) и характеризует поведение нелинейного элемента при малых отклонениях от предшествующего состояния.

Если вольтамперные характеристики нелинейных элементов можно представить аналитическими функциями, то расчет нелинейных цепей проводят аналитическим методом. Однако в большинстве случаев вольтамперные характеристики не поддаются замене аналитическими функциями, и нелинейные цепи приходится рассчитывать графическим методом, основанным на графическом решении уравнений, составленных по законам Кирхгофа.

### 7.2.1 Расчет цепи с последовательным соединением нелинейных элементов

Заданы: значение ЭДС источника и вольтамперные характеристики первого и второго нелинейных элементов (рисунок 7.4).

Требуется определить ток в цепи и напряжения  $U_1$  и  $U_2$  на каждом нелинейном элементе.

Графический метод расчета основан на предварительной замене заданной электрической цепи эквивалентной цепью, имеющей эквивалентную вольтамперную характеристику, и на последующем переходе в процессе расчета к заданной цепи.

При этом исходят из того, что при последовательном соединении ток через все элементы протекает один и тот же.

Задав произвольным значением тока  $I_i$ , проводят прямую, параллельную оси напряжений и определяют значения напряжений на первом нелинейном элементе (НЭ) (отрезок  $ab$ ) и втором НЭ (отрезок  $ac$ ). Складывая отрезки  $ab$  и  $ac$  (напряжения  $U_{1i}$ ,  $U_{2i}$ ), получают результирующий отрезок  $ad$  ( $U_{3i} = U_{1i} + U_{2i}$ ) и определяют положение точки  $d$ , которая принадлежит третьей (эквивалентной) вольтамперной характеристике.

Задавая другими значениями тока  $I_i$ , аналогично находят следующие точки, по которым строят график эквивалентной ВАХ-3.

Определение тока производится по ВАХ-3 при заданной величине ЭДС –  $E$ . Отложив  $E$  по оси напряжений, получают точку  $f$ , через которую проводят прямую, параллельную оси тока до пересечения с ВАХ-3 (точка  $k$ ). Отрезок  $fk$  определяет значение искомого тока  $I$ . Прямая  $nk$ , параллельная оси напряжений, отсекает на ВАХ-1 и ВАХ-2 значения напряжений на каждом элементе (отрезки  $np$  и  $nm$ ).

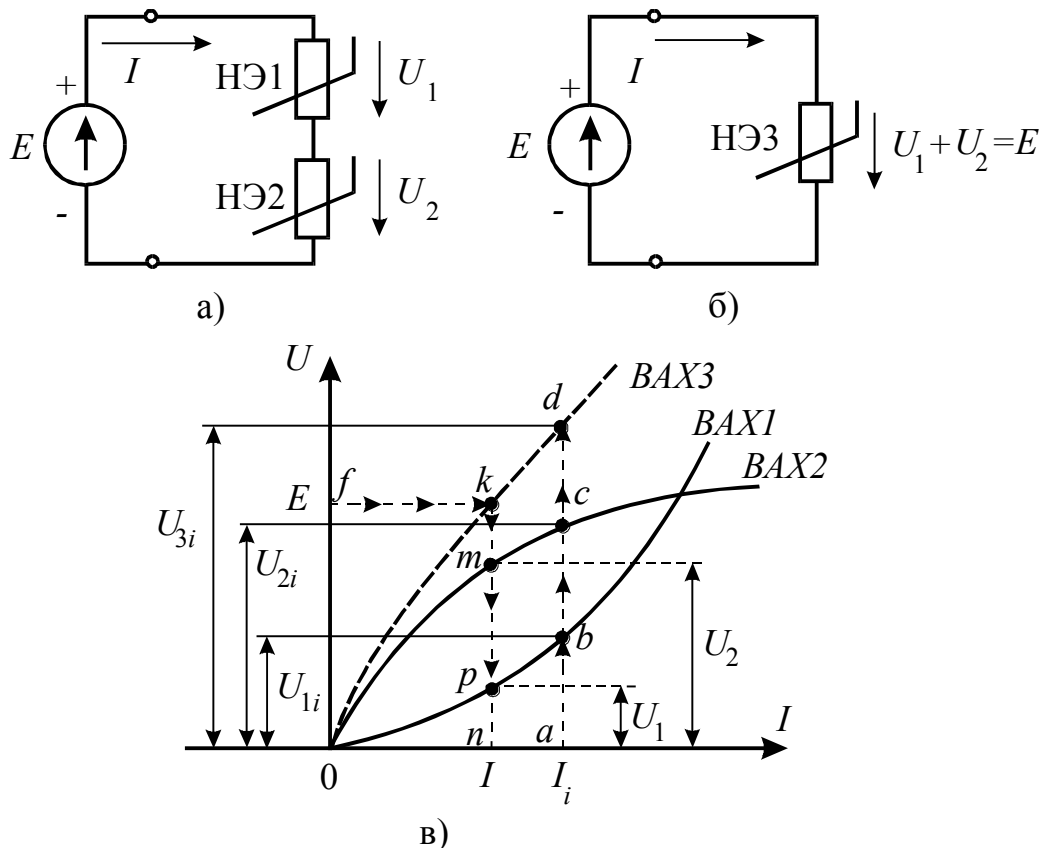


Рисунок 7.4 – Схема электрической цепи с последовательным соединением нелинейных элементов (а, б) и графический анализ этой цепи (в)

### 7.2.2 Расчет цепи с параллельным соединением нелинейных элементов

При построении эквивалентной ВАХ цепи (рисунок 7.5) исходят из того, что напряжения на  $HЭ1$  и  $HЭ2$  при параллельном соединении равны, а

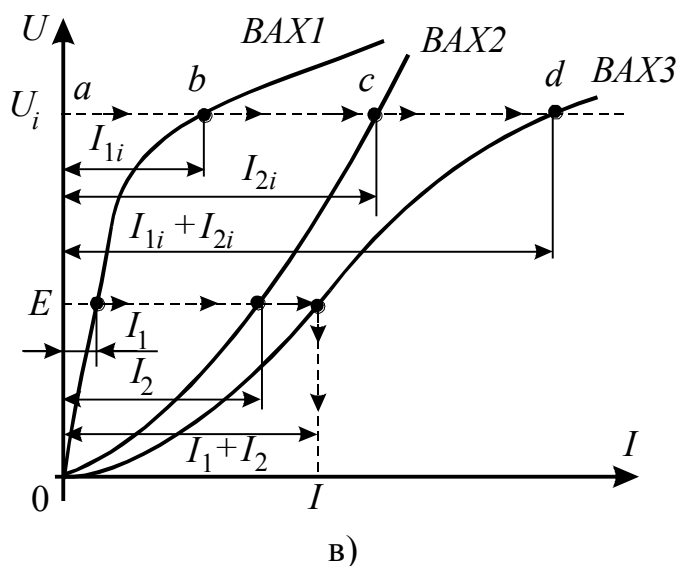
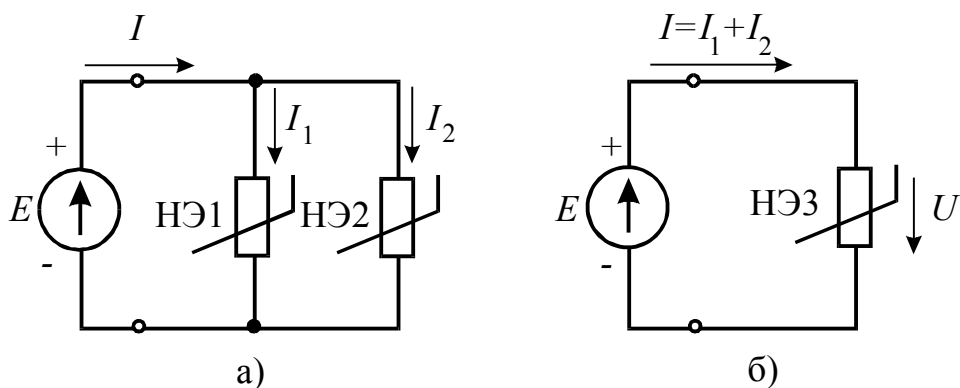


Рисунок 7.5 – Схема электрической цепи с параллельным соединением нелинейных элементов (а, б) и графический анализ этой цепи (в)

ток  $I$  в неразветвленной части электрической цепи равен сумме токов  $I_1$  и  $I_2$ :

$$I = I_1 + I_2. \quad (7.4)$$

Задавшись значением напряжения  $U_i$  (отрезок  $oa$ ), проводят через точку  $a$  прямую, параллельную оси тока и получают точки пересечения с ВАХ-1 (точка  $b$ ) и ВАХ-2 (точка  $c$ ) и отрезки  $ab$  и  $ac$ , соответствующие тока  $I_{1i}$  и  $I_{2i}$ . Складывая эти отрезки, получают точку  $d$ , которая принадлежит эквивалентной ВАХ-3. Аналогично определяются и другие точки ВАХ-3. При известной ЭДС  $E$  легко находят ток  $I$  непосредственно по ВАХ-3, а токи в НЭ1 и НЭ2 – по ВАХ-1 и ВАХ-2.

### 7.3 Описание лабораторной установки

Элементами исследуемых электрических цепей являются два нелинейных сопротивления НЭ1 и активное сопротивление и диод. В качестве источника энергии используется регулируемый источник постоянного тока напряжением до 30 В. Для измерения токов применяется миллиамперметр с пределом измерения до 100 мА. Напряжение на элементах цепи измеряется цифровым мультиметром ВР-11А.

### 7.4 Рабочее задание

7.4.1 Собрать электрическую цепь в соответствии с рисунком 7.6 для снятия вольтамперных характеристик исследуемых нелинейных элементов.

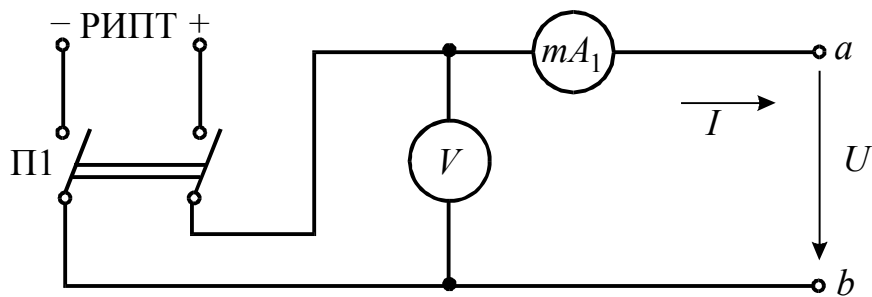


Рисунок 7.6 – Электрическая схема опыта

7.4.2 Подключить к зажимам  $a-b$  НЭ1 и после проверки электрической цепи преподавателем включить питание переключателем П1. Плавно регулируя напряжение источника снять 6-7 значений тока и напряжения на НЭ1. Результаты измерений свести в таблицу 7.1.

7.4.3 Провести опыт по п. 7.4.2, включив в электрическую цепь взамен НЭ1 последовательное соединение резистора и диода (НЭ2).

7.4.4 Собрать электрическую цепь, содержащую последовательное соединение НЭ1 и НЭ2. После проверки цепи преподавателем включить питание переключателем П1 и экспериментально снять эквивалентную



вольтамперную характеристику неразветвленной электрической цепи. Результаты измерений свести в таблицу 7.1.

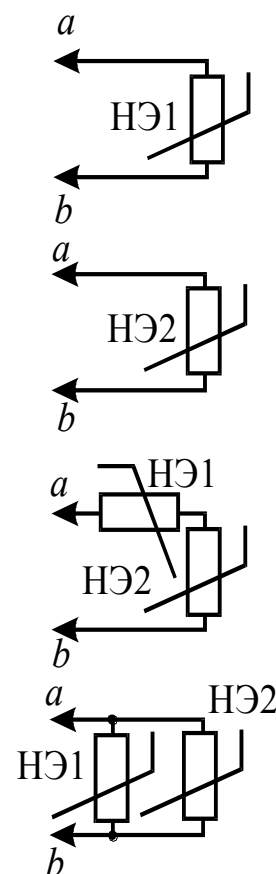
7.4.5 Собрать электрическую цепь с параллельно соединенными НЭ1 и НЭ2 и повторить опыт по п.7.4.4.

### 7.5 Обработка результатов опытов

7.5.1 Рассчитать статические сопротивления нелинейных элементов, разветвленной и неразветвленной электрических цепей по данным опытов для каждой серии измерений. Результаты расчетов свести в таблицу 7.1.

Таблица 7. 1 – Результаты измерений и вычислений опытов

НЭ1	$U, В$							
	$I, mA$							
	$R_{ст}, Ом$							
НЭ2	$U, В$							
	$I, mA$							
	$R_{ст}, Ом$							
Неразветвленная цепь с НЭ1 и НЭ2	$U, В$							
	$I, mA$							
	$R_{ст}, Ом$							
Разветвленная цепь с НЭ1 и НЭ2	$U, В$							
	$I, mA$							
	$R_{ст}, Ом$							

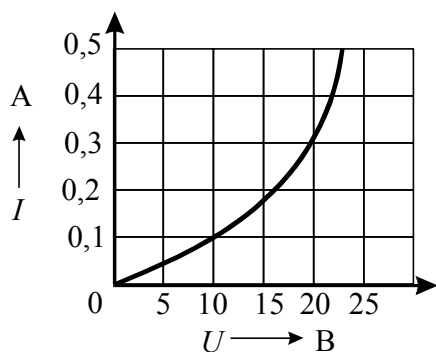


7.5.2 Используя опытные данные построить в одних координатах графики вольтамперных характеристик НЭ1 и НЭ2, а также эквивалентные вольтамперные характеристики последовательного и параллельного соединения нелинейных элементов.

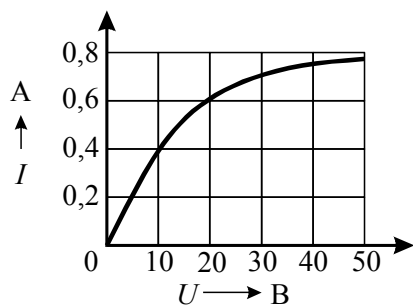
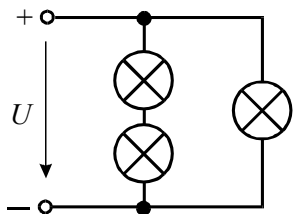
7.5.3 Провести анализ графического метода расчета неразветвленной и разветвленной электрических цепей, проверив правильность выполнения законов Кирхгофа в нелинейных цепях

## 7.6 Контрольные вопросы и задания

1. Что понимают под вольтамперной характеристикой элемента?
2. Какие электрические цепи и элементы называются линейными, и какие нелинейными?
3. В чем сущность графического метода расчета электрической цепи с нелинейными элементами?
4. Как построить вольтамперную характеристику параллельного соединения двух нелинейных элементов?
5. Как построить вольтамперную характеристику последовательного соединения двух нелинейных элементов?



6. Два одинаковых нелинейных элемента, вольтамперная характеристика которых изображена на графике, соединены параллельно. Определить статическое сопротивление цепи, если напряжение источника равно 20 В. Приведите схему данной цепи.



7. Три лампы с одинаковыми вольтамперными характеристиками соединены по смешанной схеме. Определить напряжение на

входе цепи, если ток в первой ветви равен 0,4 А. Вольтамперная характеристика лампы приведена на графике.

## Список использованных источников

- 1 Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники: электрические цепи: учеб. для вузов / Л. А. Бессонов.-11-е изд., испр. и доп.-М.: Гардарики, 2006.-701 с.
- 2 Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник для вузов./ Л. А Бессонов -М.: Высш. шк., 2001. - 316 с.
- 3 Теоретические основы электротехники. В 2 т. Т. 1.:учебник для вузов/ К. С. Демирчян, Л. Р.Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин - СПб.: Питер, 2003. - 463 с.
- 4 Зевеке, Г. В. Основы теории цепей: учебник для вузов/ Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В.Нетушил, С. В. Страхов. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 528 с.
- 5 Татур, Т.А. Установившиеся и переходные процессы в электрических цепях: учебное пособие для вузов/ Т.А.Татур, В.Е.Татур – М.: Высшая школа, 2001.- 407 с.
- 6 Огорелков, Б.И. Методические указания к лабораторным работам по разделу «Линейные электрические цепи постоянного тока» курса «Теоретические основы электротехники»/ Б.И.Огорелков, Н.Ю. Ушакова , Н.И. Доброжанова. – Оренбург: ОГТУ, 1994.
- 7 Бравичев, С. Н. Электрические цепи [Электронный ресурс] : учеб. пособие к лаб. практикуму / С. Н. Бравичев, Г. И. Дегтярев, В. Н. Трубникова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ГОУ ОГУ. - 2011.